

## Auxiliar 8 - Dominios Finitos y Análisis Amortizado

CC4102/CC53A - Diseño y Análisis de Algoritmos  
Profesor: Pablo Barceló    Auxiliar: Miguel Romero

08 de Mayo del 2014

1. Muestre cómo ordenar  $n$  enteros en el rango  $[0, \dots, n^3 - 1]$  en tiempo  $O(n)$ .
2. Se desea ordenar un arreglo de enteros, donde los enteros podrían tener distinta cantidad de dígitos, pero el número total de dígitos es  $n$ . Diseñe un algoritmo que tome tiempo  $O(n)$ .
3. Se desea ordenar un arreglo de llaves cuyos valores pueden ser 0 o 1. Algunas características deseables son las siguientes:
  - (a) El algoritmo toma tiempo  $O(n)$ .
  - (b) El algoritmo es estable.
  - (c) El algoritmo ordena “in place”, es decir, el espacio extra utilizado para ordenar es constante.

Diseñe algoritmos que cumplan (a) y (b); (a) y (c); (b) y (c).

4. Considere una tabla de tamaño  $size$  y almacenando  $num$  elementos, que se va llenando con inserciones y debemos realocarla cuando no queda espacio para insertar ( $size = num$ ). Esta vez, también ocurren borrados y no queremos que  $size$  sea mucho mayor que  $num$ , para no desperdiciar espacio. Al realocar la tabla para agrandarla o reducirla debemos pagar un costo de  $O(num)$ .
  - (a) Muestre que duplicar la tabla cuando se llena, y reducirla cuando  $num = size/2$  no consigue un costo amortizado constante.
  - (b) Considere la estrategia de duplicar cuando la tabla se llena, y reducirla a  $size/2$  cuando  $num = size/4$ . Demuestre que esta estrategia obtiene un costo amortizado constante utilizando la siguiente función potencial:

$$\Phi = \begin{cases} 2 \cdot num - size & \text{si } num \geq size/2 \\ size/2 - num & \text{si } num < size/2 \end{cases}$$