Análisis tiempo-frecuencia y descomposición de señales
Guía 2

2024

1. Demuestre que la transformada de Fourier de $h(t) = \frac{1}{\pi t}$ es $\hat{h}(f) = -i\text{sgn}(f)$, donde $\text{sgn}(\cdot)$ es la función «signo» definida para una variable real x como:

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, \text{ si } x > 0 \\ 0, \text{ si } x = 0 \\ -1, \text{ si } x < 0 \end{cases}$$

2. Sea $x(t)$ una función de variable real y que toma valores reales. Sea $z_x(t) = x(t) + iHx(t)$, con $Hx(t)$ la transformada de Hilbert de $x(t)$, su versión «analítica». Usando lo hallado en el punto anterior, demuestre que

$$\hat{z_x}(f) = \begin{cases} 2\hat{x}(f), \text{ si } f > 0 \\ \hat{x}(0), \text{ si } f = 0 \\ 0, \text{ si } f < 0 \end{cases}$$

3. Sea $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$. Demuestre que $Hx(t) = \sin(2\pi f_0 t)$.

4. Sea $x(t)$ una función de variable real y que toma valores reales. Sea $F_x^g(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)g(u-t)e^{-i2\pi(u-t)}du$ su transformada de Fourier de tiempo corto. Demuestre que $x(t) = \frac{1}{g(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} F_x^g(t,f)df$.

5. Sea $x(t) = \frac{1}{2}(1 + \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right))\chi_{[-T/2,T/2]}$ la función de Hann. Encuentre $\hat{x}(f)$.

6. Implemente la STFT usando una ventana gaussiana. Multiplique la señal por la ventana, y para cada desplazamiento calcule la FFT del producto.

7. Implemente la STFT (en el dominio frecuencial) usando una ventana gaussiana.

8. Implemente la STFT usando una ventana de Hann. Multiplique la señal por la ventana, y para cada desplazamiento calcule la FFT del producto.

9. Implemente la STFT (en el dominio frecuencial) usando una ventana de Hann.

10. Muestree el segmento $0 \le t \le 1$ a 1000 Hz, y defina $x_1(t) = \cos(2\pi 100t + 2\pi 100t^2)$ y $x_2(t) = \cos(2\pi 150t + 2\pi 100t^2)$. Defina $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ y agregue ruido para obtener una SNR de 0dB. Analice la señal con la STFT usando las ventanas gaussiana y de Hann. Comente los resultados.