

## Auxiliar #2

Cotas Inferiores y Costo Promedio

**Profesores:** Pablo Barceló, Gonzalo Navarro  
**Auxiliares:** Matilde Rivas, Bernardo Subercaseaux

## Problemas de reforzamiento

**P1.-** Alicia y Roberto deciden jugar al ahorcado. Alicia dibuja en una pizarra  $N$  líneas horizontales, simbolizando las letras que le restan a Roberto por adivinar, para formar una palabra válida en el idioma español. En cada paso del juego Roberto dice una letra. Si la letra pertenece a la palabra que Alicia tiene en mente, entonces ella escribe en la pizarra todas sus ocurrencias. Si no, Roberto pierde una «vida». Alicia tiene piedad de Roberto y le permite partir el juego con 12 vidas. Muestre que Alicia siempre puede ganarle a Roberto.

**P2.-** Dada la matriz  $M$  que representa la adyacencia de un grafo  $G = (V, E)$ . Diseñe un algoritmo para encontrar un «sumidero universal». Un «sumidero universal» es un nodo del que no se puede salir y al que todos los demás nodos llegan. Formalmente, un nodo de *in-grado*  $|V| - 1$  y *ex-grado* 0.

## Problemas de profundización

**P3.-** Pruebe que el problema de decidir si una lista de  $N$  elementos comparables contiene duplicados requiere  $\Omega(N \log N)$  comparaciones.

**P4.-** Pruebe que decidir si un grafo de  $N$  nodos es conexo (o no) requiere  $\binom{N}{2}$  preguntas de la forma «¿Existe una arista entre los nodos  $u$  y  $v$ ?».

**P5.-** El profesor Pablo Barceló quiere contratar a su nueva auxiliar para Matemáticas Discretas el próximo semestre. Para ello va a entrevistar  $N$  alumnas y se quedará con la mejor. Cada vez que entrevista a una alumna mejor que todas las anteriores, le envía un mail a Sandra, secretaria del departamento, diciendo que encontró una auxiliar. ¿Cuántos mails se espera que Sandra reciba? Diseñe un experimento sencillo y grafique sus resultados.

**P6.-** Analice el costo promedio del algoritmo de *QuickSort*.