

CC4102 - Control 2

Profs. Pablo Barceló y Gonzalo Navarro

9 de Julio de 2018

P1 (3.0 pt)

Un *árbol α -balanceado*, para $1/2 < \alpha < 1$, es un árbol binario de búsqueda donde todo subárbol $T = (root, T_l, T_r)$ cumple $|T_l| \leq \alpha \cdot |T|$ y $|T_r| \leq \alpha \cdot |T|$. Las operaciones para buscar y mantener un árbol α -balanceado son las mismas que para un árbol binario de búsqueda, excepto que luego de insertar o borrar un nodo, se busca el nodo más alto en el camino del punto de inserción/borrado hacia la raíz, que no esté α -balanceado, y se lo reconstruye como árbol perfectamente balanceado (el costo es proporcional al tamaño del subárbol que se reconstruye).

1. (1.0 pt) Muestre que la búsqueda en un árbol α -balanceado cuesta $O(\log n)$, y que lo mismo ocurre con las inserciones y borrados, si no consideramos las reconstrucciones. ¿Qué constante obtiene multiplicando el $\log n$?
2. (2.0 pt) Muestre que el costo amortizado de las inserciones y borrados, ahora considerando reconstrucciones, es también $O(\log n)$. Para ello, considere la función potencial

$$\Phi(T) = \frac{1}{2\alpha - 1} \sum_{T' \in T} \max(\text{abs}(|T'_l| - |T'_r|) - 1, 0),$$

donde $\text{abs}(\cdot)$ es el valor absoluto, y $T' \in T$ significa que T' es un subárbol de T . ¿Qué constante obtiene multiplicando el $\log n$?

P2 (3.0 pt)

Los árboles de sufijos suelen tener un campo más, que se llama *suffix link*: si un nodo v representa el string aX , con $a \in \Sigma$ y $X \in \Sigma^*$, entonces $\text{slink}(v) = u$, donde u es el nodo que representa el string X . Es decir, el suffix link “le quita la primera letra” al string.

1. (0.5 pt) Dibuje el árbol de sufijos del texto **abracadabra\$** con suffix links.
2. (1.0 pt) Demuestre que, si v existe en el árbol, $\text{slink}(v)$ también existe, aunque se compacten caminos unarios.
3. (1.5 pt) Use el árbol de sufijos con suffix links de un texto T para resolver el siguiente problema en tiempo $O(n)$: Dado otro texto $S[1..n]$, encontrar los substrings maximales de S que aparecen en T . Para simplificarse, considere que tiene el trie de los sufijos de T , sin compactar caminos unarios. Demuestre que su solución es de tiempo $O(n)$.

Tiempo: 2.0 horas

Con una hoja de apuntes

Responder en hojas separadas