

# Auxiliar 1 - Cotas Inferiores

CC4102/CC53A - Diseño y Análisis de Algoritmos  
Profesor: Pablo Barceló    Auxiliar: Miguel Romero

20 de Marzo del 2014

1. Bajo el modelo de comparaciones demuestre que:
  - (a)  $n - 1$  comparaciones son necesarias para encontrar el máximo de un arreglo  $A[1, n]$ .
  - (b)  $2n - 1$  comparaciones son necesarias en el peor caso para mezclar dos listas crecientes de tamaño  $n$  en una única lista creciente.
2. (P1 C1 2012) Dadas dos listas crecientes, de largos  $m$  y  $n$ , y suponiendo que  $m < n$ , existen dos formas obvias para mezclarlas, es decir, unir las en una única lista creciente:
  - Ir tomando en cada turno la menor de cada una de las dos, lo que requerirá  $O(m + n)$  comparaciones.
  - Ir buscando cada elemento de la más corta en la más larga, con búsqueda binaria, lo que requerirá  $O(m \log n)$  comparaciones.

Se pide lo siguiente:

- (a) Usando árboles de decisión, encuentre una cota inferior al número de comparaciones necesarias para mezclar las dos listas.
  - (b) Indique para qué relaciones entre  $m$  y  $n$  las técnicas descritas resultan ser óptimas.
  - (c) Diseñe y analice un algoritmo de mezcla que alcance la cota inferior para toda relación entre  $m$  y  $n$ .
3. (P1 C1 2013) Dado un conjunto de puntos en el plano, se desea encontrar los tres puntos que definan un triángulo con la menor área posible. Demuestre que este problema es 3SUM-hard.
4. Usando la técnica del adversario, demuestre que  $3/2n + O(1)$  comparaciones son necesarias para encontrar la mediana de un arreglo desordenado  $A[1, n]$ .