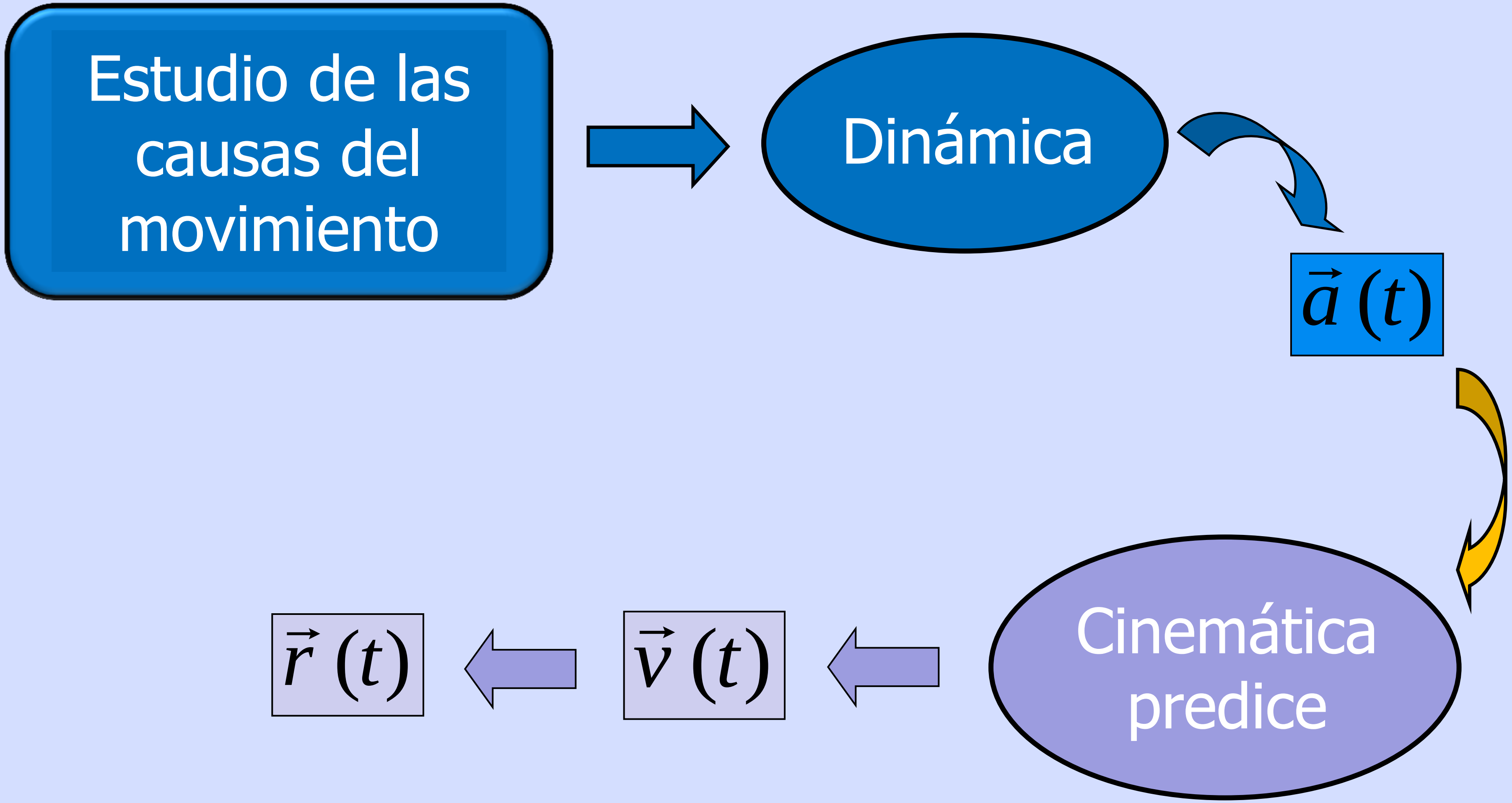
Física I
Apuntes de Clase 5, 2022

Turno E

Prof Susana Conconi

Cinemática lineal

Conociendo las leyes de Newton pudimos hasta el momento determinar la aceleración de una partícula sometida a una fuerza haciendo uso de la "Dinámica". En esta clase abordaremos el estudio de la "Cinemática" que nos permitirá predecir el movimiento de dicha partícula:



Cinemática

Recordando que $\vec{a} = \dfrac{d\,\vec{v}}{dt}$ ➔ $d\,\vec{v} = \vec{a}(t)\,dt$

Integrando queda: $\displaystyle\int_{v_0}^{v} d\,\vec{v} = \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\,dt$

➔ $\boxed{\displaystyle\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t)\,dt}$

Si $\boxed{\vec{a}(t) = \vec{a} = cte}$ ➔ $\displaystyle\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a}\int_{t_0}^{t} dt = \vec{a}\,(t - t_0)$

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\,(t - t_0)}$$

$$\boxed{\vec{v}(t)=\vec{v}_0+\vec{a}\left(t-t_0\right)}$$

Expresión vectorial

3 ecuaciones escalares!!!!

comp. "x", comp. "y", comp. "z"

$$\begin{cases} v_x(t)=v_{0,x}+a_x\left(t-t_0\right) \\ v_y(t)=v_{0,y}+a_y\left(t-t_0\right) \\ v_z(t)=v_{0,z}+a_z\left(t-t_0\right) \end{cases}$$

Los valores de velocidad en cada eje dependen de los valores iniciales en ese eje, de la aceleración en ese mismo eje y del tiempo transcurrido.

Conociendo $\vec{v}(t)=\dfrac{d\,\vec{r}(t)}{dt}$ podremos determinar la posición de una partícula para un dado tiempo t :

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\,\vec{r}(t)=\int_{t_0}^{t}\vec{v}(t)\,dt=\int_{t_0}^{t}\left[\vec{v}_0+\vec{a}(t-t_0)\right]dt$$

Recordando que estudiamos el caso $\vec{a}(t)=\vec{a}=cte$

$$\boxed{\vec{r}(t)=\vec{r}_0+\vec{v}_0(t-t_0)+\vec{a}\,\frac{(t-t_0)^2}{2}}$$

$$\boxed{\vec{r}(t)=\vec{r}_0+\vec{v}_0(t-t_0)+\vec{a}\,\frac{(t-t_0)^2}{2}}$$

Expresión vectorial!!!

$$\underbrace{\phantom{\vec{r}(t)=\vec{r}_0+\vec{v}_0(t-t_0)+\vec{a}\,\frac{(t-t_0)^2}{2}}}_{\text{3 ecuaciones escalares!!!}}$$

$$\left\{\begin{array}{l} x(t)=x_0+v_{0x}(t-t_0)+\dfrac{1}{2}a_x\,(t-t_0)^2 \\[2ex] y(t)=y_0+v_{0y}(t-t_0)+\dfrac{1}{2}a_y\,(t-t_0)^2 \\[2ex] z(t)=z_0+v_{0z}(t-t_0)+\dfrac{1}{2}a_z\,(t-t_0)^2 \end{array}\right\}$$

Las coordenadas dependen de los valores iniciales en cada eje, de la velocidad inicial en cada eje y de la aceleración en cada eje.

Ecuaciones horarias

Si estudiamos una partícula cuya aceleración es constante:

$$\vec{a}(t) = \vec{a} = cte$$

Y conocemos su posición $\vec{r}_0$ y su velocidad $\vec{v}_0$ en un instante inicial $t_0=0$, podemos determinar su posición y velocidad en cualquier instante t:

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\, t}$$

$$\boxed{\vec{r}\,(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\, t + \frac{1}{2}\vec{a}\, t^2}$$

Movimiento en 1 dimensión

Supongamos que sobre una partícula de masa m, que se mueve en una sola dimensión (arbitrariamente elegimos x), se aplica una fuerza F en dicha dirección. Sabiendo que en el instante $t_0=0$, su posición es x_0 y su velocidad v_0 podemos predecir su posición y velocidad en cualquier instante t:

$$a_x = \frac{F_x}{m}$$

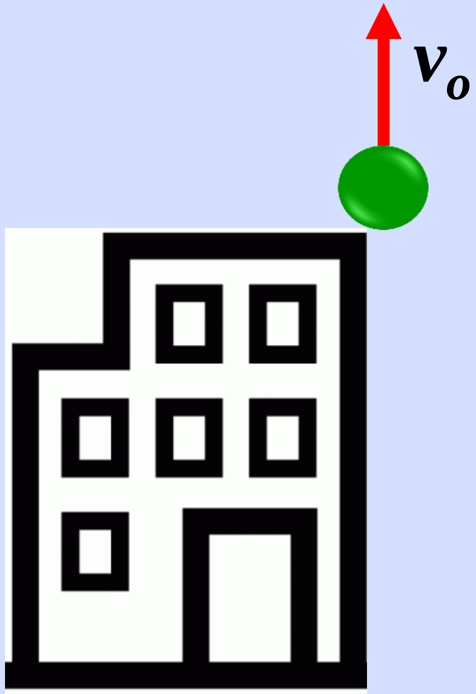
F constante → a constante

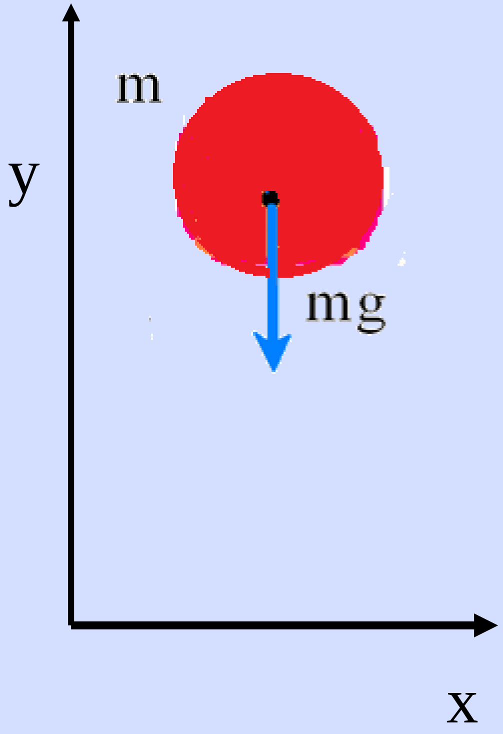
$$v_x(t) = v_{0,x} + a_x\, t$$

$$x(t) = x_0 + v_{0,x}\, t + \frac{1}{2} a_x\, t^2$$

Movimiento en 1 dimensión

Se arroja una pelota hacia arriba en dirección vertical con v_0 = 20 m/s desde un edificio de 50 m de altura. Hallar: a) tiempo para llegar a la máxima altura; b) máxima altura desde el piso; c) tiempo total de vuelo; d) velocidad al llegar al piso e) posición y velocidad un segundo después de que la pelota fue arrojada.





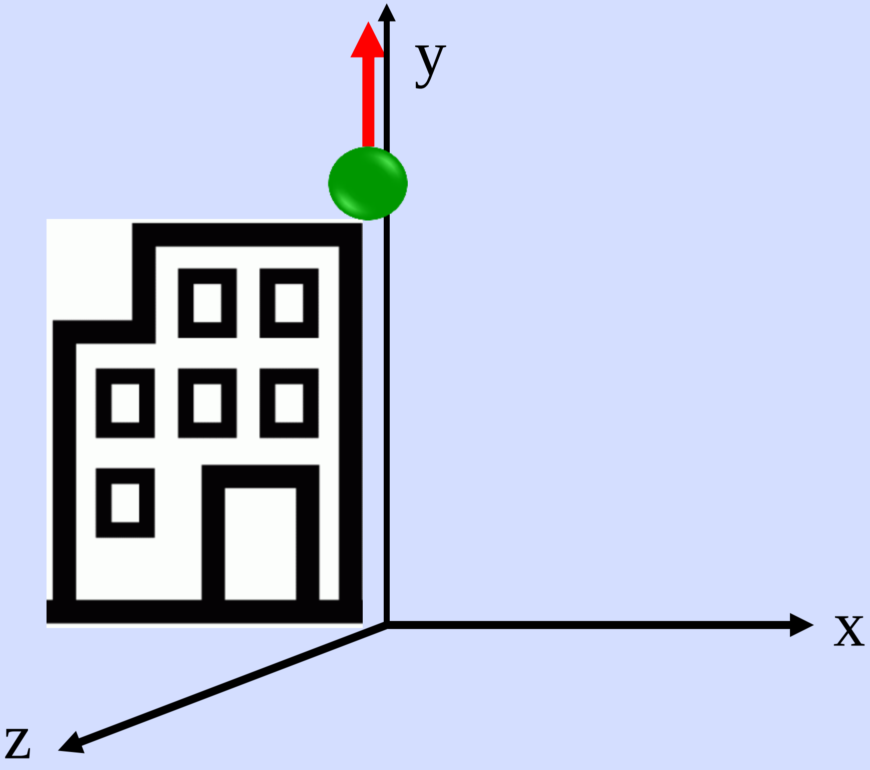
$$\sum F_y = -P = -m\,g = m\,a$$

$$-mg = m\,a$$

$$a = -g$$

Movimiento en 1 dimensión

Se arroja una pelota hacia arriba en dirección vertical con v_0 = 20 m/s desde un edificio de 50 m de altura. Hallar: a) tiempo para llegar a la máxima altura; b) máxima altura desde el piso; c) tiempo total de vuelo; d) velocidad al llegar al piso e) posición y velocidad un segundo después de que la pelota fue arrojada.

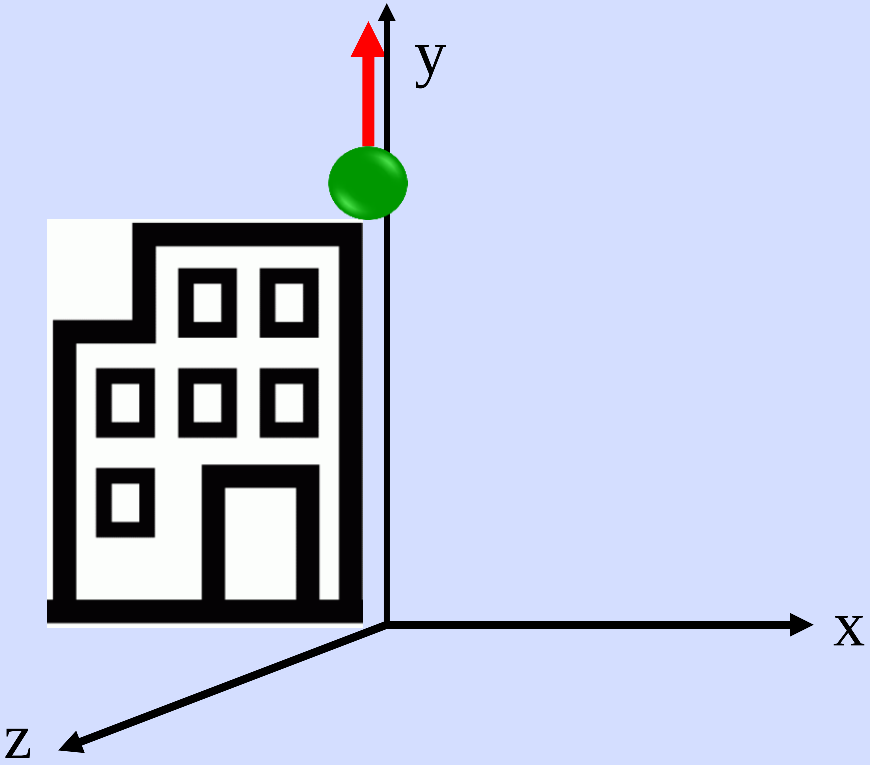


$$\begin{cases} a_y = -9{,}8\,\dfrac{m}{s^2} \\ v_{0,y} = 20 m/s \\ y_0 = 50m \end{cases}$$

Tomamos $to = 0$

Movimiento en 1 dimensión

Se arroja una pelota hacia arriba en dirección vertical con v_0 = 20 m/s desde un edificio de 50 m de altura. Hallar: a) tiempo para llegar a la máxima altura; b) máxima altura desde el piso; c) tiempo total de vuelo; d) velocidad al llegar al piso e) posición y velocidad un segundo después de que la pelota fue arrojada.



$$\begin{cases} a_y = -9{,}8\,\dfrac{m}{s^2} \\ v_y(t) = v_{0,y} + a_y\, t \\ y(t) = y_0 + v_{0y}\, t + \dfrac{1}{2} a_y\, t^2 \end{cases}$$

$$a_y = -9{,}8\frac{m}{s^2}$$

$$v_y(t) = 20m/s - 9{,}8m/s^2.t$$

$$y(t) = 50m + 20m/s.t - \frac{1}{2}9{,}8\ t^2$$

Si llega hasta arriba y se detiene ➔ $v_{hmax} = 0$ ➔ t_{hmax}

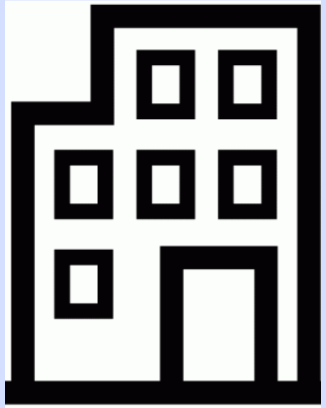
$$0 = 20m/s - 9{,}8m/s^2.t_{h\,\mathrm{max}}$$ ➔ $t_{hmax} = 2$ s

Si llega hasta arriba y se detiene ➔ $y(t_{hmax}) = h_{max}$

$$h_{\mathrm{max}} = 50m + 20m/s.2s - \frac{1}{2}9{,}8\ 2^2 s^2$$ ➔ $h_{max} =$ 70,4 m

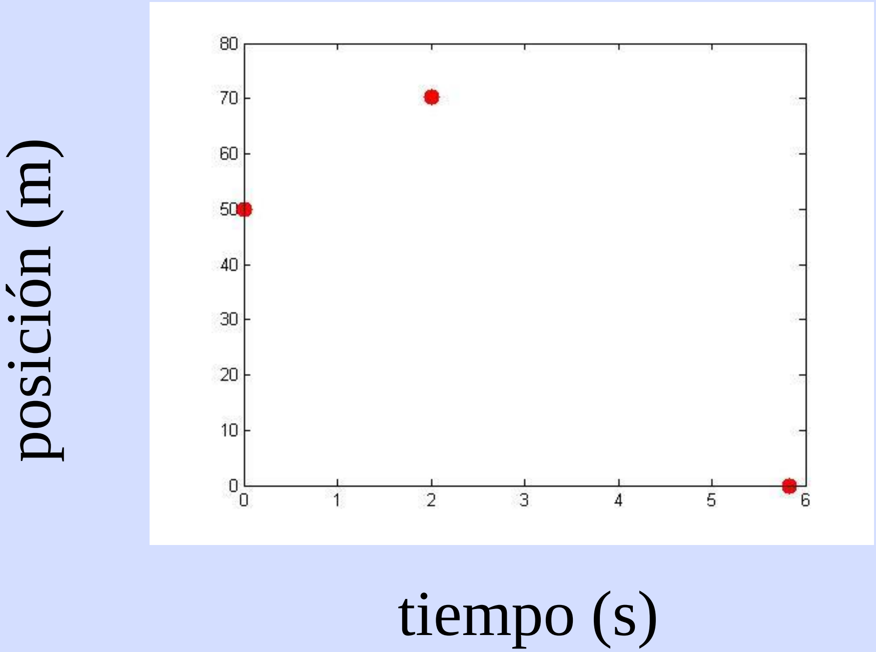
Movimiento en 1 dimensión

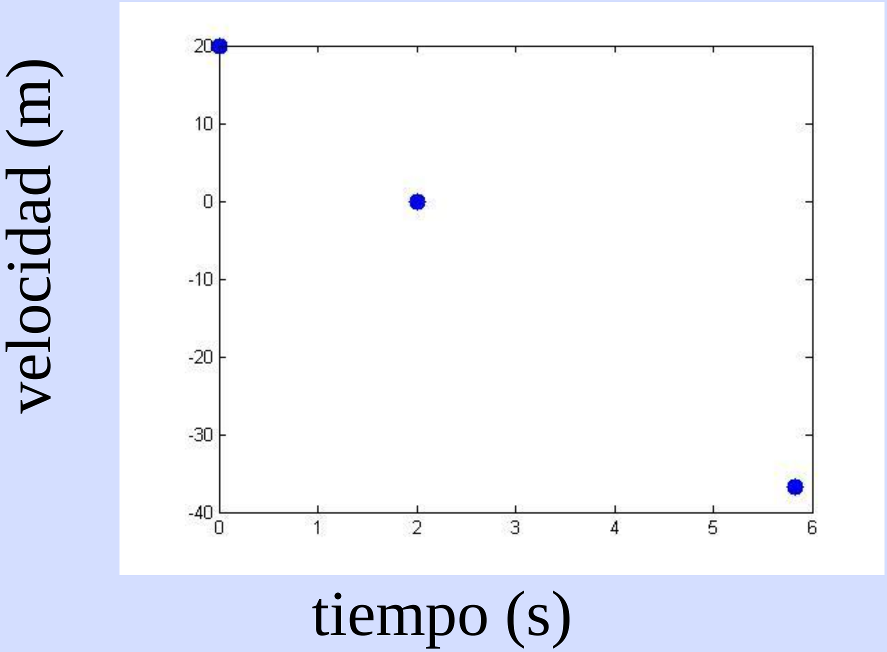
Tiempo	Posición	Velocidad	
0s	50m	20m/s	punto inicial
2s	70.4m	0m/s	máxima altura
5.8s	0m	-36.8m/s	instante previo a llegar al suelo



Movimiento en 1 dimensión

Tiempo	Posición	Velocidad	
0s	50m	20m/s	punto inicial
2s	70.4m	0m/s	máxima altura
5.8s	0m	-36.8m/s	instante previo a llegar al suelo

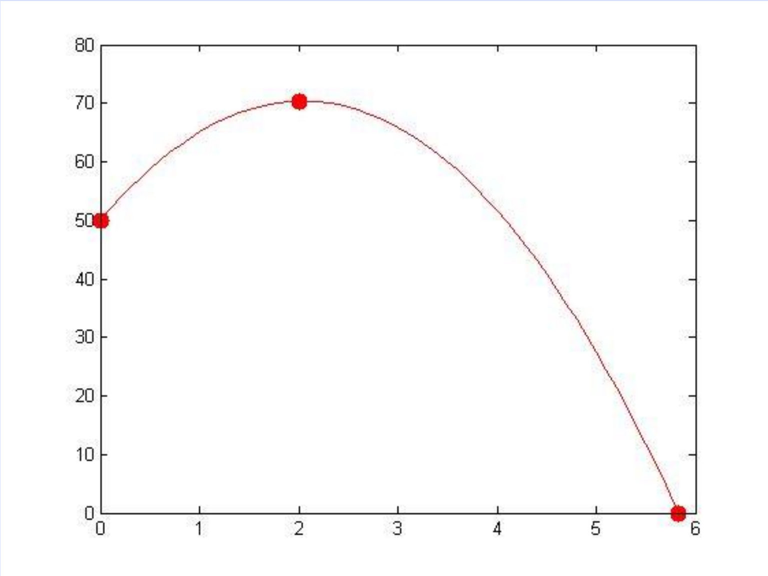




Movimiento en 1 dimensión

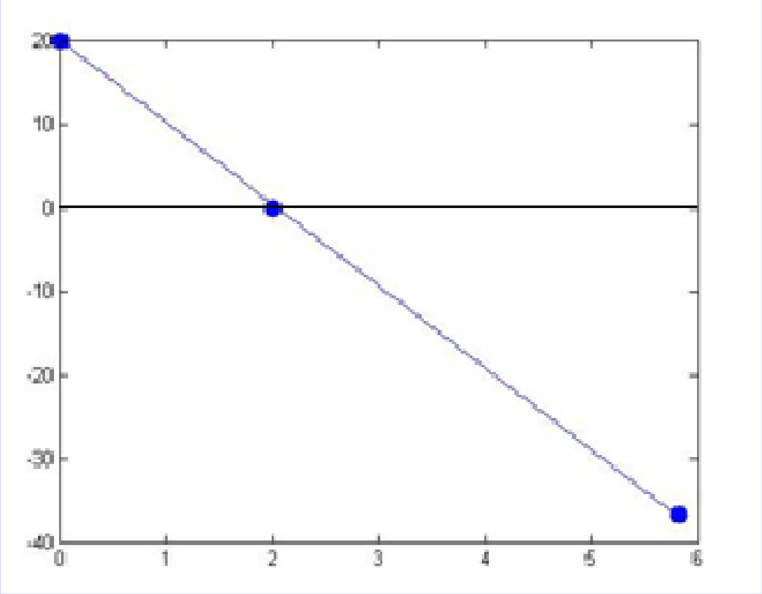
$$\begin{cases} a_y = -9{,}8\dfrac{m}{s^2} \\ v_y(t) = v_{0,y} + a_y\, t = 20\dfrac{m}{s} - 9.8\dfrac{m}{s^2}\, t \\ y(t) = y_0 + v_{0y}\, t + \dfrac{1}{2} a_y\, t^2 = 50m + 20\dfrac{m}{s}\, t - \dfrac{1}{2} 9.8\dfrac{m}{s^2}\, t^2 \end{cases}$$

posición (m)



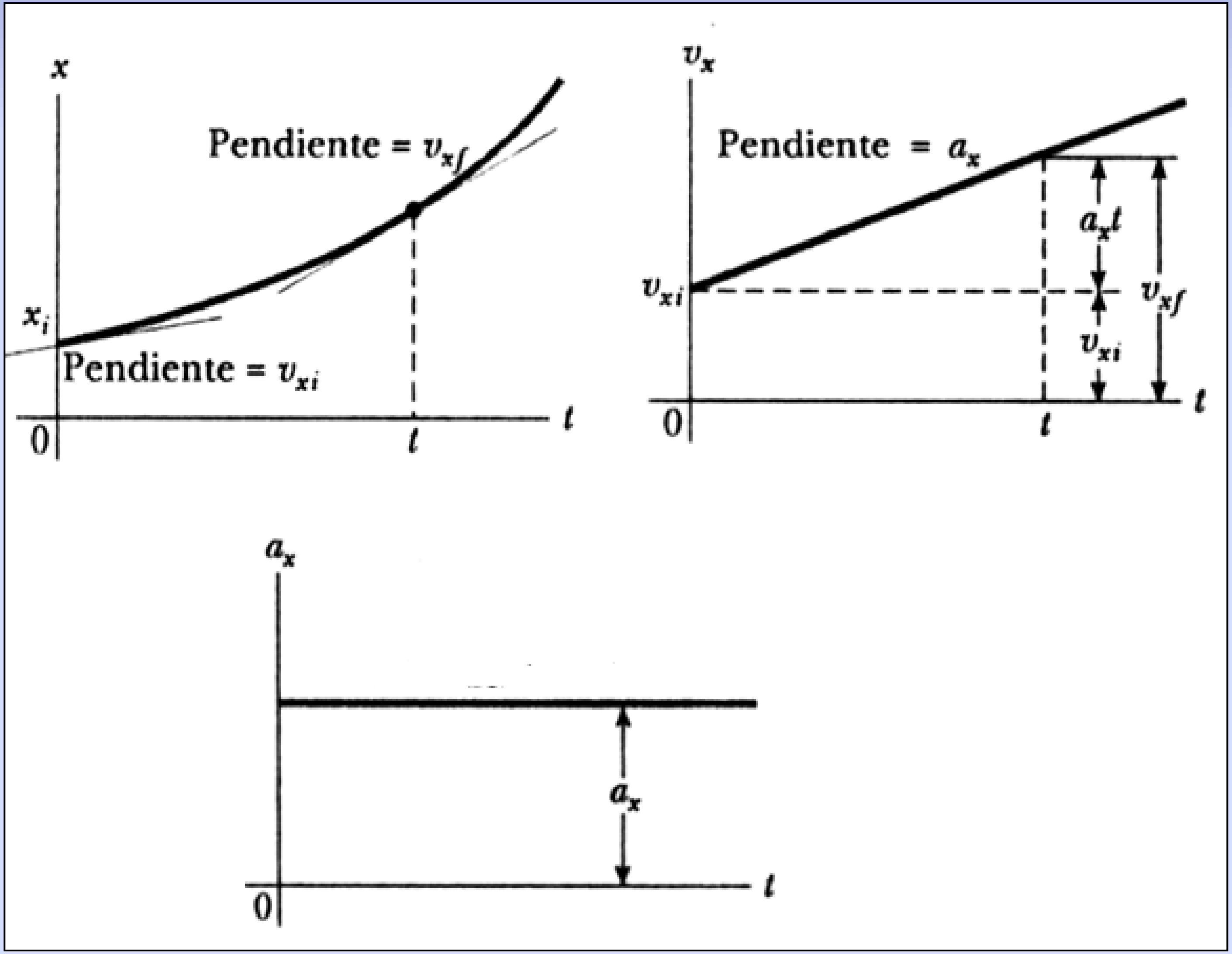
tiempo (s)

velocidad (m)

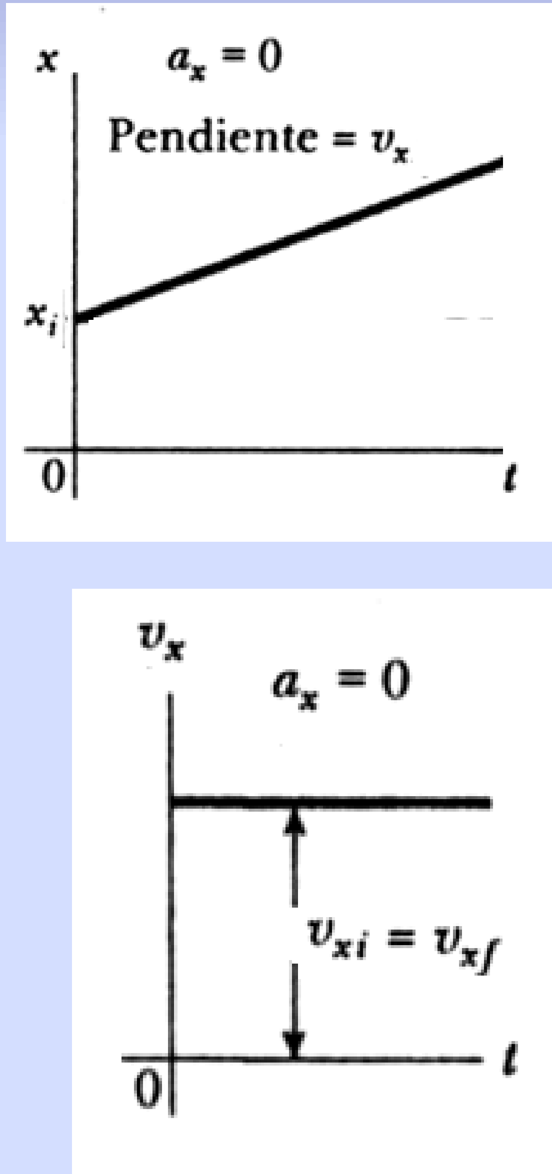


tiempo (s)

Caso general, una dimensión, a>0)

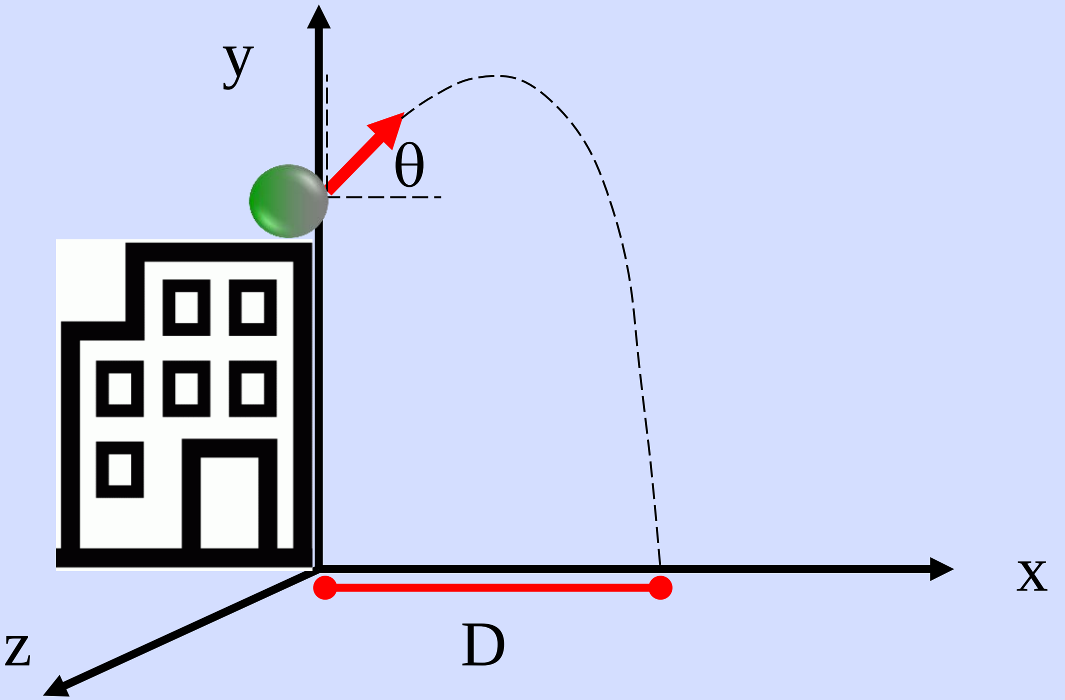


Si a=0



Movimiento en 2 dimensiones

Se arroja una pelota en la dirección indicada (θ = 30º), con v_0 = 20 m/s desde un edificio de 50 m de altura. Hallar: a) tiempo para llegar a la máxima altura; b) máxima altura desde el piso; c) velocidad en el punto de máxima altura; d) tiempo total de vuelo; e) coordenada D al llegar al piso; f) velocidad al impactar contra él.



$$z(t)=0$$

Aplicamos el Principio de independencia de los movimientos de Galileo

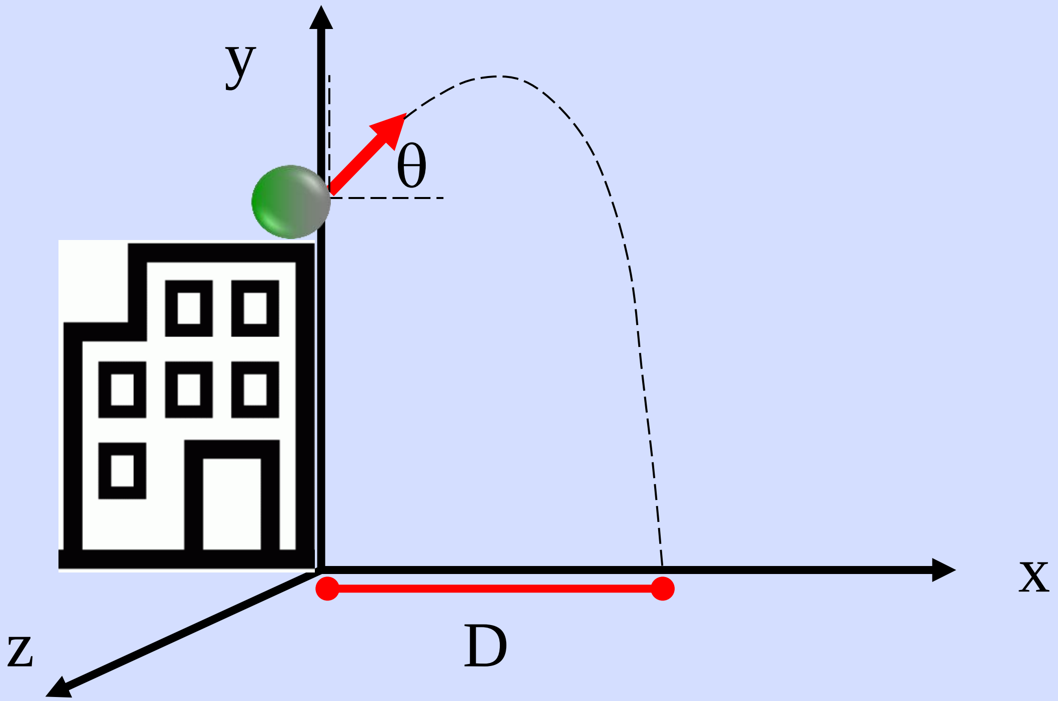
Cuando se tiene un Movimiento Compuesto, es decir, aquel donde se superponen dos movimientos simples, CADA UNO DE ELLOS SE REALIZA COMO SI EL OTRO NO EXISTIESE.

Entonces, en un **tiro oblicuo o un tiro horizontal**, se puede separar y analizar en forma independiente las fuerzas, aceleraciones y dependencia temporal de la posición y la velocidad , en x e y.

El análisis se realiza en una situación ideal, no se tiene en cuenta la resistencia con el aire: asi, mientras el objeto se encuentra en movimiento, se superpone el movimiento en dirección vertical con aceleración constante (**g**) debida al campo gravitacional, con el movimiento en dirección horizontal el cual sería con velocidad constante.

Movimiento en 2 dimensiones

Condiciones iniciales a t=0



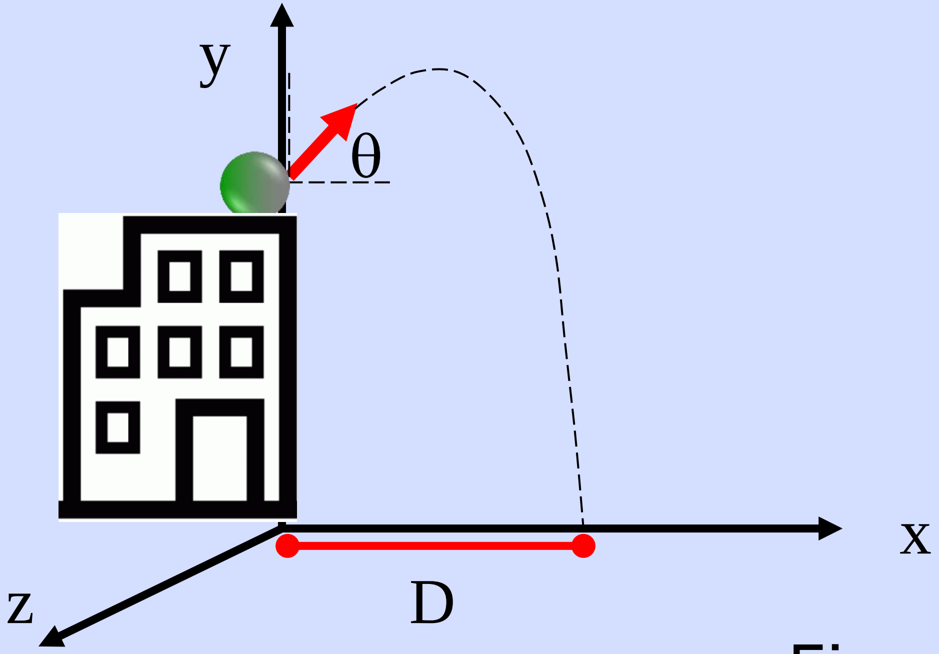
Eje x:

$$\begin{cases} v_x(t=0) = v_{0x} = v_0 \cos\theta \\ x(t=0) = x_0 = 0m \end{cases}$$

Eje y:

$$\begin{cases} v_y(t=0) = v_{0,y} = v_0\, sen\theta \\ y(t=0) = y_0 = 50m \end{cases}$$

Movimiento en 2 dimensiones



Ecuaciones

Eje x:

$$a_x = 0$$ Constante en todo t

$$v_x(t) = v_{0x} = v_0 \cos\theta$$

$$x(t) = v_{0x}\, t = v_0 \cos\theta\, t$$

Eje y:

$$a_y = -g = -9{,}8 \frac{m}{s^2}$$

$$v_y(t) = v_{0,y} + a_y\, t = v_0\, sen\theta - g\, t$$

$$y(t) = y_0 + v_0\, sen\theta\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

a) tiempo para llegar a la máxima altura

En $y = h_{max}$, $v_y = 0$, se detiene

$$v_y(t) = v_{0,y} + a_y\, t = v_0\, sen\theta - g\, t = 0$$

$\theta = 30^o$, $v_0 = 20\ m/s$

$$\boxed{t = \frac{v_0\, sen\theta}{g}}$$

$\boxed{t_{hmax} = 1{,}01\ s}$

b) máxima altura desde el piso: uso el tiempo calculado en la expresión de y(t)

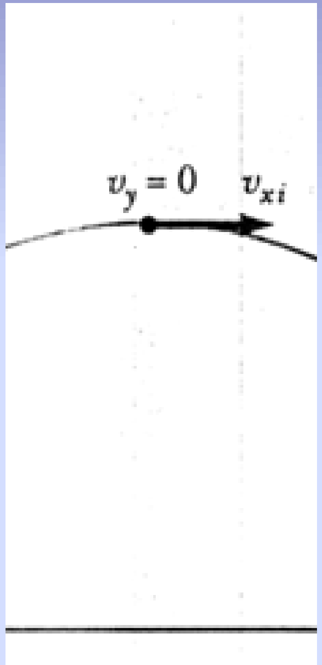
$$y(t) = y_0 + v_0\, sen\theta\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$$

$\boxed{h_{max} = 54m}$

$y_0 = 50m$ $\theta = 30^o$, $v_0 = 20\ m/s$

c) velocidad en el punto de máxima altura

$$\left.\begin{array}{l} v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta \\ v_y = 0 \end{array}\right\} v = v_x = v_{xo} = 17{,}3\ m/s$$



d) tiempo total de vuelo;

al llegar al suelo, y=0 → Despejamos el tiempo de la expresión de y

$$y(t) = y_0 + v_0\, sen\theta\, t - \frac{1}{2} g\, t^2 = 0$$

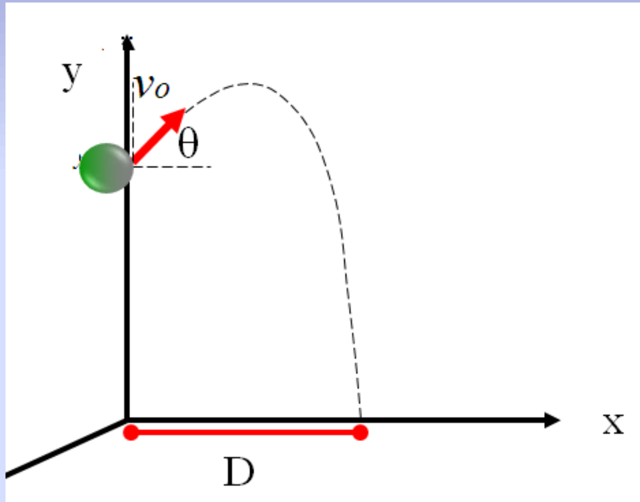
Ec 2do grado, aplicamos Bhaskara

$0 = 50m + 10m/s \,.\, t - 4{,}9\ m/s^2$

$\boxed{t1 = \quad 4.4\ s}$

t2= -2.3 s <0 descartado

e) coordenada D al llegar al piso



Cuando t es el tiempo total de vuelo, x = D

Si t= 4,4s   x=D $x(t) = v_{0x}\, t = v_0 \cos\theta\, t$

$D = 20\ m/s\ .\ \cos 30°\ .\ 4{,}4\ s\ =\ \boxed{76{,}2\ m}$

f) velocidad al impactar contra él.

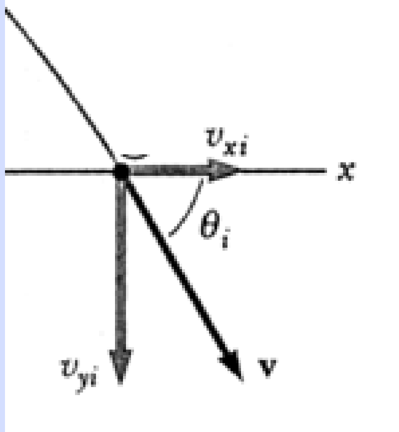
$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta$$

$$v_y(t) = v_{0,y} + a_y\, t = v_0\, sen\theta - g\, t$$

$$\boxed{v_x = v_{xo} = 17{,}3\ m/s}$$

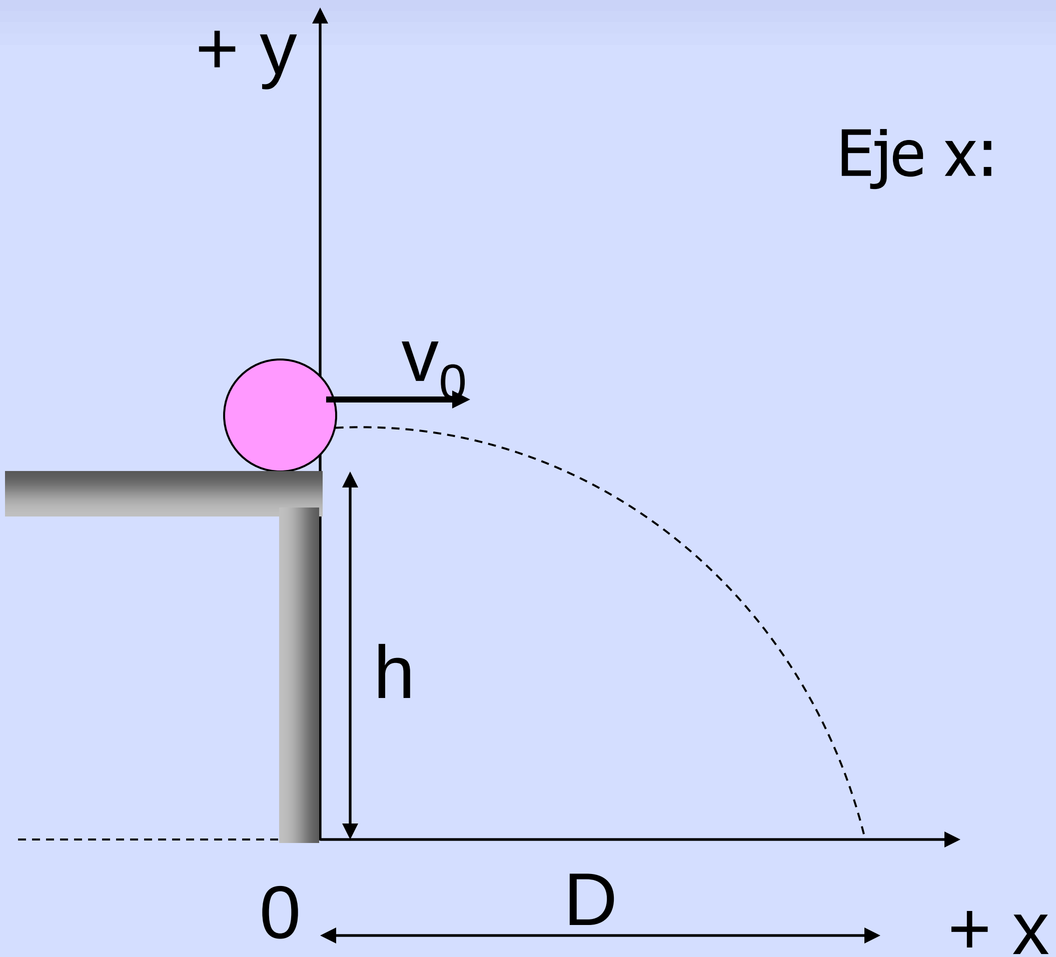
$$\boxed{v_y = -33{,}1\ m/s < 0}$$

$v = \langle v_x, v_y \rangle$ $\boxed{|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}}$ $\boxed{tg\ \alpha = v_{y/}v_x}$



Otro ejemplo: ¿Qué distancia, D, alcanzará la pelota lanzada horizontalmente desde una mesa de altura h?

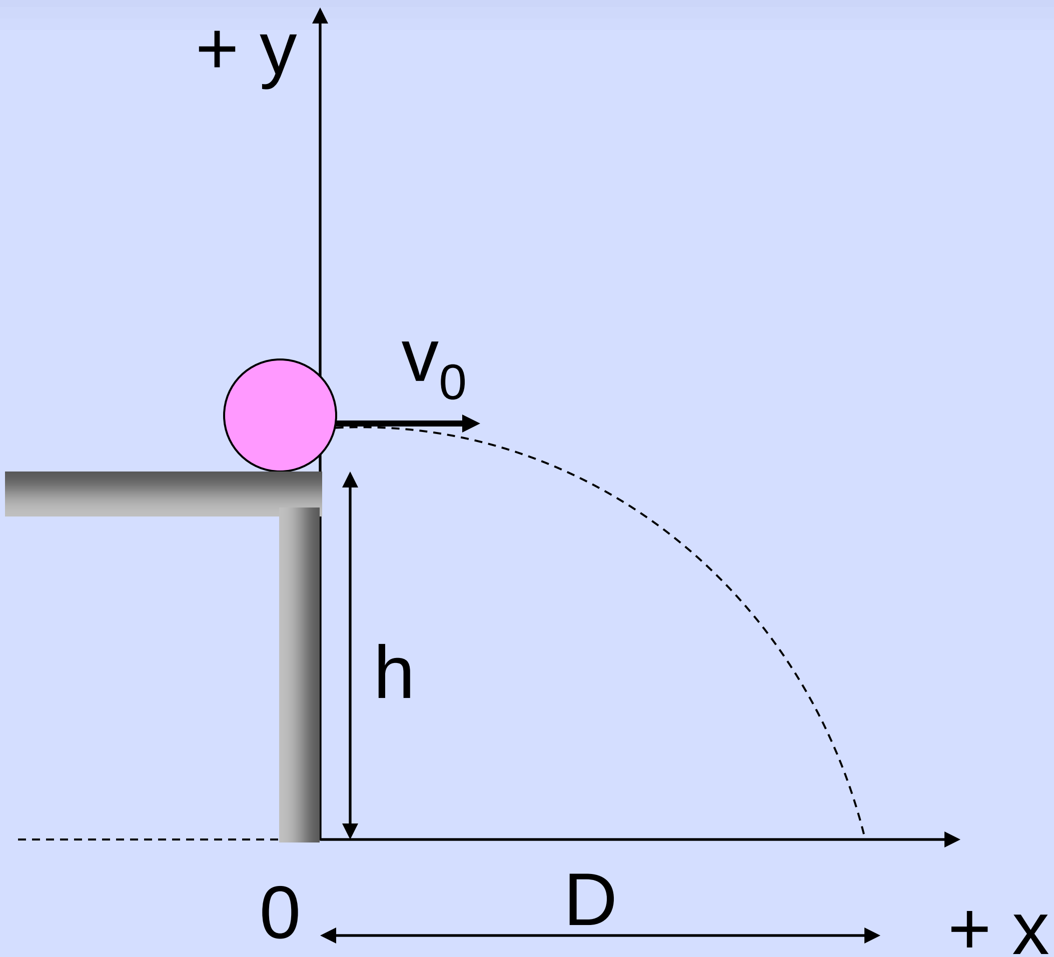
Condiciones iniciales a t=0



Eje x:
$$\begin{cases} a_x = 0 \\ v_{0x} = v_0 \\ x(t=0) = x_0 = 0m \end{cases}$$

Eje y:
$$\begin{cases} a_y = -9{,}8\dfrac{m}{s^2} \\ v_{0y} = 0 \\ y_0 = h \end{cases}$$

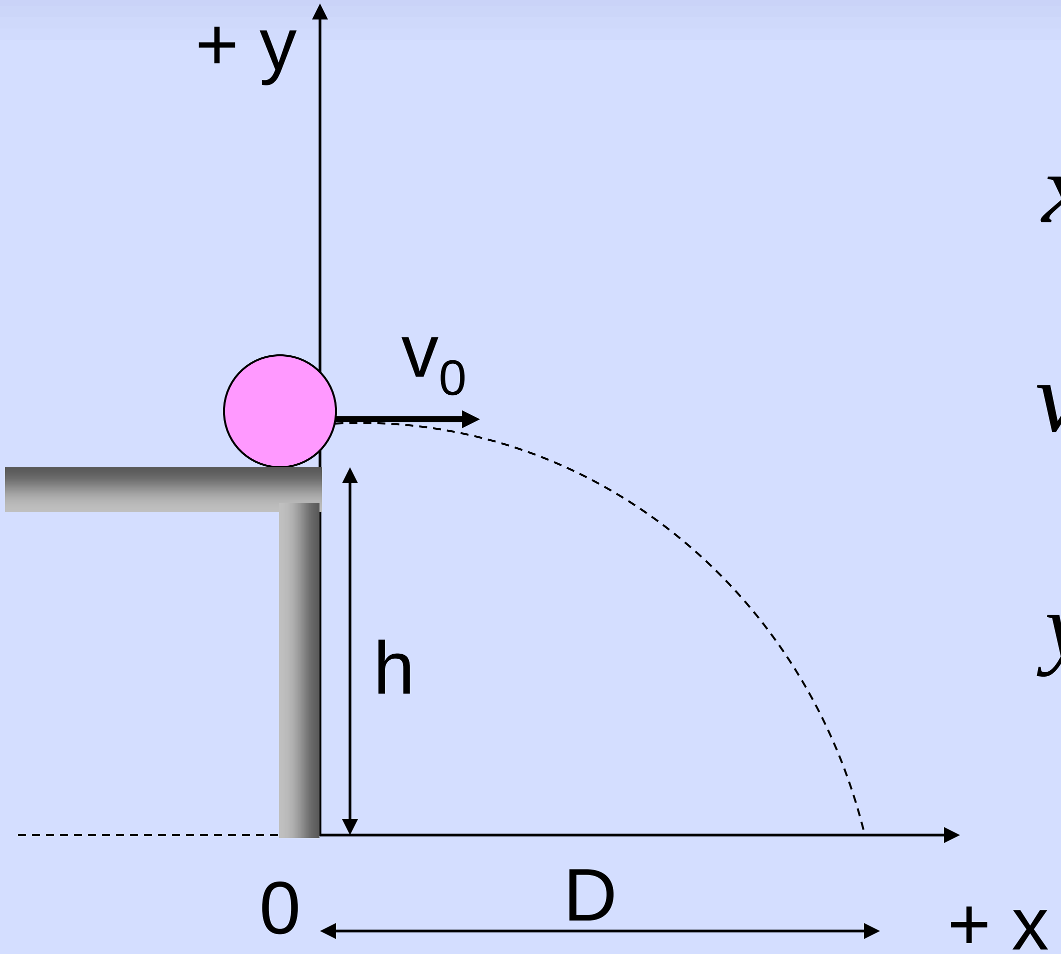
Las ecuaciones horarias quedan



$$\begin{cases} a_x = 0 \\ v(t) = v_{0x} = v_0 \\ \boxed{x(t) = v_{0x}\, t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_y = -9{,}8 \dfrac{m}{s^2} \\ \boxed{\begin{array}{l} y(t) = h - \dfrac{1}{2} g\, t^2 \\ v_y(t) = -g\, t \end{array}} \end{cases}$$

Otro ejemplo:



Si t_v es el tiempo total de vuelo:

$$y\,(t_v)=0$$

$$x(t_v) = D = v_0\ t_v$$

$$v_y(\,t_v\,) = -g\ t_v$$

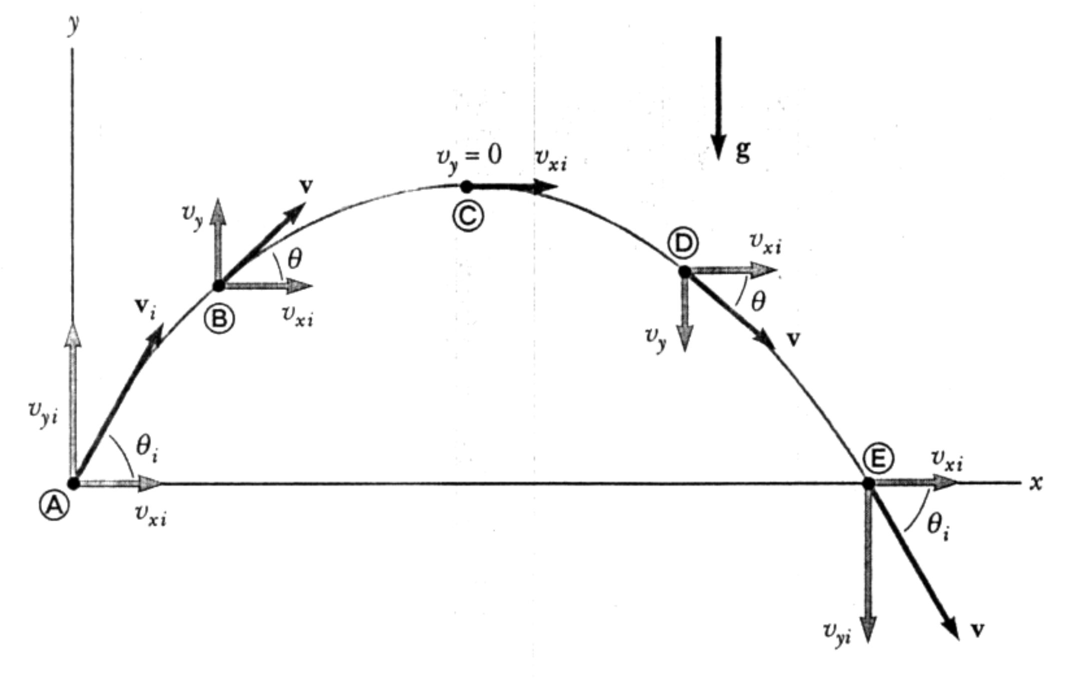
$$y(t_v) = 0 = h - \frac{1}{2} g\ t_v{}^2$$

$$t_v = \sqrt{\frac{2\,h}{g}}$$

$$D = v_0 \sqrt{\frac{2\,h}{g}}$$

Tiempo de caída si v_{yo}=0, oblicuo o vertical

Movimiento en 2 dimensiones: La trayectoria es una parábola



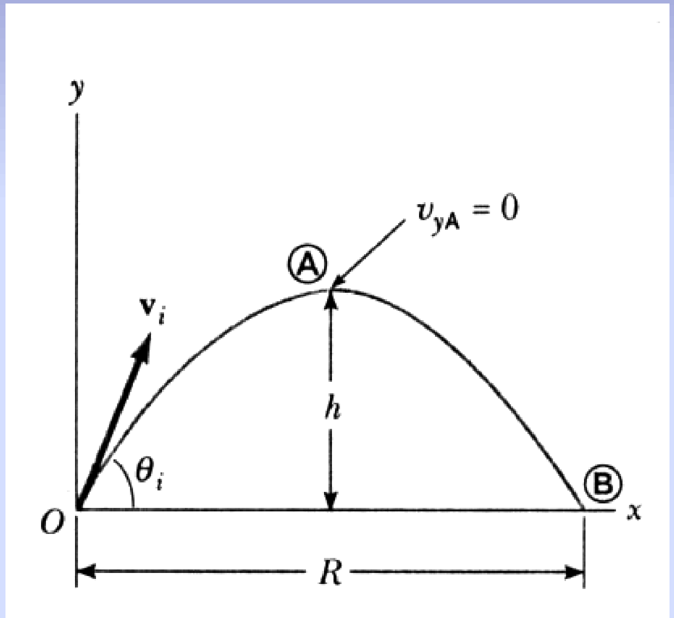


Grafico de la trayectoria: y vs x

Si la trayectoria es simétrica

Con (xo,yo) = (0,0)

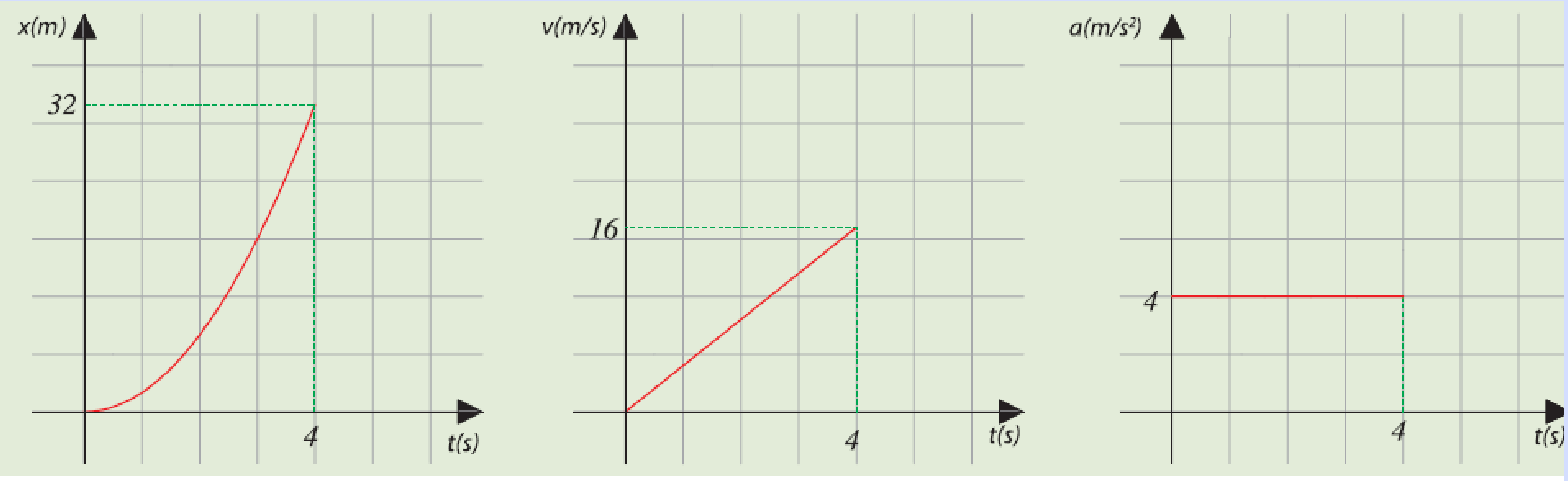
$$h = \frac{v_i^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i}{2g}$$

Altura máxima

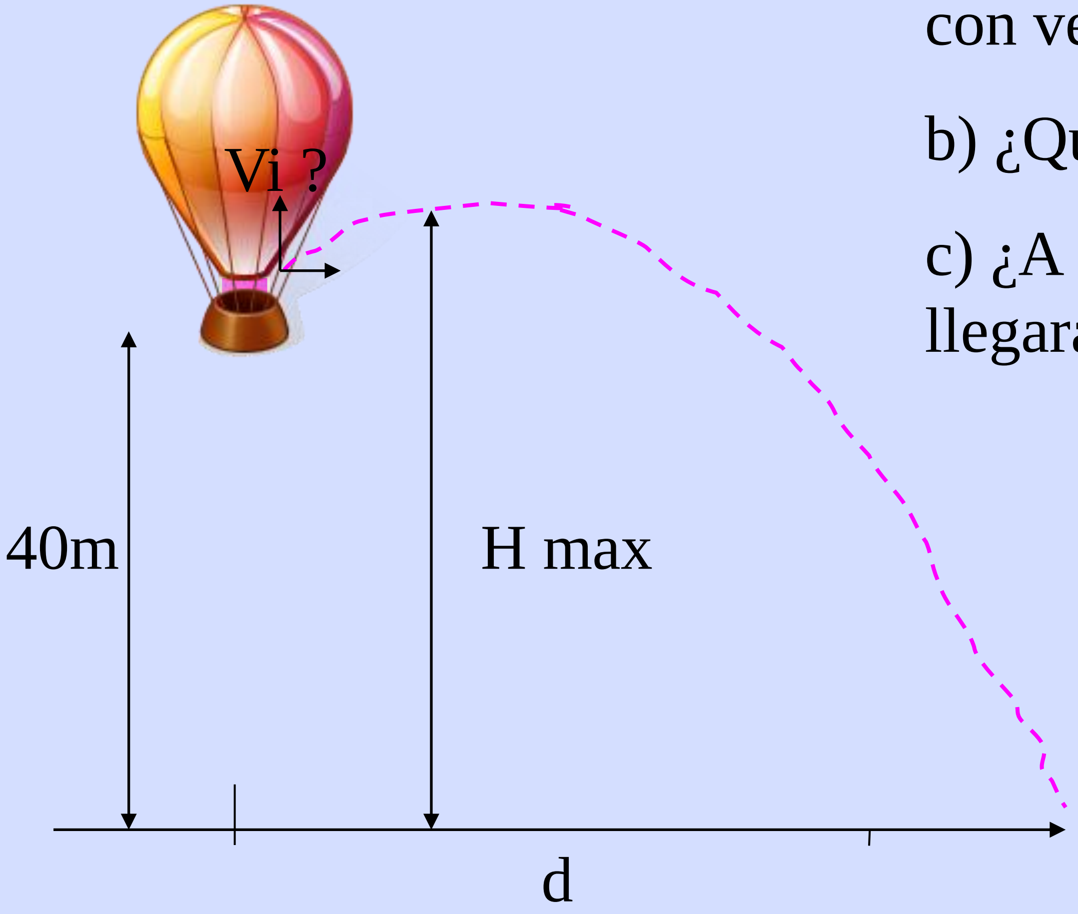
$$R = \frac{v_i^2 \operatorname{sen} 2\theta_i}{g}$$

Alcance máximo

Un auto que se encuentra inicialmente en reposo recorre una distancia de 32 m en línea recta con una aceleración constante de 4 m/s2.
¿Cuanto tiempo tarda?
Si graficamos la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo en dicho intervalo



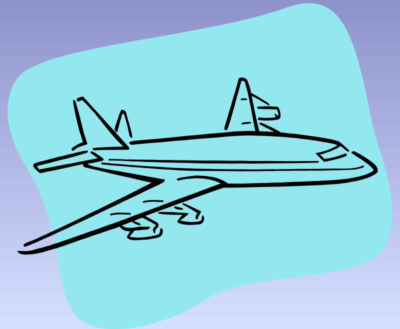
Para entregar



Desde un globo que sube *verticalmente* a velocidad constante con módulo 10m/s, cuando el canasto del globo está a 40 m del suelo, se arroja *horizontalmente* una pesa con velocidad 5 m/s. a) ¿Qué trayectoria realizará la pesa?.

b) ¿Qué altura máxima alcanzará la pesa?

c) ¿A qué distancia horizontal de la posición inicial, d, llegará la pesa al suelo?



Para entregar: Un avión debe arrojar un salvavidas a un barco.

Si el barco y el avión se mueven con una rapidez de 100km/h, el avión vuela a 70 m de altura y se deja caer el salvavidas .

¿Llegará al barco?

¿Cuánto tardará el salvavidas en llegar al barco?

¿Cuánto avanzó el barco en ese tiempo? ¿y el avión?