Análisis tiempo-frecuencia y descomposición de señales
Guía 3

2024

1. Sea una señal $x(t)$, y $F_x^g(t,f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(u)g(u-t)e^{-i2\pi f(u-t)}du$ su transformada de Fourier de tiempo corto. Considere el espectrograma $S_x^g(t,f) = |F_x^g(t,f)|^2$, y demuestre que $\int S_x^g(t,f)dt = \int |\hat{x}(q)|^2 |\hat{g}(q-f)|^2 dq$.

2. Calcule la STFT considerando $x(t) = e^{i2\pi f_0 t}$, con f_0 constante real.

3. Calcule la STFT considerando $x(t) = \delta(t)$, donde $\delta(t)$ es la distribución delta de Dirac.

4. Sea $\tilde{g_{tf}} = g(u-t)e^{i2\pi f(u-t)}$ un átomo tiempo-frecuencia. Demuestre que su «dispersión temporal» es constante para todo t, y que su «dispersión frecuencial» es constante para todo f.

5. Implemente un método basado en la fórmula de entropía de Rényi aplicado al espectrograma para estimar la longitud óptima de ventana.

6. Muestree el segmento $0 \leq t \leq 1$ a 1000 Hz, y defina $x_1(t) = \cos(2\pi 100t)$ y $x_2(t) = \cos(2\pi 150t)$. Considere $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$, y agregue ruido para obtener relaciones señal a ruido de 0dB, -5dB, y -10dB. Estime el espectro de potencia de cada señal ruidosa marginalizando su espectrograma. Seleccione de manera óptima la longitud de la ventana. Compare cada resultado con el otorgado por el módulo de la FFT. Comente los resultados.

7. Muestree el segmento $0 \leq t \leq 1$ a 1000 Hz, y defina $x_1(t) = \cos(2\pi 100t + 2\pi 100t^2)$ y $x_2(t) = \cos(2\pi 150t + 2\pi 100t^2)$. Defina $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ y agregue ruido para obtener una SNR de 0dB. Estime la STFT eligiendo la ventana de manera óptima. Comente los resultados.