Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ciencias de la Computación

CC 4102 - Auxiliar 5

Profesor: Pablo Barceló **Auxiliar:** Felipe Contreras Salinas

26 de abril, 2016

P1. La búsqueda binaria en un arreglo ordenado toma tiempo logarítmico. Sin embargo la inserción toma tiempo lineal. Veremos una forma de mejorar el tiempo de inserción manteniendo varios arreglos ordenados.

Suponga que se desea implementar las operaciones de búsqueda e inserción en un conjunto de n elementos. Sea $k = \lceil \log(n+1) \rceil$ y suponga que la representación binaria de n es $n_{k-1} \cdots n_1 n_0$. Utilizaremos k arreglos ordenados $A_0, \cdots, A_{k-1}$, donde cada A_i tiene largo 2^i. Cada arreglo estará lleno o vacío dependiendo si $n_i = 1$ o $n_i = 0$, respectivamente. El número total de elementos contenidos en los k arreglos es entonces $\sum_{i=0}^{k-1} n_i 2^i = n$. Aunque cada arreglo A_i está ordenado, no existe ninguna relación particular entre los elementos de distintos arreglos.

a) Muestre como realizar la operación de búsqueda en esta estructura de datos y analice el costo de peor caso.

b) Muestre como realizar la operación de inserción. Analice el costo de peor caso y el costo amortizado de insertar.

P2. Considere una tabla de tamaño s que almacena n elementos, que se va llenando con inserciones y debemos relocalizarla cuando no queda espacio para insertar ($n = s$). En clases, vimos que el costo amoritzado de insertar es $O(1)$ si duplicamos el tamaño de la tabla cada vez. Ahora, también ocurren borrados y no queremos que s sea mucho mayor que n, para no desperdiciar espacio. Al relocalizar la tabla para agrandarla o reducirla debemos pagar un costo de $O(n)$.

a) Muestre que duplicar la tabla cuando se llena, y reducirla cuando $n = s/2$ no consigue un costo amortizado constante.

b) Considere la estrategia de duplicar cuando la tabla se llena, y reducirla a $s/2$ cuando $n = s/4$. Demuestre que esta estrategia obtiene un costo amortizado constante utilizando la siguiente función potencial:

$$\Phi = \begin{cases} 2 \cdot n - s & \text{si } n \geq s/2 \\ s/2 - n & \text{si } n < s/2 \end{cases}$$