Física I, Grupo E -

Introducción a las Prácticas de Laboratorio de Física I: Mediciones, incertidumbres e instrumentos

Prof. Susana Conconi

Introducción a las Prácticas de Laboratorio de Física I: Mediciones, incertidumbres e instrumentos

a) **Sistema bajo estudio:** la fracción del universo que vamos a estudiar, aislando u “olvidando” intencionalmente todo lo que sea ajeno a ésta

b) **Modelo teórico del sistema:** se supone que el sistema tiene determinado comportamiento, responde a ciertas leyes físicas y ecuaciones asociadas de manera tal que es posible predecir su comportamiento (al menos en parte).

c) **Variables relevantes del sistema:** qué vamos a medir, basándonos en el modelo elegido y qué nos interesa caracterizar del sistema bajo estudio.

d) Instrumental: Selección de los instrumentos que se utilizarán para medir la/s variable/s de interés. Es importante que el instrumento que vayamos a utilizar sea el adecuado a la magnitud que esperamos; por eso debemos definir:

Rango: valor máximo y mínimo de la escala en la que está graduado.

Resolución: mínima división que posee el instrumento.

Estos datos no siempre vienen indicados en los instrumentos, siendo necesario a veces que el operador, los asigne con algún criterio. Para un dado instrumento, siempre existe una variación mínima de la magnitud que puede detectar. Por ejemplo, con una regla graduada en milímetros, no podemos detectar variaciones menores que una fracción del milímetro.
Un tornillo micrométrico (con resolución de 0,01 mm) resuelve más que una regla graduada en milímetros.

e) Método o procedimiento: se refiere a cómo vamos a medir la magnitud o variable de interés. Es importante dejar **constancia de los pasos seguidos** para realizar las medidas, fundamentándonos en que:

1) Los resultados deben **poder reproducirse** por otros considerando las mismas condiciones, cosa imposible si no se registran.

2) La incertidumbre de la medida no sólo depende del instrumental sino también del método o procedimiento empleado

f) Resultados: se refiere a cómo organizar los datos que hallamos midiendo y de qué manera expresar correctamente ese resultado. Debemos elegir un sistema de unidades adecuado a la magnitud a medir.

Todo resultado de medida irá acompañado de su correspondiente *incertidumbre*. Esto vale también para todo resultado obtenido como predicción del modelo. Se deben representar las ***gráficas*** que expresen la relación funcional entre variables, indicando las ***unidades y la incertidumbre*** en los puntos medidos. Los valores indicados en tablas también deben presentar las incertidumbres y si corresponden a múltiples determinaciones de una variable deberá indicarse su ***valor promedio*** y su ***desviación estándar*** (que serán oportunamente definidas).

g) Conclusiones: Una comparación entre el modelo teórico adoptado en (b) y el resultado de las mediciones (f); comentarios y aclaraciones: ¿funcionó el modelo? ¿Se debe mejorar el método de medida? Etc.

Magnitudes medidas e incertidumbre en las mediciones

El concepto de magnitud está asociado al proceso de medición. Para definir el proceso es necesario especificar cómo debe realizarse la interacción entre

a) Un sistema objeto de la medida.
b) Un instrumento de medida.
c) Un sistema de comparación con la unidad o patrón.

Ejemplos de magnitudes son la longitud, la masa, la potencia, la velocidad, etc.

Cuando intentamos medir una magnitud normalmente estamos haciendo una suposición: *existe un valor definido a medir*.

Sin embargo, **no siempre existe un valor bien definido de la magnitud, o aún cuando exista no tenemos posibilidad de determinarlo.**

La existencia de un valor bien definido es entonces una ***idealización*** muy útil de la realidad. De esto se concluye que cada vez que tengamos que escribir el resultado de una medición, este resultado deberá expresar en qué grado suponemos que nos acercamos a un valor ideal, es decir, con qué **grado de incertidumbre** conocemos ese valor.

La disciplina que trata con las forma de expresar las medidas se denomina ***metrología***

Si bien coloquialmente, “error” es análogo o equivalente a “equivocación”, en metrología clásica, el concepto de error tenía un significado diferente y se refiere a la imposibilidad de acceder al valor verdadero en la medición, es decir siempre habrá una diferencia entre el valor verdadero y el medido.

Esta diferencia es también incierta dado que se desconoce el valor verdadero.

En metrología moderna se prefiere el término «incertidumbre» a «error» ya que más que una equivocación expresa una imposibilidad.

Esta incertidumbre afecta a todo resultado de una medición

Expresión del resultado de mediciones

Los instrumentos y el proceso de medición tienen asociadas incertidumbres, por lo tanto, los condiciona de antemano el número de cifras significativas con que debe darse un resultado.

En conclusión podemos decir que la incertidumbre estará asociada a varios factores, y la medida no es un número determinado.

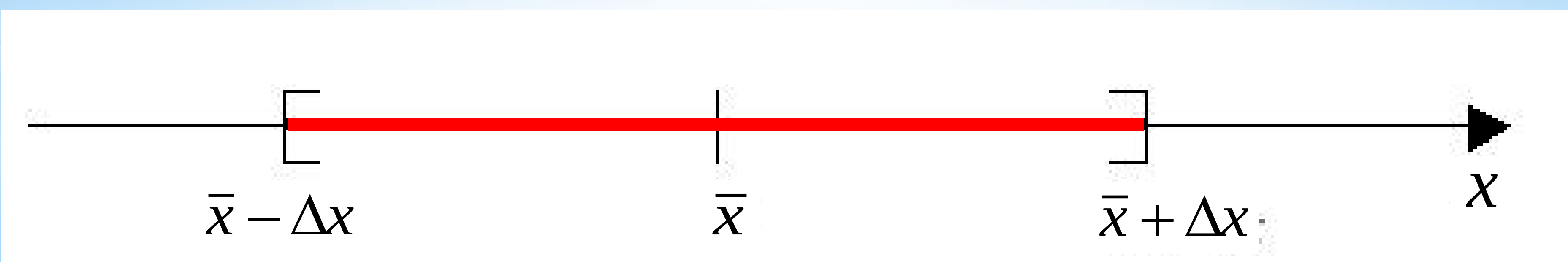
El resultado de una medición es un número real y un intervalo de incertidumbre. Es incorrecto expresar una medida sin asociarla a su correspondiente incertidumbre.

Medir es conocer las cotas de estas incertidumbres

Gráficamente, buscamos establecer un intervalo

$$x - \Delta x \leq x \leq x + \Delta x$$

donde con cierta probabilidad, podamos decir que se encuentra el ***valor más probable*** de la magnitud *x*. Este valor ***x*** es el más representativo de nuestra medición y al semiancho Δ***x*** lo denominamos la ***incertidumbre*** absoluta de la medición.



La expresión de una medida, finalmente es

$$\boxed{x = \bar{x} \pm \Delta x}$$

VALOR MEDIDO = VALOR MEDIO ± INCERTIDUMBRE

Cálculo del valor medio o Promedio

Supongamos que queremos medir la magnitud **X**. La medimos **n** veces, obteniendo los valores $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$. El valor medio o promedio aritmético de la serie de observaciones realizadas se calcula como:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Cálculo de la incertidumbre según el número de medidas

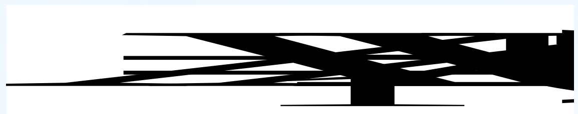
1. Caso con n = 1 (única medida)

Ocurre cuando:

1) El instrumento del que disponemos no nos permite registrar la fluctuación de esas medidas por lo que es inútil realizar varias
2) Imposibilidad de realizar muchas medidas

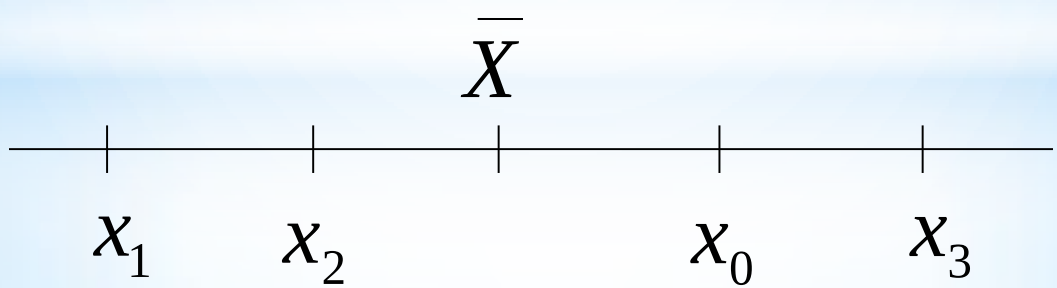
Tomamos como valor medido al de la única medida que pudimos hacer y la incertidumbre viene dada por la ***resolución*** (R) del instrumento. La ***resolución*** es la ***mínima diferencia*** entre dos graduaciones consecutivas del instrumento. Si el observador puede fraccionar en intervalos menores esta división, a esto se lo llama ***apreciación***. Así en el caso de una cinta métrica la menor división es el mm, pero algunos observadores tal vez apreciarán 0.5 mm.

En algunas oportunidades la ***resolución*** es una información que da el fabricante del instrumento de medida y su valor depende de la calidad del mismo:



2. Caso con n menor que 10 medidas

Para determinar la magnitud X como resultado de los sucesivos valores obtenidos de las observaciones, x_1, x_2,…., x_n, se puede obtener el valor medio utilizando (2) . Algunas de las medidas x_i serán mayores que $\overline{X}$ y otras menores:



Como ***primera aproximación a la incertidumbre***, podemos tomar:

$$\Delta X = \left| \overline{X} - Xm \right| \quad (4)$$

donde x_m es el ***valor que más se aleja*** del valor medio. Esta estimación es, desde el punto de vista estadístico, poco probable. Una estimación menos pesimista podría expresarse con:

$$\Delta X = \frac{x_{máx} - x_{mín}}{2}$$

3. Caso con n mayor que 10 medidas.

En este caso debemos trabajar con las diferencias entre ***cada valor* y el *valor medio***. Dado que dichas diferencias resultan positivas y negativas, es conveniente eliminar los signos elevándolas al cuadrado: $\left(\overline{X} - x_1\right)^2, \left(\overline{X} - x_2\right)^2 \ldots\ldots \left(\overline{X} - x_n\right)^2$

y todas la diferencias cuadráticas las vamos a promediar definiendo la **desviación media cuadrática** (recordar que **vale para n >10**) σ^2 como:

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{X} - x_i\right)^2 \quad (5)}$$

y por lo tanto:

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{X} - x_i\right)^2} \quad (6)}$$

$$\boxed{\Delta X = \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{X} - x_i\right)^2}{n-1}} \quad (7)}$$

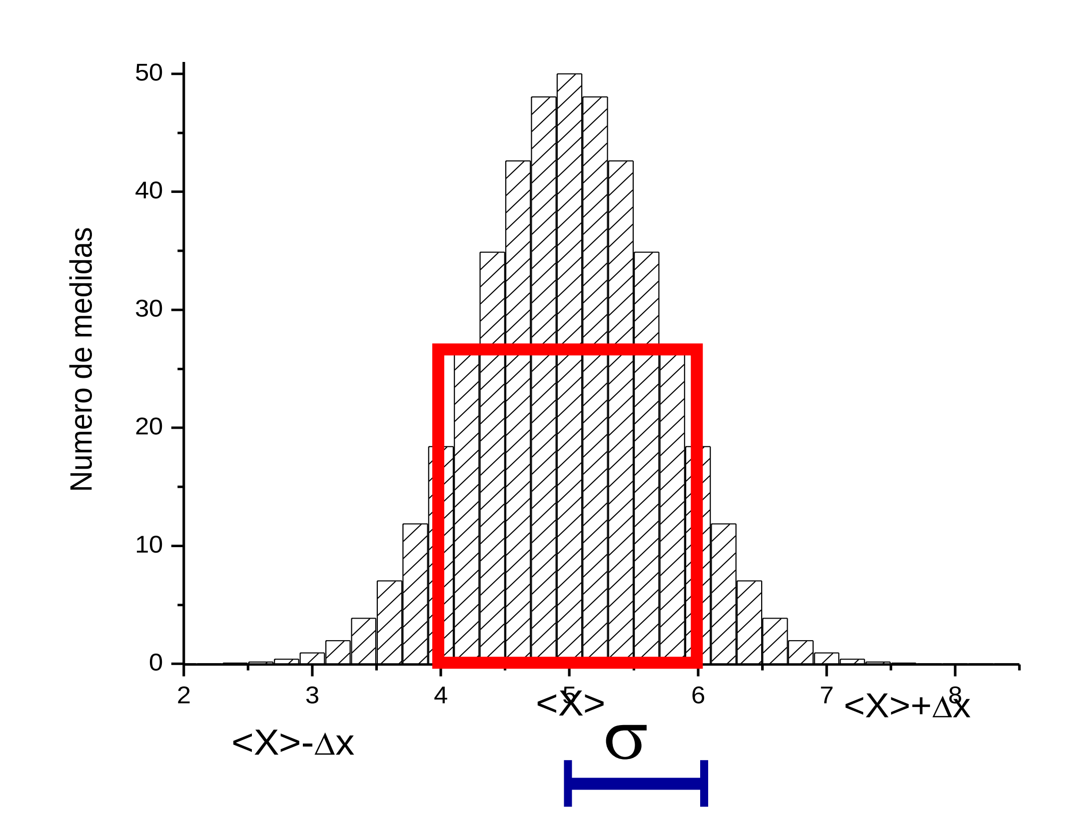
El resultado final para la medición de nuestra magnitud será

$$\boxed{X = \overline{X} \pm \Delta X, \quad (8)}$$

Para ejemplificar el uso de σ, supongamos tener un gran número de medidas (440 mediciones). Para hacer esto deberíamos dividir el intervalo de la figura en sub intervalos más pequeños o “intervalos de clase” y acumular las medidas. Cada acumulación se suele representar en forma de barra cuya altura es proporcional al número de medidas que “cayeron” en el intervalo de clase. Es decir estamos “apilando” las medidas.

El resultado que obtendríamos presenta la ***mayor acumulación*** (barra de mayor altura) cerca del valor promedio X= 5 con 50 mediciones en el intervalo 5 ± 0.1 lo que indica que es el ***más probable*** (el que más veces se obtuvo a lo largo de las mediciones, o dicho de otra manera el que más frecuencia tiene).

El valor de σ es menos pesimista que tomar los extremos como incertidumbre. Este valor hallado no es arbitrario sino que representa el 68% de la totalidad de las medidas



Histograma correspondiente a un conjunto de medidas. La base del rectángulo es 2 σ

Resumiendo:

Si n = 1	$X = X_0 \pm \Delta X$	X_o: indicación del instrumento ΔX: resolución del instrumento
Si n < 10	$X = \overline{X} \pm \Delta X$	$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ $\quad \Delta X = \frac{x_{máx} - x_{mín}}{2}$
Si n > 10	$X = \overline{X} \pm \Delta X$	$\Delta X = \sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=!}^{n} (x_i - \overline{X})^2}{n-1}}$

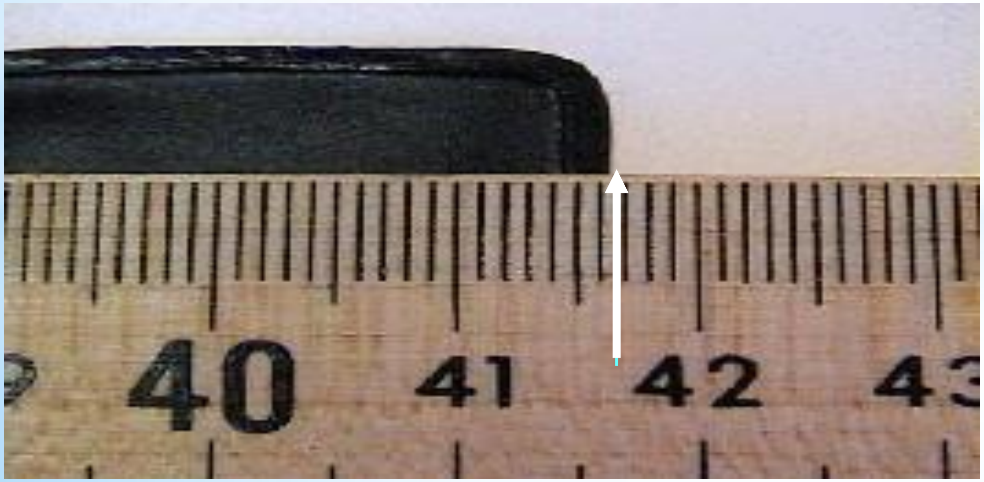
Cifras significativas

Cuando realizamos una medición con una regla graduada en milímetros, si somos cuidadosos, podremos asegurar nuestro resultado hasta la cifra de los milímetros o, en el mejor de los casos, con una fracción del milímetro, pero no más.
Nuestro resultado de la medición se podrá escribir de la siguiente manera: **L = (95.2 ± 0.5) mm, o bien**
L = (95 ± 1) mm.
En el primer caso decimos que nuestra medición tiene tres **cifras significativas** y en el segundo caso sólo dos. El número de cifras significativas es igual al número de dígitos contenidos en el resultado de la medición que están a la izquierda del primer dígito afectado por el error, incluyendo este dígito.

Instrumentos de medida

Se llama **resolución** de un instrumento de medida a la capacidad del mismo para diferenciar dos valores consecutivos de la magnitud que se mide. Esto es equivalente a la menor división de la escala. Llamaremos **apreciación** al valor de media división de la escala.

Regla o cinta métrica

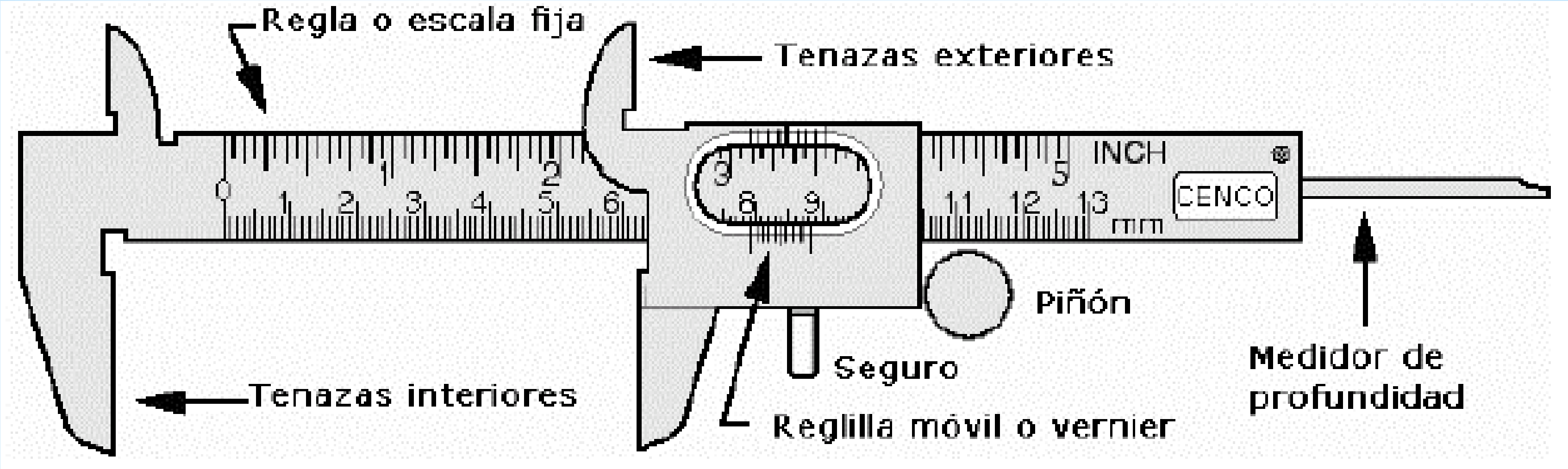


Resolución 1 mm

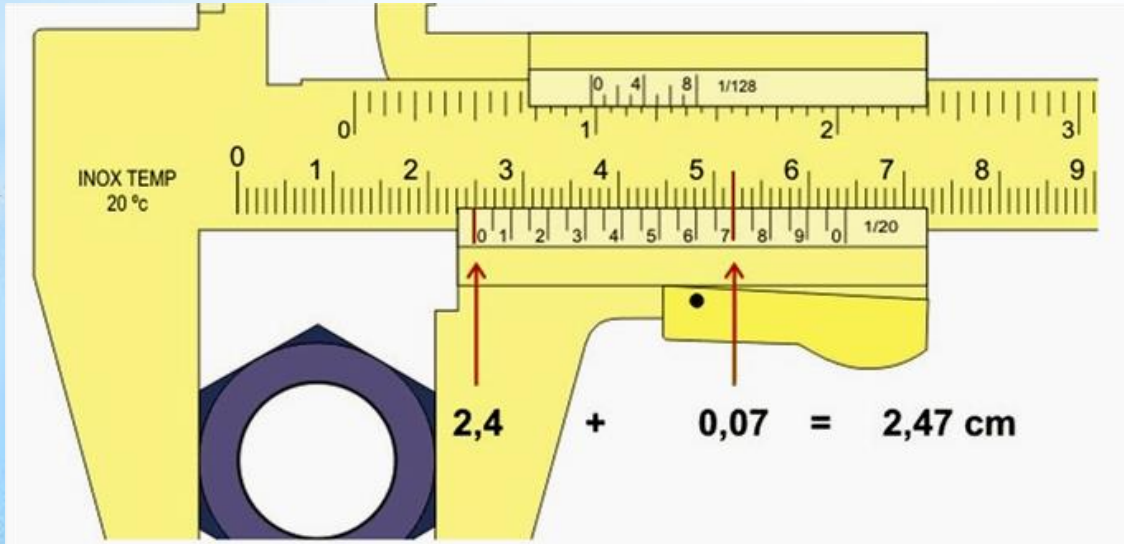
Apreciación 0.5 mm

$L = (416.5 \pm 0.5)$ mm

Vernier (también conocido como calibre o pie de rey)



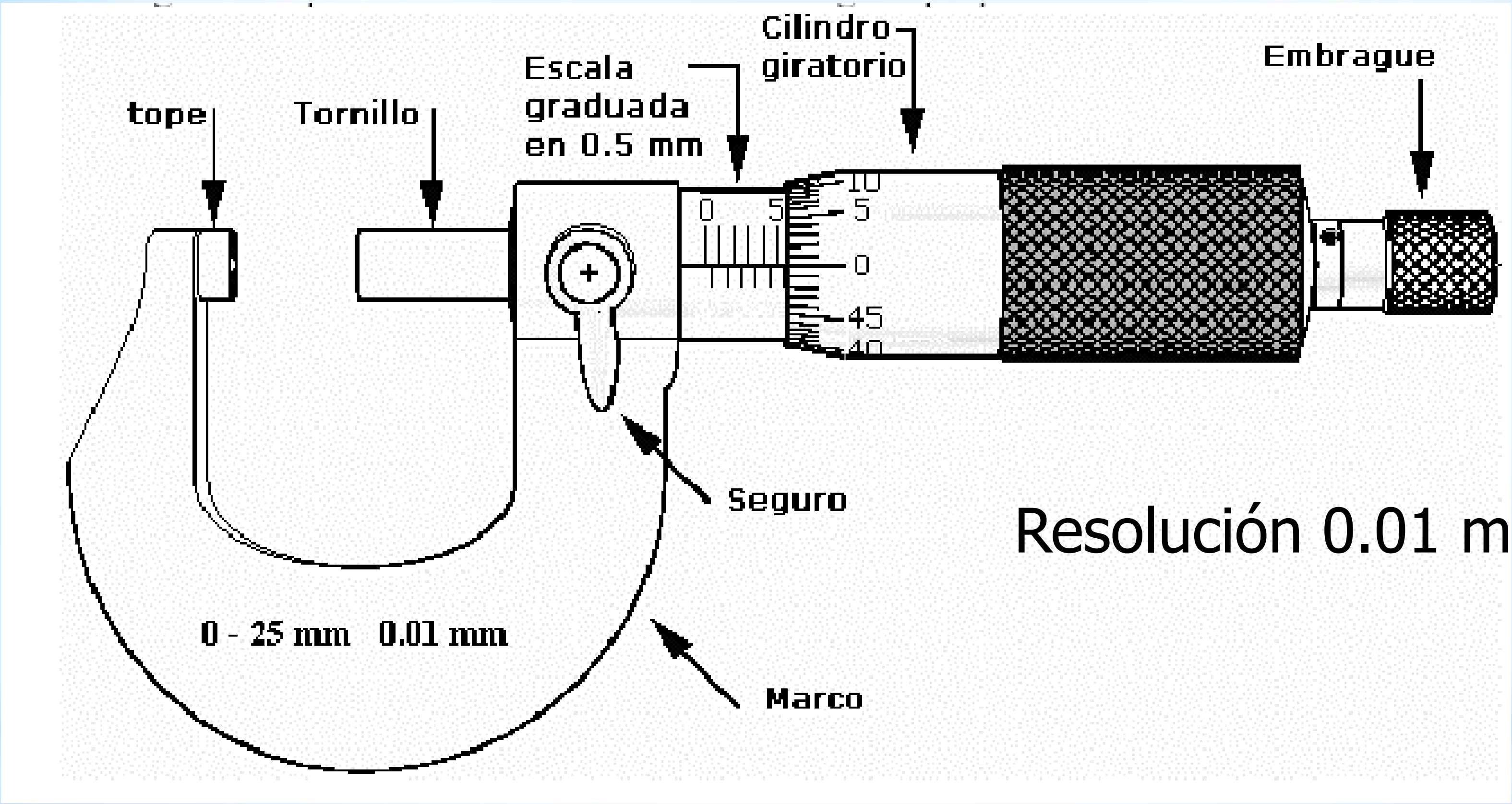
La resolución de este instrumento puede ser de 0.1mm ó 0.05 mm



En este caso,
R = 0.05 mm;

L = (24.70 ± 0.05) mm

Micrómetro o Palmer



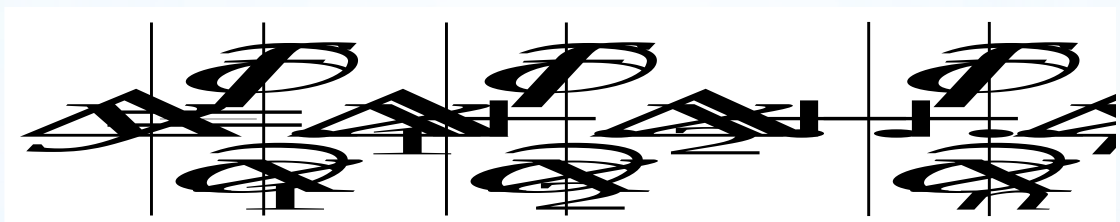
Resolución 0.01 mm

$$d = (5.50 \pm 0.01) \text{ mm}$$

Medidas indirectas y propagación de errores

¿Qué sucedería si la magnitud que nos interesa conocer es derivada de otras que se miden directamente?

Si nuestra función depende de varias variables, la incertidumbre se calcula de la siguiente manera:

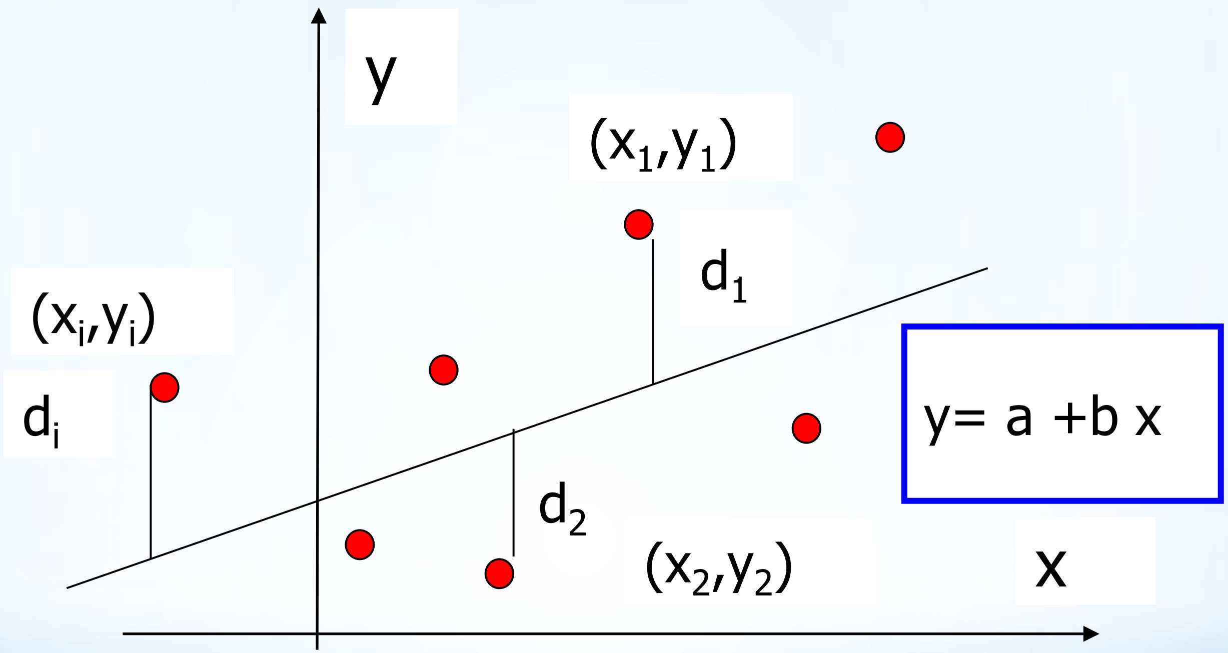


Ej: para el caso del volumen del cilindro:

$$V = \pi R^2 L \quad ; \quad \Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial R}\right| . \Delta R + \left|\frac{\partial V}{\partial L}\right| . \Delta L$$

$$\Delta V = 2\pi R L \Delta R + \pi R^2 \Delta L$$

Obtención analítica de la mejor recta. Método de mínimos cuadrados



Cuando deseamos reproducir los puntos experimentales con un modelo que represente los resultados obtenidos, debemos acudir al ajuste a través del método de "cuadrados mínimos".

Este método busca minimizar las distancias verticales entre todos los puntos experimentales y una recta teórica de ajuste. La recta así obtenida representa la mejor descripción de la relación entre las variables "x" e "y" correspondientes a los puntos experimentales de un fenómeno concreto.

Entonces, debe ser mínima la suma:

$$S = \left[f\left(x_1\right) - y_1\right]^2 + \left[f\left(x_2\right) - y_2\right]^2 + \ldots\ldots + \left[f\left(x_n\right) - y_n\right]^2 = \left[f\left(x_i\right) - y_i\right]^2$$

Con una planilla de cálculo se podrán encontrar los valores de a y b apropiados que logren el mejor ajuste de los puntos experimentales.

La recta y = a + b x obtenida de esta forma se denomina recta de cuadrados mínimos o recta de regresión de los datos.

Informes de laboratorios

Carátula tipo

FÍSICA I	**LABORATORIO Nº**	**FECHA**
FACULTAD DE INGENIERÍA	**TÍTULO**	**GRUPO Y COMISIÓN**
INTEGRANTES DE LA COMISIÓN		

- Objetivo de la práctica de laboratorios
- Breve descripción del marco teórico
- Instrumental utilizado
- Procedimiento de medida
- Presentación y elaboración de datos (tablas, gráficos)
- Resultados y discusión
- Conclusiones