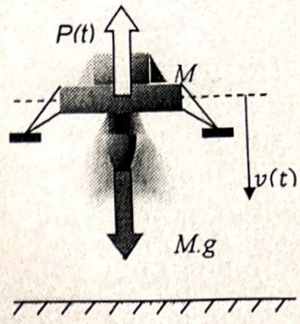
(95)

Instrumentación y Control - Parcial 2do Módulo -- 3/7/2023

1. **Control de aterrizaje.** Se quiere regular la velocidad de descenso $v(t)$ de una nave en el valor dado por la referencia $v_{ref}(t)$, a través de la señal de control del sistema de propulsión, *u1(t)*. Se dispone de un sensor para medir la velocidad, cuya dinámica está dada por la función de transferencia $S_v(s)$. Considerando que el vehículo se comporta como un sólido rígido, un modelo simple para éste podría ser, según 2da ley de Newton: $M.\frac{dv(t)}{dt} = F(t)$,
$F(t)$ = $M.g$ - $P(t)$ es la fuerza resultante sobre la nave, siendo $P(t)$ la fuerza desarrollada por el sistema de propulsión, *g* la aceleración gravitatoria y *M* la masa del vehículo (considerada constante). Para el sistema de propulsión se tiene:



$$T.\frac{dF(t)}{dt} + F(t) = u1(t), \qquad T\text{: constante de tiempo del sistema de propulsión}$$

M a. Realice un diagrama en bloques del sistema de control realimentado, incluyendo compensador a diseñar, sensor y un bloque del sistema de propulsión & vehículo (que conforman la planta a controlar). Indique en el diagrama cada una las señales del sistema bajo análisis.

B- b. Halle la función de transferencia de la planta a controlar, entre la señal u1(t) y la velocidad de descenso.

2. Considere un sistema de LC con una planta $G(s)$, compensador $C(s) = K > 0$ y realimentación negativa unitaria.

B a. Realizar el gráfico del LdR y en base a él analizar la estabilidad de LC, si la planta es

$$Ga(s) = \frac{5(s+3)(s+4)}{(s+10)(s^2+4s+8)}$$

NOTA: hay un único punto de quiebre; explique cómo hallarlo y ubique aprox., no hace falta que lo calcule exactamente.

B b. Ídem a., pero si la planta es: $Gb(s) = \frac{5}{s(s+2)}$.

B c. Grafique cualitativamente la respuesta a un escalón unitario de un sistema de orden 2 con sus 2 polos en en s=-1±j. Considere que el valor final triplica el del escalón. Calcule e indique claramente en el gráfico: la amplitud del sobrepico y el tiempo de establecimiento al 2%. *NOTA: fórmulas vistas, que pueden serle útiles:*

$$\frac{M_p}{100}\% = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}, \qquad t_{est2\%} \cong \frac{4}{\xi.\omega_n}$$

d. Responder para cada uno de los dos casos a y b:

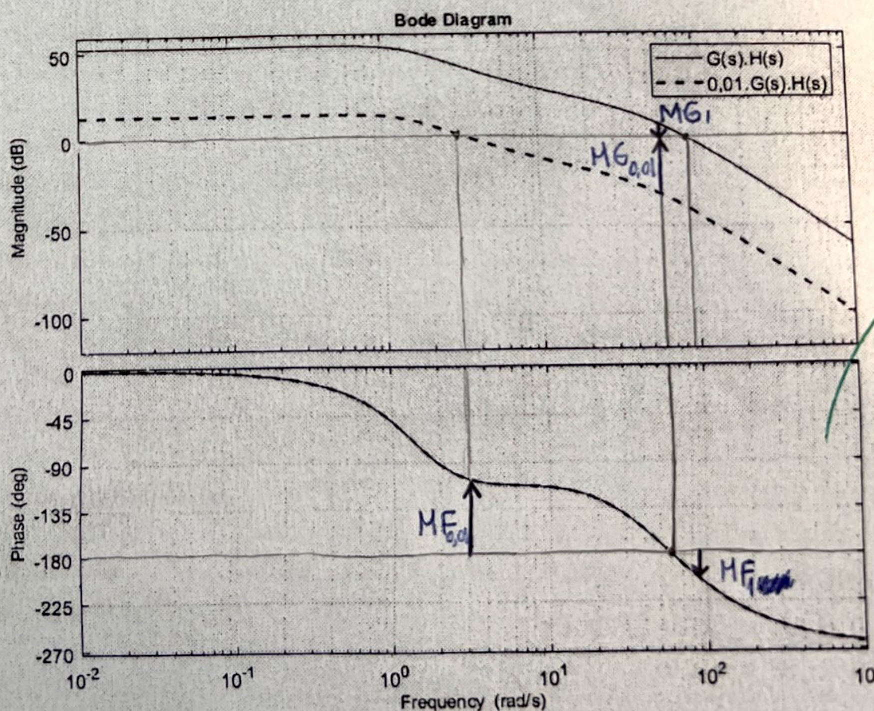
B i. Eligiendo K en el rango estable ¿el valor final de la salida del LC copiará el valor de la referencia?

B ii. ¿Podría lograrse, ajustando la ganancia, que el LC tuviese polos en s=-1±j? Justifique.

3. Se muestran los diagramas de Bode de un sistema realimentado negativamente, con *K=1* y con *K=0,01*. Sabiendo que G y H no poseen singularidades en el spd, determine:

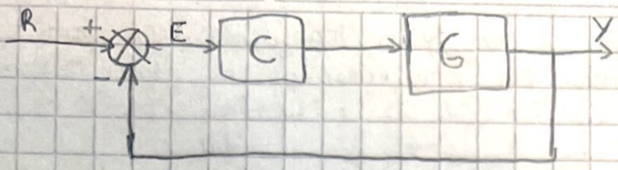
B a. Para cada caso: MF y MG (dar valores e indicar en el gráfico) y estabilidad del LC. Justificar.

B b. Cantidad de integradores en el lazo y si se tendrá, en alguno de los dos casos, Eee nulo al escalón. Justificar.



B

②



Ⓐ $G_a(s) = \dfrac{5(s+3)(s+4)}{(s+10)(s^2+4s+8)}$ $\qquad C(s) = K > 0$

partimos de la ecuación característica del sistema:

$$1 + CG = 0$$

$$CG = -1$$

$$\boxed{CG_a = \dfrac{5K(s+3)(s+4)}{(s+10)(s^2+4s+8)}}$$

Al ser s una variable compleja:

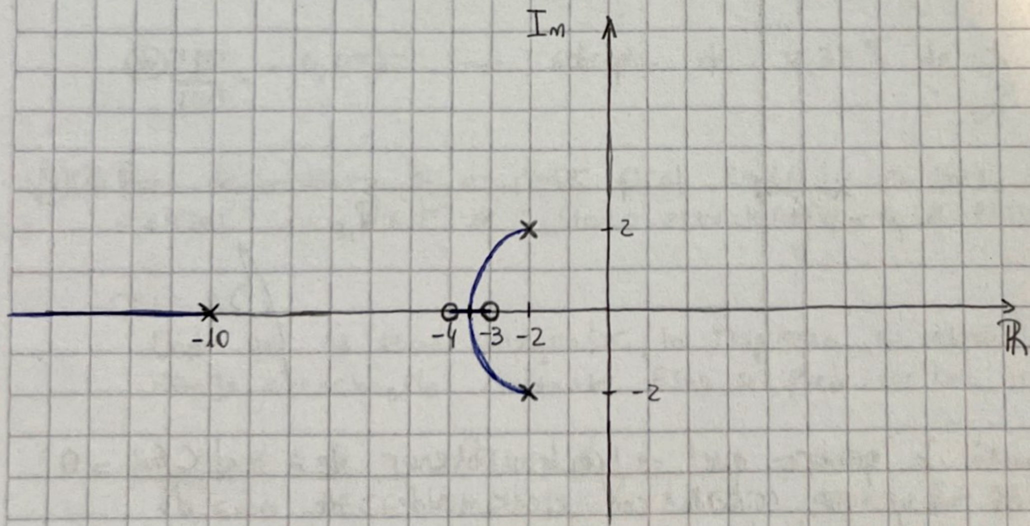
$|CG| = 1 \longleftarrow$ condición de módulo

$\angle CG = -180° \longleftarrow$ condición de fase.

Gráfico LdR

Asíntotas: $n - m = 1$ (en $-180°$)

polos conjugados: $\dfrac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 8}}{2} = \begin{cases} p_1 = -2 + j2 \\ p_2 = -2 - j2 \end{cases}$



B

como dice el enunciado existirá un único punto de quiebre que se puede encontrar derivando CG e igualando a 0

$$\frac{d(CG_a)}{ds} = 0 \quad \text{(sin poner K)}$$

el mismo estará ubicado aproximadamente en $-3{,}5$ (tiene que estar en el intervalo $(-3, -4)$)

¿cómo sabe?

NOTA

Del análisis del gráfico del lugar de raíces podemos concluir que el sistema de lazo cerrado será estable para cualquier $K > 0$.

Esto es porque para cualquier valor de K en dicho rango, los polos permanecen en el semiplano derecho, según muestran las trayectorias de los mismos al variar K.

Matemáticamente se puede demostrar que si todos los polos están en el semiplano derecho, la respuesta del sistema SLIT será absolutamente integrable y por lo tanto el sistema será estable.

Conclusión: sistema estable $\forall K > 0$

(B) $G_b(s) = \dfrac{5}{s(s+2)}$ $\qquad C(s) = K > 0$

Nuevamente partimos de la ecuación característica y se deben cumplir las condiciones de módulo y de fase vistas.

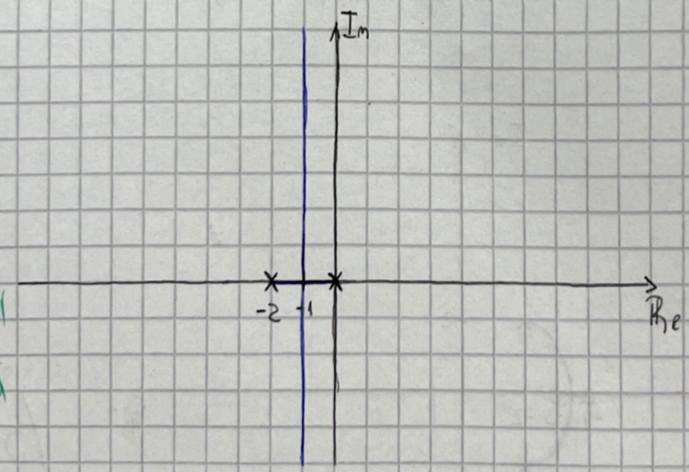
$$CG_b = \frac{5K}{s(s+2)}$$

Gráfico LdR

Asíntotas: $n - m = 2 - 0 = 2$

Ángulos: $\dfrac{-180°(2q+1)}{n-m} \longrightarrow \begin{array}{l} a_1 = -90° \\ a_2 = -270° = 90° \end{array}$

Centroide: $\dfrac{\sum Re\{polos\} - \sum Re\{ceros\}}{n-m} = \dfrac{-2}{2} = -1$



En este caso sí, pero no en general

Nuevamente existirá un punto de quiebre que se puede obtener de: $\dfrac{d\,CG_b}{ds} = 0$
El mismo está ubicado en -1 ya que coincide con el centroide de las asíntotas de $\pm 90°$, que es por donde se moverán los polos al aumentar la ganancia del compensador.

Al igual que en el caso anterior, el sistema LC será estable $\forall K > 0$.
Si bien no es de utilidad práctica ($K=0$), en este caso es necesario que $K > 0$ para que no se inestabilice el sistema, dado que tiene un integrador (polo en 0)

(EN LAZO ABIERTO ($K=0$), ES inestable)

NOTA

(C) polos del sistema: $-1 \pm j$

$$(s+1+j)(s+1-j) = s^2+2s+2$$

ecuación genérica de 2° orden:

$$\frac{\omega_n}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

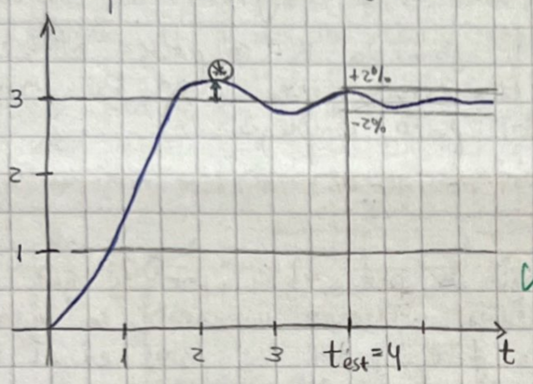
$$s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2 = s^2+2s+2$$

$$\omega_n = \sqrt{2}$$

$$\xi\omega_n = 1 \rightarrow \xi = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Dado que $\xi<1$, la respuesta del sistema al escalón unitario será subamortiguada. Esto se podía ver desde un principio ya que los polos del sistema tenían componente imaginaria

Gráfico respuesta subamortiguada



$$\frac{MP_{\%}}{100} = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \approx 0{,}0432$$

$$t_{est,2\%} = \frac{4}{\xi\omega_n} = 4$$

(*) $\frac{MP_{\%}}{100} = 0{,}0432 \rightarrow$ sobrepico del 4,32% de 3 ¿O sea? ¿Valor de amplitud?

(D) (i) Para determinar si el valor final copiará el valor de referencia, debemos analizar el error de estado estacionario y el error de seguimiento.

CASO A:

Dado que no tiene integrador, la respuesta al escalón tendrá un error de estado estacionario constante. Esto se puede ver con el TVF:

$$E_{ee,s} = \lim_{s\to 0} s\frac{R}{1+CG} = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\frac{1}{\cancel{s}}\frac{1}{1+CG} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{1+\frac{5K(s+3)(s+4)}{(s+10)(s^2+4s+8)}} = \frac{1}{1+\frac{3}{4}K}$$

$R = esc = \frac{1}{s}$

eligiendo un K en el rango estable: $K=1$?

Esto es un ejemplo

$$\boxed{E_{ee,s} = \frac{4}{7}}$$

el valor final no copiará el valor de referencia del sistema

NOTA

Scanned with CamScanner

CASO B:

Dado que G posee un integrador, el E_{ees} será 0:

$$E_{ees} = \lim_{s\to 0} s\frac{R}{1+CG} \underset{\substack{\uparrow \\ R = esc = \frac{1}{s}}}{=} \lim_{s\to 0} \cancel{s}\frac{1}{\cancel{s}}\frac{1}{1+CG} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1+\frac{5K}{s(s+2)}}$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{s(s+2)}{s(s+2)+5K} = 0, \forall K$$

dado que el E_{ees} es 0, podemos analizar el error de seguimiento para determinar si el valor final copiará al valor de referencia:

$$E_{seg} = VF\{Y\} \qquad Y = \frac{CG}{1+CG}$$

$$E_{seg} = \lim_{s\to 0} s\frac{5K/(s(s+2))}{1+5K/(s(s+2))} = \lim_{s\to 0} s\frac{5K}{s(s+2)+5K} = 0$$

Como el error de seguimiento tambien es 0, entonces el valor final copiará al valor de referencia

(Como $E_{ees}=0$ y $H(s)=1 \Rightarrow e_{seg}=0$

ii) Para determinar si solo aumentando la ganancia K se pueden obtener polos en $-1\pm j$, basta con verificar si la trayectoria que siguen los mismos al variar K pasa por dichos puntos del plano complejo

CASO A:

Las trayectorias no pasan para ningún K por $-1\pm j$, por lo que no sería posible obtener polos en dichos puntos ajustando unicamente la ganancia. Si se quiere lograr de todas formas, se deben incluir los polos en el compensador. Esto hará que cambie el LdR, por lo que se debería analizar nuevamente la estabilidad.

B

CASO B:

Las trayectorias de los polos conjugados pasan por $-1\pm j$, lo que indica que ajustando la ganancia K podremos obtener los polos en dichos puntos

Matias Ceccato
02477/0

③ Ⓐ Viendo el gráfico determino de manera aproximada los Márgenes de Fase y Ganancia

$MG_{0,01} \approx 35$ dB $\quad MG_1 \approx -7$ dB

$MF_{0,01} \approx 68°$ $\quad MF_1 \approx -22,5°$

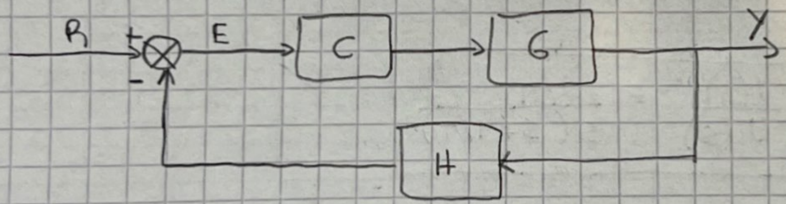
$MG_{0,01} > 0$ y $MF_{0,01} > 0$ $\therefore$ por el criterio de Bode, el sistema de LC será estable para $K=0,01$

$MG_1 < 0$ y $MF_1 < 0$ $\therefore$ por el criterio de Bode, el sistema de LC será inestable para $K=1$

Ⓑ Dado que el gráfico de fase comienza asintóticamente en 0, podemos deducir que no habrá integradores en el lazo (polos en 0)

Esto se puede justificar sabiendo que los polos del lazo aportan $-90°$. Si existiera un integrador en el lazo, el gráfico comenzaría asintóticamente en $-90°$, ya que el 0 en la escala logarítmica está en el $-\infty$

Por dicho motivo, el Eee NO será nulo para una entrada del tipo escalón en ninguno de los dos casos.
Si tenemos un sistema con la siguiente forma:



$E = R - HY$
$E = R - HECG$
$E = \dfrac{R}{1+CGH}$

Si $R = esc = \dfrac{1}{s}$:

$$E_{ee_r} = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\frac{1}{\cancel{s}} \frac{1}{1+CGH}$$

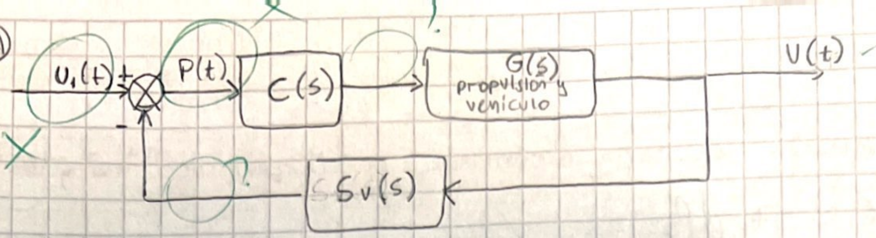
Si no hay ningún integrador en el lazo, el límite converge a un valor constante. SOLO SI EL SISTEMA ES ESTABLE (en el caso $K=1$, $E_{ee_r} \to \infty$)

$\therefore E_{ee_r} \neq 0$

NOTA

FECHA

① Ⓐ



Ⓑ ① $F(t) = M \dfrac{dV(t)}{dt}$ ② $F(t) = Mg - P(t)$

③ $u_1(t) = T \dfrac{dF(t)}{dt} + F(t)$

Transforma al dominio de Laplace por propiedades, considerando cond. inic. nulas!

① $\mathcal{L}\{F(t)\} = F(s) = M\,s\,V(s)$

③ $\mathcal{L}\{u_1(t)\} = U_1(s) = T\,s\,F(s) + F(s)$

$$F(s) = \frac{U_1(s)}{(Ts+1)}$$

① = ③

$$M s V(s) = \frac{U_1(s)}{(Ts+1)}$$

$$\frac{V(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{Ms(Ts+1)} = \frac{1/MT}{s(s+1/T)}$$

$$\boxed{FT = \frac{V(s)}{U_1(s)} = \frac{1/MT}{s(s+1/T)}}$$