CC4102 - Examen

Profs. Pablo Barceló y Gonzalo Navarro

XX de Julio de 2019

P1 (1.5 pt)

Se desea implementar un árbol Patricia en disco. Pensemos en el caso estático solamente, es decir, le entregan de antemano todos los strings a almacenar y luego sólo habrá búsquedas. En total, le entregan n strings sobre un alfabeto de tamaño σ (supondremos que $\sigma \ll B$).

Diseñe la forma de almacenar los nodos del árbol dentro de los bloques de disco, de modo de garantizar un buen tiempo de búsqueda en el peor caso. Explique su estructura, cómo funciona la búsqueda, y el tiempo para buscar un patrón de largo m en el modelo de memoria secundaria.

P2 (1.5 pt)

La *entropía de orden cero* de una secuencia $S[1..n]$ sobre un alfabeto $\Sigma = [1..\sigma]$ se define como $H_0(S) = \sum_{c\in\Sigma} \frac{n_c}{n} \log_2 \frac{n}{n_c}$, donde n_c es la cantidad de veces que c aparece en S (supongamos que $n_c > 0$ para todo $c \in \Sigma$). Un *compresor de orden cero* emite $O(n \cdot H_0(S))$ bits al comprimir S.

Una forma de obtener un compresor de orden cero es utilizar Move to Front (MTF) sobre la lista Σ. Recorremos $S[i]$, para $i = 1, \ldots, n$, y codificamos la posición x_i en que $S[i]$ aparece en la lista de MTF. La posición se codifica con una técnica que usa $O(\log x_i)$ bits. Por ejemplo, para codificar $S = \texttt{abracadabra}$, si partimos con la lista $\texttt{a}, \texttt{b}, \texttt{c}, \texttt{d}, \texttt{r}$, los números x_i que resultan son $1, 2, 5, 3, 4, 2, 5, 2, 5, 5, 3$.

Demuestre que esta técnica es un compresor de orden cero (más un pequeño overhead). Para ello, considere cada letra $c \in \Sigma$ y, sabiendo que es llevada n_c veces a la cabeza de la lista, encuentre una condición para los valores x_i que la involucran. Luego aplique la desigualdad de Jensen, que dice que si $f''(x) < 0$, entonces $\frac{\sum_{i=1}^m f(x_i)}{m} \le f\left(\frac{\sum_{i=1}^m x_i}{m}\right)$.

P3 (1.5 pt)

Suponga que tiene 1 dólar que quiere cambiar a pesos chilenos durante los próximos k días. Es decir, si no ha cambiado el dólar hasta el día $k-1$ entonces lo tendrá que cambiar el día k no importa cómo sea el cambio. El dólar no se puede cambiar parcialmente: o se cambia completo, o no se cambia. Usted sabe que el precio del dólar estará en el rango de $[1, M]$ pesos chilenos en los próximos k días. Diseñe una estrategia en línea de cambio que le asegure que los pesos chilenos que se obtienen corresponden al menos a $\sqrt{M}/M$ veces el óptimo.

P4 (1.5 pt)

Diseñe un algoritmo del tipo CREW que calcule con n procesadores y en $O(\log n)$ pasos el *rango* de cada elemento en una lista enlazada; es decir, su distancia al último elemento de la lista. Para esto suponga que se representa una lista enlazada dentro de un arreglo $A[1, n]$. Cada elemento tiene un campo $A[i].next$, que es un número en $[1, n]$ que dice dónde está, en A, el siguiente elemento de la lista. Así, la lista se almacena en forma desordenada dentro del arreglo. El último elemento de la lista tiene $A[i].next = 0$, y la posición del primer elemento de la lista es un entero p.

Tiempo: 3.0 horas | Con una hoja de apuntes | Responder en hojas separadas