

## INTRODUCCIÓN.

La física es considerada una ciencia fundamental con influencia en otras ciencias como la ingeniería. Como estudiante de ingeniería alcanzar una completa comprensión de sus ideas fundamentales y desarrollar habilidades para manejarlas, será de utilidad en su desarrollo profesional.

En este curso abordaremos el estudio de los campos eléctricos y magnéticos, independientes y dependientes del tiempo, concluyendo con la formulación de las ecuaciones de Maxwell. Como extensión lógica de estas ecuaciones, analizaremos las ondas electromagnéticas. Durante el curso nos detendremos en el análisis de los principios básicos, las implicaciones y las limitaciones del electromagnetismo. Estudiaremos también conceptos de óptica geométrica y óptica física.

*Es en el electromagnetismo que subyace el corazón de la tecnología moderna y la comprensión de numerosos fenómenos físicos y químicos.*

***A continuación se resume las condiciones de aprobación de la materia, la explicación de la organización de los trabajos prácticos y se detallan algunas recomendaciones y estrategias para resolver los problemas.***

- **FORMA DE TRABAJO, EVALUACIÓN Y ACREDITACIÓN.**

Las materias correlativas para Física II son Física I y Matemática B. Para cursar la materia se debe tener los trabajos prácticos aprobados de las dos materias correlativas y para promocionar la materia, se debe tener aprobado el final (o promoción) de las dos materias correlativas.

La materia tiene carácter semestral. Las clases serán del tipo teórico - prácticas y tendrán una duración de 4 (cuatro) horas 2 (dos) veces por semanas. Se realizarán prácticas de laboratorio de las diferentes unidades.

La evaluación (conforme con las ordenanzas vigentes) establece el régimen de promoción directa. La asignatura está dividida en dos módulos interrelacionados y cada uno de los módulos tiene 1 (una) evaluación escrita (examen escrito) y 1 (un) recuperatorio. Al finalizar la cursada se podrá recuperar solamente una evaluación correspondiente sólo a uno de los módulos (examen flotante).

La acreditación de la materia puede realizarse mediante la promoción directa o por examen final:

- Promoción directa.

Las evaluaciones, realizadas en forma escrita, consisten en la presentación de situaciones físicas que el alumno deberá analizar indicando claramente los conceptos teóricos incluidos en las mismas.

Se acredita la materia con la aprobación de las dos evaluaciones, correspondientes a cada uno de los módulos y la aprobación de los informes de laboratorios.

Cada una de las evaluaciones constará de cinco ejercicios que integrarán teoría y práctica. Al obtener una nota mayor o igual a 4 (cuatro) el examen se considera aprobado.

Si la nota de cada uno de los exámenes es mayor a 4 (cuatro) y el promedio de ambos parciales es mayor o igual a 6 (seis), se promociona la materia. La nota final resultará del promedio de las dos evaluaciones escritas.

- Examen final.

La presentación a un examen final escrito es requisito para la acreditación de la materia en los casos:


- a) los alumnos que hayan aprobado los dos exámenes y que el promedio de la nota sea mayor a 4 (cuatro) y menor a 6 (seis) (se le darán los trabajos prácticos aprobados),
- b) los alumnos que se encuentran inscriptos en esta modalidad y que hayan aprobado los exámenes.

En ambos casos, los alumnos deberán haber aprobado los trabajos de laboratorio.

- **GUÍAS DE TRABAJOS PRÁCTICOS.**

Las guías de trabajos constan de ejercicios, problemas, comentarios, aplicaciones y experimentos, distinguidos en cinco categorías según la siguiente nomenclatura:

- P: ejercicios o problemas para adquirir las habilidades de resolución básicas.
- C: ejercicios y preguntas para discutir en grupos y reforzar conceptos.
- A: ejercicios (problemas o comentarios) de aplicación de los conocimientos adquiridos a la tecnología. En esta categoría se pretende mostrar la aplicación de los conceptos teóricos abordados en la cátedra a la vida cotidiana.
- E: experimentos para realizar en la casa. En esta categoría se encuentran diversos experimentos que pueden ser realizados con materiales de fácil acceso y que ayudan a comprender ciertas situaciones o conceptos. Para aquellos alumnos que no puedan realizar en forma personal los experimentos propuestos, los mismos podrán ser vistos en videos realizados por miembros de la cátedra, cuyo acceso está dado por un código QR.
- L: ejercicios para reforzar los conceptos y el manejo de datos vistos en los laboratorios de la materia.

El símbolo  indica los ejercicios filmados por miembros de la cátedra cuyo acceso está dado por un código QR.

- **CONSEJOS Y ESTRATEGIAS PARA RESOLVER UN EJERCICIO.**

Ante un enunciado de un ejercicio o problema se recomienda leerlo completamente, realizar un gráfico (grande) o esquema que represente la situación planteada y escribir los datos y las incógnitas cerca del gráfico realizado.

A continuación se sugiere seguir los siguientes pasos:

- 1) Resumir con sus propias palabras el problema en cuestión.
- 2) Enmarcar dentro de un marco teórico la situación problemática, tratando de explicar, utilizando conceptos teóricos abordados en las clases, cuál es la situación física planteada, qué espera que ocurra.
- 3) Analizar, antes de realizar cálculos, cuáles son las cantidades o magnitudes que necesita para encontrar las incógnitas pedidas y realizar un plan a seguir, escribiendo las leyes y ecuaciones necesarias.
- 4) Realizar los cálculos según el plan elegido en el punto anterior.
- 5) Chequear la coherencia de los resultados con lo analizado en el punto 2 y verificar si los valores obtenidos no son absurdos físicamente (valores muy elevados o muy pequeños de ciertas cantidades, valores negativos de magnitudes que deben ser positivas, etc.).

No olvidarse que la Física describe problemas de la realidad y que los resultados deben reflejarlos en magnitud y unidades.

## Repaso de conceptos de materias anteriores.

Los siguientes conceptos pretenden ser solamente un ayuda memoria de conceptos ya adquiridos.

### • CAMBIO DE UNIDADES, PREFIJOS.

$10^{24}$	yota	Y
$10^{21}$	zeta	Z
$10^{18}$	exa	E
$10^{15}$	peta	P
$10^{12}$	tera	T
$10^9$	giga	G
$10^6$	mega	M
$10^3$	kilo	k
$10^2$	hecto	h
10	deca	da

$10^{-1}$	deci	d
$10^{-2}$	centi	c
$10^{-3}$	mili	m
$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{-9}$	nano	n
$10^{-12}$	pico	p
$10^{-15}$	femto	f
$10^{-18}$	atto	a
$10^{-21}$	zepto	z
$10^{-24}$	yocto	y

### • LETRAS GRIEGAS

Nombre	Mayúscula	Minúscula	Nombre	Mayúscula	Minúscula
alpha	A	$\alpha$	nu	N	$\nu$
beta	B	$\beta$	xi	$\Xi$	$\xi$
gamma	$\Gamma$	$\gamma$	omicron	O	$\omicron$
delta	$\Delta$	$\delta$	pi	$\Pi$	$\pi$
épsilon	E	$\epsilon$	rho	$\rho$	$\rho$
zeta	Z	$\zeta$	sigma	$\Sigma$	$\sigma$
eta	H	$\eta$	tau	T	$\tau$
iota	I	$\iota$	upsilon	$\Upsilon$	$\upsilon$
theta	$\Theta$	$\theta$	phi	$\Phi$	$\phi$
kappa	K	$\kappa$	chi	X	$\chi$
lambda	$\Lambda$	$\lambda$	psi	$\Psi$	$\psi$
mu	M	$\mu$	omega	$\Omega$	$\omega$

### • RELACIONES MATEMÁTICAS.

#### ▪ Volúmenes, superficies y perímetro.

*Esfera de radio  $r$ :*

Volumen:  $\frac{4}{3} \pi r^3$

Superficie:  $4 \pi r^2$

*Cilindro de largo  $l$  y radio de tapas  $r$ :*

Volumen:  $\pi r^2 l$

Superficie del cuerpo:  $2 \pi r l$

Superficie de cada tapa:  $\pi r^2$

*Círculo de radio  $r$ :*

Superficie:  $\pi r^2$

Perímetro de la circunferencia:  $2 \pi r$

## Álgebra de vectores.

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

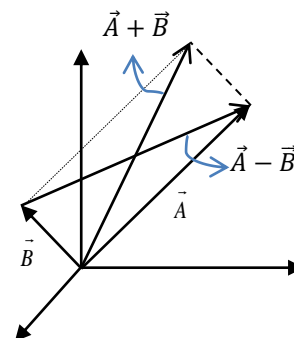
$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$$

Suma o resta (el resultado es un vector):

$$\vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x) \hat{i} + (A_y \pm B_y) \hat{j} + (A_z \pm B_z) \hat{k}$$

Producto **escalar** o punto (el resultado es un escalar):

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$



Producto **vectorial** o cruz (el resultado es un vector en la dirección perpendicular al plano que forman los dos vectores que se multiplican):

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} - (A_x B_z - A_z B_x) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k}$$

Módulo del vector resultante del producto vectorial (escalar):  $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta$

**No se puede dividir por un vector.**

Se puede multiplicar un vector por un escalar (aumenta o disminuye el módulo del vector), el resultado es un vector en la misma dirección del vector original e igual sentido si el escalar es positivo y sentido contrario si el escalar es negativo.

$$n \vec{A} = n A_x \hat{i} + n A_y \hat{j} + n A_z \hat{k}$$

## Relaciones trigonométricas.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2}$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

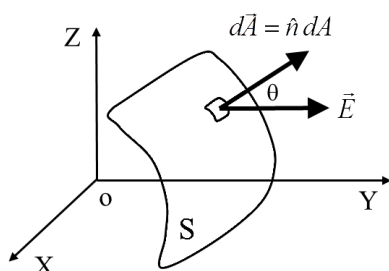
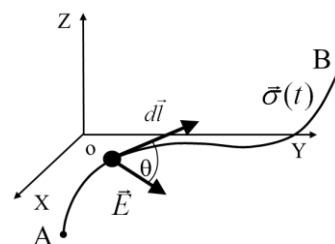
## Integrales de línea y de superficie.

Considerando un campo vectorial

$$\vec{E}(x, y, z) = E_x(x, y, z) \hat{i} + E_y(x, y, z) \hat{j} + E_z(x, y, z) \hat{k}$$

**Integral de línea:** Se proyecta al campo vectorial, evaluado en la trayectoria, en la dirección tangente a la trayectoria en cada punto (producto escalar) y luego se integran esas proyecciones.

$$I = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{t_A}^{t_B} \vec{E}(\vec{\sigma}(t)) \cdot \frac{d\vec{\sigma}(t)}{dt} dt$$



**Integral de superficie:** Se proyecta al campo vectorial, evaluado en la superficie, en la dirección normal a la superficie en cada punto (producto escalar) y luego se integran esas proyecciones.

$$\Phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \iint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dA$$

## ▪ Cambio de variables en la integración.

cartesianas:  $dA = dx dy$

cartesianas:  $dV = dx dy dz$

cilíndricas,  $z$  constante:  $dA = r dr d\theta$

cilíndricas:  $dV = r dr d\theta dz$

cilíndricas,  $r$  constante:  $dA = r dz d\theta$

esféricas,  $r$  constante:  $dA = r^2 \sin \varphi d\varphi d\theta$

esféricas:  $dV = r^2 \sin \varphi dr d\varphi d\theta$

## ▪ Operadores diferenciales en coordenadas cartesianas.

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

### Aplicado a una función escalar:

Gradiente de  $f(x, y, z)$

$$\vec{\nabla} f(x, y, z) = \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} \hat{k}$$

Laplaciano de  $f(x, y, z)$

$$\nabla^2 f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f(x, y, z)}{\partial z^2}$$

### Aplicado a una función vectorial (campo):

Divergencia de  $\vec{E}(x, y, z)$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(x, y, z) = \frac{\partial E_x(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial E_y(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial E_z(x, y, z)}{\partial z}$$

Rotor de  $\vec{E}(x, y, z)$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(x, y, z) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \hat{i} - \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \hat{j} + \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \hat{k}$$

Laplaciano de  $\vec{E}(x, y, z)$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E}(x, y, z) &= \frac{\partial^2 \vec{E}(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}(x, y, z)}{\partial z^2} \\ &= \nabla^2 E_x(x, y, z) \hat{i} + \nabla^2 E_y(x, y, z) \hat{j} + \nabla^2 E_z(x, y, z) \hat{k} \end{aligned}$$

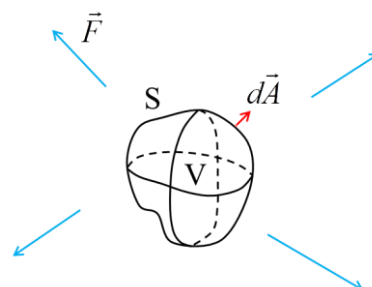
## ▪ Teoremas del análisis.

### Teorema de Gauss.

Sea  $V$  un volumen limitado por una superficie cerrada  $S$ . Sea

$\vec{F}(x, y, z)$  un campo vectorial suave en el volumen, entonces

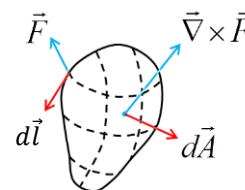
$$\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{A} = \iiint_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) dV$$



## Teorema de Stokes.

Sea  $S$  una superficie orientada y  $C$  la curva frontera orientada de  $S$  (según  $d\vec{l}$ ). Sea  $\vec{F}(x, y, z)$  un campo vectorial suave en el volumen, entonces

$$\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot d\vec{A}$$



## • CONCEPTOS DE FÍSICA.

### ▪ Velocidad y aceleración.

Sea una magnitud  $f(t)$ , se define:

- **velocidad** de  $f(t)$

$$\frac{df}{dt}$$

- **aceleración** de  $f(t)$

$$\frac{d^2f}{dt^2}$$

### ▪ Leyes de Newton.

#### Primera Ley.

Si sobre un cuerpo no actúa fuerza alguna, el mismo permanece en reposo o moviéndose a velocidad constante.

#### Segunda Ley.

La suma de las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo cambia la cantidad de movimiento del mismo.

$$\vec{F}_{suma} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \vec{a}$$

#### Tercera Ley.

Si sobre un cuerpo A, otro cuerpo B realiza una fuerza, sobre el cuerpo B actuará una fuerza de igual magnitud y de sentido contrario realizada por A.

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

### ▪ Trabajo de una fuerza:

$$W(A \rightarrow B) = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

### ▪ Teorema de trabajo y energía:

$$W = \int_A^B \vec{F}_{suma} \cdot d\vec{l} = \Delta E_{cinética}$$

### ▪ Fuerza conservativa:

$$\oint \vec{F}_{conservativa} \cdot d\vec{l} = 0$$

Al calcular el trabajo entre dos puntos realizado por una fuerza conservativa, éste es independiente del camino que une los puntos.

## ■ Magnitudes físicas (SI):

Tipo	Magnitud Física		Unidad		Equivalencia
	Nombre	Símbolo	Símbolo	Nombre	
Eléctricas	Carga eléctrica	$Q$	C	Coulomb	
	Campo Eléctrico	$\vec{E}$	N/C	Newton/Coulomb	V m
	Campo de Desplazamiento	$\vec{D}$	C/m <sup>2</sup>		
	Capacidad	$C$	F	Faradio	C/V
	Intensidad de corriente	$I$	A	Ampere	C/s
	Densidad de corriente	$\vec{j}$	A/m <sup>2</sup>		
	Permitividad eléctrica	$\epsilon$	C <sup>2</sup> /(N m <sup>2</sup> )		
Magnéticas	Diferencia de potencial	$\Delta V$	V	volt	N m/C
	Campo magnético	$\vec{H}$	A/m		
	Campo de inducción magnética	$\vec{B}$	T	Tesla	N/(A m)
	Flujo magnético	$\Phi$	Wb	Weber	T m <sup>2</sup>
	Autoinductancia	$L$	H	Henry	V s/A
	Inductancia mutua	$M$	H		
Materiales	Permeabilidad magnética	$\mu$	T m/A		
	Resistividad	$\rho$	$\Omega$ /m		
	Conductividad	$\sigma$	S/m	Siemens/metro	
	Resistencia	$R$	$\Omega$	Ohm	
	Reactancia inductiva	$\chi_L$	$\Omega$		
	Reactancia capacitiva	$\chi_C$	$\Omega$		
Energía	Impedancia	$Z$	$\Omega$		
	Trabajo / Energía	$W$	J	joule	N m
Tiempo	Potencia	$P$	W	watt	J/s
	Tiempo	$t$	s	segundo	
	Período	$T$	s		
	Constante de tiempo	$\tau$	s		
	Frecuencia	$f$	Hz	Hertz	1/s
	Frecuencia angular	$\omega$	rad/s		
	Longitud de onda	$\lambda$	m	metro	
	Número de onda	$k$	rad/m		

## ■ Constantes físicas

Velocidad de la luz en el vacío:  $c = 299792458$  m/s

Permitividad del vacío:  $\epsilon_0 = 8,854187817 \times 10^{-12}$  F/m

Permeabilidad del vacío:  $\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7}$  N/A<sup>2</sup>

Módulo de la carga de un electrón:  $e = 1,602176487 \times 10^{-19}$  C

## ■ Resumen de ondas

- Ecuación de la onda

En una dimensión

$$\frac{d^2 y(x, t)}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2 y(x, t)}{dt^2}$$

En tres dimensiones

$$\nabla^2 y(x, y, z, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, y, z, t)}{\partial t^2}$$

donde  $v$  es la velocidad de la onda. La velocidad de la onda depende de las características elásticas e inerciales del medio en el caso de ondas mecánicas y de la permitividad y permeabilidad del medio en el caso de ondas electromagnéticas.

Solución general en una dimensión  $y(x, t) = A_1 f(x - v t) + A_2 f(x + v t)$

Solución general en tres dimensiones  $y(\vec{r}, t) = A_1 f(\vec{r} - \vec{v} t) + A_2 f(\vec{r} + \vec{v} t)$

donde  $f$  es cualquier función con derivadas primeras y segundas continuas,  $A_1$  y  $A_2$  son constantes

- Clasificación de las ondas

- Según su naturaleza:

- Ondas mecánicas: necesitan un medio elástico para propagarse, las partículas del medio son desplazadas de su posición de equilibrio y las fuerzas de restauración tienden a volverlas a su posición original.
- Ondas electromagnéticas: producidas por la oscilación del campo eléctrico y magnético, no necesitan medio para propagarse.
- Ondas gravitacionales.

- Según la dirección de desplazamiento de partículas o campos

- Onda transversal: la dirección de movimiento de las partículas (ondas mecánicas) o la oscilación de los campos eléctrico y magnético (onda electromagnética) es perpendicular a la dirección de propagación de la onda.
- Onda longitudinal: la dirección de movimiento de las partículas (ondas mecánicas) coincide con la dirección de propagación de la onda.

- Según su propagación

- Ondas viajeras: se propagan libremente en el espacio
- Ondas estacionarias: no se propagan.

- Según las dimensiones en que se propaguen

- Unidimensionales: se propagan a lo largo de una dimensión del espacio.
- Bidimensionales o superficiales: se propagan en dos dimensiones del espacio.
- Tridimensionales: se propagan en tres dimensiones.

- Según su periodicidad

- Periódicas: la perturbación que las origina se produce en ciclos repetitivos.
- No periódicas: la perturbación que las origina es aislada (pulso).

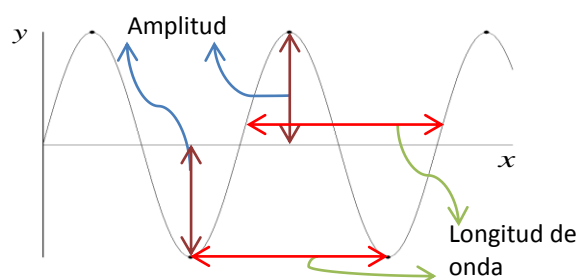
- Ondas armónicas (función seno o coseno)

$$y(x, t) = A \sin\{k(x - v t) + \varphi_0\}$$

o bien

$$y(x, t) = A \sin(k x - \omega t + \varphi_0)$$

donde  $A$  es la amplitud,  $k$  es el número de ondas,  $v$  es la velocidad de la onda,  $\varphi_0$  es la fase inicial y  $\omega$  es la frecuencia angular.



El argumento de la función seno o coseno

indica la dirección de propagación de la onda (en el caso anterior  $x$ ) y el signo en el término temporal indica el sentido (en el caso anterior sentido positivo).



Si bien la velocidad de la onda depende de las características elásticas e inerciales del medio en el caso de ondas mecánicas y de la permitividad y permeabilidad del medio en el caso de ondas electromagnéticas, se puede relacionarla con las magnitudes anteriores:

$$v = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

donde

$$k = 2\pi/\lambda$$

$$\omega = 2\pi f$$

- Superposición de ondas

La onda resultante es la suma instantánea de las amplitudes de cada una de las ondas individuales con el signo correspondiente. Se dice que las ondas interfieren.

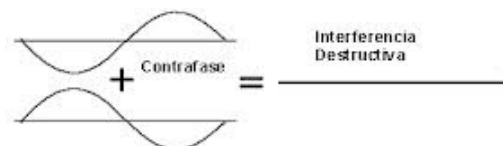
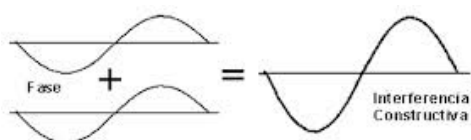
Por ejemplo, si se tienen las ondas

$$y_1(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi_{10})$$

$$y_2(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varphi_{20})$$

la superposición de las mismas resulta

$$\begin{aligned} y(x, t) &= y_1(x, t) + y_2(x, t) \\ &= A[\sin(kx - \omega t + \varphi_{10}) + \sin(kx - \omega t + \varphi_{20})] \\ &= 2A \cos\left(\frac{\varphi_{10} - \varphi_{20}}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi_{10} + \varphi_{20}}{2}\right) \end{aligned}$$



## Bibliografía

- Smith, R. and Minton, R., "Cálculo" Volumen 1 y 2, McGraw Hill (2005)
- Marsden, J. and Tromba, A., "Cálculo vectorial", Addison Wesley (2004)
- Serway, "Física" Volumen 1 y 2, McGraw Hill (1999)
- Resnick, Holliday and Krane, "Física para estudiantes de Ciencias e Ingeniería" Volumen 1 y 2, CECSA(1999)

Revise la bibliografía de la cátedra listada en la página de internet.

## REPASO

**P1.** Sean los vectores  $\vec{A} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$  y  $\vec{B} = -5\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ , determine

- $\vec{A} + \vec{B}$ ;
- $\vec{A} - \vec{B}$ ;
- $5\vec{A}$ ;
- $-3\vec{B}$ , discuta la diferencia con  $3\vec{B}$ ;
- $\vec{A} \cdot \vec{B}$ , discuta la diferencia con  $\vec{B} \cdot \vec{A}$ ;
- $\vec{A} \times \vec{B}$ , discuta la diferencia con  $\vec{B} \times \vec{A}$ ;
- $5\vec{A} \times \vec{A}$ ;
- $\vec{A} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$ , ¿qué conclusión puede sacar sobre la dirección de los vectores?;
- $\vec{B} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$ , ¿qué conclusión puede sacar sobre la dirección de los vectores?;
- los módulos de los vectores obtenidos en cada uno de los incisos anteriores.

**P2.** Sea un campo vectorial  $\vec{F} = 1,8 \times 10^5 r^{-2} \hat{r}$ , donde  $r$  representa a la coordenada radial en coordenadas esféricas y se mide en metros.

- Calcule la integral de línea del campo vectorial sobre un camino paralelo al eje  $x$ , entre los puntos A y B, situados respectivamente en  $\vec{r}_A = (12; 12; 0)$  cm y  $\vec{r}_B = (42; 12; 0)$  cm.
- ¿Será conservativo el campo vectorial?
- Calcule la integral de flujo en una superficie esférica centrada en el origen y que pase por el punto A.
- Calcule la integral de flujo en una superficie esférica centrada en el origen y que pase por el punto B. Compare su resultado con el obtenido en el inciso anterior.

**P3.** Suponga un campo vectorial determinado por

$$\vec{E}(x) = \begin{cases} -300\hat{i} & \text{si } x < 0 \\ 300\hat{i} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Imagine una superficie cerrada cilíndrica con tapas, cuya longitud es 10 cm, su radio es 4 cm y su centro coincide con el origen de coordenadas. El eje de simetría del cilindro coincide con el eje  $x$ .

- Realice un esquema de la situación planteada.
- Determine el flujo del campo vectorial que atraviesa cada tapa del cilindro y la superficie curvada del mismo (cuerpo).
- ¿Cuál será el flujo total a través de la superficie cerrada?

**P4.** Calcule la integral de volumen en una esfera de radio A de las siguientes cantidades:

- $\rho = 3r$ ,
- $\rho = 4r^2$ ,
- $\rho = 5 \sin \theta \cos \varphi$ ,
- $\rho = 6r \cos \theta \cos \varphi$ ,

donde  $r$  es la coordenada radial en el sistema de coordenadas esféricas y  $\theta$  y  $\varphi$  son las coordenadas angulares en el sistema de coordenadas esféricas.

**P5.** Sea la el campo vectorial  $\vec{E}(z, t) = 30 \cos(3z - 6t) \hat{i}$ , con  $z$  y  $t$  en el sistema MKS,

- determine el rotor y la divergencia del campo.
- Verifique que cumple con la ecuación de ondas  $\nabla^2 \vec{E}(z, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(z, t)}{\partial t^2}$ .
- Determine la velocidad usando los resultados del inciso anterior.