Física I
Apuntes de Clase 6, 2022

Turno E

Prof. Susana Conconi

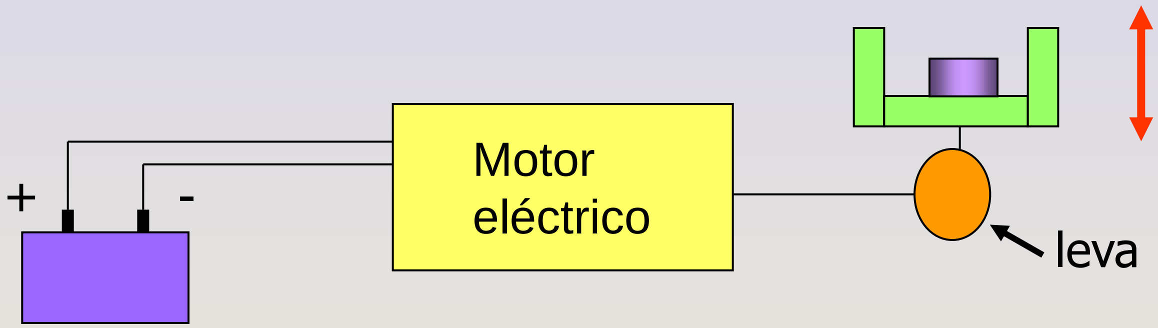
Trabajo y Energía. Potencia

- Trabajo Mecánico y Energía cinética.
- Teorema Trabajo - Energía cinética.
- Potencia.

El concepto de “energía” es muy importante tanto en ciencia básica como en la práctica de la Ingeniería.

La energía está presente en el Universo en diferentes formas: Mecánica (movimiento de los cuerpos), Electromagnética (ondas E.M. que transportan energía y cantidad de movimiento), Química, Térmica, Nuclear.

Los diferentes tipos de energía pueden transformarse unas en otras utilizando dispositivos o procesos específicos:



Energía química → Energía eléctrica → Energía mecánica → Energía potencial

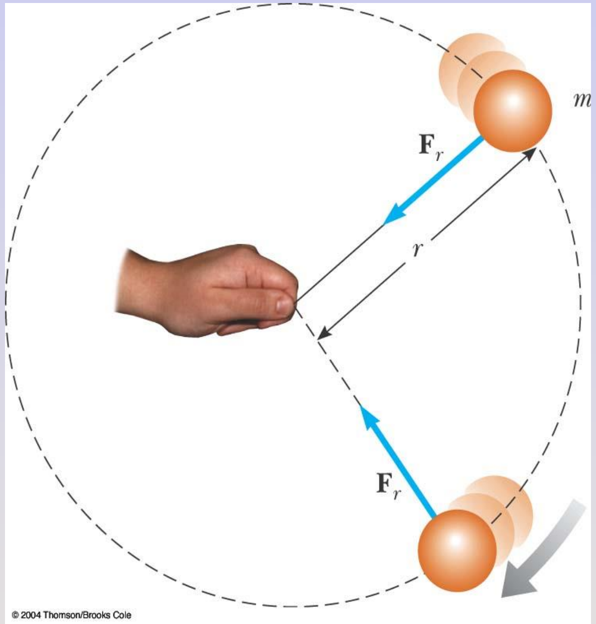
Los conceptos de trabajo y energía que desarrollaremos son especialmente útiles cuando la fuerza que actúa sobre una partícula depende de la posición, por ej. en 1D, $F = F(x)$.

En este caso la aceleración no es constante y no podemos aplicar las ecuaciones cinemáticas desarrolladas en la clase anterior.

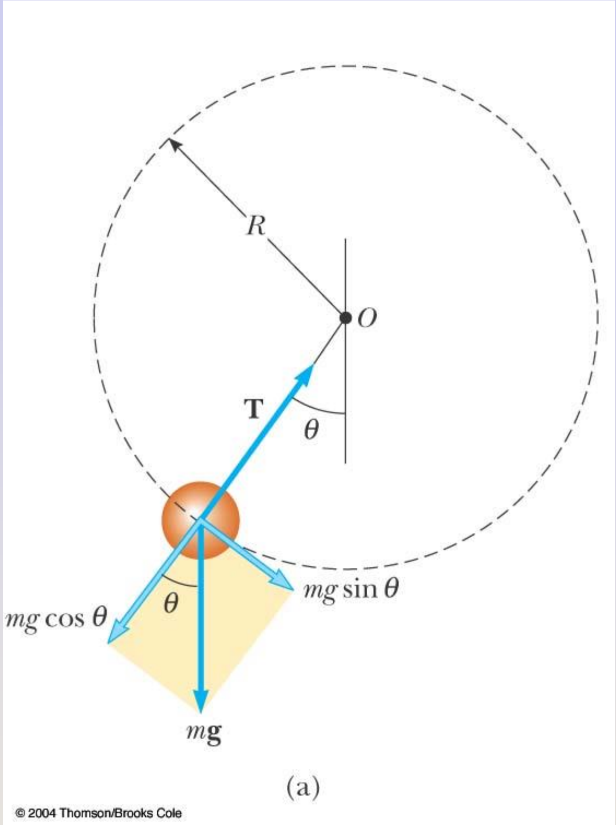
En estos casos, el análisis desde el punto de vista de la energía puede brindar una resolución más simple a determinadas situaciones que la que resultaría por la aplicación directa de la Segunda Ley de Newton.

Los conceptos de "trabajo y energía" que desarrollaremos se fundamentan en las leyes de Newton: no incluyen nuevos conceptos, sino que generan una estrategia de resolución más simple.

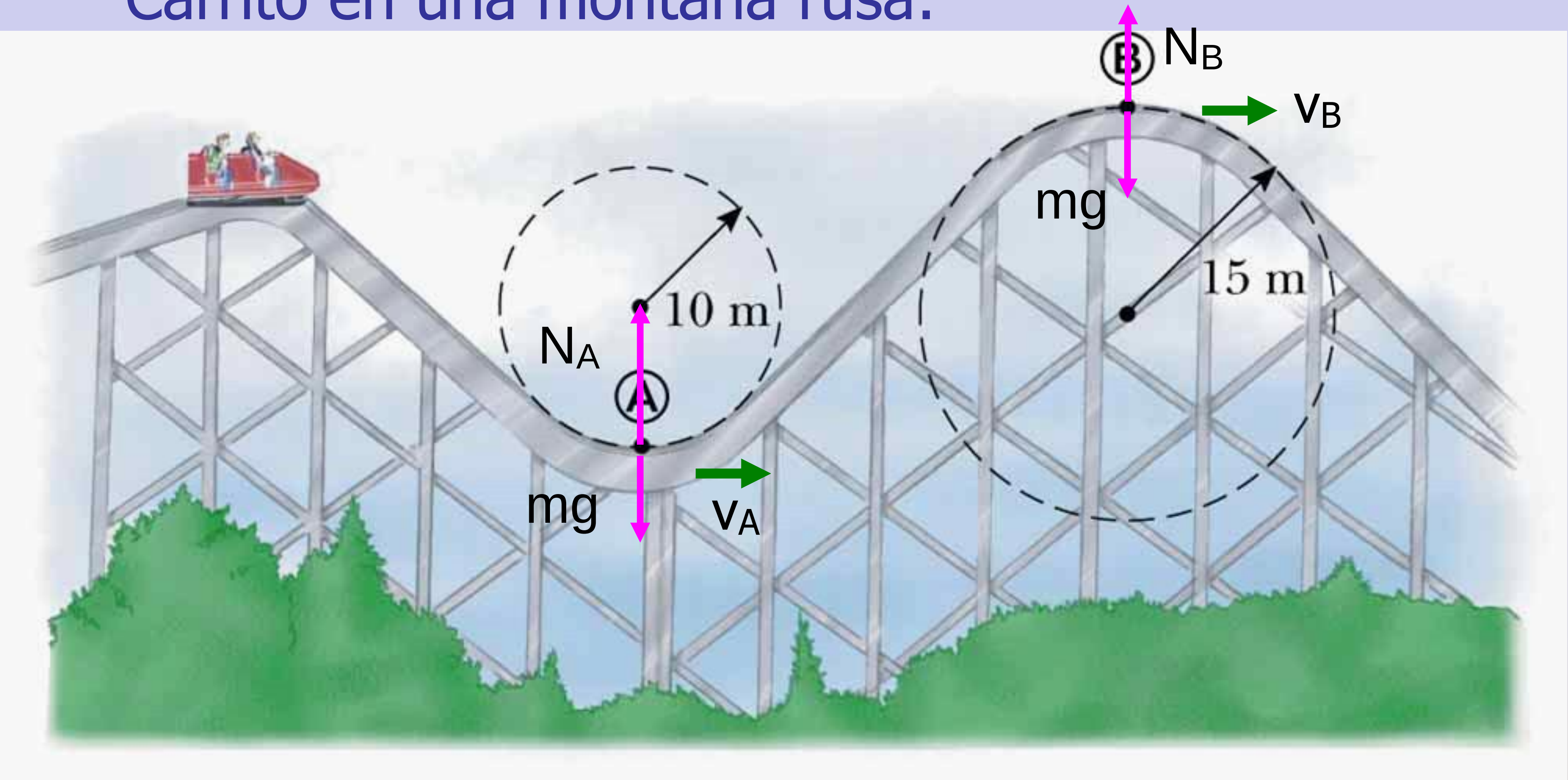
Otra situación de fuerzas no constantes en las direcciones de los ejes ➔ T varia punto a punto



$$\sum F_r = T - mg.\cos\theta = m\, a_c = m\frac{v^2}{R}$$



Carrito en una montaña rusa:



En A: $$\sum F_{rad} = N_A - mg = m\,a_{c,A} = m\,\frac{v_A^2}{R_A}$$

En B: $$\sum F_{rad} = mg - N_B = m\,a_{c,B} = m\,\frac{v_B^2}{R_B}$$

Trabajo y energía en una dimensión

Supongamos que una partícula de masa m se mueve entre dos posiciones xi y xf bajo la acción de una dada fuerza variable F, y que las velocidades respectivas son vi y vf.

La 2da ley de Newton expresa: $\sum \overline{F}_{ext} = \frac{d\overline{p}}{dt}; \overline{p} = m\overline{v}$

Entorno

Sistema

Trabajo y energía en una dimensión

El trabajo realizado por una fuerza F cuando su punto de aplicación se desplaza desde la posición x_i a x_f se define como:

TRABAJO

$$\boxed{W = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F}\, d\vec{x}}$$

Trabajo y energía en una dimensión

El trabajo realizado por una fuerza F cuando esta se desplaza desde la posición xi a xf se define como:

TRABAJO

$$\boxed{W = \int_{xi}^{xf} F\,dx}$$

$$dx = v\,dt$$

$$F = \frac{dp}{dt} = m\frac{dv}{dt}$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Trabajo y energía en una dimensión

El trabajo realizado por una fuerza F cuando esta se desplaza desde la posición xi a xf se define como:

TRABAJO

$$\boxed{W = \int_{xi}^{xf} F \, dx}$$

$$F = \frac{dp}{dt} = m \frac{dv}{dt}$$

$$dx = v \, dt$$

$$F \, dx = m \frac{dv}{dt} v \, dt = m \, v \, dv$$

Trabajo y energía en una dimensión

El trabajo realizado por una fuerza F cuando esta se desplaza desde la posición *xi* a *xf* se define como:

TRABAJO

$$\boxed{W = \int_{xi}^{xf} F\ dx}$$

$$F\ dx = m\,\frac{dv}{dt}\,v\ dt = m\ v\ dv$$

$$\boxed{W = \int_{xi}^{xf} F\ dx = m\int_{vi}^{vf} v\ dv = m\,\frac{v^2}{2}\bigg|_{vi}^{vf} = \frac{1}{2}\,m\,v_f^2 - \frac{1}{2}\,m\,v_i^2}$$

Trabajo y energía en una dimensión

Definimos la energía cinética de una partícula de masa m y velocidad v como:

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m v^2}$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = E_{cf} - E_{cf} = \Delta E_c}$$

Entorno

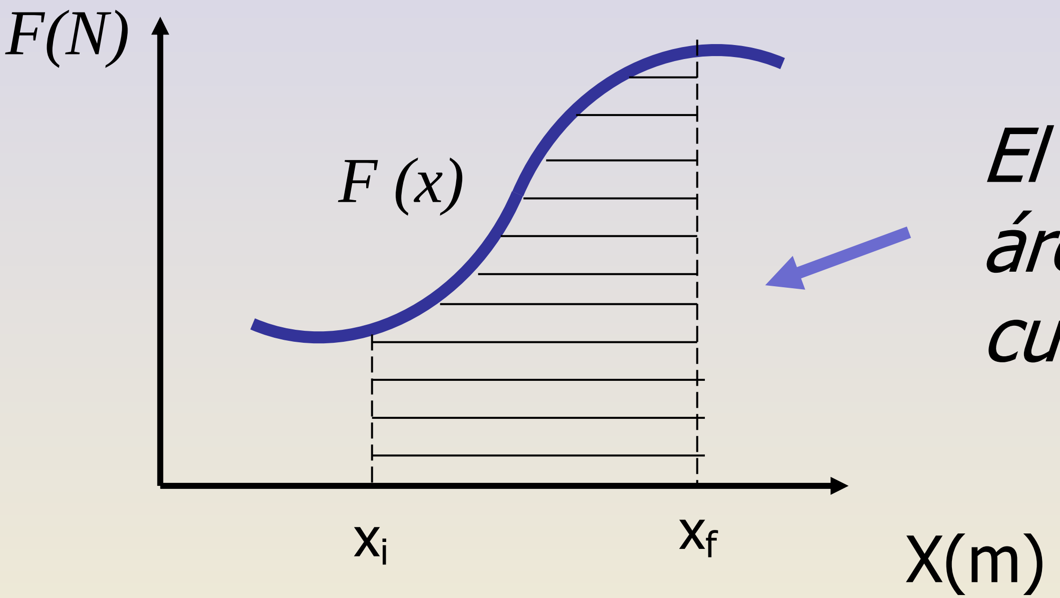
Sistema

Trabajo y energía en una dimensión

El trabajo realizado por una fuerza F cuando esta se desplaza desde la posición xi a xf se define como:

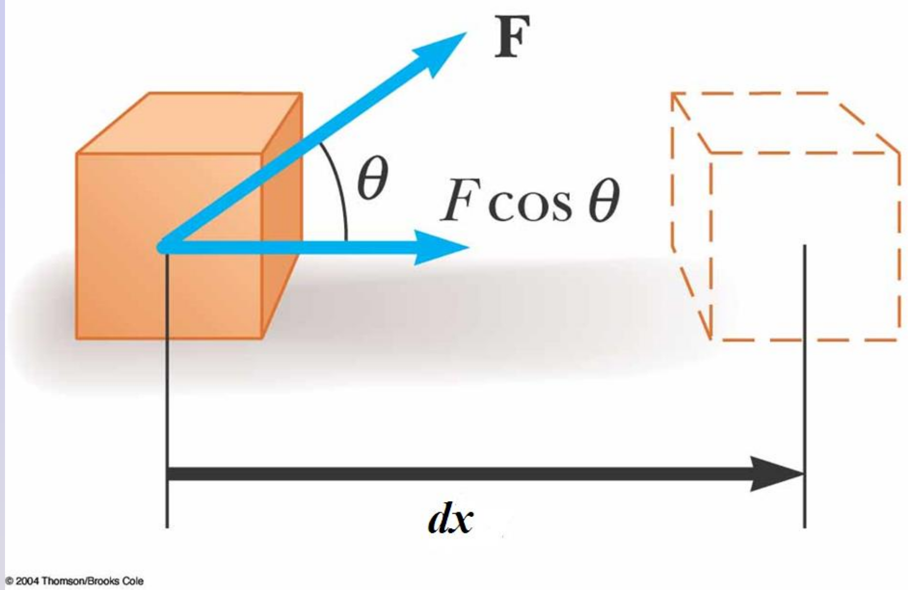
TRABAJO

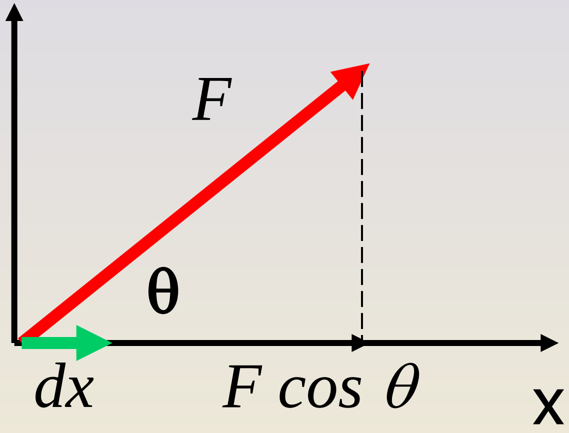
$$\boxed{W = \int_{xi}^{xf} F \, dx}$$



El trabajo es el área bajo la curva

Si la fuerza ***F*** forma un ángulo θ con la dirección de movimiento de la partícula en 1D:

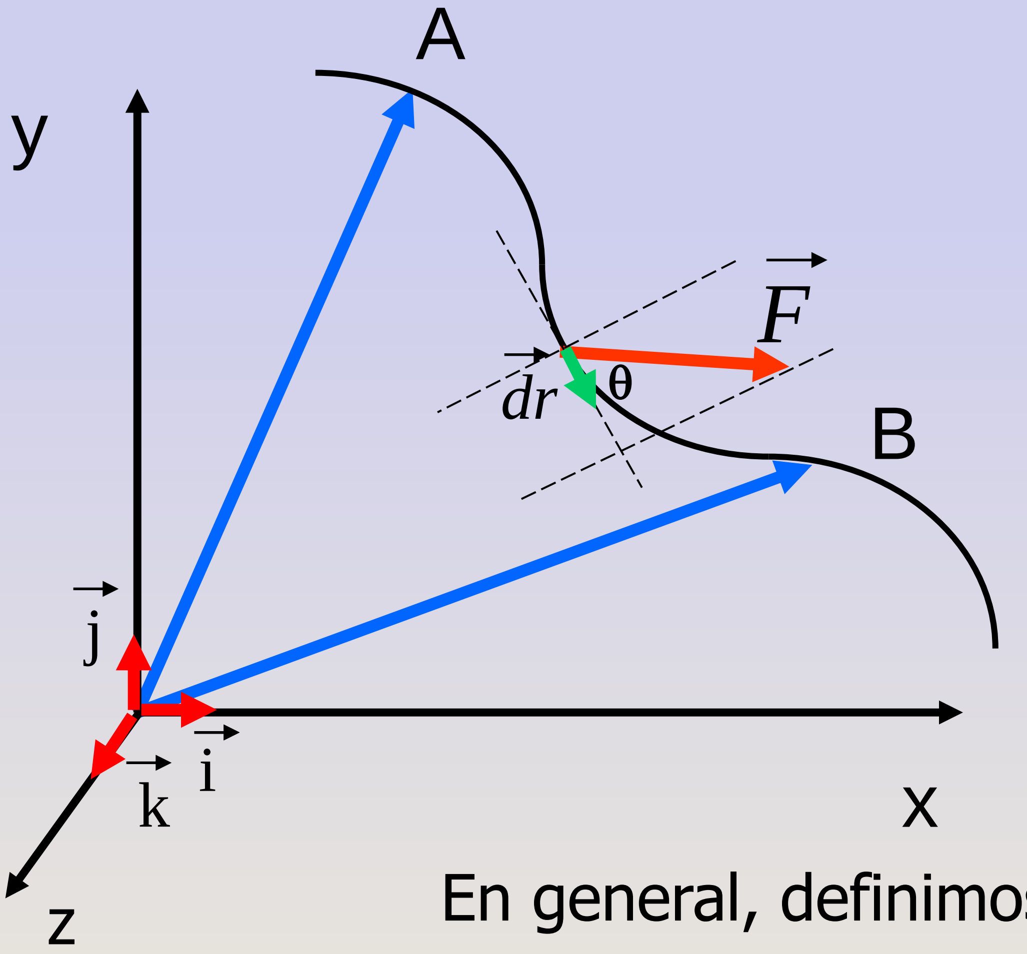




$$W = \int_{x_A}^{x_B} \underbrace{\left|\vec{F}\right| cos\theta}_{Fx}\, dx = \int_{x_A}^{x_B} \vec{F} \bullet d\vec{x}$$

Producto escalar

Trabajo y energía en el espacio tridimensional



Para el caso 3D, la componente de $\vec{F}$ en la dirección del desplazamiento viene dada por el PRODUCTO ESCALAR entre $\vec{F}$ y $d\vec{r}$:

$$\boxed{W = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r}}$$

Es un escalar!!!

En general, definimos:

donde:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$d\vec{r} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}$$

Trabajo y energía en el espacio tridimensional

TRABAJO:

$$\boxed{W = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r}}$$

Como:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$d\vec{r} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{F} \bullet d\vec{r} = F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz$$

Trabajo y energía en el espacio tridimensional

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r} = \int_A^B F_x \, dx + \int_A^B F_y \, dy + \int_A^B F_z \, dz$$

$$\int_A^B F_x \, dx = \frac{1}{2} m \, v_{xB}^2 - \frac{1}{2} m \, v_{xA}^2$$

$$\boxed{W_{AB} = \int_i^f \vec{F} \bullet d\vec{s} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_B - E_A = \Delta E_c}$$

Definimos como energía cinética a la cantidad:

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m\, v^2}$$

Es una magnitud escalar. Sólo se tiene en cuenta el modulo de la velocidad v. La energía cinética será la misma sin importar la dirección del movimiento, para un mismo modulo de v.

Teorema de Trabajo - Energía cinética

El trabajo total realizado por todas las fuerzas que actúan sobre un objeto entre dos puntos de una trayectoria es igual a la variación de la energía cinética del objeto entre esos dos mismos puntos.

$$\underset{\uparrow}{W_{AB}} = \int_i^f \vec{F} \bullet d\vec{s} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_B - E_A = \underset{\uparrow}{\Delta E_c}$$

Entorno   Sistema

Para varias fuerzas actuando sobre una partícula:

$$W = \int_{x_A}^{x_B} (\vec{F}_1 + F_2 + \ldots + \vec{F}_i) \bullet d\vec{x} = W_1 + W_2 + \ldots + W_i = \sum_i W_i$$

Unidades

$$[W] = [F].[d] = Newton.m = Joule\ (MKS)$$

$$[W] = [F].[d] = dinas.cm = Ergios\ (cgs)$$

$$1\,Joule = 1N.1m = 10^5\,dinas.10^2\,cm = 10^7\,ergios$$

Características del trabajo W:

$$W = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{r}$$

1) $W = 0$ si no existe desplazamiento ($d\vec{r} = 0$).

2) $W = 0$ para fuerzas perpendiculares al desplazamiento ya que $\cos 90^o = 0$.

3) El signo de W depende del ángulo entre $\vec{F}$ y $d\vec{r}$. Por ej. Si fr se opone al movimiento, $Wfr < 0$, ya que $\cos 180^o = -1$.

Si la Fuerza es constante, simplifica el calculo de la integral.

Significado físico que aporta la idea de trabajo

El trabajo es un proceso que permite modificar la energía de un sistema.

Podemos pensarlo como un medio para efectuar una transferencia de energía entre el sistema y el medio (entorno).

Potencia: es el trabajo realizado por unidad de tiempo.

$$\boxed{P = \frac{W}{dt}} \qquad [P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{Joules}{s} = Watts$$

Da idea de la rapidez con la que se transfiere energía

$$\boxed{P = \frac{W}{dt} = \vec{F}.\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}}$$

Ejercicio 2 Clase 6:

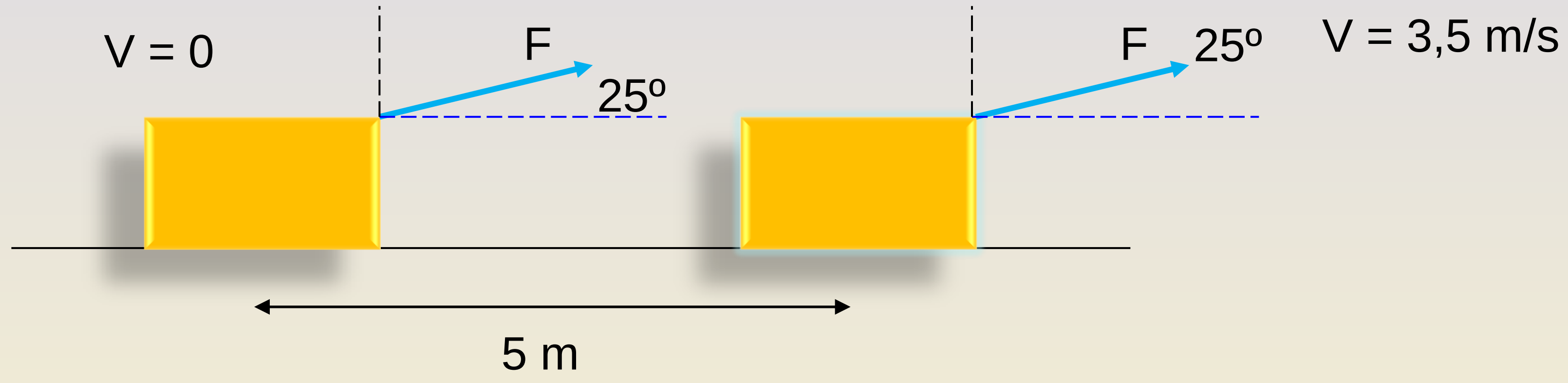
Un bloque de 15 kg es arrastrado a partir del reposo sobre una superficie horizontal y áspera por una fuerza constante de 70 N que actúa formando un ángulo de 25º con la horizontal. El bloque se desplaza 5 m en una trayectoria recta, alcanzando la velocidad de 3,5 m/s .

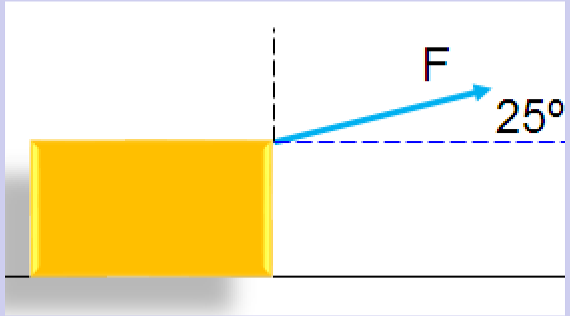
a) Calcule el cambio de energía cinética del sistema.

b) Calcule el trabajo realizado por:

- i. La fuerza de 70 N.
- ii. La componente de la fuerza de contacto entre el bloque y el plano paralela a la superficie (fuerza de roce).
- iii. La componente de la fuerza de contacto entre el bloque y el plano perpendicular a la superficie (fuerza normal).
- iv. La fuerza de gravedad.
- v. El trabajo neto realizado sobre el bloque.

c) Compare los valores obtenidos en a) y b).

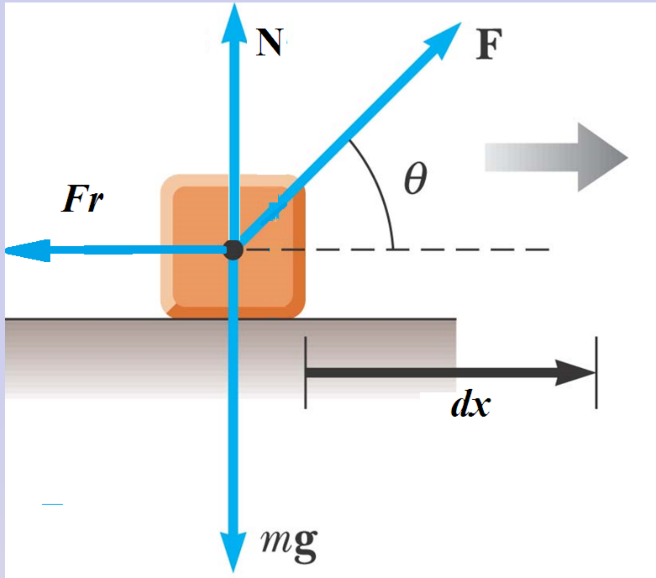




$|F| = 70$ N   m= 15 kg

$\Theta = 25°$ $\Delta x = 5$m

Vi =0   Vf= 3,5 m/s



a) Calcule el cambio de energía cinética del sistema. Δ Ec

$$\Delta Ec = Ecf - Eci = \frac{1}{2} m\, vf^2 - \frac{1}{2} m\, vi^2$$

$$\tfrac{1}{2} m (vf^2 - vi^2) = \tfrac{1}{2}\, 5\ kg \,.\, (3{,}5^2\, m^2/s^2) = 91{,}9 kg\, m^2/s^2$$

$\Delta Ec = 91{,}9$ Jouls

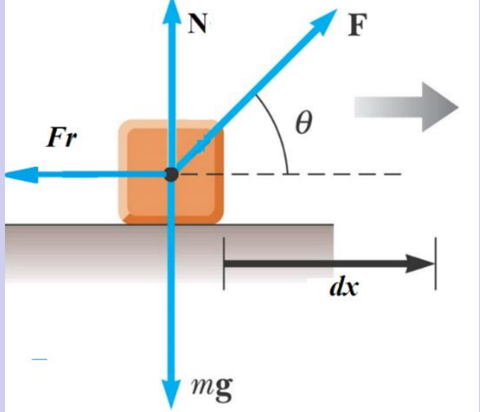
b) Calcule el trabajo realizado por: i. La fuerza de 70 N.

$$W_F = \int_{x1=0}^{x2} \vec{F} \,.\, \vec{\delta x} = \int_0^5 F \,.\, \delta x \,.\, Cos\ 25° = F\ \Delta x \Big|_0^5 .\ \mathrm{Cos}\ 25° =$$

$W_F = 70$ N . (5m – 0) . Cos 25° = **317.2 Joul**

b) Calcule el trabajo realizado por:

ii. La componente de la fuerza de contacto entre el bloque y el plano paralela a la superficie (fuerza de roce).



Para calcular $\boldsymbol{W_{Fr}}$ debemos conocer ***Fr*** ➔ ¿Qué datos tenemos?

Vi = 0 , Vf = 3,5 m/s, dx = 5m ➔ calculamos la aceleración y con la 2da Ley de Newton despejamos Fr

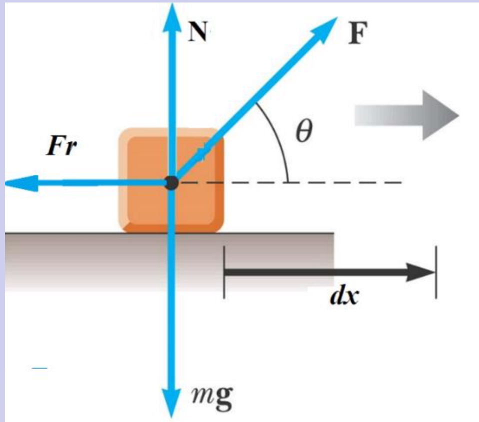
$$\sum Fx = F_x - F_r = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad Fr = F \cos 25° - m\, a$$

$$xf = \cancel{xi} + \cancel{Vi \cdot t} + \tfrac{1}{2}\, a\, t^2 \qquad y \qquad a = \frac{Vf - Vi}{t} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{Vf - Vi}{a}$$

$$xf = \tfrac{1}{2}\, \cancel{a}\, \frac{Vf^2}{a^{\cancel{2}}} \qquad \boxed{a = \tfrac{1}{2}\, \frac{Vf^2}{xf}} \qquad Fr = 70N \cos 25° - \frac{15\ kg\ \tfrac{1}{2}\ 3{,}5^2\ m^2/s^2}{5\ m}$$

$$\boxed{Fr = 45{,}1\ N}$$

$$W_{Fr} = \int_{x1=0}^{x2} \vec{Fr} \,.\, \vec{\delta x} = \int_{0}^{5} Fr \,.\, \delta x \,.\, Cos\ 180° = (-1)\ Fr\ \Delta x \Big|_{0}^{5} =$$



$$\boxed{W_{Fr} = -\ Fr \,.\, 5m = -\ 225{,}3\ Joul}$$

b) Calcule el trabajo realizado por
iii. La componente de la fuerza de contacto entre el bloque y el plano perpendicular a la superficie (fuerza normal).

$$W_N = \int_{x1=0}^{x2} \vec{N} \,.\, \vec{\delta x} = \int_{0}^{5} N \,.\, \delta x \,.\, Cos\ 90° = 0$$

$\boxed{\textit{No hace trabajo la Normal}}$

Es perpendicular al movimiento

b) Calcule el trabajo realizado por

iv. La fuerza de gravedad.

$$W_P = \int_{x1=0}^{x2} \vec{P} \cdot \vec{\delta x} = \int_0^5 P \cdot \delta x \cdot \cos 270° \boxed{= 0}$$

No hace trabajo el peso

Es perpendicular al movimiento

v. El trabajo neto realizado sobre el bloque.

$$W_{total} = W_F + W_{Fr} + \cancel{W_N} + \cancel{W_P}$$

$$W_{total} = W_F + W_{Fr} = 317.2 \text{ Joul} - 225{,}3 \text{ Joul}$$

$$W_{total} = 91{,}9 \text{ Joul}$$

c) Compare los valores obtenidos en a) y b).

$$\Delta Ec = 91{,}9 \ Jouls$$

$$W_{total} = 91{,}9 \ Jouls$$

A partir del Teorema Trabajo Energía Cinética, podríamos haber despejado el trabajo de la fuerza de roce sin calcularla:

$$W_{total} = W_F + W_{Fr} + \cancel{W_N} + \cancel{W_P} = \Delta Ec = 91{,}9 \ Jouls$$

$$\Delta Ec = W_F + W_{Fr} \qquad 91{,}9 \ Jouls = 317.2 \ Joul + W_{Fr}$$

$$\boxed{W_{Fr} = 91{,}9 \ Jouls - 317.2 \ Joul = -225{,}3 \ Joul}$$

Ejercicio para entregar:

Una heladera es subida a la camioneta sobre un carro de ruedas sin fricción, a velocidad constante por la rampa de longitud L e inclinación 30° sobre el piso. a) ¿cuál es el cambio de energía cinética de la heladera durante el ascenso?

b) ¿Qué trabajo realizó la fuerza que aplicó el operario al subirla? ¿Y la fuerza de gravedad?. c) ¿Cuál fue el trabajo neto realizado sobre la heladera ?