

SMA0300 Geometria Analítica
Sexta Lista de Exercícios – Equações de planos

Docentes responsáveis: Carlos Maquera, Farid Tari, Karla Spatti, Maria do Carmo Carbinatto, Miriam Manoel, Regilene Oliveira, Roberta Wik Atique

9 de maio de 2022

Nos exercícios abaixo, considere fixado um sistema de coordenadas ortogonal $\Sigma = (O, C)$ do espaço \mathbb{R}^3 . Isto é, um ponto $P \in \mathbb{R}^3$ é representado por uma terna $P = (x, y, z)$, significando que $P = O + (x, y, z)_C$, onde "+" denota a soma de ponto com vetor e C é a base canônica de V^3 (base ortonormal positivamente orientada). As equações de retas e planos são dadas em relação a este sistema.

Exercício 1. Escreva equações vetorial e paramétricas para os planos:

(a) que passa por $A = (1, 1, 0)$ e $B = (1, -1, -1)$ e é paralelo ao vetor $\vec{v} = (2, 1, 0)$.

(b) que passa por $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 1, -1)$ e $C = (1, -1, 0)$.

Exercício 2. Escreva equações paramétricas da reta interseção dos planos $\pi_1: \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = -2 \\ z = -\lambda - \mu \end{cases}, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$,
e $\pi_2: X = (1, 0, 3) + \lambda(1, 2, 0) + \mu(-1, 1, -1)$.

Exercício 3. Encontrar uma equação vetorial e equações paramétricas do plano π que passa pelos pontos $P_1 = (1/2, 0, 0)$, $P_2 = (0, 1/2, 0)$ e $P_3 = (0, -1/2, 1/2)$.

Exercício 4. Mostre que o ponto $P = (4, 1, -1)$ não pertence à reta $r: X = (2, 4, 1) + \lambda(1, -1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, e obtenha uma equação geral do plano determinado por r e P .

Exercício 5. (a) Faça um esboço da representação geométrica dos planos cujas equações gerais são dadas por:

$$(i) x = 2 \quad (ii) y + 1 = 0 \quad (iii) z + 4 = 0 \quad (iv) x - z = 0 \quad (v) 2x + 3y + 4z - 12 = 0.$$

Sugestão: Para o caso (v), facilita o esboço se você marcar nos eixos coordenados os 3 pontos em que este plano os intercepta.

(b) Dê a equação paramétrica para cada um dos três planos coordenados.

(c) Dê a equação geral para cada um dos três planos coordenados.

Exercício 6. Encontre uma equação geral, uma vetorial e uma paramétrica do plano que contém as retas r e s cujas equações na forma simétrica são dadas por $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z$ e $s: x-1 = y = z$.

Exercício 7. Obtenha um vetor normal ao plano π em cada caso:

(a) π contém $A = (1, 1, 1)$, $B = (1, 0, 1)$ e $C = (1, 2, 3)$.

(b) $\pi: X = (1, 2, 0) + \lambda(1, -1, 1) + \mu(0, 1, -2)$, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

(c) $\pi: x - 2y + 4z + 1 = 0$.

Exercício 8. Sendo o vetor $\vec{\eta} = (2, 1, -1)_E$ um vetor normal ao plano π que passa pelo ponto $A = (1, 2, 2)_\Sigma$, escrever as equações paramétricas de π .