Apuntes del ramo de Economía Política con el profesor Landerretche. Podría contener errores y en caso de encontrarlos por favor notificarme al correo: joamartine@fen.uchile.cl

Última actualización: 19 de julio de 2024

CAPÍTULO 4

ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

4.1. Teoría de Juegos

La teoría de juegos es una herramienta fundamental para entender las estrategias en interacciones de todo tipo en la economía. Modelar sirve para entender los elementos que entran en juego los cuales se pueden instrumentalizar con tal de obtener una situación deseado, como puede ser incentivar la cooperación o la competencia en un mercado.

Esta rama es fundamentalmente matemática, puede ser tan simple como compleja. En este capítulo se tratará lo más básico de teoría de juegos simultáneos, secuenciales, iterados y demás.

La sustancia de un juego se compone de tres elementos: jugadores, estrategias y pagos. Los jugadores son quienes toman decisiones de manera estratégica para maximizar el pago posible que obtengan al final de un juego. El componente estratégico surge del hecho de que las decisiones de otros influyen los pagos que obtenga un jugador dada la decisión que tomó. En la economía hay multitud de estas interacciones, por ejemplo el precio fijado por una empresa afecta la demanda del bien de su competencia.

Para introducirnos en la materia empezaron dando ejemplos (no necesariamente económicos) para definir juegos simultáneos.

4.1.1. Juegos simultáneos

Matriz de pago: La matriz de pago es la representación de los pagos un juego dados ciertos jugaroes y estrategias posibles.

En juegos simultáneos los jugadores toman decisiones al mismo tiempo, estas decisiones interactuan resultando en pagos. El pago a cada persona refleja un nivel de utilidad, por lo que cada agente buscará llegar a un resultado del juego (la combinación de acciones) que maximize su pago.

Para dos agentes A y B cada uno toma la decisión X o Y, la combinación de decisiones llevará a cierto nivel de pagos. Este escenario puede ser representado por una **matriz de pago** en el cuadro 4.1.

Cuadro 4.1: Matriz de pagos

		B	
		X	Y
A	X	(a, b)	(c, d)
	Y	(e, f)	(g, h)

La tabla nos dice que si A tomó la estrategia X y B toma la decisión Y entonces los pagos correspondientes son (c, d), donde c es el pago para A y d el pago para B. De la misma manera si A elije Y y B decide Y la matriz de pagos será (g, h).

La matriz también representa el componente estratégico mencionado en un inicio. Los pagos posibles para A claramente dependen de las decisiones que tome B. Para poder decidir de manera estratégica los jugadores miran al futuro, si A sabe que B decide X entonces A elegirá la estrategia que maximize sus pagos. Específicamente A está decidiendo con respecto a los pagos en negrita en el cuadro 4.2.

Cuadro 4.2: Matriz de pagos con B decidiendo X

		B	
		X	Y
A	X	$(\mathbf{a,b})$	(c, d)
	Y	$(\mathbf{e,f})$	(g, h)

La decisión que tome A dependerá qué pago es mayor, a ó e, si es a entonces elije X y caso contrario elije Y.

Ahora veremos diversos juegos canónicos con el objetivo de aprender a resolver estos juegos y dar un análisis bajo criterio de Pareto de los mismos.

4.1.2. El Dilema del Prisionero, un Juego Canónico

El dilema del prisionero describe la situación en que dos criminales sospechosos son detenidos y separados para un proceso de interrogación. Si uno de los dos delata al otro y su complice no, este último tendrá pena de cárcel y el delator quedará libre. En caso de que los dos se delaten entre sí, ambos son condenados a años de cárcel. Por útlimo si ninguna se delata entre sí, quedan libres o cumplen penas menores.

La situación se ve reflejada en la matriz de pago del cuadro 4.3. Vemos que a mayor pena menores son los pagos. La solución de este juego es la siguiente.

Cuadro 4.3: El dilema del prisionero

		Prisionero B	
		Cooperar	Delatar
Prisionero A	Cooperar	$(-2,-2)$	$(-10,-1)$
	Delatar	$(-1,-10)$	$(-6,-6)$

Los jugadores deciden su estrategia óptima mirando hacia el futuro y prediciendo si es posible la decisión del otro. Si el prisionero A piensa que B lo delatará su respuesta óptima sería delatarlo también, dado que es la opción que minimiza sus años de cárcel. En caso de que B coopere la respuesta óptima de A sería delatar igualmente, dado que sigue siendo la opción que minimiza sus años de cárcel. Notemos que A sigue la estrategia delatar independiente de la decisión de B, a esto se le llama una **estrategia dominante**.

Estrategia Dominante:

La matriz de pago es simétrica para ambos jugadores entonces llegamos a que B sigue el mismo razonamiento por lo que delatar será también su estrategia dominante.

Dado que ambos tienen un estrategia dominante por delatar el resultado del juego será (Delatar, Delatar), dando un matríz de pago $(-6,-6)$. Este punto se le conoce como **equilibrio de Nash**, es un punto tal que dada las decisiones tomadas por los demás jugadores ningun jugador tendrá incentivo a cambiar de decisión. Lo cual es equivalente a que cada uno eligió su estrategia óptima frente a las decisiones de los demás. En este caso sería que, dado que B delató, A no tiene incentivos a cambiar su decisión a cooperar, lo mismo se puede decir de B.

Equilibrio de Nash:

Hasta ahora hemos descrito un juego, es decir, jugadores, estrategias y pagos. Se resolvió este juego en específico donde dado que ambos jugadores tenían una estrategia dominante por delatar se llegó a un equilibrio de Nash. El siguiente paso es comentar sobre distintos aspectos del resultado bajo el criterio de Pareto.

El resultado fue (Delatar, Delatar) sin embargo otra posibilidad es que los jugadores hayan cooperado (Cooperar, Cooperar), en cuyo caso ambos jugadores están mejor. Esto bajo el criterio de Pareto se le llamaría una mejoría de pareto: si es que ambos cooperaran todos estarían mejor. Bajo esta perspectiva podemos decir que el equilibrio encontrado en este juego es sub-óptimo en términos de Pareto dado que hay un resultado posible mejor para ambos.

Este resultado es crucial pues es aplicable a un diversas situaciones económicas y políticas típicas, donde la cooperación nos llevaría a mejores resultados pero dada la desconfianza llegamos a un equilibrio sub óptimo. Por ejemplo, dos países con armas nucleares pueden acordar desarmarse para aumentar la seguridad mutua. Si ambos cumplen el acuerdo (cooperan), ambos estarán seguros y reducirán costos militares. Si uno cumple y el otro no (no coopera), el que deserta obtiene ventaja militar. Si ambos desertan y no desarman, continúan con altos costos y riesgos de conflicto.

La gran moraleja económica en este caso es que dejar que los agentes decidan bajo sus propios intereses no siempre lleva al mejor resultado posible, la intervención en estos casos puede ser justificable. Ahora veremos otros juegos canónicos para describir otro tipo de situaciones.

4.1.3. Otros Juegos Canónicos

MANO INVISIBLE

La matriz que representa este juego se encuentra en el cuadro 4.4. La mano invisible describe cómo los individuos que buscan su propio beneficio personal, sin intención de hacerlo, contribuyen al bienestar general de la sociedad. Si se deja la autorregulación de los mercados, dado que los individuos persiguen su propio interés, se produce un equilibrio óptimo de Pareto. El agente A tendrá una estrategía dominante la cual será la opuesta que el jugador B. Finalmente el equilibrio de Nash es eficiente paretianamente.

GUERRA DE LOS SEXOS

Este juego se puede representar con la matriz del cuadro 4.5. La historia detras refiere a una pareja que se encuentra incomunicada en medio de un

Cuadro 4.4: La mano invisible

		Agente B	
		X	Y
Agente A	X	$(0, 10)$	$(1, 1)$
	Y	$(11, 11)$	$(10, 0)$

festival de música. Ambos tienen gustos diferentes, al hombre le gusta el Reggae mientras que a la mujer le gusta el EDM. Dado que están separados e incomunicados quieren encontrarse, pero también quieren ir al concierto que sea la música de su gusto. Es por eso que reciben utilidad tanto de encontrarse como de ir al concierto que les gusta, maximizan su utilidad si es que van al concierto de su preferencia y encuentran a su pareja ahí.

Cuadro 4.5: Guerra de los sexos

		Mujer	
		Reggae	EDM
Hombre	Reggae	$(2, 1)$	$(1, 1)$
	EDM	$(0, 0)$	$(1, 2)$

En este juego canónico cada uno tiene estragia dominante por ir al concierto de su banda preferida independiente de lo que haga el otro. Por tanto hay dos equilibrios de Nash, para resolver este juego habría que incluir estrategias mixtas lo cual veremos proximamente.

La caza del venado

La matriz de este juego se encuentra en el cuadro 4.6. Dos individuos van a cazar ya sea conejos o venados y deben escoger su presa sin conocer la elección del otro cazador. Para cazar el venado (un premio mayor) requieren de la ayuda del otro, mientras que un conejo puede ser cazado sin ayuda de otro. Por lo tanto, si cooperan cazando al venado podrán ambos obtener más beneficios y estár en un óptimo de Pareto.

En este caso no existen estrategias dominantes, lo que lleva a la existencia de dos equilibrios de Nash, cazar al venado juntos domina paretianamente a cazar conejos juntos. Lo anterior representa un problema de cooperación social y una dicotomía entre seguridad y cooperación.

Chicken.

Cuadro 4.6: La caza del venado

		Cazador B	
		Venado	Conejo
Cazador A	Venado	$(4,4)$	$(0,3)$
	Conejo	$(3,0)$	$(3,3)$

La matriz de este juego se encuentra en el cuadro 4.7. Se trata de un juego para determinar quien es el más valiente, dos personas se posicionan con sus autos en dos extremos y aceleran de manera que llegará un punto en que choquen entre si. El primero que doble para evitar el impacto es un gallina, dejando al ganador como valiente. Hay tres escenarios, el primero en que uno de los dos dobla y queda como gallina, un segundo escenario en donde los dos doblan ambos quedando como gallinas y por último el caso en que chocan.

Ambos corredores quieren hacer lo opuesto a lo que haga el otro, los equilibrios de Nash serían entonces los que uno de ellos dobla y el otro sigue.[1]

Cuadro 4.7: Chicken

		Corredor B	
		Ceder (gallina)	Seguir (valiente)
Corredor A	Ceder (gallina)	$(2,2)$	$(1,3)$
	Seguir (valiente)	$(3,1)$	$(0,0)$

4.1.4. Juegos secuenciales

Los juegos secuenciales son una forma extendida de los juegos simultáneos. Bajo juegos simultáneos las estrategias eran acciones individuales; confesar, delatar, cooperar, tracionar, etcéra, bajo juegos secuenciales las estrategias son un grupo de acciones en determinado orden.

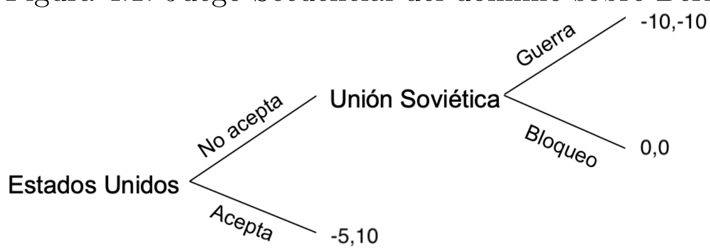
Los juegos secuenciales tienen un orden cronológico de la toma de decisiones y se juega por turnos. Para representar esto tendremos que usar ramas

[1]Rising, L: The Patterns Handbook: Techniques, Strategies, and Applications, page 169. Cambridge University Press, 1998. **Schedule Chicken**.

(figura 4.1), la decisión de un jugador abre las posibles decisiones del otro jugador que llevará a otra rama de decisiones con las que podrá responder el jugador inicial.

Un ejemplo que nos podrá servir sería el dominio de Berlin en la guerra fría. En un caso en donde la Unión Soviética (URSS) pide que las potencias occidentales abandonen Berlín, en cuyo caso Estados Unidos (EEUU) puede aceptar o no aceptar la orden. En caso de aceptar EEUU pierde -5 en pagos y la URSS gana 10. En caso de no aceptar el juego no termina ahí, se abre la posibilidad de que la URSS responda bélicamente o que simplemente los bloquee (figura 4.1).

Figura 4.1: Juego Secuencial del dominio sobre Berlín



Las estrategias serán más de una decisión, en esta caso serían (Acepta, No Acepta y Guerra, No Acepta y Bloqueo).

Para resolver estos juegos uno tiene que seguir un método inductivo, resolver desde el futuro hacia el pasado. De esta manera los jugadores pueden distinguir de las amenazas creíbles y no creíbles. Por ejemplo, la respuesta bélica de la URSS no es una amenza creíble puesto que esta queda mejor simplemente bloquando a EEUU. Por lo tanto EEUU sabe que la URSS responderá con bloqueo, entonces la estrategia de EEUU se reduce a no aceptar la orden puesto que obtendra un pago mayor (0) al caso en donde acepta abandonar Berlín (-5).

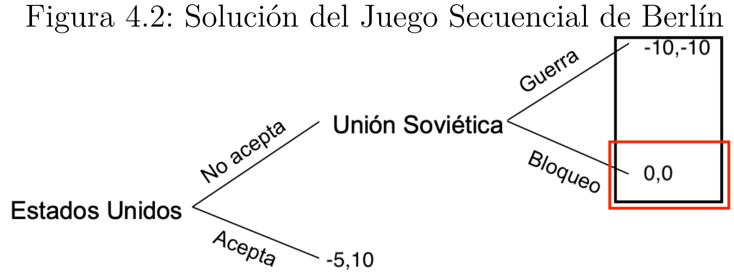
En resumen los juegos secuenciales tienen que resolverse desde el futuro al pasado para distinguir amenazas creíbles. Plantear este juego como si fuera simultáneo nos llevaria a considerar un equilibrio de Nash que no es secuencialmente racional (cuadro 4.8). Bajo esa matriz de pago el aceptar es un equilibrio de Nash, pero planteándolo secuencialmente podremos notar EEUU solo aceptará en caso de que la respuesta bélico de la URSS sea creíble (en este caso no lo es).

Cuadro 4.8: Dominio sobre Berlín

		Unión Soviética	
		Guerra	Bloqueo
Estados Unidos	Acepta	$(\underline{-5}, \underline{10})$	$(-5, 10)$
	No acepta	$(-10, -10)$	$(\underline{0}, \underline{0})$

Resolver un juego secuencial por el método inductivo nos llevará a encontrar un equilibrio perfecto en subjuegos.

Figura 4.2: Solución del Juego Secuencial de Berlín



¿Cuál es la relación entre Equilibrio de Nash (EN) y Equilibrio Cerfecto en Subjuegos (EPS)? En un juego secuencial puedes obtener EN que no sean coherentes con las amenazas creíbles. Los EPS siempre son coherentes con la credibilidad de las amenazas. En este sentido un EN no siempre es un EPS, pero un EPS siempre es un EN.

4.1.5. Estrategias Mixtas

Hasta ahora hemos vistos diversos juegos que no tienen un resultado certero, por ejemplo en *Chicken* ambos jugadores buscan hacer lo opuesto al otro. Por lo que el salir perdiendo o ganando se reduce a tratar de sorprender al otro, por lo que la incertidumbre es un elemento fundamental de este tipo de intereacciones.

La incertidumbre únicamente algo con lo que lidiar sino que puede ser instrumentalizada: las auditorias aleatorias con tal de fiscalizar tienen el objetivo de disuadir comportamientos fuera de regla. En este sentido el jugador fiscalizador no elige una pura estrategia como podría ser fiscalizar siempre, lo cual sería altamente costoso. En este caso conviene asignar probabilidades a cada estrategia (fiscalizar, no fiscalizar), con tal de disuadir comportamientos fuera de regla mientras se minimizan costos.

Lo que vamos a hacer será cambiar las reglas del juego: Anteriormente teníamos estrategias puras, los jugadores tenían que decidir la acción que tomar, ahora les pediremos a los jugadores que eligan un vector de probabilidades que le deben de asignar a cada decisión. Esta re estruturación del juego nos permitirá tener una idea más clara del resultado en juegos donde habían más de un equilibrio de Nash. Las estrategias mixtas entonces consisten en asignar una probabilidad entre 0 y 1 a cada una de las posibles estrategias disponibles con tal de que todas sumen 1. Tomemos el juego sencillo y asignemosle una probabilidad a cada estrategia. En los penales del Futbol la idea es predecir que lado elegirá el contrario para patear al otro lado o atajar a ese mismo lado. Bajo este contexto podemos definir la siguiente matriz de pago.

		Arquero	
		Izquierda	Derecha
Jugador	Izquierda	$(0,0)$	$(1,-1)$
	Derecha	$(1,-1)$	$(0,0)$

Por lo tanto cada jugador asignará una probabilida p o q a tirar a la derecha y por descarte (la suma de las probabilidades deben ser uno) la otra estrategia se tomará con una probabilidad $1-p$ y $1-q$.

Estrategias	Probabilidad	Pago Jugador	Pago Arquero
D,D	$p \cdot q$	0	0
D,I	$p \cdot (1-q)$	1	-1
I,D	$(1-p) \cdot q$	1	-1
I,I	$(1-p) \cdot (1-q)$	0	0

Por lo tanto la esperanza de pagos (utilidad) en este caso será para cada uno,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(U^J) =& pq \cdot 0 + p(1-q) \cdot 1 + (1-p)q \cdot 1 + (1-p)(1-q) \cdot 0 + p \\ =& p - qp + q - pq = p(1-2q) + q\end{aligned}$$

El caso del arquero tendrá la siguiente utilidad esperada,

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(U^A) =& pq \cdot 0 + p(1-q) \cdot (-1) + (1-p)q \cdot (-1) + (1-p)(1-q) \cdot 0 \\ =& -p + pq - q + pq = q(2p-1) - p\end{aligned}$$

Lo que necesitamos para encontrar el equilibrio de Nash es entender la función de reacción óptima, en el caso del jugador que patea este debe decidir p en función de q. En la utilidad esperada del jugador la parte importante de analizar será el término $(1-2q)$ lo demás lo podemos tomar como constante. En específico nos preguntaremos que hacer en caso de que $1-2q$ sea mayor, igual o menor a cero.

- En caso de que $q > 1/2$ entonces el arquero tiene una mayor probabilidad de tirarse a la derecha, por lo que la función de reacción óptima indicaría que habría que patear a la izquierda. Fíjese que si $q > 1/2$ entonces $1-2q < 0$ por lo que para maximizar la utilidad esperada habría que asignar $p = 0$. Básicamente, si es más probable que el arquero se tire a la izquierdo entonces asigno 100 % de proabilidad de patear hacia la izquierda.

- El caso contrario en que el arquero tenga una mayor probabilidad de tirarse a la izquierda $q < 1/2$ el jugador maximizará su utilidad esperada pateando a la derecha. Para tal q el término $1-2q > 0$ por lo que conviene aumentar la probabilidad de patear a la derecha al máximo.

- Por último en caso de que $q = 1/2$ no hay una probabilidad óptima certera entonces se toma un p cualquiera entre 0 y 1.[2]

[2]Técnicamente esta respuesta no es una función pues asigna más de resultado a un solo punto del dominio. Para efectos del curso esto no genera ningún problema.

4.2. Competencia imperfecta

Los **oligopolios**, también llamados mercados de competencia imperfecta, son un escenario en el cual un número reducido de empresas inciden en cierta medida en el precio de mercado. Es por este control parcial sobre el precio que se le podría considerar un entremedio entre el poder de mercado de un monopolio y de una firma en competencia perfecta.

Oligopolio: Mercado con un número reducido de firmas las cuales pueden incidir en el precio.

Debido a que todas las firmas afectan el precio habrá **interdependencia monopolística**, lo cual sugiere que hay un factor estratégico en las competencias olipólicas. Por ejemplo, si una firma fija cierto precio, su rival puede responder con un precio menor para quedarse con una mayor demanda.[3] También, si se cree que la firma rival va a producir mucho del bien, a las demás firmas les conviene producir menos para no desplomar el precio de mercado por un exceso de oferta. Es decir, las decisiones de una firma afectan a su competencia y viceversa, ante esto las firmas formarán creencias de lo que hará la competencia para tomar sus propias decisiones.

Interdependencia monopolística: De manera más general llamado interdependencia estratégica. Las empresas toman sus decisiones formando creencias de lo que hará su competencia.

La estrategia desde la teoría de juegos

La manera en que entendemos estas interacciones propias de la **organización industrial** es mediante la teoría de juegos. Tal como se mencionaba antes, en la teoría de juegos los jugadores forman creencias de las estrategias del otro con tal de reaccionar de la mejor manera. A continuación plantearemos como se verían estos juegos aplicado a los distintos tipos de competencia imperfecta: por cantidades y por precios.

Organización industrial: Área de la teoría de la firma que se enfoca en la estructura e interacciones en los mercados.

Para esta ocasión solo se abarcarán juegos normales (simultáneos), es decir, los jugadores $i \in 1, 2, \ldots, N$ serán racionales que deciden su acción o combinación de acciones $a_i \in A_i$ resultando en un pago $\pi_i(a)$ para cada firma.

Las firmas elegiran a_i de manera de maximizar sus pagos, una estrategia será mejor que otra mientras el pago resultante sea mayor. Dado que los rivales $-i$ escogen una estrategia a_{-i}, la firma i tendrá una respuesta óptima a_i^* en que los pagos sean mayores, es decir,[4]

$$\pi_i(a_i^*, a_{-i}) \geq \pi_i(a_i, a_{-i}), \forall a_i. \tag{4.1}$$

[3] Esto asumiendo que son bienes perfectamente sustitutos (producto homogéneo).

[4] Dada las características del juego y considerando que los individuos son racionales es esperable que siempre elijan la respuesta óptima a_i^*.

Esto es equivalente a decir que jugando piedra papel o tijera, si mi rival elige tijera la mejor respuesta para el papel es la tijera, mientras que la mejor respuesta para la tijera es la piedra. Podremos denotar la mejor respuesta de i en función de la estrategia de los demás como: $a_i^*(a_{-i})$. Esta **función de reacción** es tal que si todas las firmas de n a $n-1$ eligieran su mejor estrategia $a^* \equiv (a_1^*, \ldots, a_N^*)$ el n-ésimo jugador no tendrá incentivos a cambiar de estrategia, por lo que nos encontraríamos en el Equilibrio de Nash.[5]

Función de reacción: Función que describe la mejor forma de responder ante las decisiones de un competidor.

Veremos un modelo de competencia monopolítica donde las firmas fijan precios y otro en donde decidan de manera independiente cuanto producir. En el corto plazo las firmas suelen tomar acciones respecto a la fijación de precios o al nivel de producción, en el largo plazo se podría hablar de entradas a mercado o de inversión en I+D, etc. Los resultados principales para cada modelo serán distintos.[6]

4.2.1. Competencia a la Bertrand

Joseph Bertrand (1822-1900): Matemático francés del siglo XIX. Uno de sus más grandes aportes fue el modelo que lleva su nombre. Fue uno de los críticos del principio de maximización de utilidad.

Este modelo fue planteado por el matemático **Joseph Bertrand** en 1883. Vamos a pensar en un duopolio de firmas $i \in 1, 2$ que ofrecen un producto homogéneo compitiendo precios p_i.

Como los productos son sustitutos perfectos, la firma que ofrezca el menor precio se llevará toda la demanda $Q_i(p_i)$, en caso de ofrecer un mismo precio se reparten la demanda de manera equitativa. Por último consideraremos que las firmas tendrán un costo marginal c_i cada una.

Para entender como se llega al equilibrio en este mercado primero tenemos que identificar cuales son las mejores respuestas de una firma ante acciones de la otra, es decir la función de reacción óptima $a_i^*(a_{-i})$. Pensando desde el punto de vista de la firma 1 podemos considerar 3 casos posibles y sus respectivas respuestas ante acciones de la firma 2, buscamos definir la función de reacción $p_1^*(p_2)$.

- En caso de que la firma 2 fije un precio p_2 mayor al precio monopólico p_1^M. La mejor respuesta es fijar el precio monopólico, de esta manera maximizan beneficios mientras absorben toda la demanda.

[5] Bajo estrategias puras, piedra, papel y tijeras no tiene un equilibrio de Nash.

[6] Algo más apegado a la realidad sería pensar que las firmas en un período elijen cuanto invertir, incidiendo en cuanto podrán producir y luego compiten en precios. Por lo que sería una combinación de ambas.**

- Si la firma 2 fija un precio menor al precio monopólico p_1^M y mayor a al costo marginal c_1. Para capturar toda la demanda conviene fijar un precio minúsculamente menor al de la competencia, lo cual se denota como $p_1 - \epsilon$ siendo ϵ un número positivo cercano al cero.

- La firma 2 fija un precio igual o menor al costo marginal c_1. Para estos casos la mejor respuesta es fijar el costo marginal.

El precio p_1 que fije la firma 1 en función de p_2 seguirá la ecuación 4.2 y representado en la figura 4.3,

$$p_1^*(p_2) = \begin{cases} p_1^M & \text{si} \quad p_2 > p_1^M \\ \\ p_2 - \epsilon & \text{si} \quad p_1^M \geq p_2 > c_1 \\ \\ c_1 & \text{si} \quad c_1 \geq p_2 \end{cases} \tag{4.2}$$

Equilibrio bajo competencia de precios. Vamos considerar dos casos canónicos de este modelo de competencia por precios simple, uno donde las empresas son igual de eficientes y otro donde una es superior que otra en eficiencia.

Primero tomemos el caso en que las empresas son simétricas, lo cual implica que tienen un mismo costo marginal $c = c_1 = c_2$. La mejor respuesta ante cualquier precio $p_{-i}^M \geq p_i > c$ será fijar un precio menor, ante lo cual la competencia debería responder con un precio aun menor. De esta manera el precio bajará hasta el punto en que tanto p_1 como p_2 sean iguales a c. Este caso es conocido como la **paradoja de Bertrand** pues con apenas dos firmas llegamos a los mismos precios que en competencia perfecta ($p_i = c_i$). Véase la figura 4.4.

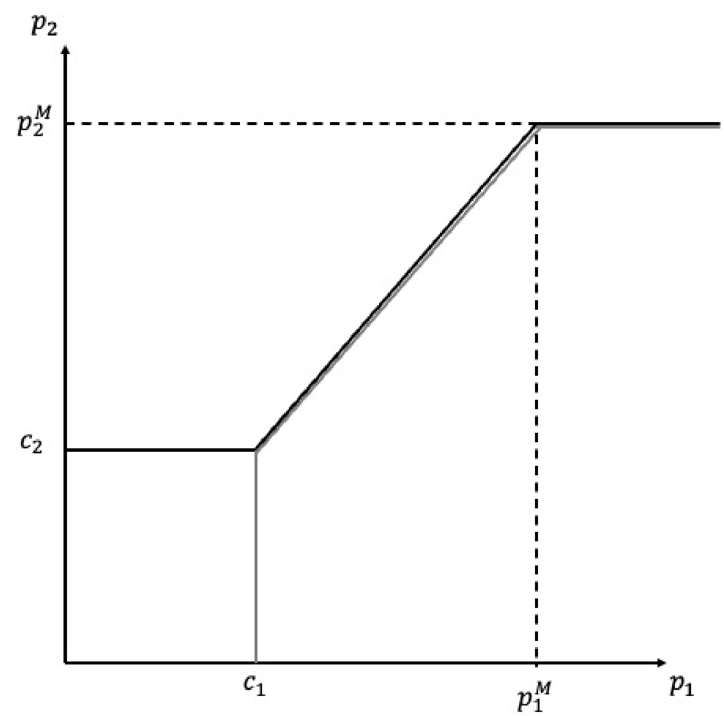
Paradoja de Bertrand: En competencia por precios a la Bertrand bajo ciertas condiciones se llega al mismo precio que en competencia perfecta bajo competencia imperfecta.

Segundo, el caso en que una firma sea más eficiente que la otra, tome por ejemplo que la firma 1 es más eficiente $c_1 < c_2$. Cuando una firma tiene un costo marginal menor a su rival podrá absorber toda la demanda fijando un precio ligeramente menor al costo marginal de su competencia, en este caso sería $p_1 = c_2 - \varepsilon$. Lo cuál llevaría a la firma menos eficiente a salir del mercado y la firma ganadora obtendría beneficios. Véase la figura 4.5.

4.2.2. Competencia a la Cournot

Otra manera de modelar la competencia entre firmas $i \in 1, 2$ es considerando que las firmas no fijan el precio sino que este es producto de la

Figura 4.3: Funciones de reacción de competencia tipo Bertrand con firmas simétricas



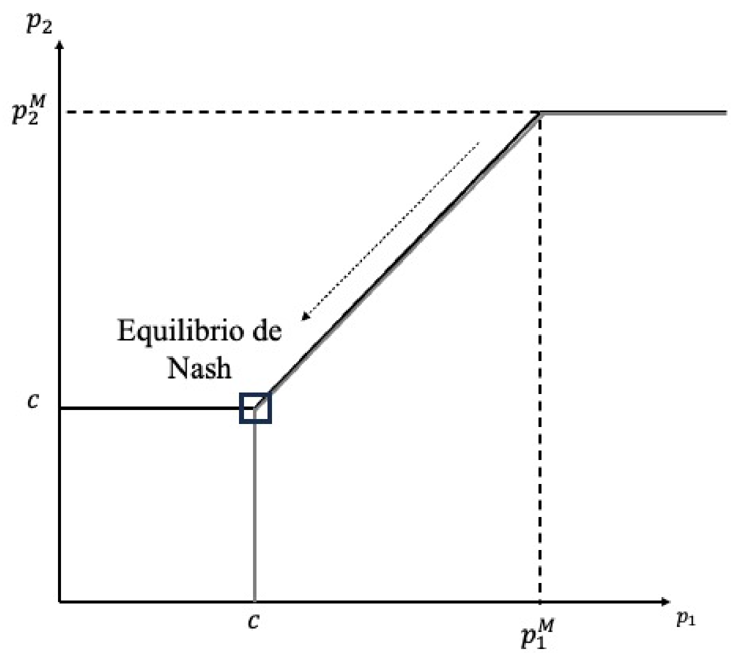
Antoine Cournot (1801-1877): Filósofo y matemático frances que impulso la economía marginalista. Fue de los primeros quienes empezaron a usar funciones matemáticas para describir relaciones como la oferta y la demanda

cantidad que produzcan en total. En este modelo cada firma produce una cantidad para poder vender, a mayor cantidad produzcan venden más pero también presionan a la baja el precio. Que las firmas decidan la producción en vez del precio aplica bien en mercados con nula diferenciación de producto tales como los commodities.[7] El matemático francés **Antoine Cournot** planteó un modelo de mercado de un bien homogéneo donde la única variable estratégica que manejan las firmas es el nivel de producción.

Presentaremos el modelo dentro de un duopolio en donde cada firma

[7]Por ejemplo, no importa la marca del cobre, no hay diferenciación de producto. El mayor predictor del precio asumiendo fija la demanda será la oferta.

Figura 4.4: Equilibrio de Nash en Bertrand con firmas simétricas



produce una cantidad q_i, donde el total producido Q es la suma de las producciones individuales.

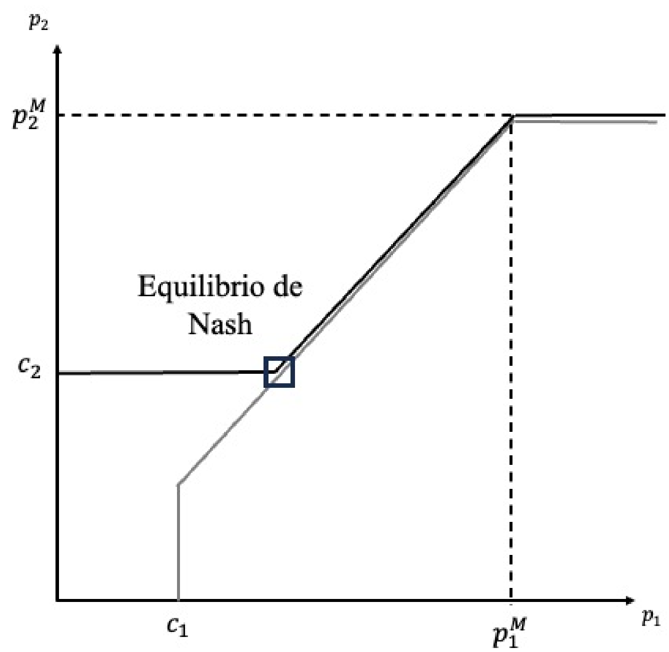
$$Q = \sum_{i=1}^{N} q_i = q_1 + q_2 + \ldots + q_N \tag{4.3}$$

Asumiremos que las firmas son simétricas (mismo costo marginal) y enfrentan una misma demanda inversa lineal.

$$P(Q) = A - Q \tag{4.4}$$

Para resolver el modelo debemos de plantear el problema que enfrenta cada firma. Esto es, maximizar beneficios considerando lo que pueden producir y

Figura 4.5: Equilibrio de Nash en Bertrand con firmas asimétricas



vender q_i y el beneficio marginal de cada producto $P - c$.

$$\max_{q_i} \quad \Pi_i = (P - c_i)q_i \tag{4.5}$$

Como todas las producciones de distintas empresas están contenidas en 4.5 mediante el precio,[8] al optimizar obtendremos la cantidad que debiera producir la firma para maximizar sus beneficios en función de las decisiones de su competencia. Esto es, la estrategia óptima q_i^* ante la estrategia del rival

[8]De la manera $P = A - \sum_{i=1}^{N} q_i$.

q_j. Resolvemos para la firma 1.

$$\max_{q_1} \quad \Pi_1 = (P - c_1)q_1 = (A - q_1 - q_2)q_1 - c_1 q_1$$
$$\text{CPO:} \quad \frac{\mathrm{d}\Pi_1}{\mathrm{d}q_1} = A - 2q_1 - q_2 - c_1 = 0$$

Teniendo las condiciones de primer orden solo queda despejar para obtener la función de reacción de la firma 1 ante la estrategia de la firma 2.

$$q_1^*(q_2) = \frac{A - q_2 - c_1}{2} \tag{4.6}$$

La mejor estrategia para 1 dependerá de la producción de 2. La producción óptima q_1^* bajará en caso de que el rival produzca más $\Delta^+ q_2$, esto ya que aumentar la producción causaría que el precio caiga más de lo ideal por el exceso de oferta. Es por esto que en competencias a la Cournot la pendiente de la función de reacción será negativa.[9]

Equilibrio de competencia a la Cournot. Para llegar a un equilibrio de Nash a la Cournot cada firma internaliza la función de reacción de la otra para llegar a la cantidad estratégicamente óptima para producir. Esto es, reemplazar la función de respuesta $q_2^*(q_1)$ en $q_1^*(q_2)$ o viceversa.

Tomemos para hacerlo más fácil dos firmas iguales, por lo que $c_1 = c_2 = c$, incluso sabiendo que van a producir lo mismo podemos simplicar $q_1 = q_2 = q$. Dado que para encontrar equilibrios de Nash bajo cournot reemplazabamos la función de reacción de una firma en la otra ahora nos basta con cambiar $q_i = q$.

$$q = \frac{A - q - c}{2}$$
$$q = \frac{A - c}{3} \tag{4.7}$$

Obtenemos la ecuación 4.7 la cual representa la producción individual de las dos firmas. El precio se determinará por el total de oferta en el mercado, es

[9]En Bertrand hay pendiente positiva en ciertas partes de la función, la intuición es que si el rival pone un precio mayor entonces la firma puedo subir los precios hasta cierto punto y aún así absorber la demanda.

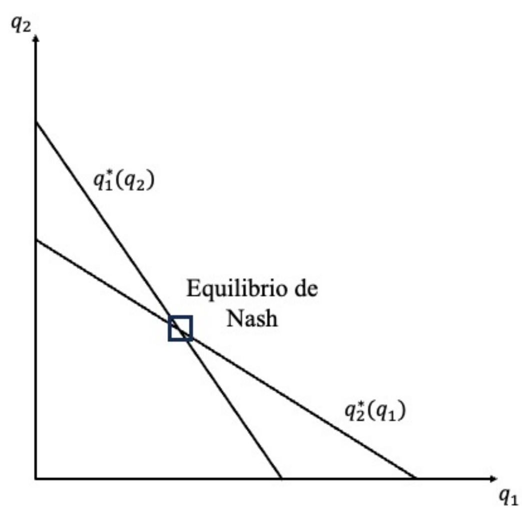
decir, la producción de cada una de las firmas $Q = 2q$.

$$P = A - 2 \cdot \left(\frac{A-c}{3} \right)$$
$$P = \frac{A-2c}{3} \tag{4.8}$$

Por último podemos determinar los beneficios de cada firma reemplazando los valores en 4.5

$$\Pi_i = \left(\frac{A-2c}{3} - c \right) \frac{A-c}{3}$$
$$\Pi_i = \frac{(A-c)^2}{9} \tag{4.9}$$

Figura 4.6: Equilibrio de Nash en Cournot



Este ejemplo de equilibrio es con firmas simétricas, en caso de haber una firma más eficiente a esta le convendría producir más. Graficamente la empresa más eficiente debiera tener una función de reacción más desplazada hacia la derecha.

Caso para n firmas. Como ejercicio se recomienda hacer este mismo procedimiento para n firmas en el mercado. ¿Qué ocurre cuando n tiende a infinito?

Recapitulación competencia a la Bertrand y Cournot

Como es un juego estratégico entre firmas, todas mirarán hacia el futuro para formar creencias de lo que hará la otra con tal de responder de la mejor manera. El modelo Bertrand que hemos visto en este caso tiene una solución directa ya sean firmas simétricas o asimétricas. En Cournot es necesario plantear y resolver el problema de maximización de beneficios para poder llegar al equilibrio de Nash.

Es importante notar que competir por precios es bastante más fuerte que competir por cantidades. De hecho, dos firmas simétricas bajo competencia de precios no tienen beneficio alguno mientras que en cantidades si los tendrán.

Hemos supuesto implícitamente que las empresas tienen capacidad de servir a todo el mercado que quieran. Este supuesto muchas veces no se ajusta a la realidad y se puede levantar dando pasos a otras conclusiones pero que no se desvían mucho de lo ya visto. En el anexo puede encontrar información de restricciones de capacidad en competencia oligopólica.

4.2.3. Competencia a la Stackelberg

Este modelo fue primero presentado por el economista alemán **Heinrich von Stackelberg**. Ya habiendo comprendido el modelo Cournot no es complejo entender el modelo Stackelberg,[10] el *twist* con respecto al modelo anterior es que las firmas jugarán por turnos, inevitablemente la primera a jugar tiene la ventaja.

Supongamos que la firma 1 es la líder pues juega primero, mientras que la firma 2 es la seguidora. La firma líder decidirá en el $t = 1$ la cantidad q_1 que

Heinrich von Stackelberg (1905-1946): Economista alemán de ascendencia argentina nacido en Rusia, aportó enormemente a la teoría de juegos. Fue un arrepentido miembro del Partido Nazi y sargento de la SS.

[10] Competencia a la Stackelberg se presenta casi siempre como una competencia fijando cantidades. Sin embargo hay extensiones del modelo a precios, los cuales pueden distar bastante de como se estudia este modelo en este apunte, pero siguen conteniendo la sustancia del modelo que es un juego a turnos. Véase, Stan van Hoesel, An overview of Stackelberg pricing in networks, European Journal of Operational Research ó Meng, FL., Zeng, XJ. A Stackelberg game-theoretic approach to optimal real-time pricing for the smart grid. Soft Comput 17, 2365–2380 (2013).

producirá y en $t = 2$ la firma seguidora decidirá su producción q_2 en función de q_1.

Este es un juego secuencial que se resuelve por inducción. Si miramos el problema desde el final hasta el inicio primero se maximizan los beneficios de la firma 2, la cual en $t = 2$ ya sabrá qué produjo la firma 1, de lo cual obtendremos $q_2^*(q_1)$. La firma líder tendrá que maximizar en $t = 1$ sujeto a lo que hará la seguidora en $t = 2$. Asumamos que ambas firmas tienen iguales costos marginales para simplificar el problema y que compiten por una demanda lineal tal como en la ecuación 4.4. El problema de la firma 1 se plantea de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} \max_{q_1} \quad & \Pi_1 = (P(Q) - c)q_1 \\ \text{s.a.} \quad & q_2 = q_2^*(q_1) \end{aligned}$$

Dadas las simplificaciones que hicimos podemos considerar la ecuación 4.6 como la función de reacción para la firma seguidora. Reemplazamos la restricción en la expresión a maximizar y reescribimos el problema como,

$$\begin{aligned} \max_{q_1} \quad & \Pi_1 = \left(A - q_1 - c - \left(\frac{A - q_1 - c}{2} \right) \right) q_1 \\ & \Pi_1 = \left(\frac{A - q_1 - c}{2} \right) q_1 \\ \text{CPO:} \quad & \frac{\mathrm{d}\Pi_1}{\mathrm{d}q_1} = \frac{A - c}{2} - q_1 = 0 \\ & q_1 = \frac{A - c}{2} \end{aligned}$$

Reemplazando q_1 en $q_2^*(q_1)$ obtendremos la producción de la firma seguidora.

$$\begin{aligned} q_2^*(q_1) &= \frac{A - (\frac{A-c}{2}) - c}{2} \\ q_2^*(q_1) &= \frac{A - c}{4} \end{aligned}$$

En comparación a Cournot simple, tenemos que la firma líder (seguidora) producirá más (menos) y por tanto conseguir mayores (menores) beneficios. La firma líder tiene más espacio para producir más sin desplomar el precio, en el segundo turno la firma seguidora tendrá que acotar su producción con tal de no bajar más el precio.

4.3. Acuerdos colusivos

La colusión es un acuerdo entre firmas competidoras con tal de reducir esa competición que reduce los beneficios de la firma. En la realidad las colusiones pueden cometerse de diversas formas; Aumento de precios, reducción de oferta, restricciones territoriales y mecanismos de castigo. Es crucial para las instituciones fiscalizadores estudiar y comprender los factores que podrían indicar una colusión o que faciliten un acuerdo colusivo pues estos actos causan graves daños al bienestar y confianza en las instituciones de los mercados. En esta sección veremos con los contenidos repasados anteriormente modelar y entender los factores que facilitan la colusión entre firmas.

En el problema de la firma cada empresa maximiza los beneficios propios y no los conjuntos, sin embargo la competencia no es buena para las firmas, al haber más firmas lo esperable es que el precio vaya convergiendo al costo marginal, denotando una perdida de su poder de mercado. La colusión aparece como una forma en que las firmas se compromoten a colaborar para aumentar las utilidades propias. La decisión de coludirse o no colusirse se da considerando tanto los beneficios del hoy como también de los que vendrán en el futuro.

4.3.1. La colusión desde la Teoría de Juegos

La teoría de juegos nos ayuda a modelar las decisiones de las firmas mediante **juegos iterativos**, en cada período las firmas pueden competir o coludirse, una vez que se haya roto el acuerdo nunca más se vuelven a coludir. En este tipo de acuerdos habrá un incentivo a traicionar, es decir, desviarse del acuerdo para conseguir incluso mayores utilidades de las que conseguirían coludiéndose, pero por solo ese período, ya que en caso de romper la colusión las demás empresas seguirán una **estrategia gatillo**, provocando que se acabe la fase de colaboración y empiece la fase de castigo. El castigo es empezar a competir normalmente por el resto del juego, ya sea a la Bertrand, Cournot o el tipo de competición que corresponda.

Juegos iterativos: Juegos en los cuales hay más de un período/turno en que se juega. Pueden ser finitos e infinitos.

En la sección de Juegos Secuenciales se mencionó el concepto de Equilibrio Perfecto en Subjuegos (EPS), veremos en casos es posible o imposible conseguir un EPS colusivo. En los casos finitos de T períodos de tiempo nunca habrá incentivos para cooperar en el último período. Como no hay un mañana $T+1$ no habría fase de cástigo por desviarse en T, todos preferiran traicionarse el uno al otro. En T nadie coopera lo cual induce a que nadie coopere en $T-1$, el resultado es que nadie coopera en ninguno de los períodos. Nunca hay colusión con períodos finitos.

Por otro lado, existen EPS colusivos en infinitos períodos de tiempo cumpliendose una condición: el valor presente de los beneficios coludiendose deben ser mayores que los beneficios no cooperando. El hecho de que se pueda llegar a un equilibrio cooperativo en juegos repetidos de infinitos periodos es un resultado del **Teorema de Folk**,[11] el cual nos dice que si los jugadores son suficientemente pacientes e interactuan repetidas veces (infinitas) pueden llegar a un equilibrio perfecto en subjuegos cooperativo.

Teorema de Folk: Teorema que muestra la factibilidad de un equilibrio perfecto en subjuegos cooperativo en un horizonte infinito.

Modelemos este juego con horizonte infinito para aplicar dicho teorema. Las firmas al coludirse estarán ponderando si es que los beneficios de traicionar en el corto plazo compensarán los beneficios de mantenerse coludidos en el largo plazo. Si una firma se desvía quiere decir que en ese turno gana los beneficios extraordinarios π^D, los cuales suelen ser los beneficios monopólicos π^M, durante los siguientes turnos por estrategia gatillo todos empiezan a competir obteniendo en este caso π^G.[12]

Además se tiene que considerar que los beneficios de períodos más lejanos al presente tendrán menos peso para las decisiones de las firmas. De manera similar al modelo de consumo intertemporal vamos a ponderar los períodos futuros por un descuento $0 \leq \delta < 1$ para todos los períodos $t \in 0, 1, 2, \ldots, T$.

Condición de colusión para Bertrand. Vamos a ver un caso específico para introducirnos en la dinámica. En el caso de un duopolio Bertrand con firmas simétricas ($\pi^G = 0$ y $\pi^D = \pi^M$) podemos describir los beneficios de desviarse V^D en el período $t = 0$ como,[13]

$$V^D = \delta^0 \pi^M + \delta \pi^G + \delta^2 \pi^G + \ldots + \delta^T \pi^G = \pi^M + \frac{\delta}{1-\delta} \pi^G = \pi^M \tag{4.10}$$

La ecuación 4.10 denota las utilidades de desviarse y obtener beneficios monopólicos en el primer turno y luego competir a la Bertrand obteniendo cero beneficios. En caso de seguir la colusión calculamos V^C como el reparto de

[11] El Folk theorem en español se le llama: teorema de tradición oral. Se le llama así pues es un teorema ampliamente usado por distintos autores pero del que no hay un autor claro, lo cual es algo relativamente frecuente en las matemáticas.

[12] π^G va a depender del las condiciones del mercado, demanda, competidores, tipo de competencia; Cournot, Bertrand, Stackelberg, etc.

[13] El factor $\frac{\delta}{1-\delta}$ viene de la suma geométrica.

las utilidades monopólicas $\frac{\pi^M}{N}$.

$$V^C = \delta^0 \frac{\pi^M}{2} + \delta^1 \frac{\pi^M}{2} + \delta^2 \frac{\pi^M}{2} + \ldots + \delta^T \frac{\pi^M}{2} = \frac{\pi^M}{2} + \frac{\delta}{1-\delta}\frac{\pi^M}{2} \tag{4.11}$$

La colusión se dará cuando para cada empresa se cumpla que,

$$V^C \geq V^D \tag{4.12}$$

Para evaluar si esto ocurre tendremos que fijarnos que la tasa de descuento δ cumpla ciertas condiciones,

$$V^C \geq V^D \iff \frac{\pi^M}{2} + \frac{\delta}{1-\delta}\frac{\pi^M}{2} \geq \pi^M$$

$$\text{Despejando } \delta \text{ obtenemos la condición} \quad \delta \geq \frac{1}{2}$$

Es decir, mientras se cumpla que $\delta \geq \frac{1}{2}$ el acuerdo colusivo se va a dar en todos los períodos. El teorema de Folk indica que habrá cierto nivel de paciencia en que las firmas decidan cooperar en un horizonte infinito de interacciones. La interpretación más intuitiva es que si las firmas tienen un nivel de paciencia suficientemente alto para valorar los beneficios de coludirse a largo plazo, preferiran mantener el acuerdo antes de los beneficios de corto plazo del desvío.

Condición del Teorema de Folk en el caso general

Una fórmula general de expresar lo anterior es la siguiente,

$$\frac{\delta}{1-\delta}(\pi^C - \pi^G) \geq \pi^D - \pi^C \tag{4.13}$$

Donde π^C serán los beneficios que recibe la empresa al coludirse con las demás,[14] π^D son los beneficios del turno al desviarse y π^G serán los beneficios donde por estrategia gatillo todas las firmas empiecen a competir. La ecuación 4.13 se interpreta como que los beneficios a largo plazo deben ser más valorados que los beneficios a corto plazo.

De la condición 4.13 también podemos despejar el descuento δ. De esta manera conseguiremos el δ mínimo para asegurar que la colusión se cumpla.

$$\delta \geq \frac{\pi^D - \pi^C}{\pi^D - \pi^G} \tag{4.14}$$

[14]Nótese que es diferente a π^M puesto que se tienen que repartir entre las firmas coludidas.

4.3.2. Factores que facilitan/dificultan la colusión

Hay distintos factores que pueden facilitar la colusión, el factor de descuento de cierta manera es uno de ellos, sin embargo para un factor de descuento dado la colusión se facilita o se dificulta según los siguientes factores.

Cantidad de firmas. A mayor cantidad de firmas es más difícil mantener un equilibrio colusivo. Para un número de N firmas iguales compitiendo a la Cournot las utilidades de coludirse bajaran con la cantidad de firmas, $\pi^C = \frac{\pi^M}{N}$. Si en un turno una firma se desvía ganan π^M, para simplificar normalizemos la fase de castigo $\pi^G = 0$.[15]

Citando la condición 4.14 y reemplazando los beneficios para este caso obtenemos el descuento mínimo necesario para que la colusión sea posible $\bar{\delta}$.

$$\delta \geq \frac{\pi^M - \frac{\pi^M}{N}}{\pi^M - 0} \Longleftrightarrow \bar{\delta} = 1 - \frac{1}{N}$$
$$\lim_{N \to \infty} \bar{\delta} = 1$$

A medida que aumenta el número de firmas es necesario un menor descuento intertemporal con tal de mantener el acuerdo colusivo.

Severidad de la fase de castigo. Mientras más severa, o mejor dicho, mientras más fuerte sea la competencia en fase de castigo más fácil será mantener el acuerdo. Si desviarse conlleva competir y ganar cero beneficios por el resto de la eternidad entonces es más factible cooperar para cualquier nivel de factor de descuento. Podemos decir que coludirse es más factible en Bertrand que en Cournot. En Cournot también podemos hacer el comentario de que mientras más firmas hayan en el mercado más severa será la fase de castigo, por lo que se conecta con el punto anterior.

Asimetría de las firmas. En un acuerdo la firma más eficiente tendrá una fase de castigo menos severa (un mayor π^G) por lo que tendrá una suerte de dominancia sobre la menos eficiente. Esto se traduce en que una firma más eficiente requerirá de más paciencia para mantener el acuerdo.

[15] Esto no es estrictamente correcto en Cournot a menos que el número de firmas tienda a infinito pero nos sirve para el ejemplo.

APÉNDICE A

ANEXO

A.1. Cournot con restricciones de capacidad

De forma complementaria se puede levantar el supuesto de que una sola empresa podría servir a todo el mercado si así lo quisiera. Algo más parecido a la realidad es que una sola firma no puede servir a todo el mercado aunque así lo quisiera. La capacidad de una firma puede denotarse como K. Frente a una demanda inversa lineal $P(Q) = A - Q$ y considerando dos firmas idénticas de $c = 0$ tendremos restricciones activas de capacidad en caso de que $K \leq A$.

En caso de que compitan la pregunta es qué parte de la curva de demanda sirve cada firma. Se puede asumir racionamiento eficiente, en caso de haber dos precios distintos el más barato será el primero en venderse a los que están más dispuestos a pagar. Una vez vendida toda la capacidad de la firma más barata la otra firma se queda con el sobrante.