

**SMA0300 Geometria Analítica**  
**Oitava Lista de Exercícios – Distância e ângulo**

Docentes responsáveis: Carlos Maquera, Farid Tari, Karla Spatti, Maria do Carmo Carbinatto, Miriam Manoel, Regilene Oliveira, Roberta Wik Atique

**23 de maio de 2022**

Nos exercícios abaixo, considere fixado um sistema de coordenadas ortogonal  $\Sigma = (O, C)$  do espaço  $\mathbb{R}^3$ . Isto é, um ponto  $P \in \mathbb{R}^3$  é representado por uma terna  $P = (x, y, z)$ , significando que  $P = O + (x, y, z)_C$ , onde "+"denota a soma de ponto com vetor e  $C$  é a base canônica de  $V^3$  (base ortonormal positivamente orientada). As equações de retas e planos são dadas em relação a este sistema.

**Exercício 1.** Obtenha equações da reta  $r$  que contém o ponto  $P = (1, 1, 1)$  e é concorrente à reta  $s : x = 2y = 2z$ , sabendo que o cosseno da medida angular entre  $r$  e  $s$  é igual a  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Exercício 2.** Obtenha a medida angular em radianos entre a reta  $r : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 2), \lambda \in \mathbb{R}$ , e o plano  $\pi : x + y - z - 1 = 0$ .

**Exercício 3.** Obtenha uma equação geral do plano que contém  $r : x = z + 1 = y + 2$  e forma um ângulo  $\theta = \pi/3$  com o plano  $\pi : x + 2y - 3z + 2 = 0$ .

**Exercício 4.** Encontre as coordenadas do ponto simétrico do ponto  $P = (1, 4, 2)$  em relação ao plano  $\pi : x - y + z - 2 = 0$ .

**Exercício 5.** Dados o ponto  $A = (0, 2, 1)$  e a reta  $r : X = (0, 2, -2) + \lambda(1, -1, 2), \lambda \in \mathbb{R}$ , ache os pontos da reta  $r$  que distam  $\sqrt{3}$  do ponto  $A$ . A distância do ponto  $A$  à reta  $r$  é maior, menor ou igual a  $\sqrt{3}$ ? Por quê?

**Exercício 6.** Determine os pontos da reta  $r : X = (0, 1, 1) + \lambda(1, 1, 2), \lambda \in \mathbb{R}$ , que equidistam dos planos  $\pi_1 : x + 2y - z - 3 = 0$  e  $\pi_2 : x - y + 2z = 1$ .

**Exercício 7.** Mostre que o lugar geométrico dos pontos do espaço que são equidistantes de dois pontos distintos  $A$  e  $B$  é o plano que contém o ponto médio do segmento  $AB$  e é perpendicular à reta que passa por  $A$  e  $B$ .

**Exercício 8.** (a) Prove que o lugar geométrico dos pontos do espaço que são equidistantes de  $A = (2, 1, 1)$ ,  $B = (-1, 0, 1)$  e  $C = (0, 2, 1)$  é uma reta obtendo uma equação vetorial para ela.

(b) Mostre que a reta do item (a) é perpendicular ao plano que contém os pontos  $A, B$  e  $C$ .

**Exercício 9.** Obtenha as equações do lugar geométrico dos pontos do espaço que são equidistantes das retas  $r, s$  e  $t$  dadas por  $r : \begin{cases} x = 4 \\ y + z = 3 \end{cases}$ ,  $s : \begin{cases} 3x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$ ,  $t : x - y = x + z = 1 + z$ .

Encontre uma equação geral do plano que contém os pontos  $A = (1, 1, 1)$  e  $B = (0, 2, 1)$  e é equidistante dos pontos  $C = (2, 3, 0)$  e  $D = (0, 1, 2)$ .