CURVAS E SUPERFÍCIES

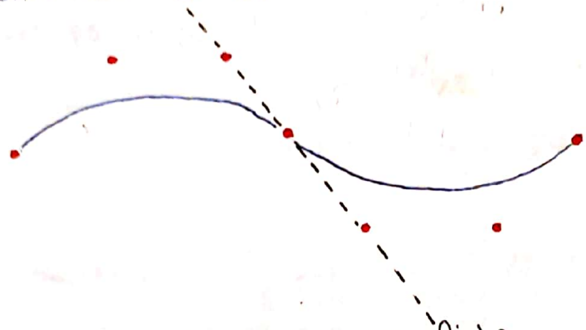
FICHAS - REVISÃO

(1) Considere que se pretende unir duas curvas cúbicas de Bezier. Quais as restrições que devem ser impostas aos pontos de controlo de cada curva para:

1.1) Ter continuidade na linha.

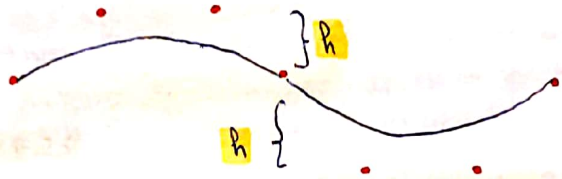
R: O último ponto de uma curva tem de ser o primeiro da seguinte.

1.2) Ter as tangentes à curva no ponto final da primeira curva na mesma direção que no ponto inicial da segunda curva.



R: Os pontos 3 da 1ª curva e 2 da segunda curva têm que estar no mesmo plano com o ponto em comum. (alinhados).

1.3) Ter continuidade da derivada na linha.



R: A distância (altura) entre os pontos 3 e 4 da 1ª curva e 1 e 2 da 2ª curva têm que ser iguais.

(2) Considere uma curva de Bezier. De um ponto de vista geométrico, qual a relevância da soma dos pesos atribuídos a cada pt de controlo ser smp 1 para todo o t, sendo todos os pesos positivos?

R: A soma dos pesos atribuídos a cada pt de controlo ser smp 1 p/ todo o t implica que a curva seja uma interpolação entre esses pontos e, logo, está no interior do espaço definido pelos mesmos.

$$P = W1 * p1 + W2 * p2 + W3 * p3 + W4 * p4$$

$$W1 + W2 + W3 + W4 = 1 \qquad 0 \leq Wi \leq 1$$

(3) Considere um ponto numa curva de Catmull-Rom. p/ orientar corretamente um modelo cujo "frente" esteja orientada p/ o eixo dos zz, é necessário construir uma matriz de rotação, partindo do valor da derivada da curva $P'(t)$ e de um valor p/ o vetor "up" inicial. $\vec{y_0}$

3.1) Descreva matematicamente os passos necessários p/ construir a matriz.

R: cf. Rotation matrix in apontamentos escritos.

3.2) Utilizando esta matriz, qual o efeito que se obtém se o objeto estiver inicialmente virado p/ o eixo dos xx? E como lidar c/ esta situação?

R: (*) O objeto ia andar de lado (seguindo a curva mas de lado em vez de de frente)

(*) Se atribuirmos a derivada ao eixo dos xx

④ Descreva matematicamente o processo de obtenção do vetor normal a uma superfície cúbica de Bezier.

R: cf. Anexo Bezier Patches

cf. 18 $p(u,v)$ dá o valor do ponto.

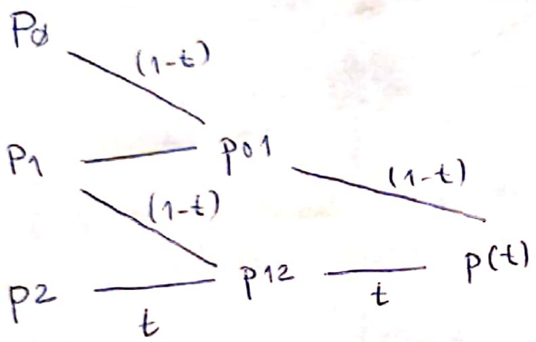
→ se derivarmos a parte do u obtemos a derivada parcial na direção do u: $\frac{\partial p(u,v)}{\partial u}$

→ " v " " do v: $\frac{\partial p(u,v)}{\partial v}$

Depois faz-se o que diz no 20. Temos o ponto, os dois vetores, faz-se a normal. NOTA: normalizar!!

⑤ Uma curva quadrática só tem 3 pts de controlo. Derive a fórmula de cálculos dos pts p/ curvas de grau 2.

R: 3 pts de controlo: $p\emptyset$, $p1$, $p2$.



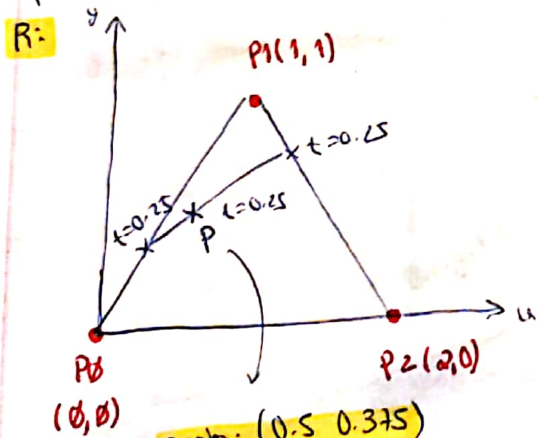
$$(1-t)^2 p\emptyset + [t(1-t) + (1-t)t]\, p1 + t^2 p2$$

$$= (1-t)^2 p\emptyset + 2t(1-t)\, p1 + t^2 p^2$$

$$\boxed{p(t) = (1-t^2)\, p\emptyset + 2t(1-t)\, p1 + t^2 p2}$$

⑥ Pts de controlo 2D de uma curva quadrática: $P\emptyset(\emptyset,\emptyset)$, $P1(1,1)$, $P2(2,\emptyset)$
utilizando o método de casteljau apresente o diagrama p/o cálculo do
ponto quando $t=0.25$.

R:



Ponto: (0.5, 0.375)

$p(t) = (1-t^2)\, p\emptyset + 2t(1-t)\, p1 + t^2 p2$ (cf. ex.

↳ Forma do cálculo dos pts p/ curvas de grau 2 (cf. ex. anterior)

$p(x) = (1-0.25)^2\, \emptyset + 2\times 0.25\,(1-0.25)\, 1 + 0.25\times 2$

$= 0.5$

$p(y) = (1-0.25)^2\, \emptyset + 2\times 0.25\,(1-0.25)\, 1 + 0.25\times$

$= 0.375$

NOTA: cf. Apontamentos escritos.