

Introducción al Procesamiento de Señales - Curso 2022

Segunda Evaluación - 6/12/2022 - Duración: 3 hs

1. **Rápido.-** Sin necesidad de antitransformar, considere $X(e^{j2\pi s}) = \frac{2}{2+e^{j2\pi s}}$

- (a) $x[n]$ es real: Verdadero o Falso? Justifique brevemente.
- (b) $x[n]$ es par: Verdadero o Falso? Justifique brevemente.
- (c) Halle $\sum_{-\infty}^{\infty} x[n]$.
- (d) Halle $\sum_{-\infty}^{\infty} (-1)^n x[n]$.
- (e) Halle $\sum_{-\infty}^{\infty} nx[n]$. Justifique brevemente.

2. **SLIT.-** Se tiene un sistema continuo SLIT causal cuya función de transferencia es

$$H(s) = \frac{1}{s+3}$$

- a) Realice un diagrama cero-polar, determine la región de convergencia del sistema e indíquela en el gráfico.
- b) Determine si el sistema: i) tiene memoria; ii) es estable.
- c) Halle la respuesta impulsional.
- d) Obtenga la respuesta en frecuencia del sistema. Grafique esquemáticamente el módulo (tenga cuidado con los números complejos).
- e) Obtenga la respuesta del sistema a la entrada $x(t) = \Pi\left(\frac{t-1}{2}\right)$. Grafique esquemáticamente.

3. **Amplitud Modulada.-** La entrañable radio AM fue (es) ampliamente utilizada para la transmisión de mensajes de forma inalámbrica. Para transmitir un mensaje $m(t)$ debe construirse una señal (denominada señal modulada AM) que puede modelarse como $x(t) = (1 + am(t)) \cos(2\pi f_0 t)$ donde consideraremos $f_0 = 700 \text{ kHz}$, $a = 0.5$ y vamos a suponer que $m(t) = \cos(2\pi f_m t)$ con $f_m = 100 \text{ kHz}$.

a) Grafique el espectro del mensaje, $M(f)$ y el espectro de la señal modulada, $X(f)$. ¿Qué parte del espectro contiene la información de interés?

Un ingeniero amigo le comenta a usted, joven estudiante, que un receptor de radio AM puede demodular la señal $x(t)$ (es decir, recuperar el mensaje $m(t)$), de varias maneras. En particular le va a explicar cómo hacer un demodulador analógico. Para ello, primero considere un sistema $S1$ descrito por la ecuación $y(t) = x(t) \cos(2\pi f_0 t)$.

- (c1) El sistema, ¿es lineal e invariante en el tiempo? ¿Es estable? Justifique.
- (c2) Calcule la señal de salida de este sistema $y(t)$ y calcule su espectro, $Y(f)$.¹

Por último, dice el amigo, considere otro sistema $S2$ que se coloca en cascada con $S1$. El sistema $S2$ es un SLIT de respuesta impulsional $h(t) = B \text{sinc}(Bt)$ con $B = 250 \times 10^3$.

- (d) Calcule el espectro de la señal de salida de $S2$, $Z(f)$ y explique si $z(t)$ se corresponde con la señal del mensaje original $m(t)$ o si aun falta *eliminar algo*. Si así fuera, ¿Cómo la haría?

El amigo ingeniero sugiere que ahora usted diseñe un demodulador de AM pero de forma digital (un amigo). Para ello, usted deberá muestrear la señal $x(t)$ a una frecuencia f_s a determinar, especificar un sistema (discreto) similar a $S1$ y otro similar a $S2$, con las salvedades de que ahora se encuentra en el dominio digital. Finalmente deberá reconstruir la señal obtenida a la salida de $S2$, $z[n]$.

- (e) Demuestre que con lo aprendido en IPS está a la altura del desafío. Elija una frecuencia de muestreo f_s adecuada y diseñe el demodulador. Dispone de filtros ideales pasa-bajos tanto analógicos como discretos, mezcladores y bloques de ganancia. Haga un diagrama en bloques, especifique todas las frecuencias de interés y justifique realizando gráficos del/los espectros que considere necesarios.

¹Tenga presente la identidad $\cos(\alpha) \cos(\beta) = 1/2(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$.