Apuntes del ramo de Economía Política con el profesor Landerretche. Podría contener errores y en caso de encontrarlos por favor notificarme al correo: joamartine@fen.uchile.cl

Última actualización: Marzo 2024

CAPÍTULO 4

ORGANIZACIÓN INDUSTRIAL

Introducción a la teoría de juegos

La teoría de juegos es una manera de modelar distintos tipos de interacciones de competición, cooperación y otras. Modelar qué decisión y el por qué puede ser tan simple como complejo dependiendo de los factores que que consideremos relevantes. En este capítulo se trataran los juegos simultáneos en secuencia e iterados (también llamados repetidos).

4.1. Juegos simultaneos

En juegos simultáneos los agentes toman decisiones al mismo tiempo, estas decisiones interactuan resultando en **pagos**. El pago a cada persona refleja un nivel de utilidad, por lo que cada agente buscará llegar a un resultado del juego (la combinación de acciones) que maximize su pago.

Matriz de pago: La matriz de pago es una representación de los pagos un juego simultáneo para un número definido de individuos y estrategias.

Para dos agentes A y B cada uno toma la decisión X o Y, la combinación de decisiones llevará a cierto nivel de pagos. Este escenario puede ser representado por una **matriz de pago** en el cuadro 4.1.

Ejemplifiquemos cómo se lee la tabla. Si A tomó la estrategia X y B toma la decisión Y entonces los pagos correspondientes son (c, d), donde c es el pago para A y d el pago para B. De la misma manera si A elije Y y B decide Y la matriz de pagos será (g, h).

Cuadro 4.1: Matriz de pagos

		B	
		X	Y
A	X	(a, b)	(c, d)
	Y	(e, f)	(g, h)

Hay un componente estratégico en la interacción de A y B pues los pagos que reciba cada uno dependerá de la decisión que tome el otro. Por ejemplo si A sabe que B decide X entonces A elegirá la estrategia que maximize sus pagos. Específicamente A está decidiendo con respecto a los pagos en negrita en el cuadro 4.2.

Cuadro 4.2: Matriz de pagos con B decidiendo X

		B	
		X	Y
A	X	(**a,b**)	(c, d)
	Y	(**e,f**)	(g, h)

La decisión que tome A dependerá qué pago es mayor, a ó e, si es a entonces elije X y caso contrario elije Y.

4.1.1. Estrategias y resolución de juegos

4.1.2. Equilibrios de Nash y óptimos de pareto en juegos

4.1.3. Juegos canónicos

Dilema del prisionero

El dilema del prisionero describe la situación en que dos criminales sospechosos son detenidos y separados para un proceso de interrogación. Si uno de los dos delata al otro y su complice no, este último tendrá pena de cárcel y el delator quedará libre. En caso de que los dos se delaten entre sí, ambos son condenados a años de cárcel. Por útlimo si ninguna se delata entre sí, quedan libres o cumplen penas menores.

La matriz de pago específicamente se en el cuadro. A mayor pena menor es el pago.

Cuadro 4.3: El dilema del prisionero

		Prisionero B	
		Cooperar	Delatar
Prisionero A	Cooperar	$(-2,-2)$	$(-10,-1)$
	Delatar	$(-1,-10)$	$(-6,-6)$

Cada uno tiene una estrategia dominante en delatar al otro, el resultado es un equilibrio de Nash sub-óptimo en términos de Pareto.

El juego describe como dos personas no cooperan incluso si ello va en contra del interés de las dos.

Mano invisible

Si se deja la autorregulación de los mercados, dado que los individuos persiguen su propio interés, se produce un equilibrio que es un óptimo de Pareto. Una matriz que lo representa puede ser.

El agente A tendrá una estrategía dominante, la cual será la opuesto a la del otro agente B. Finalmente el equilibrio de Nash es eficiente paretianamente.

Cuadro 4.4: La mano invisible

		Agente B	
		X	Y
Agente A	X	$(0,10)$	$(1,1)$
	Y	$(11,11)$	$(10,0)$

(Cita Adam Smith)

Guerra de los sexos

Una pareja heterosexual se encuentra incomunicada en medio de un festival de metal. El hombre es fan de Metallica y la mujer fan de Megadeth.

Cada uno tiene estragia dominante por ir al concierto de su banda preferida idependiente de lo que haga el otro, hay dos equilibrios de Nash por lo tanto este juego tiene ser resuelto con estrategias mixtas.

Cuadro 4.5: Guerra de los sexos

		Mujer: Metallica	Mujer: Megadeth
Hombre	Metallica	$(2,1)$	$(1,1)$
	Megadeth	$(0,0)$	$(1,2)$

La caza del venado

Dos individuos van a cazar ya sea conejos o venados y deben escoger su presa sin conocer la elección del otro cazador. Para cazar el venado (un premio mayor) requieren de la ayuda del otro, mientras que un conejo puede ser cazado por cada uno. Por lo tanto, si cooperan cazando al venado podrán ambos obtener más beneficios y estár en un óptimo de Pareto.

Cuadro 4.6: La caza del venado

		Cazador B: Venado	Cazador B: Conejo
Cazador A	Venado	$(4,4)$	$(0,3)$
	Conejo	$(3,0)$	$(3,3)$

En este caso no existen estrategias dominantes, lo que lleva a la existencia de dos equilibrios de Nash, cazar al venado juntos domina paretianamente a cazar conejos juntos. Lo anterior representa un problema de cooperación social y una dicotomía entre seguridad y cooperación.

Chicken

Se trata de un juego para determinar quien es el más valiente, dos personas se posicionan con sus autos en dos extremos y aceleran de manera que llegará un punto en que choquen entre si. El primero que doble para evitar el impacto es un gallina, dejando al ganador como valiente. Hay tres escenarios, el primero en que uno de los dos dobla y queda como gallina, un segundo escenario en donde los dos doblan ambos quedando como gallinas y por último el caso en que chocan.

Ambos corredores quieren hacer lo opuesto a lo que haga el otro, los equilibrios de Nash serían entonces los que uno de ellos dobla y el otro sigue.

Lo cual puede expresarse por medio de la matriz de pago.[1]

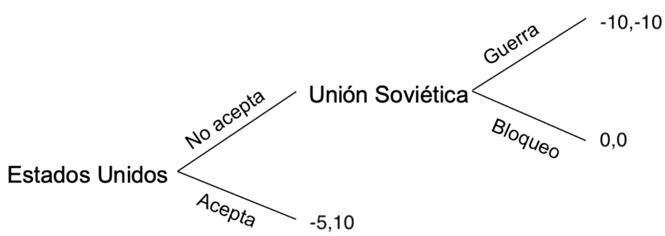
Cuadro 4.7: Chicken

		Corredor B	
		Ceder (gallina)	Seguir (valiente)
Corredor A	Ceder (gallina)	$(2, 2)$	$(1, 3)$
	Seguir (valiente)	$(3, 1)$	$(0, 0)$

4.2. Juegos secuenciales

Los juegos secuenciales son una forma extendida de lo que se ha aplicado hasta ahora. Antes las estrategias eran acciones individuales; confesar, delatar, cooperar, tracionar, etcéra, ahora serán planes completos de acciones.

Lo ejemplos más usados son respecto al uso de bombas nucleares durante la guerra fría, también aprovechemos recordar como se planteaban estos juegos. Nuestro juego parte de una situación en que la Unión Soviética exige a las potencias occidentales que abandonen Berlín. En este punto, Estados Unidos tiene dos posibilidades: Aceptar y No aceptar.



Las estrategias serán un plan de acción, en esta caso serían (Acepta, No Acepta y Guerra, No Acepta y Bloqueo).

Para resolver estos juegos uno tiene que seguir un método inductivo, resolver desde el futuro hacia el pasado. ¿Por qué resolver de adelante hacia atrás? Porque si resolvieramos como en juegos simultáneos no estaríamos contando si la amenaza (en este caso una respuesta bélica) es creíble.

Si plantearamos de manera simultánea encontramos dos EN, uno (el de Acepta y Guerra) en que **no es secuencialmente racional**, para que ese

[1] Rising, L: The Patterns Handbook: Techniques, Strategies, and Applications, page 169. Cambridge University Press, 1998. **Schedule Chicken**.

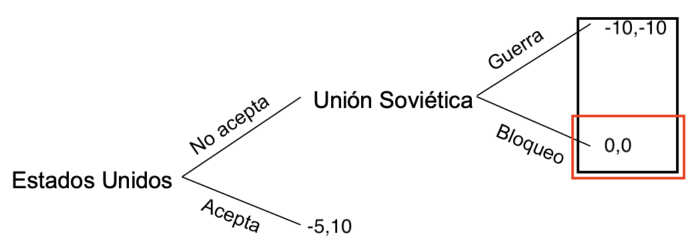
equilibrio sea posible Estados Unidos tiene que aceptar, sin embargo veremos a continuación por qué si Estados Unidos no acepta la Unión Soviética nunca responderá con una respuesta bélica.

Cuadro 4.8: Dominio sobre Berlín

		Unión Soviética	
		Guerra	Bloqueo
Estados Unidos	Acepta	$(\underline{-5}, \underline{10})$	$(-5, 10)$
	No acepta	$(-10, -10)$	$(\underline{0}, \underline{0})$

El juego tiene que ser **secuencialmente racional** por lo que resolvemos de adelante hacia atrás. El resultado será un equilibrio perfecto en subjuegos (EPS).

Por lo tanto primero se resuelve la decisión de la Unión Soviética, la cual debiese decidir bloquear, y luego evaluar que decidirá Estados Unidos, la cual debiese no aceptar.



Relación EN y EPS

En un juegos secuencial puedes obtener EN que no sean coherentes con las amenazas creíbles. Los EPS siempre son coherentes con la credibilidad de las amenazas. **Un EN no siempre es un EPS, pero un EPS siempre es un EN**.

4.3. Competencia imperfecta

4.3.1. El factor estratégico

Oligopolio: Mercado con un número reducido de firmas las cuales pueden incidir en el precio.

Los **oligopolios**, también llamados mercados de competencia imperfecta, son un escenario en el cual un número reducido de empresas inciden en cierta medida en el precio de mercado. Es por esto que se le considera un entremedio entre monopolio y competencia perfecta, no eligen libremente pero tampoco son tomadores de precio.

Todas las firmas tienen cierto poder sobre el precio de mercado, directamente fijando los precios o indirectamente decidiendo las cantidades a producir. Debido a que todas las firmas afectan el precio habrá **interdependencia monopolística**, lo cual sugiere que hay un factor estratégico en las competencias olipólicas. Por ejemplo, si una firma fija cierto precio, su rival puede responder con un precio menor para quedarse con una mayor demanda.[2] También, si se cree que la firma rival va a producir mucho del bien, a las demás firmas les conviene producir menos para no desplomar el precio de mercado por un exceso de oferta. Es decir, las decisiones de una firma afectan a su competencia y viceversa, ante esto las firmas formarán creencias de lo que hará la competencia para tomar sus propias decisiones.

Intedependencia monopolística: De manera más general llamado interdependencia estratégica. Las empresas toman sus decisiones formando creencias de lo que hará su competencia.

La estrategia desde la teoría de juegos

La manera en que entendemos estas interacciones propias de la **organización industrial** es mediante la teoría de juegos. Tal como se mencionaba antes, en la teoría de juegos los jugadores tienen que formar una creencia de lo que hará el otro para reaccionar de la mejor manera. A continuación plantearemos como se verían estos juegos aplicado a los distintos tipos de competencia imperfecta.

Organización industrial: Área de la teoría de la firma que se enfoca en la estructura e interacciones en los mercados.

Para esta ocasión solo se abarcarán juegos normales, es decir, los jugadores $i \in 1, 2, \ldots, N$ serán racionales y deciden su acción o combinación de acciones $a_i \in A_i$ resultando en un pago $\pi_i(a)$ para cada firma.

Las firmas elegiran a_i de manera de maximizar sus pagos, una estrategia será mejor que otra mientras el pago resultante sea mayor. Dado que los rivales $-i$ escogen una estrategia a_{-i}, la firma i tendrá una respuesta óptima a_i^* en que los pagos sean mayores, es decir,[3]

$$\pi_i(a_i^*, a_{-i}) \geq \pi_i(a_i, a_{-i}), \forall a_i. \tag{4.1}$$

Esto es equivalente a decir que jugando piedra papel o tijera, si mi rival elige tijera la mejor respuesta para el papel es la tijera, mientras que la mejor

[2] Esto asumiendo que son bienes perfectamente sustitutos (producto homogéneo).

[3] Dada las características del juego y considerando que los individuos son racionales es esperable que siempre elijan la respuesta óptima a_i^*.

Función de reacción: Función que describe la mejor forma de responder ante las decisiones de un competidor.

respuesta para la tijera es la roca. Podremos describir matemáticamente la mejor respuesta de i en función de la estrategia de los demás; $a_i^*(a_{-i})$. A esto se le conoce como **función de reacción**. Cuando todas las firmas elijan su mejor estrategia $a^* \equiv (a_1^*, \ldots, a_N^*)$ no habrán incentivos a cambiar de estrategia, por lo que nos encontraríamos en el Equilibrio de Nash.[4]

Las firmas seguiran esta manera de pensar para decidir que tienen que hacer al competir con otra firma. En el corto plazo las firmas suelen tomar acciones respecto a la fijación de precios o al nivel de producción, en el largo plazo se podría hablar de entradas a mercado o de inversión en I+D, etc. Veremos a continuación dos modelos que discuten tipos de competencia por precios y cantidades.

4.3.2. Competencia a la Bertrand

Planteamiento

Joseph Bertrand (1822-1900): Matemático francés del siglo XIX. Proporcionó aportes a la economía como fue el modelo de Bertrand. Fue crítico del principio de maximización de utilidad.

Este modelo fue planteado por el matemático **Joseph Bertrand** en 1883. Vamos a pensar en un duopolio de firmas $i \in 1, 2$ que ofrecen un producto homogéneo compitiendo precios p_i.

Como los productos son homogéneos, es decir son sustitutos perfectos, la firma que ofrezca el menor precio se llevará toda la demanda $Q_i(p_i)$, en caso de ofrecer un mismo precio se reparten la demanda de manera equitativa. Por lo demás, las firmas tendrán un costo marginal c_i.

Para entender como se llega al equilibrio en este mercado primero tenemos que identificar cuales son las mejores respuestas de una firma ante acciones de la otra, es decir la $a_i^*(a_{-i})$. Pensando desde el punto de vista de la firma 1 podemos considerar 3 casos posibles y sus respectivas respuestas ante acciones de la firma 2, buscamos definir la función de reacción $p_1^*(p_2)$.

- En caso de que la firma 2 fije un precio p_2 mayor al precio monopólico p_1^M. La mejor respuesta es fijar el precio monopólico, de esta manera maximizan beneficios mientras absorben toda la demanda.

- Si la firma 2 fija un precio menor al precio monopólico p_1^M y mayor a al costo marginal c_1. Para capturar toda la demanda conviene fijar un precio minúsculamente menor al de la competencia, lo cual se denota como $p_1 - \epsilon$ siendo ϵ un número positivo cercano al cero.

[4] En el caso de piedra papel o tijeras no habría Equilibrio de Nash, suponiendo que todas las opciones tienen las misma probabilidad de ser elegidas.

- La firma 2 fija un precio igual o menor al costo marginal c_1. Para estos casos la mejor respuesta es fijar el costo marginal.

El precio p_1 que fije la firma 1 en función de p_2 puede ser descrito en esta función y representado en la figura 4.1,

$$p_1^*(p_2) = \begin{cases} p_1^M & \text{si} \quad p_2 > p_1^M \\ p_2 - \epsilon & \text{si} \quad p_1^M \geq p_2 > c_1 \\ c_1 & \text{si} \quad c_1 \geq p_2 \end{cases}$$

Equilibrios de competencia a la Bertrand

Un caso útil para describir la dinámica se da cuando las empresas son simétricas, lo cual implica que tienen un mismo costo marginal c. La dinámica aquí es que la mejor respuesta ante cualquier precio $p_{-i}^M \geq p_i > c$ será fijar un precio menor, ante lo cual la competencia debería responder con un precio aun menor. De esta manera el precio bajará hasta el punto en que tanto p_1 como p_2 sean iguales a c.

Este caso es conocido como la **paradoja de Bertrand**. Se le da este nombre puesto que el resultado de esta competencia imperfecta con 2 firmas es el mismo que en competencia perfecta ($p = c$). Tal como se ve en la figura 4.2.

Paradoja de Bertrand: Durante la competencia de un duopolio con firmas simétricas el equilibrio de Nash se da donde el precio es igual al costo marginal. Es decir, se llega al resultado de competencia perfecta con sólo 2 firmas.

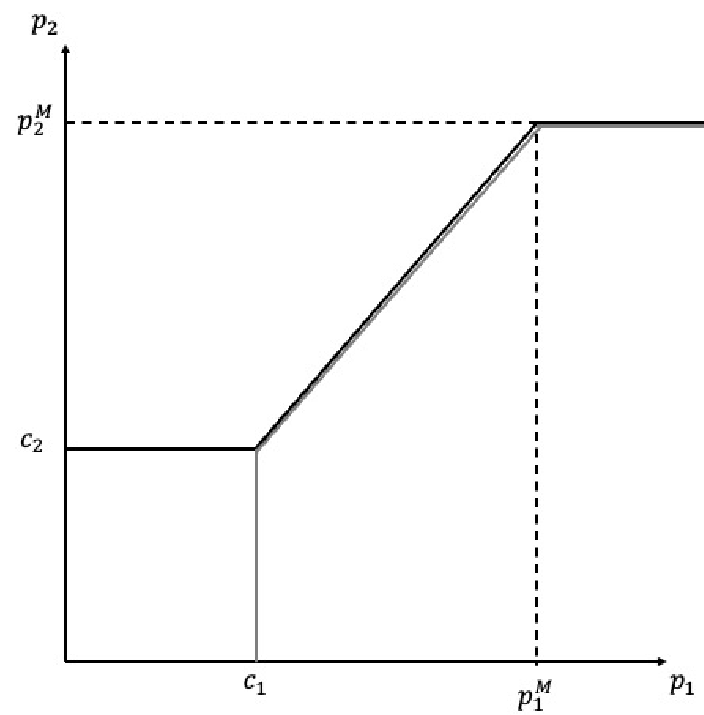
El resultado de una competencia en que una firma es más eficiente dista de lo anterior. Cuando una firma tiene un costo marginal menor a su rival podrá absorber toda la demanda fijando un precio ligeramente menor al costo marginal de su competencia. Más precisamente en el caso en que $c_1 < c_2$ el equilibrio resulta en $p_1 = c_2 - \varepsilon$. Lo cuál llevaría a la firma menos eficiente a salir del mercado y la firma ganadora obtendría beneficios. Vease 4.3.

4.3.3. Competencia a la Cournot

Planteamiento

Otra manera de modelar la competencia entre firmas $i \in 1, 2$ es mediante las cantidades de producción de cada una, lo cual se puede extrapolar a mercados con nula diferenciación de producto (Nuevamente nos referimos a

Figura 4.1: Funciones de reacción de competencia tipo Bertrand con firmas simétricas



Antoine Cournot (1801-1877): Filósofo y matemático frances que impulso la economía marginalista. Fue de los primeros quienes empezaron a usar funciones matemáticas para describir relaciones como la oferta y la demanda

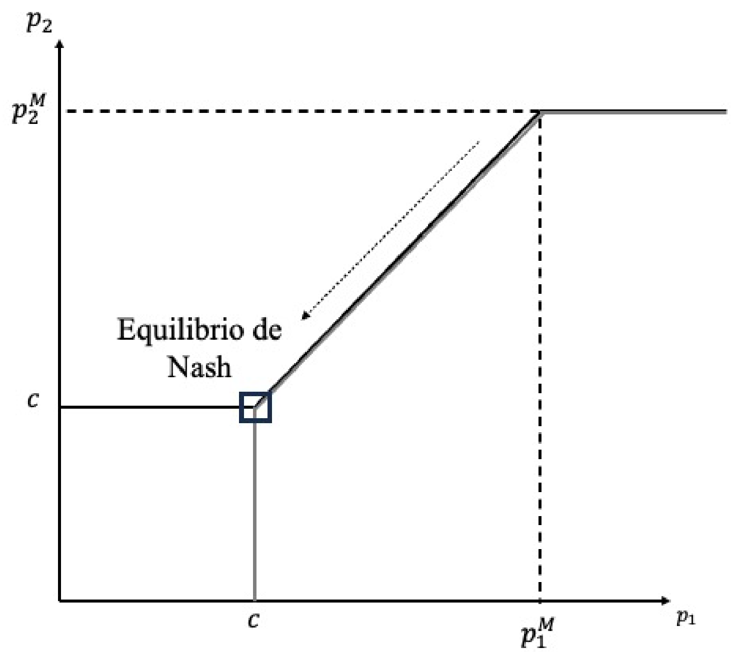
productos homogéneos).[5] El matemático francés **Antoine Cournot** planteó un modelo de mercado de un bien homogéneo donde la única variable estratégica que manejan las firmas es el nivel de producción.

Presentaremos el modelo dentro de un duopolio en donde cada firma produce una cantidad q_i, donde el total producido Q es la suma de las producciones individuales.

$$Q = \sum_{i=1}^{N} q_i = q_1 + q_2 + \ldots + q_N \tag{4.2}$$

[5]Por ejemplo, no importa la marca del cobre, no hay diferenciación de producto. El mayor predictor del precio asumiendo fija la demanda será la oferta.

Figura 4.2: Equilibrio de Nash en Bertrand con firmas simétricas



Asumiremos que las firmas son simétricas (mismo costo marginal) y enfrentan una misma demanda inversa lineal $P(Q) = A - Q$.

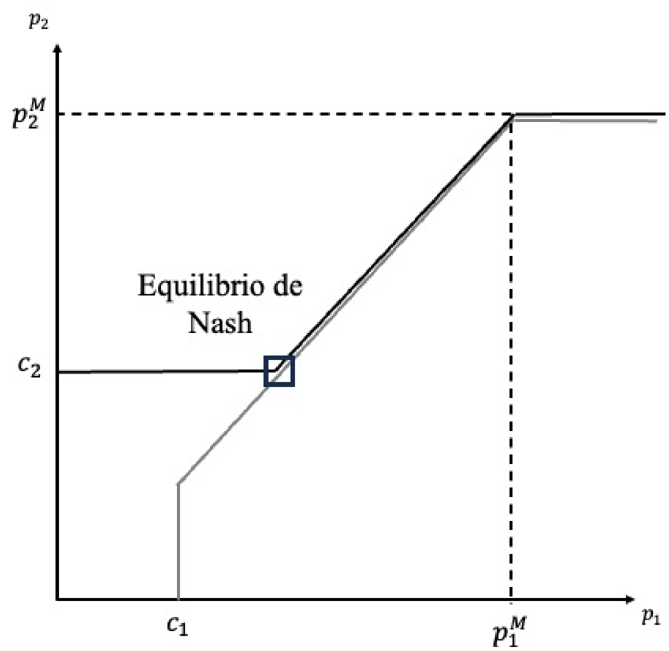
Para resolver el modelo debemos de plantear el problema que enfrenta cada firma. Esto es, maximizar beneficios considerando lo que pueden producir y vender q_i y el beneficio marginal de cada producto $P - c$.

$$\max_{q_i} \quad \Pi_i = (P - c)q_i \tag{4.3}$$

Como todas las producciones de distintas empresas están contenidas en 4.3 mediante el precio,[6] al optimizar obtendremos la cantidad que debiera producir la firma para maximizar sus beneficios en función de las decisiones de

[6] De la manera $P = A - \sum_{i=1}^{N} q_i$.

Figura 4.3: Equilibrio de Nash en Bertrand con firmas asimétricas



su competencia. Esto es, la estrategia óptima q_i^* ante la estrategia del rival q_j. Resolvemos para la firma 1.

$$\max_{q_1} \quad \Pi_1 = (P - c)q_1 = (A - q_1 - q_2)q_1 - cq_1$$
$$\text{CPO:} \quad \frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = A - 2q_1 - q_2 - c = 0$$

Teniendo las condiciones de primer orden solo queda despejar para obtener la función de reacción de la firma 1 ante la estrategia de la firma 2.

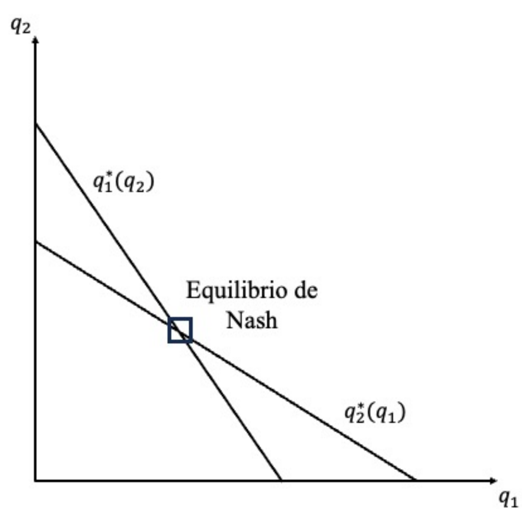
$$q_1^*(q_2) = \frac{A - q_2 - c}{2} \tag{4.4}$$

La mejor estrategia para 1 dependerá de la producción de 2. La producción óptima q_1^* bajará en caso de que el rival produzca más $\Delta^+ q_2$, esto ya que aumentar la producción causaría que el precio caiga más de lo ideal por el exceso de oferta. Es por esto que en competencias a la Cournot la pendiente de la función de reacción será negativa.[7]

Equilibrio de competencia a la Cournot

Recordemos que las firmas llegarán a un equilibrio de Nash cuando estas respondan su estrategia óptima ante la estrategia óptima de sus competidoras. Dadas las funciones de reacción es trivial encontrar el equilibrio, directamente se reemplaza la función de respuesta $q_2^*(q_1)$ en $q_1^*(q_2)$ o viceversa.

Figura 4.4: Equilibrio de Nash en Cournot



Como en este caso las firmas son simétricas podemos decir que $q_1 = q_2 = q$

[7]En Bertrand hay pendiente positiva en ciertas partes de la función puesto que un aumento de precio de una firma no llevaba a una reducción del precio de la otra.

y resolver directamente.

$$
\begin{aligned}
q &= \frac{A - q - c}{2} \\
q &= \frac{A - c}{3} \qquad (4.5)
\end{aligned}
$$

Según 4.5 tendremos la producción individual de las dos firmas.

El precio se determinará por el total de oferta en el mercado, es decir, la producción de cada una de las firmas $Q = 2q$.

$$
\begin{aligned}
P &= A - 2 \cdot \left(\frac{A - c}{3}\right) \\
P &= \frac{A - 2c}{3} \qquad (4.6)
\end{aligned}
$$

Por último podemos determinar los beneficios de cada firma reemplazando los valores en 4.3

$$
\begin{aligned}
\Pi_i &= \left(\frac{A - 2c}{3} - c\right)\frac{A - c}{3} \\
\Pi_i &= \frac{(A - c)^2}{9} \qquad (4.7)
\end{aligned}
$$

Este ejemplo de equilibrio es con firmas simétricas, en caso de haber una firma más eficiente a esta le convendría producir más. Graficamente la empresa más eficiente debiera tener una función de reacción más desplazada hacia la derecha.

Caso para n firmas

Como ejercicio se recomienda hacer este mismo procedimiento para n firmas en el mercado. Una vez hecho se recomienda analizar los efectos marginales de aumentos o reducciones en n y el caso en que n tiende a infinito.

Recapitulación y observaciones

En los dos tipos de competencia las firmas forman creencias de lo que hará la competencia para poder maximizar beneficios. En el caso de Bertrand presentado la solución es directa y no se requiere de plantear el problema de maximización de beneficios.

Se puede notar mirando los beneficios en cada caso, que competir a la Bertrand es mucho más competitivo que a la Cournot. Una empresa más eficiente que su competencia en Cournot podrá vender más, en Bertrand se quedará con todo el mercado.

En los casos presentados se supone implícitamente que las empresas tienen capacidad de servir a todo el mercado que quieran. Este supuesto no es realista y se puede levantar dando pasos a otras conclusiones pero que no se desvían mucho de lo ya visto. Se puede encontrar más detalle en el anexo.

4.3.4. Competencia a la Stackelberg

Este modelo fue propuesto por el economista alemán **Heinrich von Stackelberg**. Ya habiendo comprendido el modelo Cournot no es complejo entender el modelo Stackelberg.[8] El *twist* con respecto al modelo anterior se encuentra en que las firmas jugarán por turnos, inevitablemente la primera a jugar tiene la ventaja.

Heinrich von Stackelberg (1905-1946): Economista alemán de ascendencia argentina nacido en Rusia, arrepentido miembro del Partido Nazi y sargento de la SS, falleció en España. Aportó a la teoría de juegos.

Supongamos que la firma 1 es la líder pues juega primero, mientras que la firma 2 es la seguidora. La firma líder decidirá en el $t = 1$ la cantidad q_1 que producirá y en $t = 2$ la firma seguidora decidirá su producción q_2 en función de q_1.

Este tipo de juegos se tienen que resolver por inducción. Si miramos el problema desde el final hasta el inicio primero se maximizan los beneficios de la firma 2, la cual en $t = 2$ ya sabrá qué produjo la firma 1, de lo cual obtendremos $q_2^*(q_1)$. La firma líder tendrá que maximizar en $t = 1$ sujeto a lo que hará la seguidora en $t = 2$. El problema de la firma 1 se plantea de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} \max_{q_1} \quad & \Pi_1 = (P(Q) - c)q_1 \\ \text{s.a} \quad & q_2 = q_2^*(q_1) \end{aligned}$$

Suponiendo una demanda lineal y que las firmas son simétricas podemos considerar (4.4) como la función de reacción para la firma seguidora. Reemplazamos la restricción en la expresión a maximizar y reescribimos el problema

[8] Competencia a la Stackelberg es una tipo de competencia a la Cournot.

como,

$$
\begin{aligned}
\max_{q_1} \quad \Pi_1 &= \left(A - q_1 - c - \left(\frac{A - q_1 - c}{2}\right)\right) q_1 \\
\Pi_1 &= \left(\frac{A - q_1 - c}{2}\right) q_1 \\
\text{CPO:} \quad \frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} &= \frac{A - c}{2} - q_1 = 0 \\
q_1 &= \frac{A - c}{2}
\end{aligned}
$$

Reemplazando q_1 en $q_2^*(q_1)$ obtendremos la producción de la firma seguidora.

La producción de la firma líder aumenta por sobre el caso de Cournot con turnos simultáneos. La firma líder tiene más espacio para aumentar la producción para aumentar ventas, mientras que la seguidora tendrá que adaptarse produciendo menos para que el precio no baje demasiado.

4.4. Acuerdos colusivos

Como se puede notar en el problema de la firma, cada empresa maximiza los beneficios propios y no los conjuntos, lo cual es un factor en el nivel competitivo de las firmas y el poder de mercado que ostenten. Sin embargo, la competencia no es buena para las firmas, al haber más firmas lo esperable es que el precio vaya convergiendo al costo marginal, lo cual muestra como van perdiendo poder de mercado. La colusión es una manera en que las firmas se compromoten a colaborar para aumentar las utilidades personales.

Juegos iterativos: Juegos en los cuales hay más de un período/turno en que se juega. Pueden ser finitos e infinitos.

En la realidad se ven distintos tipos de colusiones las cuales dependiendo el producto tomarán diferentes formas; Aumento de precios, reducción de oferta, restricciones territoriales y mecanismos de castigo. Es útil para las instituciones fiscalizadores estudiar y comprender los factores que podrían indicar una colusión o que faciliten un acuerdo colusivo.

La teoría de juegos nos ayuda a modelar las decisiones de las firmas mediante **juegos iterativos**. Sin embargo hay que considerar un punto muy importante, en caso de períodos finitos no es posible el **equilibrio perfecto en subjuegos** colusivo, sólo será posible en iteraciones infinitos lo cual se explicará más adelante.

Equilibrio perfecto en subjuegos: En los juegos dinámicos de información perfecta habrá un equilibrio perfecto en subjuegos cuando se de un equilibrio por inducción en donde todas las decisiones sean creíbles.

En este tipo de acuerdos habrá un incentivo a traicionar, es decir, desviarse del acuerdo para conseguir incluso mayores utilidades de las que conseguirían coludiéndose. En caso de que esto ocurra las demás empresas seguirán una **estrategia gatillo**, provocando que se acabe la fase de colaboración y empiece la fase de castigo. El castigo es empezar a competir normalmente por el resto del juego, ya sea a la Bertrand, Cournot, etc.

En los casos finitos de T períodos de tiempo nunca habrá incentivos para cooperar en el último período. Como no hay un mañana $T+1$ no habría fase de cástigo por desviarse en T, todos preferiran traicionarse el uno al otro. En T nadie coopera lo cual induce a que nadie coopere en $T-1$, el resultado es que nadie coopera en ninguno de los períodos. Nunca hay colusión con períodos finitos, mientras que existen equilibrios colusivos en T infinitos cumpliendose ciertas condiciones. Una empresa se coludirá perpetuamente en caso de que los beneficios de coludirse sean mayores a los de no hacerlo.

Planteamiento

Las firmas al coludirse estarán ponderando si es que los beneficios de traicionar en el corto plazo compensarán los beneficios de mantenerse coludidos en el largo plazo. Si una firma se desvía quiere decir que en ese turno gana los beneficios extraordinarios π^D, los cuales suelen ser los beneficios monopólicos π^M, durante los siguientes turnos por estrategia gatillo todos empiezan a competir obteniendo en este caso π^G.[9]

Además se tiene que considerar que los beneficios de períodos más lejanos al presente tendrán menos peso para las decisiones de las firmas. De manera similar al modelo de consumo intertemporal vamos a ponderar los períodos futuros por un descuento $0 \leq \delta < 1$ para todos los períodos $t \in 0, 1, 2, \ldots, T$.

Condición de colusión para Bertrand

Vamos a ver un caso específico para introducirnos en la dinámica. En el caso de un duopolio Bertrand con firmas simétricas ($\pi^G = 0$ y $\pi^D = \pi^M$) podemos describir los beneficios de desviarse V^D en el período $t = 0$ como,[10]

$$V^D = \delta^0 \pi^M + \delta \pi^G + \delta^2 \pi^G + \ldots + \delta^T \pi^G = \pi^M + \frac{\delta}{1-\delta} \pi^G = \pi^M \tag{4.8}$$

[9] π^G va a depender del las condiciones del mercado, demanda, competidores, tipo de competencia; Cournot, Bertrand, Stackelberg, etc.

[10] El factor $\frac{\delta}{1-\delta}$ viene de la suma geométrica.

4.8 denota las utilidades de desviarse y obtener beneficios monopólicos en el primer turno y luego competir a la Bertrand obteniendo cero beneficios. En caso de seguir la colusión calculamos V^C como el reparto de las utilidades monopólicas $\frac{\pi^M}{N}$.

$$V^C = \delta^0 \frac{\pi^M}{2} + \delta^1 \frac{\pi^M}{2} + \delta^2 \frac{\pi^M}{2} + \ldots + \delta^T \frac{\pi^M}{2} = \frac{\pi^M}{2} + \frac{\delta}{1-\delta}\frac{\pi^M}{2} \tag{4.9}$$

La colusión se dará cuando para cada empresa se cumpla que,

$$V^C \geq V^D \tag{4.10}$$

Para evaluar si esto ocurre tendremos que fijarnos que la tasa de descuento δ cumpla ciertas condiciones,

$$V^C \geq V^D \Longleftrightarrow \frac{\pi^M}{2} + \frac{\delta}{1-\delta}\frac{\pi^M}{2} \geq \pi^M$$

$$\text{Despejando } \delta \text{ obtenemos la condición} \quad \delta \geq \frac{1}{2}$$

Es decir, mientras se cumpla que $\delta \geq \frac{1}{2}$ el acuerdo colusivo se va a dar en todos los períodos. La interpretación es que si las firmas tienen un nivel de paciencia suficientemente alto para valorar los beneficios de coludirse a largo plazo, preferiran mantener el acuerdo antes de los beneficios de corto plazo del desvío.

Colusiones, caso general

Una fórmula general de expresar lo anterior es la siguiente,

$$\frac{\delta}{1-\delta}(\pi^C - \pi^G) \geq \pi^D - \pi^C \tag{4.11}$$

Donde π^C serán los beneficios que recibe la empresa al coludirse con las demás,[11] π^D son los beneficios del turno al desviarse y π^G serán los beneficios donde por estrategia gatillo todas las firmas empiecen a competir. 4.11 se interpreta como que los beneficios a largo plazo deben ser más valorados que los beneficios a corto plazo.

[11] Nótese que es diferente a π^M puesto que se tienen que repartir entre las firmas coludidas.

De 4.11 también podemos despejar el descuento δ. De esta manera conseguiremos el δ mínimo para asegurar que la colusión se cumpla.

$$\delta \geq \frac{\pi^D - \pi^C}{\pi^D - \pi^G} \tag{4.12}$$

4.4.1. Factores que facilitan o dificultan la colusión

Hay distintos factores que pueden facilitar la colusión, el factor de descuento es uno de ellos. Derivaremos los siguientes factores:

- A mayor cantidad de firmas más díficil es mantener un equilibrio colusivo.
- Ante una fase de castigo más severa es sea más fácil mantener la colusión.
- En caso de asimetría en las firmas, habrá quienes sean más propensas o menos propensas a mantener el trato.

Cantidad de firmas y acuerdos colusivos

Para un número de N firmas iguales compitiendo a la Cournot las utilidades de coludirse bajaran con la cantidad de firmas, $\pi^C = \frac{\pi^M}{N}$. Si en un turno una firma se desvía ganan π^M, para simplificar diremos que en la fase de castigo $\pi^G = 0$.

Citando 4.12 y reemplazando los beneficios para este caso obtenemos el descuento mínimo necesario para que la colusión sea posible $\bar{\delta}$.

$$\delta \geq \frac{\pi^M - \frac{\pi^M}{N}}{\pi^M - 0} \Longleftrightarrow \bar{\delta} = 1 - \frac{1}{N}$$

$$\frac{\partial \bar{\delta}}{\partial N} > 0$$

A mayor cantidad de firmas es más difícil que las empresas se coludan pues requieren ponderar en mayor medida los beneficios a largo plazo del acuerdo. Es por esto que las instituciones fiscalizadores ponen especial atención en mercados con pocas firmas.

Fases de castigo y acuerdos colusivos

Es intuitivo pensar que si el castigo es mayor es más fácil alcanzar un acuerdo colaborativo. Anteriormente se mencionó como Bertrand es un tipo de competencia más fuerte que Cournot, lo cual conlleva que sea más fácil llegar a acuerdos colusivos en Bertrand que en Cournot. Esto se puede ver directamente en la expresión 4.12, competir a la Cournot suele resultar en que π^G sea mayor que en Bertrand.

$$\frac{\partial \bar{\delta}}{\partial \pi^G} > 0$$

Al haber menos castigo es necesaria mayor paciencia para mantener el acuerdo.

Asimetría en las firmas y acuerdos colusivos

Un punto muy relacionado a lo anterior es el tema de acuerdos colusivo entre firmas asimétricas. En un acuerdo la firma más eficiente tendrá una suerte de dominancia por sobre la otra puesto que en caso de competir la más eficiente saldrá mejor parada. Es por lo anterior que las firmas más eficientes requerirán de mayor paciencia mínima $\bar{\delta}$ para mantener el acuerdo.

APÉNDICE A

ANEXO

A.1. Cournot con restricciones de capacidad

De forma complementaria se puede levantar el supuesto de que una sola empresa podría servir a todo el mercado si así lo quisiera. Algo más parecido a la realidad es que una sola firma no puede servir a todo el mercado aunque así lo quisiera. La capacidad de una firma puede denotarse como K. Frente a una demanda inversa lineal $P(Q) = A - Q$ y considerando dos firmas idénticas de $c = 0$ tendremos restricciones activas de capacidad en caso de que $K \leq A$.

En caso de que compitan la pregunta es qué parte de la curva de demanda sirve cada firma. Se puede asumir racionamiento eficiente, en caso de haber dos precios distintos el más barato será el primero en venderse a los que están más dispuestos a pagar. Una vez vendida toda la capacidad de la firma más barata la otra firma se queda con el sobrante.