

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN



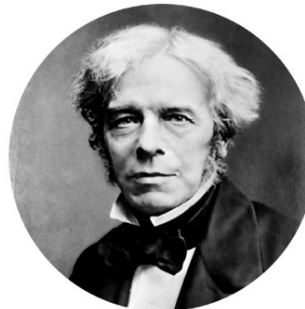
Ohm



Kirchhoff



Volta



Faraday



Ampere



Henry



Watt



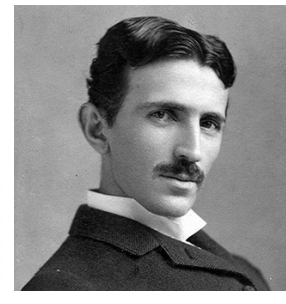
Hertz



Siemens



Joule



Tesla



Thevenin



Norton

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

¿Qué significa “resolver un circuito”?

Generalmente, las fuentes y los valores de los elementos pasivos son datos de un circuito.

Por lo tanto, “resolver un circuito” implica *obtener todas las corrientes y tensiones en cada elemento* (pasivo o activo) del circuito.

Para obtener dichas corrientes y tensiones normalmente se utilizan las leyes de Ohm y Kirchhoff, tal como se viera oportunamente.

Se verá seguidamente que a partir de estas tres leyes fundamentales de la electrotecnia es posible derivar metodologías que permiten simplificar los análisis para obtener los resultados buscados.

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN



Permiten *sistematizar* y/o *simplificar* el análisis de un circuito

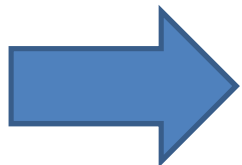


Se basan en las leyes de Ohm y Kirchhoff

CANTIDAD DE ECUACIONES NECESARIAS

Debe ser igual a la cantidad de incógnitas del problema

O viendo la **topología** del circuito:



$$R = L_i + N_i$$

R : ramas = incógnitas = ecuaciones

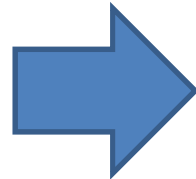
L_i : lazos independientes

N_i : nodos independientes

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

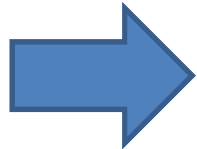
MÉTODOS DE RESOLUCIÓN

Sistematización



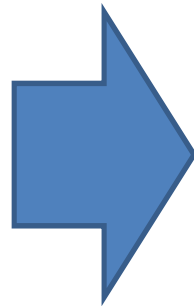
Análisis **NODAL**

Análisis de **MALLA**



Se obtienen un conjunto de ecuaciones simultáneas posible de resolver con un método algebraico adecuado

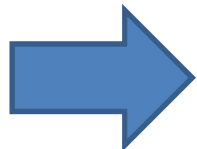
Simplificación



Método de **SUPERPOSICIÓN**

Método de **THEVENIN**

Método de **NORTON**



Dependiendo del circuito, es posible obtener una simplificación del mismo, de acuerdo al objetivo buscado

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

ANÁLISIS NODAL

Se utilizan las **tensiones de los nodos** del circuito como variables del problema

La elección de las tensiones de nodo en lugar de las tensiones en cada elemento resulta conveniente y reduce el número de ecuaciones

Se basa en la primera ley de Kirchhoff

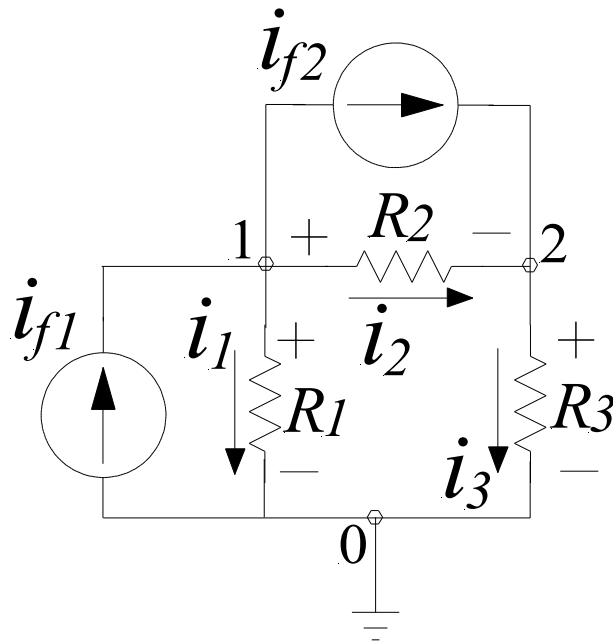
Se puede aplicar a cualquier tipo de circuitos

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 1:

Circuito con fuentes de corriente



Nodo 1 $i_{f1} = i_{f2} + i_1 + i_2$

Nodo 2 $i_{f2} + i_2 = i_3$

Ley de Ohm para LKC en nodo 1
$$i_{f1} = i_{f2} + \frac{u_1 - 0}{R_1} + \frac{u_1 - u_2}{R_2}$$

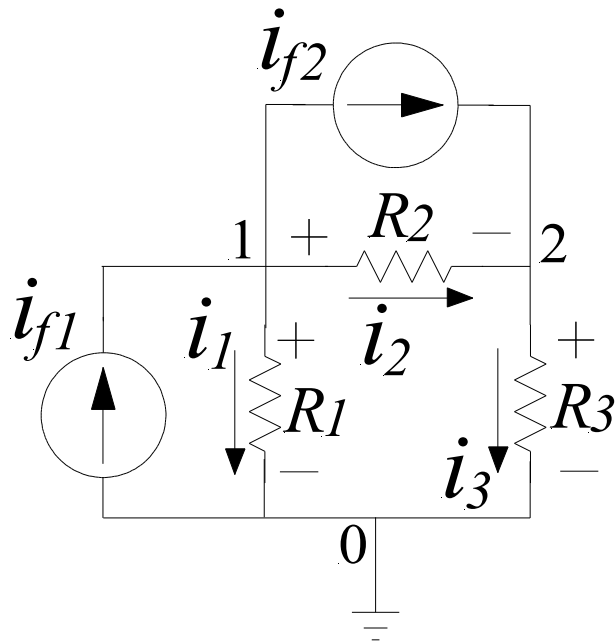
Ley de Ohm para LKC en nodo 2
$$i_{f2} + \frac{u_1 - u_2}{R_2} = \frac{u_2 - 0}{R_3}$$

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 1:

Circuito sin fuentes de tensión



Nodo 1 $i_{f1} = i_{f2} + i_1 + i_2$

Nodo 2 $i_{f2} + i_2 = i_3$

Reagrupando corrientes y tensiones

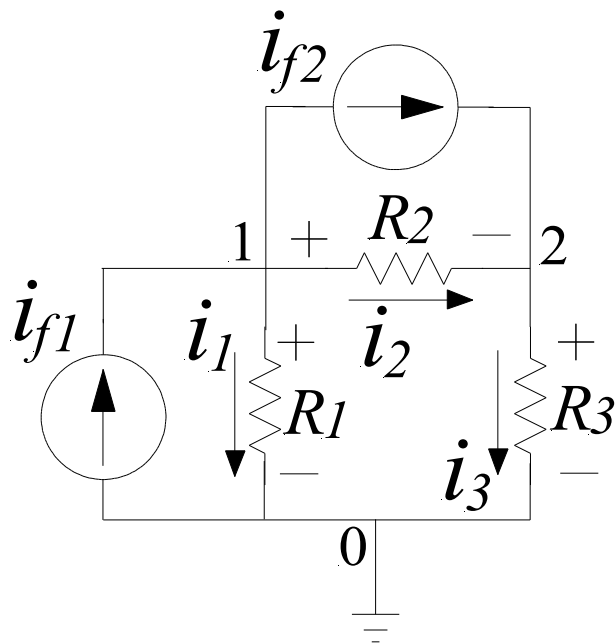
$$i_{f1} - i_{f2} = u_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - u_2 \frac{1}{R_2}$$

$$i_{f2} = -\frac{u_1}{R_2} + u_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 1:

Circuito sin fuentes de tensión



Nodo 1 $i_{f1} = i_{f2} + i_1 + i_2$

Nodo 2 $i_{f2} + i_2 = i_3$

Reemplazando las resistencias por las conductancias correspondientes

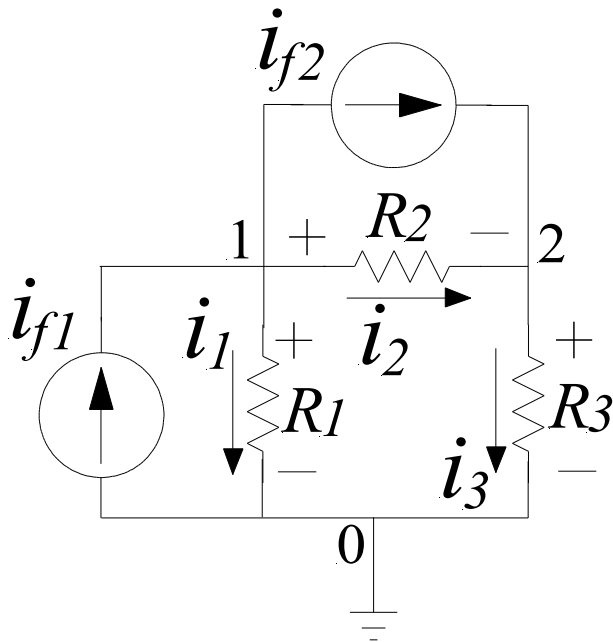
$$i_{f1} - i_{f2} = u_1 (G_1 + G_2) - u_2 G_2$$

$$i_{f2} = -u_1 G_2 + u_2 (G_2 + G_3)$$

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 1:

Circuito sin fuentes de tensión



Nodo 1 $i_{f1} = i_{f2} + i_1 + i_2$

Nodo 2 $i_{f2} + i_2 = i_3$

En forma matricial

$$\begin{bmatrix} i_{f1} - i_{f2} \\ i_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

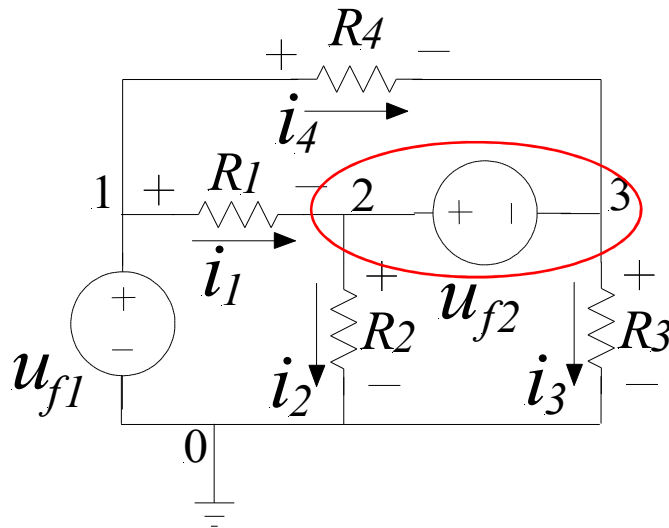
Este sistema de ecuaciones está preparado para resolver por algún método numérico adecuado

¿Qué representan los coeficientes de la matriz de G ?

ANÁLISIS NODAL

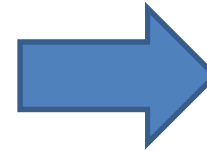
Ejemplo 2:

Circuito con fuentes de tensión



Nodo 1 $u_1 = u_{f1}$

Nodos 2 y 3



SUPERNODO


Se obtiene un *supernodo* cuando una fuente de tensión se encuentra conectada entre dos nodos distintos del de referencia

Aplicando LKC al supernodo



$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3$$

Por ley de Ohm



$$\frac{u_{f1} - u_2}{R_1} + \frac{u_{f1} - u_3}{R_4} = \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3}$$

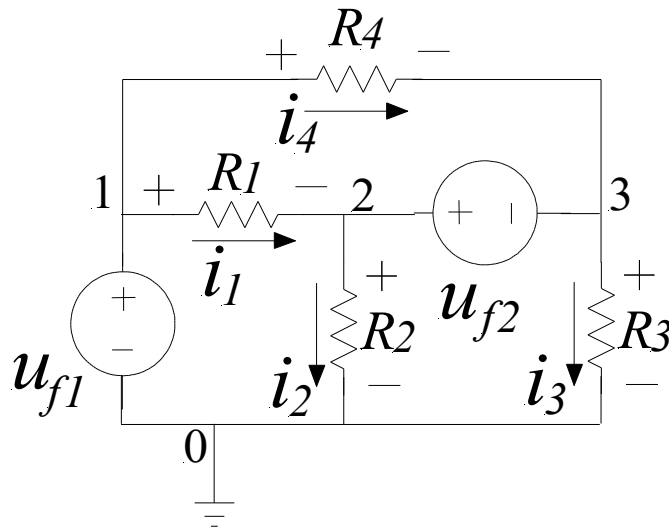
Y además:

$$u_2 - u_3 = u_{f2}$$

ANÁLISIS NODAL

Ejemplo 2:

Circuito con fuentes de tensión



Finalmente

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{G_1 + G_2}{G_1 + G_4} \right) & \left(\frac{G_3 + G_4}{G_1 + G_4} \right) \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{f1} \\ u_{f2} \end{bmatrix}$$

No se observa la simetría del ejemplo anterior

ANÁLISIS NODAL

Finalmente, el análisis se puede resumir en el siguiente procedimiento:

- 1.- *Se elige un nodo de referencia (con tensión igual a **cero**), asignando una variable (tensión) a cada uno de los restantes nodos N_i . La polaridad de estas tensiones se asigna respecto al nodo de referencia.*
- 2.- *Se aplica LKC a cada nodo N_i , aplicando la ley de Ohm para expresar las corrientes de rama en términos de las tensiones de nodo.*
- 3.- *Se resuelve el sistema de ecuaciones hallado para obtener las tensiones de nodo desconocidas.*

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

ANÁLISIS DE MALLA

El análisis de malla no es tan general como el de nodos, sólo se puede aplicar en circuitos planos

Una **malla** es un lazo que no contiene otros lazos en su interior

Se utilizan las **corrientes de las mallas** del circuito como variables del problema

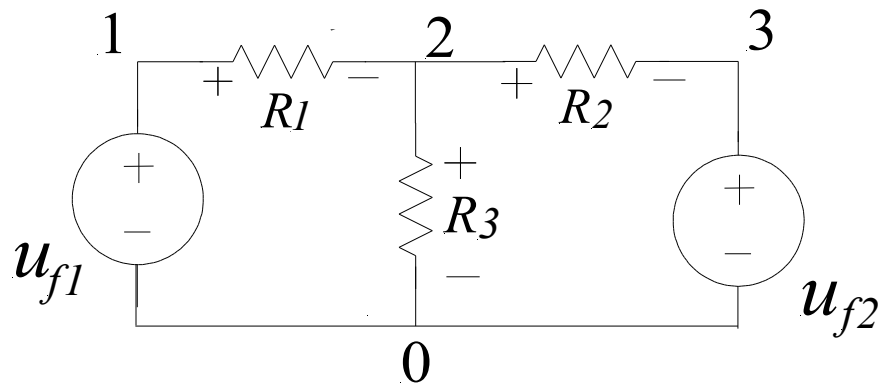
Se basa en la segunda ley de Kirchhoff

La elección de las corrientes de malla en lugar de las corrientes en cada elemento resulta conveniente y reduce el número de ecuaciones

ANÁLISIS DE MALLA

Ejemplo 1:

Circuito con fuentes de tensión



Malla 1 $u_{f1} = u_{R1} + u_{R3}$

Malla 2 $u_{R3} = u_{R2} + u_{f2}$

Ley de Ohm en las mallas

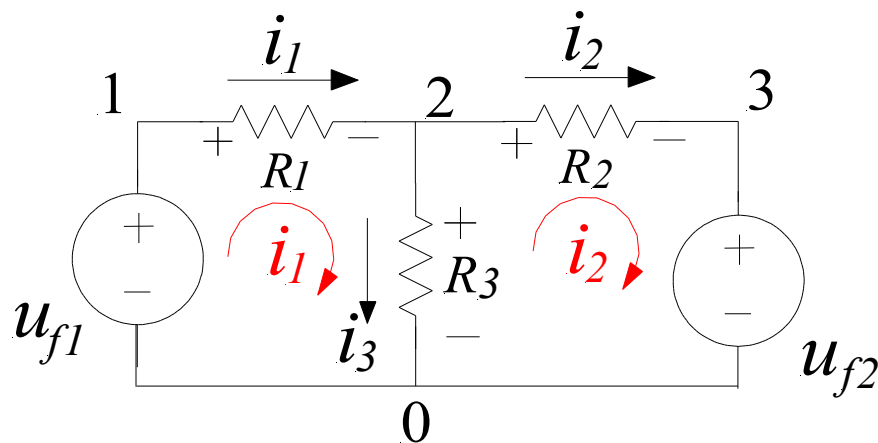
$$u_{f1} = R_1 i_1 + R_3 i_1 - R_3 i_2$$

$$+R_3 i_1 - R_3 i_2 = R_2 i_2 + u_{f2}$$

ANÁLISIS DE MALLA

Ejemplo 1:

Circuito con fuentes de tensión



Reagrupando:

$$u_{f1} = (R_1 + R_3)i_1 - R_3i_2$$

$$-u_{f2} = -R_3i_1 + (R_2 + R_3)i_2$$

Y en forma matricial:

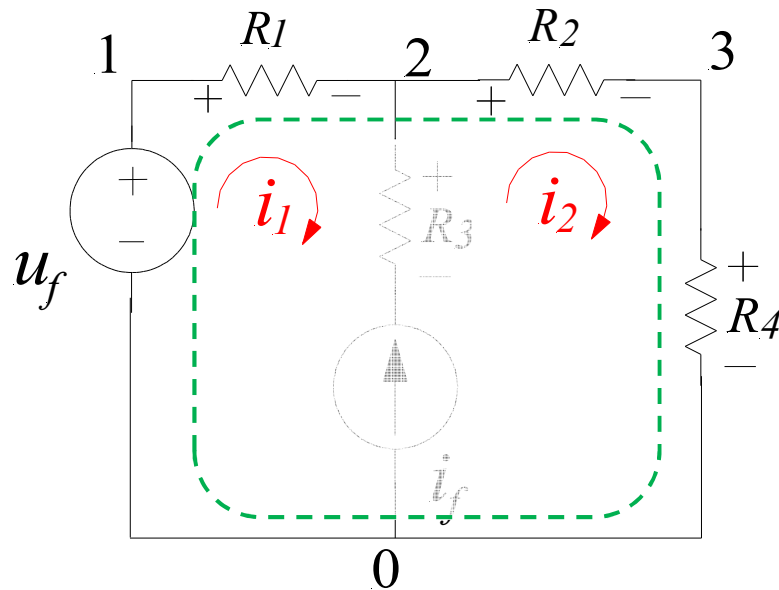
$$\Rightarrow \begin{bmatrix} u_{f1} \\ -u_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad \text{¿Qué representan los coeficientes de la matriz de } \mathbf{R}?$$

La corriente i_3 se puede ahora determinar aplicando LKC en el nodo 0 ó en el 2

ANÁLISIS DE MALLA

Ejemplo 2:

Circuito con fuente de corriente



¡ojo!

Se puede excluir del análisis la rama donde se encuentra la fuente de corriente



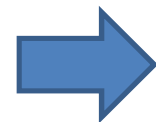
SUPERMALLA

Se obtiene una *supermalla* cuando dos mallas tienen una fuente de corriente en común

Aplicando LKT en la supermalla

$$u_f = R_1 i_1 + R_2 i_2 + R_4 i_2 = R_1 i_1 + (R_2 + R_4) i_2$$

Se puede completar el análisis aplicando LKC en el nodo 0 ó en el 2

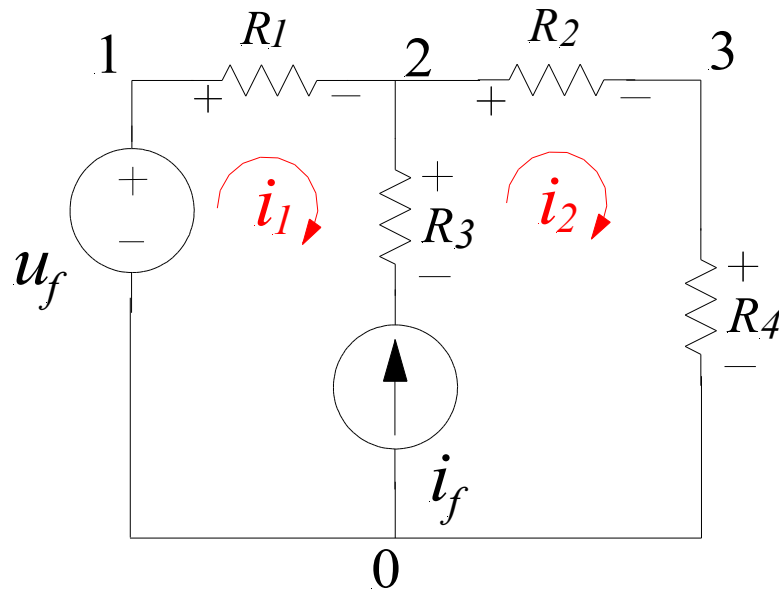


$$i_f + i_1 = i_2$$

ANÁLISIS DE MALLA

Ejemplo 2:

Circuito con fuente de corriente



En forma matricial

$$\begin{bmatrix} u_f \\ i_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 + R_4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

No se observa la simetría del ejemplo anterior

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

ANÁLISIS DE MALLA

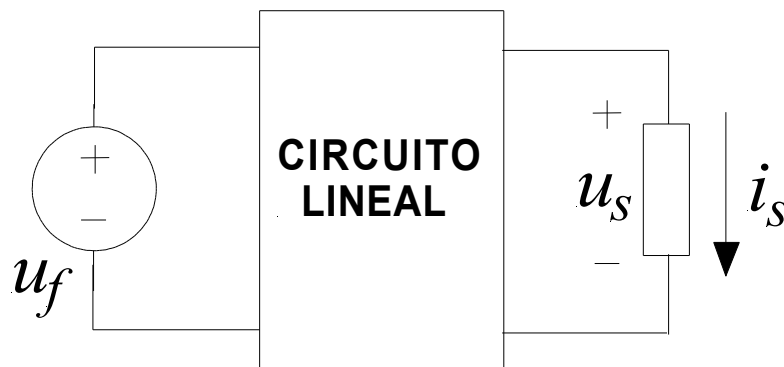
Finalmente, el análisis se puede resumir en el siguiente procedimiento:

- 1.- *Se asigna una corriente a cada malla.*
- 2.- *Se aplica LKT a cada malla M_i , aplicando la ley de Ohm para expresar las tensiones de cada rama en términos de las corrientes de malla.*
- 3.- *Se resuelve el sistema de ecuaciones hallado para obtener las corrientes de malla desconocidas.*

MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN

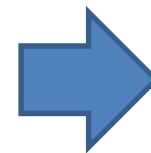
LINEALIDAD:

Un **circuito lineal** es aquél cuya respuesta está linealmente relacionada con la excitación



Si

$$i_s = k_1 u_f \quad \text{o} \quad u_s = k_2 u_f$$



el circuito es lineal

Es posible demostrar que un circuito es *lineal* si todos sus elementos pasivos son *lineales*

¿Qué pasa en el caso de la potencia?

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN

La corriente (o la tensión) en un elemento de un circuito **lineal** alimentado por dos o más **fuentes independientes** es igual a la suma **algebraica** de las corrientes (o de las tensiones) en dicho elemento, cada una de las cuales debida a cada fuente actuando por separado.

Procedimiento:

- 1.- Se **anulan** todas las fuentes independientes excepto una.
- 2.- Se determina la respuesta (tensión o corriente) debido a la fuente no anulada, mediante un método de resolución adecuado.
- 3.- Se repiten los pasos 1.- y 2.- para cada una de las fuentes independientes restantes.
- 4.- Se calcula la respuesta total (tensión o corriente) sumando **algebraicamente** todas las respuestas debidas a cada fuente independiente.

¿Qué significa **anular** una fuente?

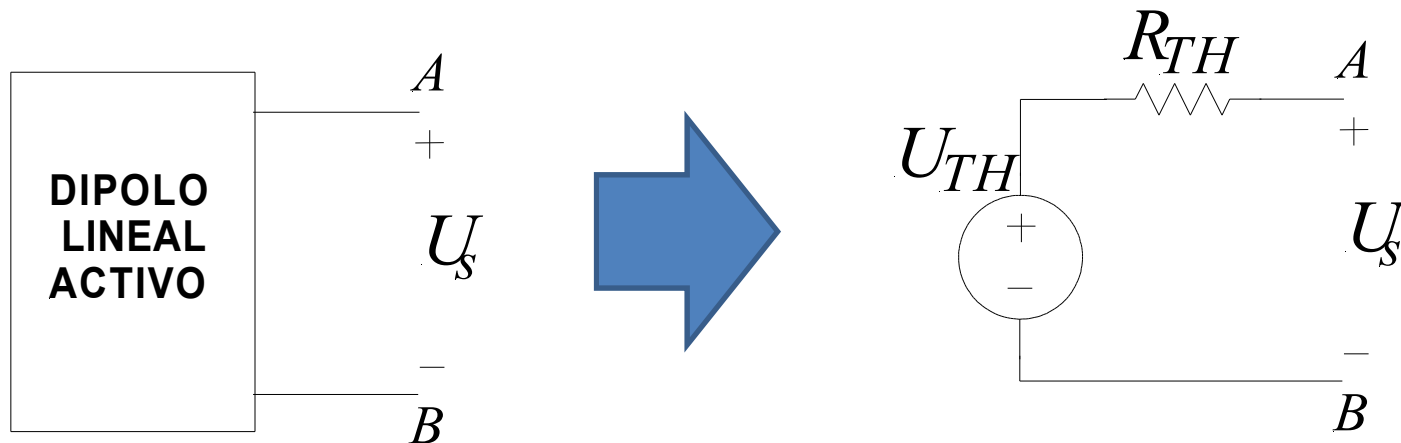
CIRCUITO EQUIVALENTE DE THEVENIN



CIRCUITO EQUIVALENTE DE THEVENIN



Toda red lineal con fuentes independientes (**dipolo activo lineal**) “vista desde” dos puntos puede reemplazarse por una fuente de tensión en serie con una resistencia (**fente de tensión real**)



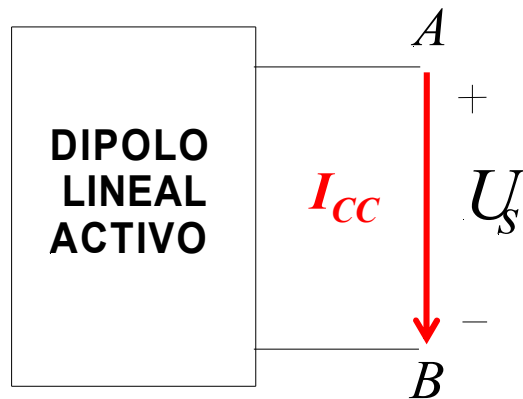
U_{TH} : Tensión de Thevenin

R_{TH} : Resistencia de Thevenin

CIRCUITO EQUIVALENTE DE THEVENIN



¿Cómo se determinan U_{TH} y R_{TH} ?



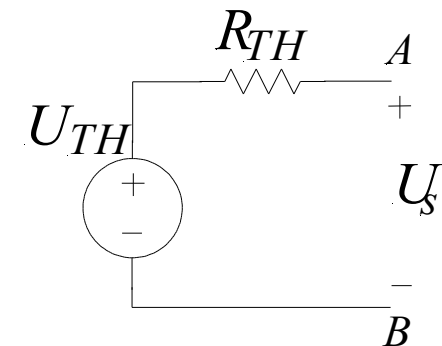
$$U_{TH} = U_S = U_{AB}$$

Tensión de circuito abierto del dipolo activo

I_{CC} : Corriente de cortocircuito del dipolo activo

$$R_{TH} = \frac{U_{AB}}{I_{CC}}$$

Las relaciones anteriores se pueden verificar en el circuito equivalente de Thevenin



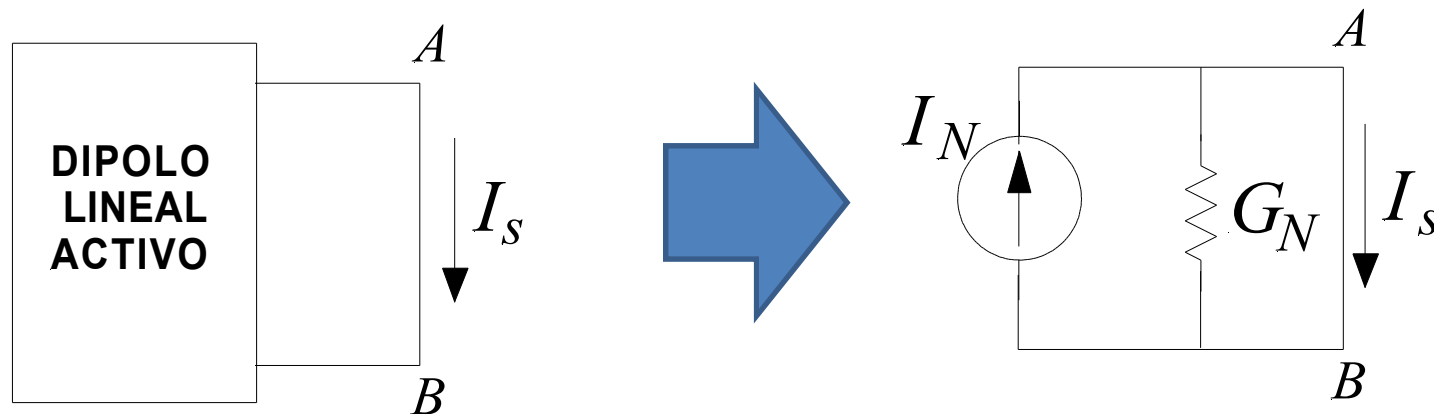
CIRCUITO EQUIVALENTE DE NORTON



CIRCUITO EQUIVALENTE DE NORTON



Toda red lineal con fuentes independientes (**dipolo activo lineal**) “vista desde” dos puntos puede reemplazarse por una fuente de corriente en paralelo con una conductancia (**fente de corriente real**)



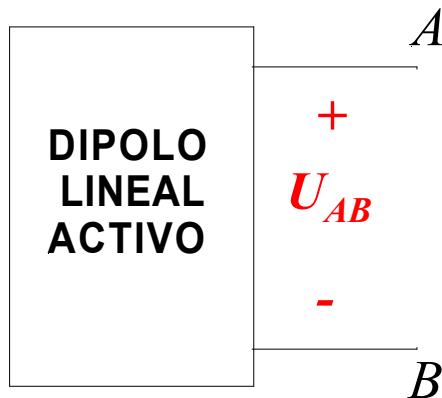
I_N : Corriente de Norton

G_N : Conductancia de Norton

CIRCUITO EQUIVALENTE DE NORTON



¿Cómo se determinan I_N y G_N ?



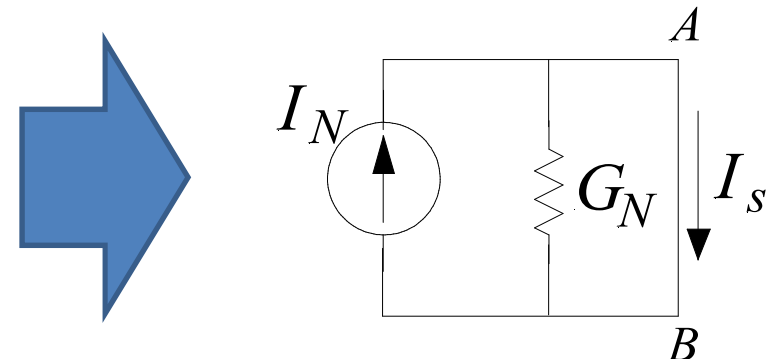
$$I_N = I_S = I_{AB} = I_{CC}$$

Corriente de cortocircuito del dipolo activo

U_{AB} : Tensión de circuito abierto del dipolo activo

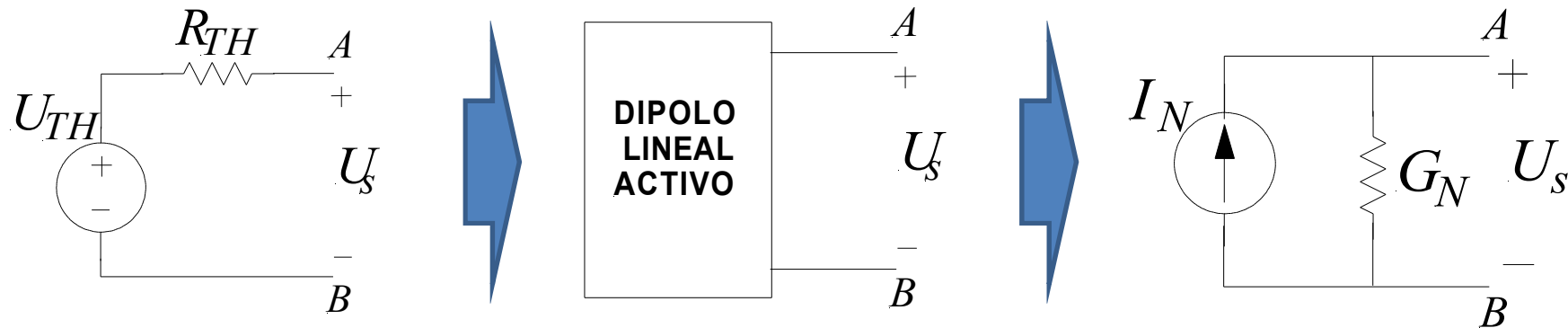
$$G_N = \frac{I_{CC}}{U_{AB}}$$

Las relaciones anteriores se pueden verificar en el circuito equivalente de Norton

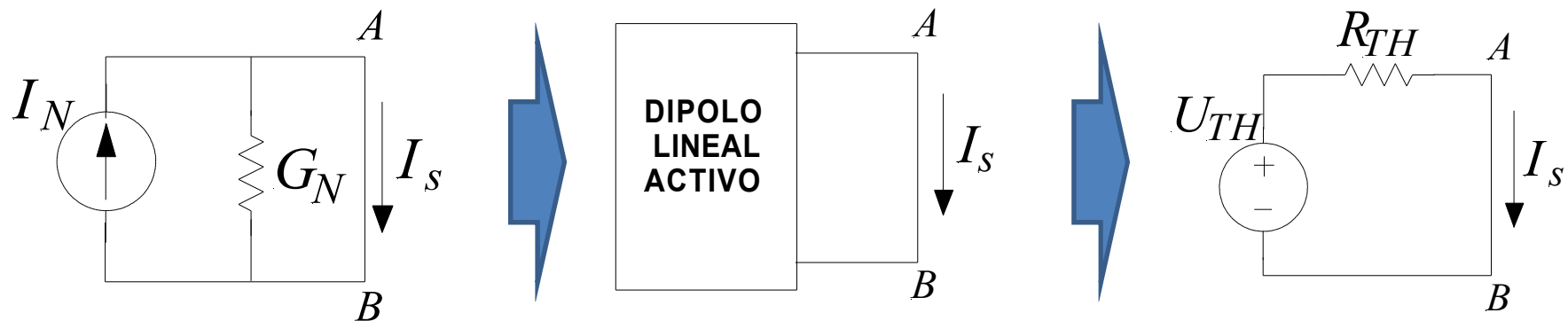


EQUIVALENCIA DE FUENTES REALES

En base a lo visto, se puede establecer la equivalencia entre una *fente de tensión real* (fuente de Thevenin) y una *fente de corriente real* (fuente de Norton)

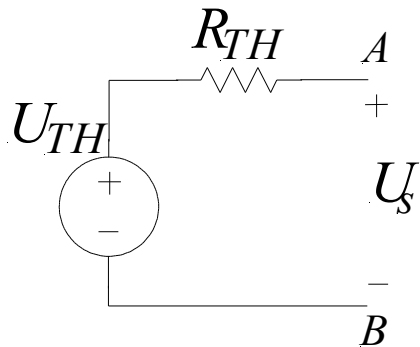


Obviamente, la recíproca también es cierta

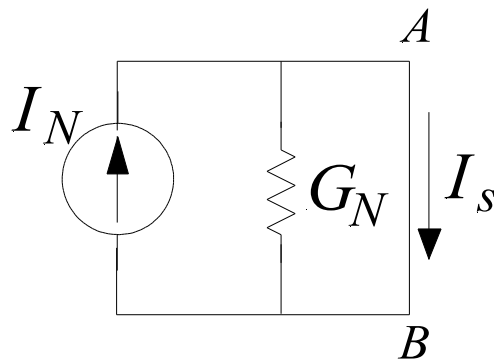


DUALIDAD

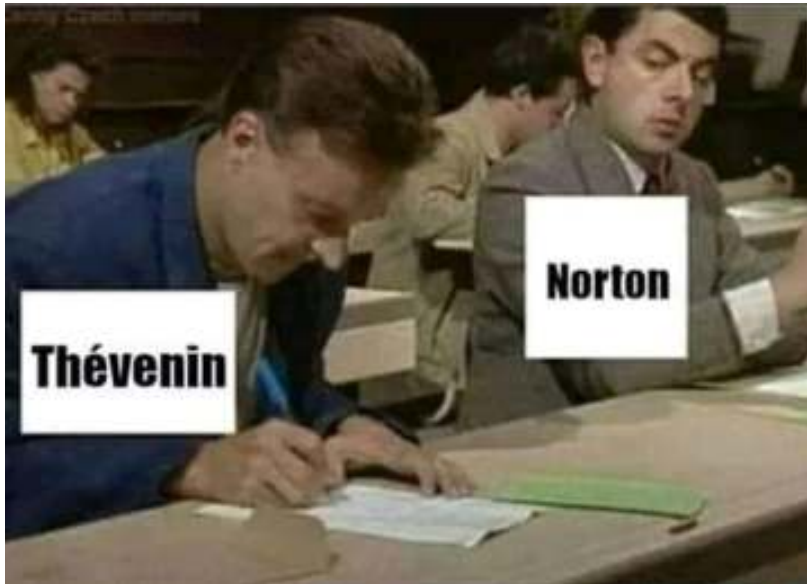
EQUIVALENTES DE THEVENIN Y NORTON



Los circuitos equivalentes de Thevenin y Norton presentados corresponden a redes con señales de continua, en las cuales se advierte que sólo hay resistores, no hay capacitores ni inductores (estos últimos suelen denominarse también *elementos pasivos reactivos*).



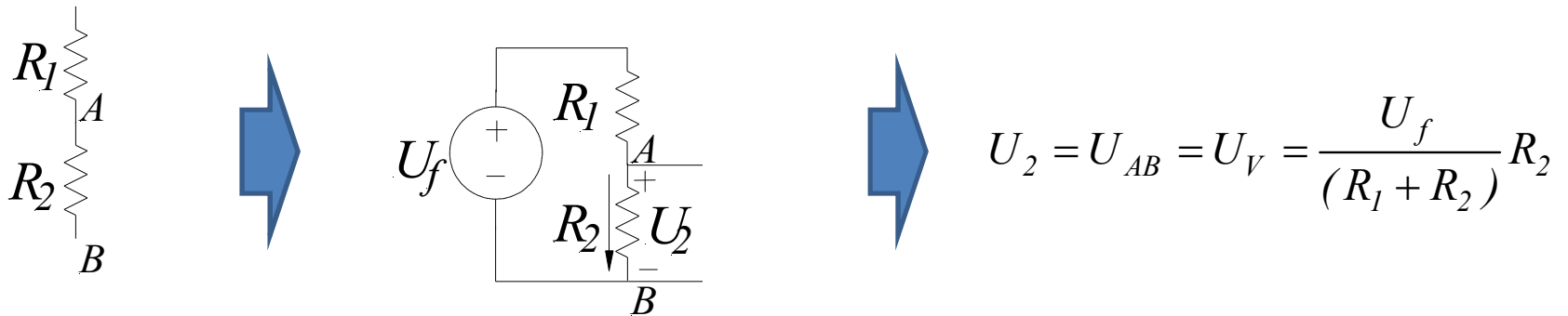
Se verá que al estudiar circuitos con señales alternas senoidales, van a ponerse de manifiesto los elementos reactivos mencionados. Por lo tanto, la nomenclatura para la representación de los equivalentes de Thevenin y Norton cambiará un poco para adaptarse a la nueva condición impuesta por la introducción de tales elementos reactivos.



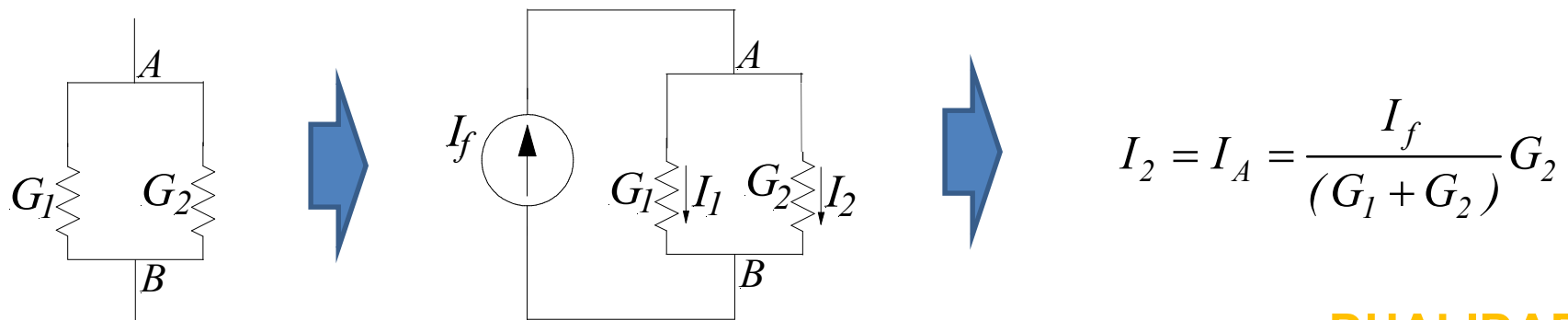
ANÁLISIS DE CIRCUITOS

CIRCUITOS ESPECIALES

DIVISOR DE TENSIÓN



DIVISOR DE CORRIENTE

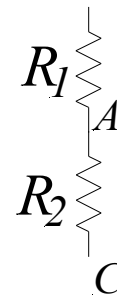
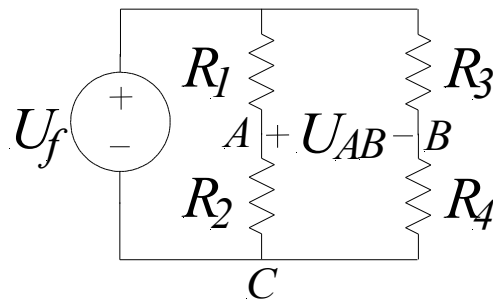


DUALIDAD

ANÁLISIS DE CIRCUITOS

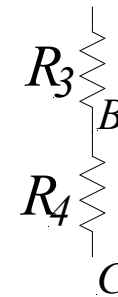
CIRCUITOS ESPECIALES

PUENTE DE WHEATSTONE



Divisor de tensión (AC)

$$U_{AC} = \frac{U_f}{(R_1 + R_2)} R_2$$



Divisor de tensión (BC)

$$U_{BC} = \frac{U_f}{(R_3 + R_4)} R_4$$



$$U_{AB} = U_{AC} - U_{BC} = \frac{U_f}{(R_1 + R_2)} R_2 - \frac{U_f}{(R_3 + R_4)} R_4 = U_f \left[\frac{R_2}{(R_1 + R_2)} - \frac{R_4}{(R_3 + R_4)} \right]$$

RESUMEN

Métodos de resolución de circuitos

Cantidad de incógnitas y número de ecuaciones necesarias a partir de la **topología** del circuito

Método de **análisis nodal**

Método de **análisis de malla**

Red lineal → **Método de superposición**

Método de **Thevenin**

Método de **Norton**

Equivalencia de fuentes

Circuitos especiales: Divisores de tensión y corriente, Puente de Wheatstone

En líneas generales, todos los métodos de resolución vistos son válidos para circuitos en alterna con cualquier tipo de elemento pasivo (**R , L o C**)

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN



Ohm



Kirchhoff



Volta



Faraday



Ampere



Henry



Watt



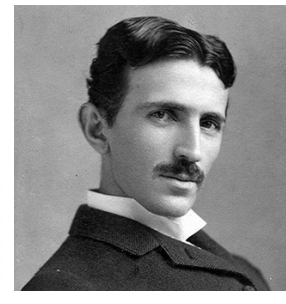
Hertz



Siemens



Joule



Tesla



Thevenin



Norton