CC4102 - Control 1

Profs. Pablo Barceló y Gonzalo Navarro

18 de Octubre de 2018

P1 (3.0 pt)

1. Considere una función Booleana $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ ($n > 0$). Queremos determinar si $f(w) = 1$, para $w \in \{0,1\}^n$, haciendo sólo preguntas de la forma: ¿es cierto que el i-ésimo bit de w es un 1? Decimos que f es *evasiva* si para determinar si $f(w) = 1$ requerimos hacer exactamente n de estas preguntas (es decir, necesitamos preguntar por el valor de todos los bits de w en el peor caso).

   Demuestre que la función $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ tal que $f(w) = 1$ ssi w contiene al menos tres 0s consecutivos es evasiva para $n = 4$, pero no es evasiva para $n = 5$.

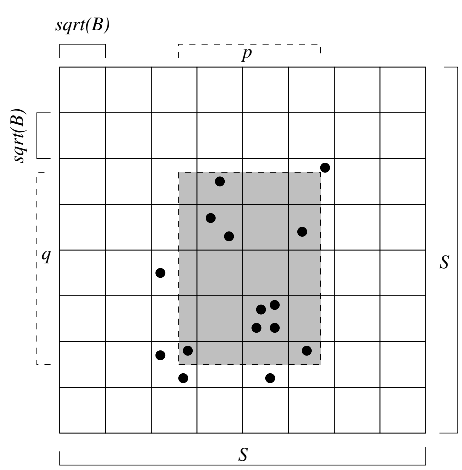
P2 (3.0 pt)

Considere la siguiente estructura estática para almacenar N puntos en una grilla de $[1..S] \times [1..S]$ en memoria secundaria (cada celda contiene a lo sumo un punto). La grilla se divide en grupos de largo $\sqrt{B}$ en ambas dimensiones, formando cuadrados de B celdas de la grilla (es decir, los cuadrados son de $\sqrt{B} \times \sqrt{B}$).

Las coordenadas (x, y) de los N puntos se guardan contiguas en un archivo P, con todos los puntos de cada cuadrado juntos, y consecutivos a los del cuadrado de la izquierda (es decir, primero todos los puntos del cuadrado $[1..\sqrt{B}] \times [1..\sqrt{B}]$, luego los de $[\sqrt{B}+1..2\sqrt{B}] \times [1..\sqrt{B}]$, y así hasta completar la primera fila de cuadrados, luego los de la segunda fila, partiendo por $[1..\sqrt{B}] \times [\sqrt{B}+1..2\sqrt{B}]$, etc.). El archivo P ocupa $\lceil N/B \rceil$ páginas de disco.

Asimismo, en un archivo C se guarda, por cada cuadrado, la posición de P donde comienza la lista de los puntos de ese cuadrado. El archivo C ocupa $\lceil S^2/B \rceil$ páginas de disco.

Sobre esta estructura haremos consultas, que serán rectángulos $[x, x+p] \times [y, y+q]$, y querremos recuperar todos los puntos dentro de él. Vea la figura, donde la consulta es el rectángulo gris.



1. Muestre cómo listar todos los *occ* puntos que caen dentro de un rectángulo $[x, x+p] \times [y, y+q]$ en $O(1 + (p+q)/\sqrt{B} + occ/B)$ I/Os.

2. Muestre cómo contar esos puntos en tiempo $O(1 + (p + q)/\sqrt{B})$ I/Os.

3. Simplifique la solución para almacenar N enteros en $[1..S]$ de manera de encontrar todos los puntos en un rango $[x..x+p]$ en tiempo $O(p/B)$. Esto es $O(1)$ si $p = O(B)$. ¿Por qué podemos romper la cota inferior de $\Omega(\log_B N)$? ¿Cuál es el costo que, en la práctica, tendría usar esta solución para almacenar enteros? ¿Qué se podría hacer para mitigar este costo?

Tiempo: 2.0 horas	Con una hoja de apuntes	Responder en hojas separadas