

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CÁLCULO NUMÉRICO

---

## Encontrando a frequência ideal de um pêndulo com zeros de função

---

*Professora:*  
Tatiana Araújo Simões

*Alunos:*  
João Wallace Lucena Lins  
Natercio Roque da Silva Neto

8 de outubro de 2023

## Introdução

Neste trabalho encontramos, através do uso dos métodos numéricos para encontrar zeros de funções aprendidos em sala, as frequências de um pêndulo para o valor ideal da gravidade para diferentes valores de comprimento de um fio. Usamos como base de comparação os dados obtidos por meio de um experimento realizado com a ferramenta "Pêndulo" do aplicativo *phyphox*.

## Desenvolvimento

Os princípios utilizados no experimento consistem daqueles que estão contidos na Fórmula demonstrada por Huygens do período para pequenas oscilações, segundo a expressão:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Nesta, o período ( $T$ ) é regido pelo comprimento do fio ( $L$ ) e a gravidade no local ( $g$ ), e notavelmente, não depende da massa do objeto pendular. Contudo, levando em conta que desejamos encontrar a **frequência** para o valor ideal da aceleração da gravidade ( $g = 9,806 \text{ m/s}^2$ ), necessitamos fazer a manipulação dessa equação da seguinte forma:

$$g = 4\pi^2 L f^2$$
$$4\pi^2 L f^2 - 9,806 = 0$$

Com essa equação em mãos, estamos prontos para aplicar os métodos de zeros de função.

## Métodos

Para o experimento, foi utilizado o aplicativo *phyphox* para medir a frequência de um pêndulo –composto por um fio de barbante e o celular como massa– a partir do comprimento do fio utilizado, repetimos o experimento 9 vezes para uma variedade de comprimentos entre 15cm a 50cm. Utilizamos a linguagem de programação Python juntamente com as bibliotecas *numpy* e *matplotlib* para a visualização dos dados. Obtivemos como resultado o gráfico da figura 1.

Após ter as medições reais, obtivemos os valores de frequência para a gravidade ideal por meio dos métodos da Bissessão, Falsa Posição, Secante e Newton-Raphson, fazendo uso da equação III e implementações em Python.

Por fim, comparamos o desempenho desses métodos em 2 critérios diferentes: tempo de execução e número médio de iterações até a convergência. O primeiro foi medido através da função *timeit* do Python com os parâmetros padrões, já o segundo através da função *mean* do *numpy*.

## Resultados e Conclusões

Na figura 2, ao colocar os valores obtidos para as frequências num gráfico similar ao da figura 1, podemos ver, como esperado, que os pontos se alinham perfeitamente à curva da gravidade ideal.

Método	Número médio de iterações	Tempo de execução
Bisseção	24,34	$659 \mu s \pm 11.3 \mu s$
Falsa Posição	17,78	$763 \mu s \pm 5.17 \mu s$
Secante	8	$227 \mu s \pm 2.23 \mu s$
Newton-Raphson	3,34	$5.13 \text{ ms} \pm 64.2 \mu s$

Tabela 1: Critérios de avaliação dos métodos.

Os critérios expostos na tabela nos indicam claramente de que o método da Secante é o mais apropriado para nosso caso, dado que, apesar de ter um maior número médio de iterações em comparação ao método de Newton-Raphson, conta com um tempo de execução consideravelmente inferior aos outros.

O tempo de execução demorado do método de Newton-Raphson pode ser compreendido pelo fato de sua implementação, ao contrário dos outros métodos, necessitar do uso de derivadas, aumentando bastante o custo computacional e a complexidade, dado que é necessário a análise simbólica da equação. Isso pode ser contornado caso a derivada da função seja calculada manualmente, o que não foi nosso caso.

## Referências

- Material disponibilizado em aula;
- BURROWES, M.; FARINA, Carlos. Sobre o pêndulo isócrono de Christiaan Huygens. Revista brasileira de ensino de física, v. 27, p. 175-179, 2005;
- *phyphox* (physical phone experiments): <https://phyphox.org/>.

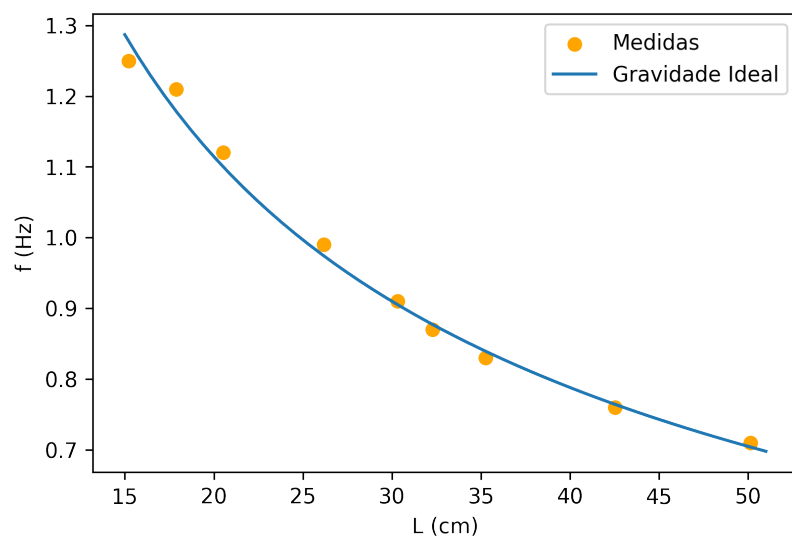


Figura 1: Medidas obtidas com o experimento e a gravidade ideal.

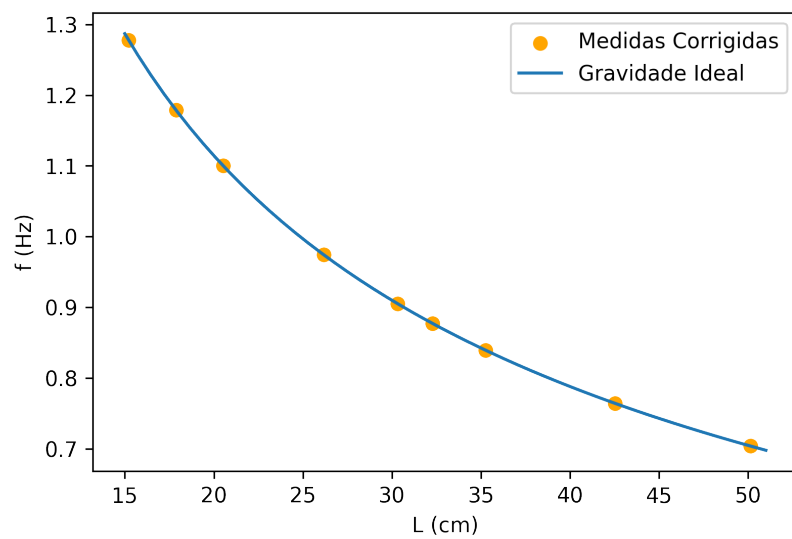


Figura 2: Medidas com frequência ideal para o comprimento de barbante utilizado (Newton-Raphson).