

$$2 \sin(\alpha) \sin(\beta) = \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$$

$$\begin{aligned} 1) \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ 2) \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

Por 1) y 2) $\rightarrow 2 \sin(\alpha) \sin(\beta) = \cancel{\cos \alpha \cos \beta} + \sin \alpha \sin \beta - \cancel{\cos \alpha \cos \beta} + \sin \alpha \sin \beta$

$$2 \sin(\alpha) \sin(\beta) = 2 \sin \alpha \sin \beta \quad \text{se cumple.}$$

Si consideramos $\alpha = \omega t$, el doble de β . Entonces $\beta = \frac{\alpha}{2} = \frac{\omega t}{2}$

Reemplazando en la identidad te queda:

$$2 \sin(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) = \cos\left(\omega t - \frac{\omega t}{2}\right) - \cos\left(\omega t + \frac{\omega t}{2}\right) = \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\omega t}{2}\right)$$

$$2 \sin(\omega t) \cdot \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) = \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\omega t}{2}\right)$$