



---

# **Neuberechnungen der Hubble-Lemaître-Konstante mit Distance-Ladder Methoden in Betrachtung der aktuelle Krise der Kosmologie**

---

29. März 2025

Besondere Lernleistung Abitur 2025

Joan Alcaide Núñez

[joanalnu@outlook.com](mailto:joanalnu@outlook.com)

Deutsche Schule Barcelona (DSB), av. Jacint Esteva i Fontanet, 105

08950 Esplugues de Llobregat, Barcelona, Spanien

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>3</b>
1.1	Die Krise der Kosmologie - Hubble Tension	3
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen eines Modells des Universums</b>	<b>4</b>
2.1	de-Sitter-Effekt	4
2.2	Das $\Lambda$ CDM-Modell	5
2.3	Friedmann-Gleichungen	6
2.4	Energiedichte, kritische Dichte und die Dichteparameter	6
2.5	Leuchtkraftentfernung	7
<b>3</b>	<b>Methoden</b>	<b>7</b>
3.1	Radialgeschwindigkeiten	7
3.2	1. Stufe: Cepheiden	8
3.3	2. Stufe: Typ Ia Supernovae	9
3.4	Programmierung	11
<b>4</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>12</b>
4.1	Mit Cepheiden	12
4.2	Mit SNIa	12
<b>5</b>	<b>Diskussion und kosmologische Interpretation</b>	<b>13</b>
<b>6</b>	<b>Fazit und Ausblick</b>	<b>14</b>
<b>A</b>	<b>Appendix</b>	<b>18</b>
A.1	Derivation von $H_0$ und $q_0$ in Abhängigkeit des Skalenfaktors	18
A.2	$H(t)$ in Abhängigkeit von den Dichtenparametern	18
A.3	Cepheidendaten	19
A.4	SNIa-Daten	20
A.5	Eigenständigkeitserklärung	20

# 1 Einführung

Die Hubble-Lemaître-Konstante  $H_0$  stellt die lokale Expansionsrate des Universums dar, legt seine Gesamtgröße fest und ermöglicht die Bestimmung seines Alters und seiner Geschichte. Sie ist eine grundlegende Größe in der Kosmologie. Die  $H_0$  ist der Proportionalitätsfaktor zwischen den Radialgeschwindigkeiten und Entfernungen von Galaxien. Das Hubble-Lemaître-Gesetz gilt:

$$v = H_0 d \quad (1)$$

Dies zeigt auch, dass, wenn man die Geschwindigkeiten kennt, die man relativ einfach durch die Rotverschiebung  $z$  herleiten kann, auch die Entfernung berechnet werden kann. Die Folge davon ist, dass die Rotverschiebung als nährender (siehe Abschnitt 1.1) Alters- und Entfernungsindikator für astronomische Objekte wird.

## 1.1 Die Krise der Kosmologie - Hubble Tension

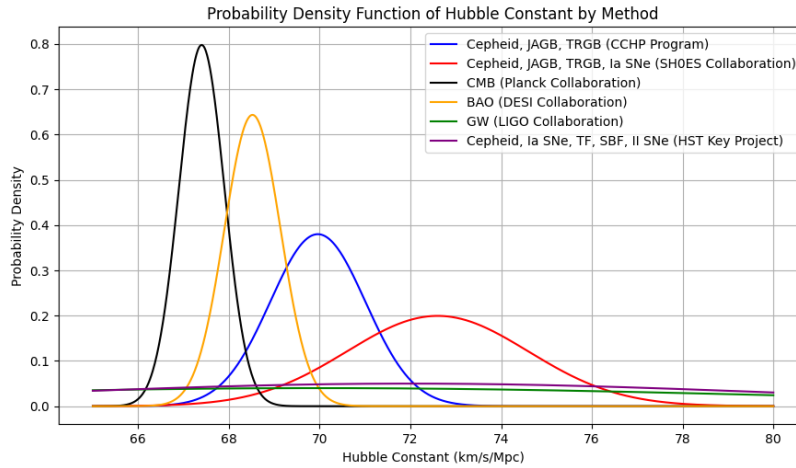
Die  $H_0$  wurde erstmals von den Astronomen Georges Lemaître und Edwin Hubble abgeleitet, die die Beziehung zwischen Entfernung und Radialgeschwindigkeit von „extra-galaktischen Nebulae“ entdeckten und einen Wert von  $k = 575 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  [22] und  $k = 513 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  [17] berechneten.

Diese Ergebnisse sind deutlich größer als die modernen Berechnungen (siehe Abschnitt 1.1). Das ist so, weil die Kalibrierung der Cepheiden unbestimmt zwischen Population I und II (was auf ihr Alter schließen lässt) durchgeführt wurde. Trotzdem haben unterschiedliche Populationen unterschiedliche Metallizität und deshalb unterschiedliche Magnituden. Im Jahr 1925 erforschte [3], dass die Magnituden der Cepheiden der Population I 1,5-mal heller sind. Die modernen Kalibrierungen berücksichtigen diesen Effekt.

Trotz ihrer Bedeutung ist der genaue Wert der  $H_0$  noch nicht bekannt, da die unterschiedlichen Methoden zu ihrer Messung verschiedene Ergebnisse liefern [12]. Daher wird zwischen den Methoden der Distanzleiter und des frühen Universums unterschieden. Die ersten basieren auf Beobachtungen des lokalen Universums, während die letzteren auf Beobachtungen und Modellen des früheren Universums beruhen (CMB und BAO). Tatsächlich wird die Diskrepanz zwischen diesen Methoden immer größer, da die Fehlerunsicherheiten mit der Zeit und darüber hinaus durch verbesserte Technik und Teleskope sowie Analysen enger geworden sind. Dieses Problem wird als Krise der Kosmologie oder als Hubble-Tension bezeichnet [8]. Siehe Abbildung 1 für eine Referenz der letzten Messungen sowie der Messungen des Hubble Space Telescope Key Projects, die als Referenz für die Verbesserungen in den Fehlerunsicherheiten dient.

- [14]: JAGB [21] (Asymptotischer Riesenast der J-Region), TRBG (Spitze des roten Riesenast), Cepheiden und SNIa (Typ-Ia-Supernovae)
- [32]: Unterschiedliche Ia-SNe-Datenbanken
- [31]: CMB (Kosmischer Mikrowellenhintergrund)
- [2]: BAO (Baryonische akustische Oszillationen)
- [1]: Standard-Sirenen (Gravitationswellen)
- [13]: Cepheiden, SNIa, Tully-Fisher-Beziehung, Oberflächen-Helligkeitsschwankungen, SNII (Typ-II-Supernovae)

Diese Hubble-Tension bedeutet entweder einen systematischen Fehler bei den Entfernungsberechnungen zu Galaxien des lokalen Universums (distance-ladder-Methoden) oder weist auf neue Physik hin, die wir



**Abbildung 1:** Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion Diagramm für die verschiedenen Messungen der  $H_0$ ; Daten von: [14] (Blau), [32] (Rot), [31] (Schwarz), [2] (Orange), [1] (Grün), [13] (Violett).

nicht kennen. Es gibt parallel zum  $\Lambda$ CDM (siehe Abschnitt 2.2) viele theoretische Alternativen [24]; dennoch ist  $\Lambda$ CDM das Modell, das besser zu den Beobachtungen passt. In Anbetracht dieser Tension ist die Aufgabe der observationalen Kosmologie, diese Modelle zu überprüfen, d.h. das  $\Lambda$ CDM zu testen, um das präziseste Modell des Universums zu schaffen.

Außerdem wurde in den 1990er Jahren durch die Beobachtung entfernter SNIa entdeckt, dass sich die Ausdehnung des Universums beschleunigt [33], [27]. Diese Entdeckung hat eine sehr wichtige Relevanz für die Bestätigung des  $\Lambda$ CDM-Modells, da sie auf die Existenz von  $\Lambda$  (der dunklen Energie) hinweist, die für diese Beschleunigung verantwortlich ist. Neuere Forschungen schlagen vor, dass die dunkle Energie eine zeitliche Evolution erfahren könnte (d.h. die kosmologische Konstante  $\Lambda$  könnte nicht konstant sein) [2], [9]. Wenn dies zutrifft, wäre dies die erste neue Information über die Natur der dunklen Energie seit ihrer Entdeckung vor fast 30 Jahren. Die Equation-of-State (EOS) der dunklen Materie folgt der folgenden  $z$ -abhängigen Gleichung [23]:

$$\omega(z) = \omega_0 + \omega_a \frac{z}{1+z}. \quad (2)$$

$$\omega(z) = \omega_0 + \omega_a(1+a) \quad (3)$$

## 2 Theoretische Grundlagen eines Modells des Universums

### 2.1 de-Sitter-Effekt

Die Beobachtung der Proportionalität zwischen Entfernung und Radialgeschwindigkeit kann durch das Big-Bang-Modell des Universums erklärt werden. Es besagt, dass dieser Effekt der Expansion des Universums existiert und dass die  $H_0$  als die Expansionsrate gilt [7]. Beobachtungen unterstützen eher das Big-Bang-Modell als das Steady-State-Modell. Diese zweite Theorie besagt, dass das Universum seit jeher identisch geblieben ist und ewig bleiben wird [10], während das Big-Bang-Modell ein evolutionäres Universum mit endlicher Zeit beschreibt.

Die Beziehung zwischen Radialgeschwindigkeiten und Entfernungen wurde bereits durch den de-Sitter-Effekt, der auf Einsteins Theorie der Generalrelativität basierte [11], vorhergesagt, wie Hubble warnte [17]. Diese Theorie sagte die Expansion des Universums voraus, das bedeutet, dass Raum und Zeit sich selbst ausdehnen und die Galaxien mit sich ziehen. Deshalb muss man die kosmologische Rotverschiebung nicht als Relativgeschwindigkeit zu uns interpretieren, sondern als Addition der eigenen Bewegungen der Galaxie

und der Dehnung der Wellenlänge, die durch die Ausdehnung des Raums entlang ihrer Bahn verursacht wird. Die Bewegungen der Galaxien durch die Expansion des Universums nennt man Hubble-Flow, während die eigenen Bewegungen jeder Galaxie als „peculiar motions“ bezeichnet werden.

## 2.2 Das $\Lambda$ CDM-Modell

Das  $\Lambda$ CDM-Modell ist ein kosmologisches Modell für das Universum, bei dem seine Entstehung, Entwicklung und Zukunft durch wenige Parameter beschrieben werden können. Dieses Modell fokussiert sich auf die dunkle Energie  $\Lambda$  und die kalte dunkle Materie (CDM; Cold Dark Matter) [5]. Die  $\Lambda$  bezieht sich auf die kosmologische Konstante, die in Einsteins Feldgleichungen auftauchte [11]. Sie ist äquivalent zu der Energiedichte der dunklen Energie [33] [27], d.h. der Energiedichte des leeren Raumes, und kann als negativer Druck oder „Gegengravitation“ verstanden werden. Weiterhin ist kalte dunkle Materie eine hypothetische Form der dunklen Materie mit den folgenden Eigenschaften:

- kalt: Ihre Geschwindigkeit ist gering im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit ( $v_{cdm} \ll c$ ).
- dunkel: Sie emittiert keine Photonen (dispersionsunfähig).
- Materie: Sie interagiert mit sich selbst und mit der baryonischen (normalen) Materie nur durch Gravitation und vielleicht auch durch die schwache Wechselwirkung.

Nach diesem Modell des Universums gibt es vier Komponenten, die durch die Entwicklung des Universums und ihrer unterschiedlichen Ären mehr oder weniger dominant geworden sind. Dies ist die Zusammensetzung und der akzeptierte Anteil der Komponenten des Universums.

Bestandteil	Anteil
Baryonische Materie (BM)	5%
Dunkle Materie (DM)	27%
Dunkle Energie ( $\Lambda$ )	68%
Strahlung ( $\gamma$ )	< 1%

**Tabelle 1:** Bestandteile des Universums und ihre Anteile nach dem  $\Lambda$ CDM -Modell. Daten aus [29] [30]. Beachten Sie, dass unter Strahlung Photonen  $\gamma$  und Neutrinos  $\nu$  verstanden werden.

Einige Haupteigenschaften des  $\Lambda$ CDM-Modells sind natürlich die angenommene Isotropie und Einheitlichkeit (siehe Abschnitt 2.3). Auch die Entstehung des Big Bangs und die dadurch resultierende Ausdehnung des Universums (im Gegensatz zu einem statischen Modell) sowie die Entstehung von großen Strukturen wie Galaxien und Galaxiengruppen, sowie kosmologische Skalenstrukturen, wie in der Illustris-Simulation [16] [38], sind zentral für das  $\Lambda$ CDM.

Das  $\Lambda$ CDM-Modell ist weit akzeptiert, weil es die Mehrheit der Beobachtungen erklärt, obwohl es auch viele Forscher gibt, die andere Modelle mit unterschiedlichen Typen von dunkler Materie oder ohne dunkle Materie und Energie vorschlagen. Die wichtigsten Tests, die für das  $\Lambda$ CDM-Modell sprechen, sind:

- Die Beobachtung des CMB und der Ausdehnung des Universums als Beweis des Big Bangs
- Die großen Strukturen, wie Galaxien und Gruppen von Galaxien, als Beweis der dunklen Materie
- Die Fülle von H und He (und Li) vor anderen chemischen Elementen als Beweis der Nukleosynthese

## 2.3 Friedmann-Gleichungen

Die Friedmann-Gleichungen sind zwei Gleichungen, die vom russischen Physiker Alexander Friedmann entwickelt wurden und als Grundstein für das  $\Lambda$ CDM-Modell gelten. Sie beschreiben die Entwicklung des Universums in Abhängigkeit von Energie, Dichte und Druck unter der Annahme, dass das Universum isotrop und homogen ist. Die erste Gleichung beschreibt das Quadrat der momentanen Änderungsrate des Skalenfaktors  $a$ , also das Quadrat der Ausdehnungsgeschwindigkeit des Universums, während die zweite Gleichung die momentane Änderung dieser Geschwindigkeit beschreibt [15].

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (5)$$

Hierbei sind  $a$ ,  $\dot{a}$  und  $\ddot{a}$  der Skalenfaktor und seine zeitlichen Ableitungen,  $G$  die Gravitationskonstante,  $\rho$  die Energiedichte,  $k$  der Krümmungsparameter,  $\Lambda$  die kosmologische Konstante und  $p$  der Druck.

Da die erste Gleichung die Ausdehnungsgeschwindigkeit beschreibt, können wir hier anknüpfen und eine Gleichung für diese in Abhängigkeit von der Dichte aufstellen. Aus den Gleichungen ergibt sich:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (6)$$

Für ein flaches Universum ( $k = 0$ ) vereinfacht sich dies zu:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3}. \quad (7)$$

Und durch Einsetzung der kritische Energiedichte (siehe 2.4) kann man den Hubble-Parameter als Funktion der Dichteparametern haben, wie in Appendix A.2.

## 2.4 Energiedichte, kritische Dichte und die Dichteparameter

In den Friedmann-Gleichungen tritt die sogenannte Energiedichte  $\rho$  auf. Diese Größe stellt die Dichte aller Materie- und Energiearten des Universums dar:

$$\rho = \rho_m + \rho_\gamma + \rho_\Lambda \quad (8)$$

Diese Energiedichten sind zeitabhängig und skalieren mit dem Skalenfaktor  $a$  wie folgt:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_m \propto a^{-3} \\ \rho_\gamma \propto a^{-4} \\ \rho_\Lambda = \text{const.} \end{array} \right\} \quad (9)$$

Die kritische Dichte  $\rho_c$  ist die Energiedichte, bei der das Universum flach ist ( $k = 0$ ). Sie kann berechnet werden durch:

$$\rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}. \quad (10)$$

Der Dichteparameter  $\Omega$  gibt das Verhältnis der tatsächlichen Dichte zur kritischen Dichte an:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{crit}}. \quad (11)$$

Im  $\Lambda$ CDM-Modell ist der Gesamt-Dichteparameter die Summe der Dichteparameter aller Komponenten:

$$\Omega_{\text{total}} = \Omega_m + \Omega_\gamma + \Omega_\Lambda + \Omega_k. \quad (12)$$

Diese Parameter und Größen ermöglichen die Modellierung des Universums und bilden die Grundlage des  $\Lambda$ CDM-Modells.

## 2.5 Leuchtkraftentfernung

Die Leuchtkraftentfernung  $D_L$  ist eine Berechnung der Entfernung. Sie wird durch die mitbewegte oder komovierte Entfernung beschrieben:

$$D_L = (1 + z)D_C \quad (13)$$

wobei die komovierte Entfernung als ein Integral mit dem Hubble-Parameter definiert ist:

$$D_C = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}. \quad (14)$$

Weiterhin kann der Hubble-Parameter in dieser Gleichung anhand seiner Beschreibung mithilfe der Dichteparameter eingesetzt werden:

$$H(z') = H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_m(1 + z')^3}. \quad (15)$$

Somit ergibt sich:

$$D_L = (1 + z) \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_m(1 + z')^3}}. \quad (16)$$

Beachten Sie, dass die Formel für die Entfernungsmoduli auch für die Leuchtkraftentfernung verwendet werden kann:

$$\mu = 5 \log(D_L) + 25. \quad (17)$$

## 3 Methoden

Wie in der Einführung erläutert, handelt es sich um eine Beziehung zwischen den Radialgeschwindigkeiten und Entfernungen der Galaxien. Das bedeutet, beide Werte werden benötigt. Die Methoden, um diese Größen zu berechnen, werden im Folgenden erklärt.

### 3.1 Radialgeschwindigkeiten

Um die Radialgeschwindigkeit eines astronomischen Objekts zu bestimmen, nutzt man den Doppler-Effekt im elektromagnetischen Spektrum. Verschiedene chemische Elemente emittieren oder absorbieren Licht auf sehr spezifischen Wellenlängen (oder Frequenzen). Die Mehrheit des Lichts, das man von einer Galaxie sieht, wird von Sternen produziert. Wenn man das Licht mit einem Spektrographen zerlegt, das heißt, dass das Licht in unterschiedliche Wellenlängen getrennt wird, kann man die Absorptionslinien messen und dadurch die chemische Zusammensetzung der Sterne analysieren. Diese Absorptionslinien sind aber meistens verschoben, da Objekte sich bewegen. Wenn man die Absorptionslinien vom Spektrum der Galaxien mit denen derselben chemischen Elemente vergleicht, die im Labor ohne Verschiebung gemessen wurden, kann man die Rotverschiebung  $z$  der Galaxie berechnen [18].

$$z = \frac{\lambda_{\text{obs}} - \lambda_{\text{em}}}{\lambda_{\text{em}}} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \quad (18)$$

Wobei  $\lambda_{obs}$  die beobachtete Wellenlänge ist und  $\lambda_{em}$  die tatsächliche Emissionswellenlänge eines Elements ist. Wenn sich die Galaxie zu uns bewegt, erhält man eine negative Rotverschiebung  $z < 0$ , die manchmal Blauverschiebung (blueshift) genannt wird. Nichtsdestotrotz ist die  $z$  für die weitaus Mehrheit der Galaxien positiv, daher auch der Name Rotverschiebung, weil die Absorptionslinien am meisten in die rote Farbe verschoben werden.

$$v = cz \quad (19)$$

Die Rotverschiebung ist auch durch die Lichtgeschwindigkeit zur Radialgeschwindigkeit der Galaxien proportional.

### 3.2 1. Stufe: Cepheiden

Standardkerzen sind astronomische Objekte, die eine bestimmte, bekannte Leuchtkraft haben, und deshalb können sie verwendet werden, um die Entfernung zu berechnen. Cepheidenvariablen sind eine Art von Standardkerzen und werden eingesetzt, um die Messung von Entfernungen in der äußeren Milchstraße und in anderen Galaxien, in denen man Cepheiden identifizieren kann, durchzuführen. Cepheiden haben eine pulsierende Leuchtkraftfunktion, das heißt, dass ihre Leuchtkraft durch eine periodische Funktion beschrieben werden kann (z.B. Sinus- oder Kosinusfunktionen). Eine Beziehung zwischen der Periode und der Leuchtkraft von Cepheiden entdeckte Henrietta Swan Leavitt, wobei sie die Leuchtkraft von Cepheiden in den Magellanschen Wolken (LMC und SMC) und verschiedenen Kugelsternhaufen (globular clusters) verglich [20].

Um die Entfernung zu berechnen, muss die absolute Magnitude (Helligkeit aus einer Entfernung von 10 pc) der Sterne bekannt sein; diese kann für die Mehrheit der Sterne nicht vom Sonnensystem aus gemessen werden. Außerdem kann man im Fall der Cepheiden die absolute Magnitude durch die Beziehung zwischen Periode und Leuchtkraft berechnen. Wenn die Periode eines Sterns gemessen wird, kann man durch diese Beziehung die Leuchtkraft berechnen und dadurch die absolute Magnitude. Astronomen haben seit mehr als einem Jahrhundert diese Beziehung zwischen Periode und Leuchtkraft, das Leavitt-Gesetz genannt, durch Messungen an Kugelsternhaufen in unserer Galaxie und anderen Zwerggalaxien der Milchstraße kalibriert. Heutzutage habe ich dank moderner Teleskope genauere Kalibrierungen, wie die von [36], die ich auch in diesem Projekt eingesetzt habe:

$$M_V = -2.774(\pm 0.083)[\log(P) - 1.4] - 5.262(\pm 0.040) \quad (20)$$

$$M_I = -3.039(\pm 0.059)[\log(P) - 1.4] - 6.054(\pm 0.028) \quad (21)$$

Diese Gleichungen beschreiben die Beziehung zwischen der absoluten Magnitude  $M$  mit den Filtern Visual (V) und Infrarot (I) und der Periode  $P$ , gemessen in Tagen. Wenn ich die absolute Magnitude kenne und da ich die scheinbare Magnitude  $m$  (Helligkeit aus der Erde gesehen) durch Beobachtungen feststellen kann, kann ich die folgende Formel benutzen, um die Entfernungen zu berechnen:

$$\mu = m - M = 5 \log \left( \frac{d}{10 \text{ pc}} \right) \quad (22)$$

nach der Entfernung  $d$  aufgelöst:

$$d = 10^{\mu/5} \times 10. \quad (23)$$

Diese Rechnung muss für jeden ausgewählten Stern jeder Galaxie wiederholt werden. Der Durchschnitt der Entfernungen einer Gruppe von Cepheiden, die zur selben Galaxie gehören, wird als die Entfernung zur Galaxie selbst angenommen. Für die Berechnung von  $H_0$  habe ich den Durchschnitt beider Filter verwendet:



$d_{gal} = (d_V + d_I)/2$ , wobei  $d_V$  und  $d_I$  der jeweilige Durchschnitt der Entfernungen aller Cepheiden in der jeweiligen Galaxie sind:

$$d_{gal} = \left( \frac{\sum_{n=1}^k d_{V,n}}{k} + \frac{\sum_{n=1}^k d_{I,n}}{k} \right) / 2 = \frac{1}{2k} \left( \sum_{n=1}^k d_{V,n} + \sum_{n=1}^k d_{I,n} \right). \quad (24)$$

Hier ist  $k \in \mathbb{N}$  die Anzahl der identifizierten Cepheiden einer Galaxie, für welche mehr als 10 Cepheiden mit Daten für die Filter V und I auf der ECD existierten.

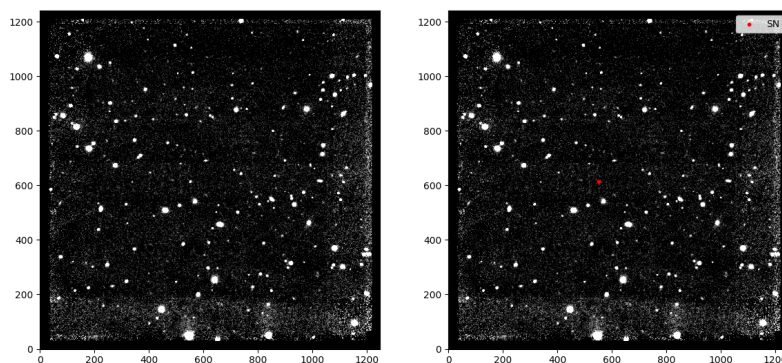
### 3.3 2. Stufe: Typ Ia Supernovae

Typ Ia Supernovae (SNIa) sind energetische Explosionen und können sehr weit beobachtet werden. Das Ziel hier ist, Entfernungsberechnungen mit infraroten Beobachtungen von SNIa durchzuführen, da die infrarote Strahlung weniger mit interstellarer Materie interagiert.

Zuerst habe ich die zugänglichen Bilder von SNIa aus dem Archiv des European Southern Observatory (ESO) heruntergeladen. Mit diesen Bildern kann die scheinbare Magnitude der Supernova durch die Methode der Blendenphotometrie berechnet werden. Die instrumentale Magnitude ist die Helligkeit des Objekts aus der Sicht eines Instruments, während die scheinbare Magnitude die Helligkeit des Objekts unter Berücksichtigung der instrumentellen und observationsspezifischen Störungen korrigiert. Darüber hinaus entspricht die absolute Magnitude der scheinbaren Magnitude, jedoch auf eine fixierte Entfernung zum Objekt von 10pc (siehe Gleichung 22).

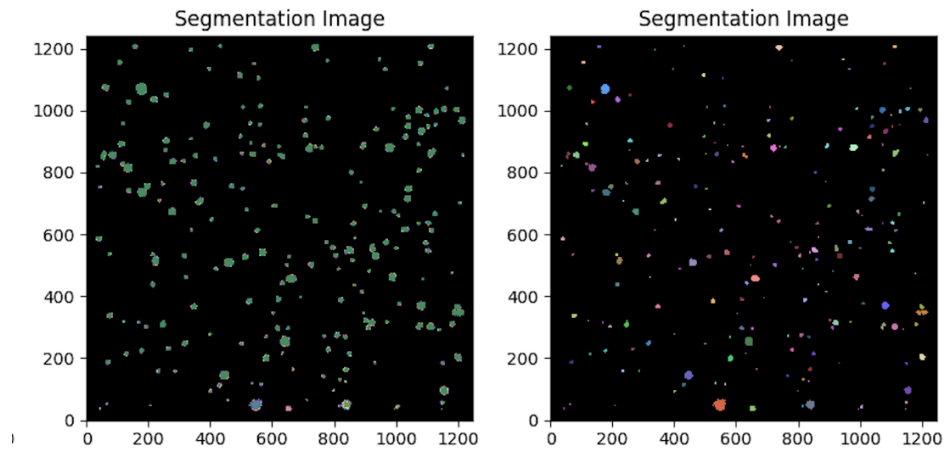
Mit einem Python-Notebook habe ich die Blendenphotometrie-Analyse durchgeführt. Der erste Schritt besteht darin, den Hintergrund zu subtrahieren und die SNIa im Bild zu lokalisieren und zu markieren (Abb. 2).

Zunächst werden die anderen Lichtquellen segmentiert, d.h. vom Hintergrund getrennt, und unterschieden, d.h. zwischen den Lichtquellen differenziert (siehe Abb. 3). Einige dieser Lichtquellen sind in Himmelskatalogen (z.B. 2MASS oder Simbad) verzeichnet (siehe Abb. 4). Das bedeutet, dass ihre Entfernung zur Erde und ihre scheinbare Magnitude bekannt sind. Ich habe die scheinbaren Magnituden der anderen Lichtquellen aus dem 2MASS All-Sky Point Source Catalog der IRSA Database Service [34] [35].

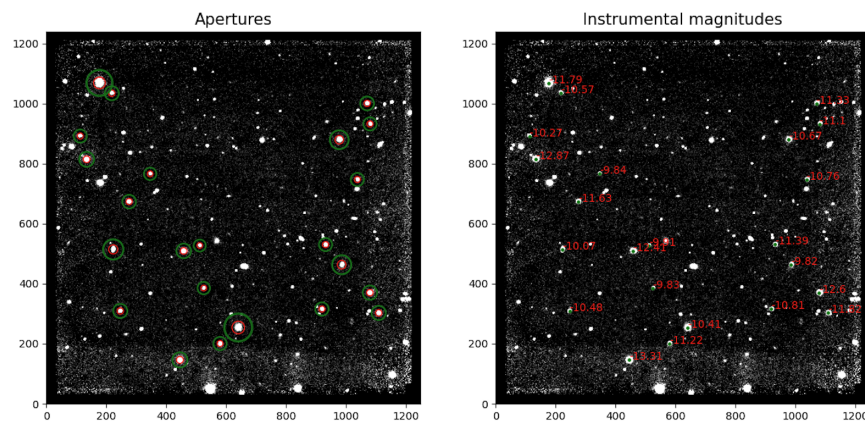


**Abbildung 2: Links:** Das ursprüngliche wissenschaftliche Bild von SN2021uga aus dem ESO-Archiv (SN2021uga-SOFI-2021-08-13T23/40/53.3054). Das Bild wurde im August 2021 vom SOFI-Instrument am New Technology Telescope (NTT) am La Silla Observatory aufgenommen. **Rechts:** Das gleiche Bild mit der Supernova SN2021uga, markiert mit einem roten Punkt in der Nähe der Mitte.

Durch das Vergleichen der instrumentellen Magnitude mit anderen Lichtquellen kann die scheinbare Magnitude der SNIa berechnet werden. Das Programm erstellt eine lineare Regression zwischen der



**Abbildung 3: Links:** Segmentierung des Bildes von SN2021uga, bei der der Photometrie-Code verschiedene Lichtquellen trennt. **Rechts:** Farbige Segmentierung zur Unterscheidung benachbarter Quellen, z.B. anhand ihrer Koordinaten.



**Abbildung 4: Links:** Katalogisierte Sterne im Bild werden durch einen roten Kreis segmentiert. Die Summe der Zählungen des inneren Bereichs abzüglich des Hintergrunds, berechnet aus dem breiteren Ring, der durch den grünen Kreis erzeugt wird, stellt die instrumentelle Größe der Quelle dar (beachten Sie, dass derselbe Prozess auch die instrumentelle Größe der SN berechnet). **Rechts:** Katalogisierte Sterne sind mit grünen Punkten gekennzeichnet, und die instrumentellen Helligkeiten werden neben jeder Quelle in Rot angezeigt.

instrumentellen und der Katalog-Magnitude, wobei der Y-Achsenchnitt dem Zeropoint ( $zp$ ) entspricht:

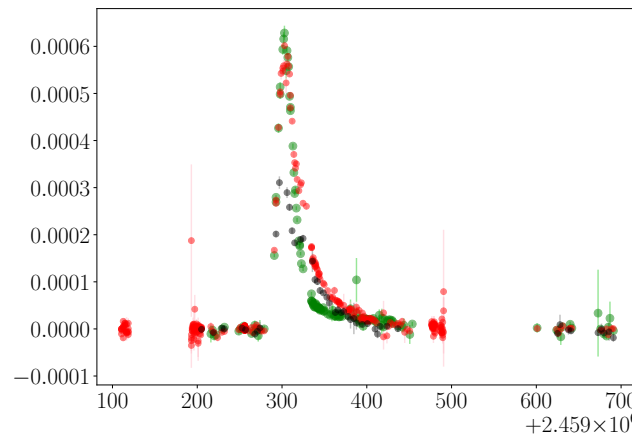
$$zp = \text{inst. mag} - \text{cat. mag} \quad (25)$$

Dies ist der Unterschied zwischen der Katalogmagnituden und der beobachteten Magnitude, welcher einzigartig für jedes Bild ist und in der Berechnung der scheinbaren Magnitude der SNIa mit dem Zeropoint verwendet wird:

$$M_{SN} = \text{inst. mag} + zp. \quad (26)$$

Mit diesen Daten können die Lichtkurven der SNIa kalibriert werden. SNIa sind Explosionen, d.h. sie leuchten kurz sehr hell und dann verringert sich ihre Helligkeit mit der Zeit. Diese Änderung der Helligkeiten wird in einer Lichtkurve dargestellt, bei der die x-Achse die Zeitspanne und die y-Achse den beobachteten Flux darstellt.

Zunächst habe ich die SNCOSMO Python Library [4] verwendet, um die Entfernungen dieser SNIa von



**Abbildung 5:** Photometrische Lichtkurven von SN2021uga aus den drei ZTF-Filtern. Jeder Punkt stellt eine instrumentelle Flussmessung dar.

ihren Lichtkurven mit dem SALT3-NIR Modell [28] zu berechnen. Diese Entfernungen bzw. Entfernungsmoduli werden als die Entfernungen bzw. Entfernungsmoduli zu den Wirtsgalaxien angenommen. Das SALT3-NIR Modell ist eine infrarote Erweiterung des SALT3 Modells [19], um SNIa als Standardkerzen, d.h. standardisierte kosmologische Entfernungsindikatoren, zu verwenden. Dieses Modell folgt der Gleichung:

$$F(\lambda, t) = x_0[M_0(\lambda, t) + x_1 M_1(p, \lambda)] \times \exp(c \cdot CL(\lambda)). \quad (27)$$

Hier ist  $F$  der Flux,  $x_0$  und  $x_1$  sind unterschiedliche Parameter, die die Komponenten  $M_0$  und  $M_1$  beeinflussen.  $M_0$  stellt eine *standardisierte* SNIa dar, während  $M_1$  die lineare Korrektur erster Ordnung zum Flux ist.  $CL$  steht für *color-law* und kontrolliert die Effekte von Staub und intrinsischer Farbvariation. Das SALT3-NIR Modell basiert auf diesen Grundlagen, stellt jedoch NIR-Kalibrierungen für die  $M_0$ - und  $M_1$ -Komponenten bereit. Um den Entfernungsmodulus zu berechnen, setzt das SALT3 Modell die Gleichung 22 ein.

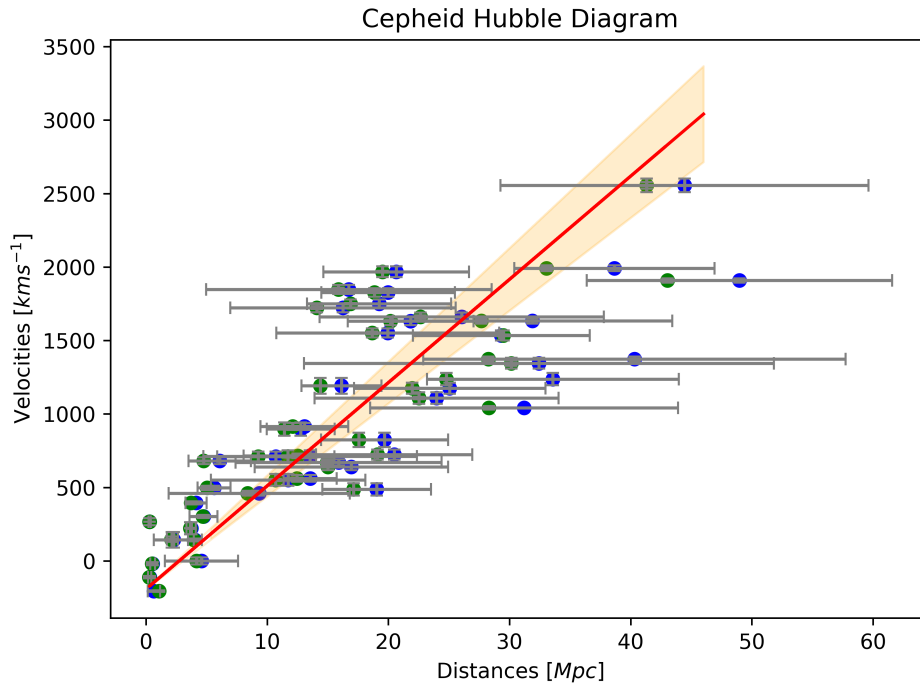
### 3.4 Programmierung

Für die Durchführung der Berechnungen habe ich mehrere Python-Programme geschrieben. Die Programmierung bezüglich der Entfernungsberechnungen und der Berechnung von  $H_0$  mit Cepheiden zusammen mit den Daten sind unter diesem Link zu finden: [https://github.com/joanalnu/article\\_hubble\\_jic](https://github.com/joanalnu/article_hubble_jic). Dabei wird `cepheid_distances.py` für die Cepheidenentfernungen und `hubble_constant.py` für die Berechnung von  $H_0$  eingesetzt.

Die Programmierungen für die Entfernungs- und kosmologischen Berechnungen mit SNIa sind unter folgendem Link zu finden: <https://github.com/joanalnu/cosmo24>. Dabei sind 4 Ordner zu finden:

- `sample_definition`: für das Herunterladen von SNIa-Daten und die Erstellung von Listen mit Koordinaten und Zeiten.
- `aperture_photometry`: für die Durchführung der Blendenphotometrie für verschiedene Instrumente der ESO in Chile.
- `running_sncosmo`: für die Durchführung der Berechnungen mit den SNCOSMO-Modellen.
- `cosmology`: für die Berechnung kosmologischer Parameter.

Außerdem habe ich für den Zugang zu Daten des TNS die `wiserep_api` [26] verwendet, und für die Daten aus ZTF habe ich eine API geschrieben: [https://github.com/joanalnu/ztf\\_api](https://github.com/joanalnu/ztf_api).



**Abbildung 6:** Dargestellt sind die Entfernungen zu den Galaxien in [Mpc] gegenüber ihren Radialgeschwindigkeiten in  $[\text{km s}^{-1}]$ . Die lineare Regression in Rot stellt die Hubble-Lemaître-Konstante dar, wobei dies die am besten angepasste Funktion zu den Daten ist. Die Steigung oder Ableitung dieser Funktion entspricht  $H_0$ . Beide orangenen Linien stellen die Fehlerunsicherheit der Hubble-Konstante dar.

## 4 Ergebnisse

### 4.1 Mit Cepheiden

Für die Radialgeschwindigkeiten stehen die Werte in einem Intervall von  $-0.25 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$  bis  $0.26 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$ , außer drei Ausreißer-Galaxien, die ausnahmsweise bis zu  $1.75 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$  liegen (NGC 3319, NHC 3351 und NGC 3972). Diese Galaxien wurden bei der Bestimmung der  $H_0$  nicht berücksichtigt. Es fällt auch auf, dass 4 Galaxien (DDO 008, NGC 303, Phoenix Dwarf und DDO 221) eine negative Radialgeschwindigkeit haben, das heißt, das sie sich auf uns zu bewegen. Ich habe insgesamt die Entfernungen für 3935 Cepheiden aus 49 Galaxien berechnet. Diese Ergebnisse sind auf Figuren 8, 9 und 10 im Appendix A.3 graphisch dargestellt.

Um die  $H_0$  und ihre Fehlerunsicherheit zu ermitteln, habe ich die am besten angepasste lineare Regression mit `scipy.odr` berechnet (siehe Abb. 6). Die  $H_0$  ist dann die Ableitung, i.e. Steigung, dieser linearen Funktion. Ich habe einen Wert mit Cepheiden von  $H_0 = 70.26 \pm 7.09 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  bestimmt.

### 4.2 Mit SNIa

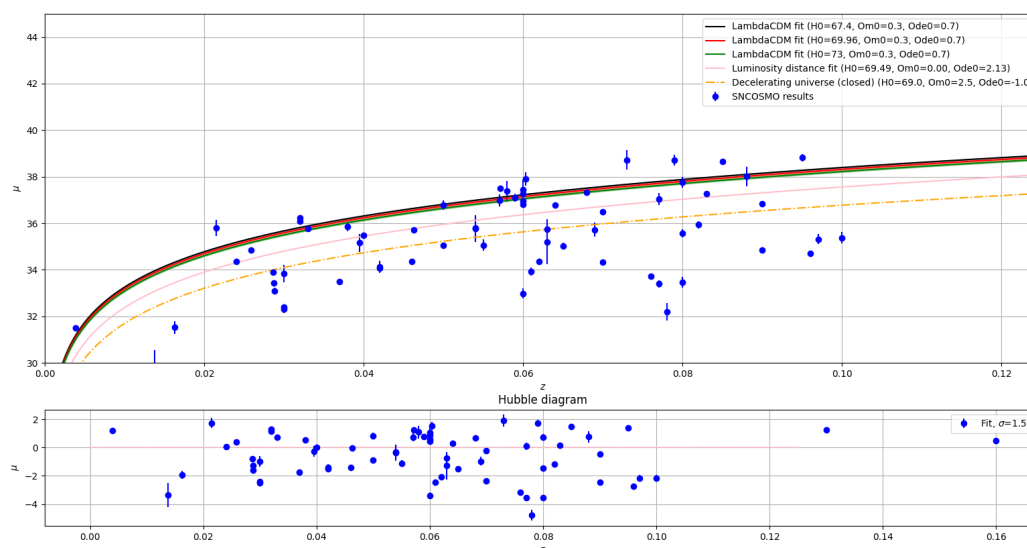
Am Anfang habe ich das SNe-Sample aus den Daten des TNS erstellt, indem ich die Koordinaten aller SNIa, SNIa 91T-like und SNIa 91bg-like entnommen habe. Das waren ungefähr 14000 SNIa, aber diese Anzahl wurde auf 69 reduziert, da es erforderlich war, dass für diese SNIa ESO- und ZTF- oder ATLAS-Daten zugänglich waren. Die Ergebnisse für Rotverschiebung und Entfernungen sind im Anhang A.4 verfügbar. Bei der kosmologischen Analyse sind einige Ausreißer aufgetaucht, die mit folgenden Schnitten verhindert wurden:

$$\left. \begin{array}{l} \mu < 40 \\ \sigma_\mu < 100 \end{array} \right\} \quad (28)$$

Meine Bestimmung für die Hubble-Konstante mit SNIa ist  $H_0 = 69.49 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  und  $\Omega_m = 1.23 \times$

Model	$H_0$	Source
<b>LM Fit</b>	<b>69.49</b>	<b>Dieser Arbeit.</b>
LambdaCDM1	67.4	[31]
LambdaCDM2	69.96	[14]
LambdaCDM3	73.0	[32]
bremsende Expansion	69.0	theoretisch

**Tabelle 2:** Auflistung der Parameter, die genutzt oder berechnet werden, um Abbildung 7 zu erstellen.



**Abbildung 7:** Hubble-Diagramm mit Rotverschiebungen auf der x-Achse und Entfernungsmodulen auf der y-Achse. Die Streupunkte entsprechen den Ergebnissen, die mit SNCOSMO unter Verwendung des SALT3-NIR-Modells berechnet wurden, während der rosafarbene Graph meine angepasste Funktion darstellt. Beachten Sie, dass zur Sichtbarkeit die Ergebnisse auf zwei Dezimalstellen gerundet wurden, aber  $\Omega$  nicht Null ist. Das Schwarz (Planck Collaboration), das Rot (CCHP-Programm) und das Grün (SH0ES Collaboration) entsprechen den Werten der in 2 zitierten Papiere mit  $\Omega$  und  $\Lambda$  für ein flaches Universum. Schließlich entspricht die orangefarbene gestrichelte Linie einem sich verlangsamen geschlossenen Universum mit  $\Omega = 2,5$  und  $\Lambda = -1,0$ . Im unteren Diagramm werden die Residuen zwischen den SNCOSMO-Daten und meiner angepassten Funktion dargestellt.

$10^{-10}$ ,  $\Omega_\Lambda = 2.13$  mit einer statistischen Signifikanz von  $\sigma = 1.58$ . Das entspricht einem Alter des Universums von  $t_{H_0} = 14.39$  Gyr. In Abbildung 7 kann man diese Funktion sehen, sowie die drei Graphen für die  $H_0$  von [31], [14] und [32]. Außerdem habe ich auch ein Modell für ein verlangsames geschlossenes Universum als Referenz hinzugefügt. Die Parameter für alle Modelle sind in Tabelle 2 zu sehen.

## 5 Diskussion und kosmologische Interpretation

Das erste, was auffällt, ist, dass die Mehrheit der Galaxien eine positive Rotverschiebung hat ( $z > 0$ ), das heißt, dass sich die Mehrheit der Galaxien von der Milchstraße entfernt. Das ist so, weil das Universum eine homogene, isotropische Ausdehnung erfährt, die Expansion von Raum und Zeit selbst.

Homogen bedeutet, dass die Ausdehnung dieselbe Rate in allen Punkten des Raums hat. Die Folge davon ist, dass eine Galaxie, die sich in einer Entfernung  $d$  von unserer Galaxie befindet, sich mit einer Geschwindigkeit von  $d \cdot H_0$  bewegt. Andererseits bewegt sich eine Galaxie in der Entfernung  $2d$  mit einer Geschwindigkeit von  $2d \cdot H_0$  von uns weg. Deshalb ist die Beziehung zwischen Entfernung und Geschwindigkeit proportional, da die Geschwindigkeit der Galaxien nicht überall gleich, sondern abhängig von der

Entfernung ist. Isotropisch bedeutet, dass die Expansion identisch in alle Richtungen ist. Deswegen erwartet man, dass diese Ausdehnung in alle Richtungen beobachtet werden kann.

Es ist auch wichtig zu wissen, dass, da diese Geschwindigkeiten nur in einer Dimension, der Sichtlinie des Teleskops, wahrgenommen werden, man sie als Radialgeschwindigkeiten interpretieren und mit der Expansion des Universums in Beziehung bringen kann. Es gibt 4 Galaxien, die negative Radialgeschwindigkeiten haben; das ist wegen der „peculiar motions“. Diese spezifischen Bewegungen in die umgekehrte Richtung der Sichtlinie wirken gegen die Ausdehnung des Universums. Es bedeutet nicht, dass diese Galaxien die Expansion nicht spüren, sondern dass ihre eigene Bewegung größer ist. Ein konkretes Beispiel sind die Bewegungen der lokalen Gruppe in Richtung des Great Attractor in der Laniakea-Region [6]. Je mehr Galaxien beobachtet werden, desto präziser wird das Ergebnis.

Bezüglich der SNIa-Ergebnisse weist die Tatsache  $\Omega_\Lambda > 1$  eindeutig auf eine beschleunigte Expansion des Universums hin, d.h. eine positive Verzögerungskonstante  $q$  und  $\Lambda$  bzw.  $p_\Lambda$ . Dieses Szenario stimmt mit dem Szenario des sich selbstständig ausdehnenden Universums überein.

Meine Werte sind im Einverständnis miteinander und auch mit anderen Studien. Das Ergebnis mit SNIa ist mit dem Wert von [14] kohärent, während mein Wert mit Cepheiden sowohl mit diesem als auch mit dem von [32] im Einverständnis steht. Aufgrund der geringen statistischen Signifikanz ( $\sigma = 1.58$ ) ist dieses Ergebnis jedoch nicht unbedingt überzeugend. Darüber hinaus deutet der extrem niedrige Wert für den Materiedichteparameter  $\Omega_m$  auf Schwierigkeiten innerhalb der angepassten Funktion hin, die durch die Datenqualität, d.h. die Berechnung der Abstände, verursacht werden könnten.

## 6 Fazit und Ausblick

Zusammenfassend habe ich mich mit der Theorie des Big Bangs bzw. der Expansion des Universums und dem  $\Lambda$ CDM-Modell auseinandergesetzt. Ich habe die  $H_0$  mit den Friedmann-Gleichungen und mit anderen kosmologischen Parametern in Beziehung gestellt, ihre Funktion verstanden und hier erläutert. Ich habe die Entfernungen zu anderen Galaxien mit zwei unterschiedlichen Standardkerzen berechnet und mit den entsprechenden Rotverschiebungen die Hubble-Konstante bestimmt, mit einem Ergebnis von  $H_0 = 70.26 \pm 7.09 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  (Cepheiden) und  $69.49 \pm 3.12 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  (SNIa). Diese Werte sind im Einverständnis mit anderen Werten aus diesen Methoden, dennoch habe ich keine größere statistische Sicherheit erreicht.

Wahrscheinlich sind es mehrere Faktoren, die die Krise der Kosmologie verursachen. Die Qualität meiner Ergebnisse und die statistische Signifikanz lassen sich mit einer neueren Kalibrierung des Leavitt-Gesetzes und durch Template-Fitting mit den SNIa-Bildern verbessern. Die Einführung weiterer Datenbanken (von Cepheiden) und die Nutzung der Daten der HAWKI- und ISAAC-Instrumente auf dem Very Large Telescope (VLT, ESO) zusammen mit SOFI wird ebenfalls helfen.

Darüber hinaus besteht mein langfristiges Projekt darin, solche SNIa-Entfernungsberechnungen zu nutzen, um eine weitere Reihe von Standardkerzen, die Gamma-Ray Bursts (GRB), zu kalibrieren. Diese energetischen Explosionen werden uns einen Einblick in die Ferne geben und haben das Potenzial, viele Fragen besser zu untersuchen, wie die Natur der dunklen Energie und ihre mögliche Entwicklung im Laufe der Zeit. Dafür habe ich die [CAPIBARA Collaboration](#) ins Leben gerufen, die das Ziel hat, Nanosatelliten für die Erforschung des hochenergetischen Universums (Röntgen- und  $\gamma$ -Strahlung) zu starten und unter anderem die GRB-Kosmologie zu erforschen.



## Danksagung

Ich möchte mich bei Dr. Lluís Galbany und dem *Joves i Ciència*-Programm (Youth and Science) der *Fundació Catalunya La Pedrera* für die Möglichkeit bedanken, einen Forschungsaufenthalt in der Supernovae- und Stellar Transients-Gruppe am *Institute of Space Sciences* (ICE-CSIC-IEEC) durchzuführen. Ebenso danke ich Dr. Tomás E. Müller Bravo, Dr. Claudia Gutiérrez und Kim Phan für ihre wertvollen Rückmeldungen während dieses Forschungsaufenthalts, sowie Dr. Ignasi Pérez-Ràfols und Dr. Laia Casamiquela für ihre Rückmeldungen während des ersten Jahres des *Joves i Ciència*-Programms.

Zusätzlich möchte ich zusammenfassend die Nutzung der unterschiedlichen öffentlichen Datenbanken anerkennen: NASA IPAC Extragalactic Database ([NED](#)), Extragalactic Cepheid Database des Konkoly Observatory ([ECD](#)), Transient Name Server ([WIS-TNS](#)), SOFI-Daten des European Southern Observatory Archive ([ESO](#)), der Zwicky Transient Facility ([ZTF](#)) [25], der Asteroid Terrestrial-impact Last Alert System ([ATLAS](#)) [37], und The Two Micron All Sky Survey ([2MASS](#)) Catalog. NED und 2MASS sind Teil des NASA/IPAC Infrared Science Archive, welches von der National Aeronautics and Space Administration (NASA) finanziert und vom California Institute of Technology (CalTech) betrieben wird. ZTF ist eine öffentlich-private Partnerschaft mit gleicher Unterstützung durch die ZTF-Partnerschaft und die U.S. National Science Foundation.

Abschließend möchte ich den Freunden und Lehrern danken, die mich auf meinem Weg unterstützt haben, nicht nur während des Schreibens dieser Thesis, sondern während meiner gesamten Zeit an der Deutschen Schule Barcelona. Und vor allem gilt mein größter Dank meiner Familie: meinem Vater, meiner Mutter und meinem Bruder, die mich von Anfang an, Tag für Tag, unterstützt haben und mir ermöglicht haben, der Mensch zu sein, der ich heute bin.

## Literatur

- [1] B. P. Abbott u. a. „A gravitational-wave standard siren measurement of the Hubble constant“. In: 551.7678 (Nov. 2017), S. 85–88. DOI: [10.1038/nature24471](#). arXiv: [1710.05835 \[astro-ph.CO\]](#).
- [2] A. G. Adame u. a. „DESI 2024 VI: cosmological constraints from the measurements of baryon acoustic oscillations“. In: 2025.2, 021 (Feb. 2025), S. 021. DOI: [10.1088/1475-7516/2025/02/021](#). arXiv: [2404.03002 \[astro-ph.CO\]](#).
- [3] W. Baade und K. G. Malmquist. „Die Verwendung der SEARESSchen Methode zur Bestimmung des Farbenindex (exposure ratio) fuer Durchmusterungszwecke“. In: *Mitteilungen der Hamburger Sternwarte in Bergedorf* 5 (Jan. 1925), S. 2.135–2.147.
- [4] Kyle Barbary u. a. *SNCosmo*. Version 1.2.0. If you use SNCosmo, please cite it using these metadata. 2023. DOI: [10.5281/zenodo.592747](#). URL: <https://github.com/sncosmo/sncosmo>.
- [5] Gianfranco Bertone und Dan Hooper. „History of dark matter“. In: *Reviews of Modern Physics* 90.4, 045002 (Okt. 2018), S. 045002. DOI: [10.1103/RevModPhys.90.045002](#). arXiv: [1605.04909 \[astro-ph.CO\]](#).
- [6] Edmund Bertschinger und Roman Juszkiewicz. „Searching for the Great Attractor“. In: 334 (Nov. 1988), S. L59. DOI: [10.1086/185312](#).
- [7] W. de Sitter. „On the Distances and Radial Velocities of Extra-Galactic Nebulae, and the Explanation of the Latter by the Relativity Theory of Inertia“. In: *Proceedings of the National Academy of Science* 16.7 (Juli 1930), S. 474–488. DOI: [10.1073/pnas.16.7.474](#).
- [8] Eleonora Di Valentino, Alessandro Melchiorri und Joseph Silk. „Planck evidence for a closed Universe and a possible crisis for cosmology“. In: *Nature Astronomy* 4 (Feb. 2020), S. 196–203. DOI: [10.1038/s41550-019-0906-9](#). arXiv: [1911.02087 \[astro-ph.CO\]](#).

- [9] George Efstathiou. „Evolving Dark Energy or Supernovae Systematics?“ In: *arXiv e-prints*, arXiv:2408.07175 (Aug. 2024), arXiv:2408.07175. DOI: [10.48550/arXiv.2408.07175](https://doi.org/10.48550/arXiv.2408.07175). arXiv: [2408.07175](https://arxiv.org/abs/2408.07175) [[astro-ph.CO](#)].
- [10] A Einstein. „Zum kosmologischen Problem der allgemeinen Relativitätstheorie“. In: *Verlag der Königl. Preussischen Akademie der Wissenschaften*: 235-237 (1930). URL: <https://echo-old.mpiwg-berlin.mpg.de/ECH0docuView?url=/permanent/echo/einstein/sitzungsberichte/R583HGCS/index.meta>.
- [11] A. Einstein. „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie“. In: *Annalen der Physik* 354.7 (Jan. 1916), S. 769–822. DOI: [10.1002/andp.19163540702](https://doi.org/10.1002/andp.19163540702).
- [12] Wendy L. Freedman. „Measurements of the Hubble Constant: Tensions in Perspective“. In: 919.1, 16 (Sep. 2021), S. 16. DOI: [10.3847/1538-4357/ac0e95](https://doi.org/10.3847/1538-4357/ac0e95). arXiv: [2106.15656](https://arxiv.org/abs/2106.15656) [[astro-ph.CO](#)].
- [13] Wendy L. Freedman u. a. „Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant“. In: 553.1 (Mai 2001), S. 47–72. DOI: [10.1086/320638](https://doi.org/10.1086/320638). arXiv: [astro-ph/0012376](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0012376) [[astro-ph](#)].
- [14] Wendy L. Freedman u. a. „Status Report on the Chicago-Carnegie Hubble Program (CCHP): Three Independent Astrophysical Determinations of the Hubble Constant Using the James Webb Space Telescope“. In: *arXiv e-prints*, arXiv:2408.06153 (Aug. 2024), arXiv:2408.06153. DOI: [10.48550/arXiv.2408.06153](https://doi.org/10.48550/arXiv.2408.06153). arXiv: [2408.06153](https://arxiv.org/abs/2408.06153) [[astro-ph.CO](#)].
- [15] A. Friedmann. „Über die Krümmung des Raumes“. In: *Zeitschrift für Physik* 10 (Jan. 1922), S. 377–386. DOI: [10.1007/BF01332580](https://doi.org/10.1007/BF01332580).
- [16] Shy Genel u. a. „Introducing the Illustris project: the evolution of galaxy populations across cosmic time“. In: 445.1 (Nov. 2014), S. 175–200. DOI: [10.1093/mnras/stu1654](https://doi.org/10.1093/mnras/stu1654). arXiv: [1405.3749](https://arxiv.org/abs/1405.3749) [[astro-ph.CO](#)].
- [17] Edwin Hubble. „A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae“. In: *Proceedings of the National Academy of Science* 15.3 (März 1929), S. 168–173. DOI: [10.1073/pnas.15.3.168](https://doi.org/10.1073/pnas.15.3.168).
- [18] Milton L. Humason. „Apparent Velocity-Shifts in the Spectra of Faint Nebulae“. In: 74 (Juli 1931), S. 35. DOI: [10.1086/143287](https://doi.org/10.1086/143287).
- [19] WD Kenworthy u. a. „SALT3: An improved type ia supernova model for measuring cosmic distances“. In: *The Astrophysical Journal* 923.2 (2021), S. 265.
- [20] Henrietta S. Leavitt und Edward C. Pickering. „Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud.“ In: *Harvard College Observatory Circular* 173 (März 1912), S. 1–3.
- [21] Abigail J. Lee u. a. „First JWST Observations of JAGB Stars in the SN Ia Host Galaxies: NGC 7250, NGC 4536, NGC 3972“. In: 961.1, 132 (Jan. 2024), S. 132. DOI: [10.3847/1538-4357/ad12c7](https://doi.org/10.3847/1538-4357/ad12c7). arXiv: [2312.02282](https://arxiv.org/abs/2312.02282) [[astro-ph.GA](#)].
- [22] G. Lemaitre. „Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques“. In: *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles* 47 (Jan. 1927), S. 49–59.
- [23] Eric V. Linder. „Exploring the Expansion History of the Universe“. In: 90.9, 091301 (März 2003), S. 091301. DOI: [10.1103/PhysRevLett.90.091301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.90.091301). arXiv: [astro-ph/0208512](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0208512) [[astro-ph](#)].
- [24] Martín López-Corredoira. „Hubble tensions: a historical statistical analysis“. In: 517.4 (Dez. 2022), S. 5805–5809. DOI: [10.1093/mnras/stac2567](https://doi.org/10.1093/mnras/stac2567). arXiv: [2210.07078](https://arxiv.org/abs/2210.07078) [[astro-ph.CO](#)].



- [25] Frank J. Masci u. a. „A New Forced Photometry Service for the Zwicky Transient Facility“. In: *arXiv e-prints*, arXiv:2305.16279 (Mai 2023), arXiv:2305.16279. DOI: [10.48550/arXiv.2305.16279](https://doi.org/10.48550/arXiv.2305.16279). arXiv: [2305.16279](https://arxiv.org/abs/2305.16279) [astro-ph.IM].
- [26] Tomás E. Müller-Bravo. *temuller/wiserep\_api: First Official Release! Version v0.1.5*. Mai 2023. DOI: [10.5281/zenodo.7896352](https://doi.org/10.5281/zenodo.7896352). URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.7896352>.
- [27] S. Perlmutter u. a. „Discovery of a supernova explosion at half the age of the Universe“. In: 391.6662 (Jan. 1998), S. 51–54. DOI: [10.1038/34124](https://doi.org/10.1038/34124). arXiv: [astro-ph/9712212](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9712212) [astro-ph].
- [28] JDR Pierel u. a. „SALT3-NIR: Taking the Open-source Type Ia Supernova Model to Longer Wavelengths for Next-generation Cosmological Measurements“. In: *The Astrophysical Journal* 939.1 (2022), S. 11.
- [29] Planck Collaboration u. a. „Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results“. In: 571, A1 (Nov. 2014), A1. DOI: [10.1051/0004-6361/201321529](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201321529). arXiv: [1303.5062](https://arxiv.org/abs/1303.5062) [astro-ph.CO].
- [30] Planck Collaboration u. a. „Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters“. In: 571, A16 (Nov. 2014), A16. DOI: [10.1051/0004-6361/201321591](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201321591). arXiv: [1303.5076](https://arxiv.org/abs/1303.5076) [astro-ph.CO].
- [31] Planck Collaboration u. a. „Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters“. In: 641, A6 (Sep. 2020), A6. DOI: [10.1051/0004-6361/201833910](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910). arXiv: [1807.06209](https://arxiv.org/abs/1807.06209) [astro-ph.CO].
- [32] Adam G. Riess u. a. „JWST Validates HST Distance Measurements: Selection of Supernova Subsample Explains Differences in JWST Estimates of Local  $H_0$ “. In: 977.1 (Dez. 2024), S. 120. DOI: [10.3847/1538-4357/ad8c21](https://doi.org/10.3847/1538-4357/ad8c21). arXiv: [2408.11770](https://arxiv.org/abs/2408.11770) [astro-ph.CO].
- [33] Adam G. Riess u. a. „Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant“. In: 116.3 (Sep. 1998), S. 1009–1038. DOI: [10.1086/300499](https://doi.org/10.1086/300499). arXiv: [astro-ph/9805201](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9805201) [astro-ph].
- [34] M. F. Skrutskie u. a. *2MASS All-Sky Point Source Catalog*. Version 1.0. This publication makes use of data products from the Two Micron All Sky Survey, which is a joint project of the University of Massachusetts and the Infrared Processing and Analysis Center/California Institute of Technology, funded by NASA and the NSF. IPAC, 2003. DOI: [10.26131/IRSA2](https://doi.org/10.26131/IRSA2). URL: <https://doi.org/10.26131/IRSA2>.
- [35] M. F. Skrutskie u. a. „The Two Micron All Sky Survey (2MASS)“. In: 131.2 (Feb. 2006), S. 1163–1183. DOI: [10.1086/498708](https://doi.org/10.1086/498708).
- [36] Nial R. Tanvir. „Cepheids as Distance Indicators“. In: *The Extragalactic Distance Scale*. Hrsg. von Mario Livio, Megan Donahue und Nino Panagia. Jan. 1997, S. 91. DOI: [10.48550/arXiv.astro-ph/9611027](https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/9611027). arXiv: [astro-ph/9611027](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9611027) [astro-ph].
- [37] J. L. Tonry u. a. „ATLAS: A High-cadence All-sky Survey System“. In: *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 130.988 (Mai 2018), S. 064505. ISSN: 1538-3873. DOI: [10.1088/1538-3873/aabadf](https://doi.org/10.1088/1538-3873/aabadf). URL: <http://dx.doi.org/10.1088/1538-3873/aabadf>.
- [38] Mark Vogelsberger u. a. „Introducing the Illustris Project: simulating the coevolution of dark and visible matter in the Universe“. In: 444.2 (Okt. 2014), S. 1518–1547. DOI: [10.1093/mnras/stu1536](https://doi.org/10.1093/mnras/stu1536). arXiv: [1405.2921](https://arxiv.org/abs/1405.2921) [astro-ph.CO].

## A Appendix

### A.1 Derivation von $H_0$ und $q_0$ in Abhängigkeit des Skalenfaktors

Um die Hubble-Lemaître-Konstante  $H_0$  und der Verzögerungsparameter  $q_0$  in Abhängigkeit von dem Skalenfaktor zu beschreiben, wird der Skalenfaktor als Taylor Serie entfalten:

$$a(t) = a(t_0) + \left. \frac{da}{dt} \right|_{t=t_0} (t - t_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2a}{dt^2} \right|_{t=t_0} (t - t_0)^2 + \dots \quad (29)$$

Die ersten beiden Termen dieser Serie werden eine gute Schätzung darstellen, als es handelt sich um einer Größe, der nicht significant in Abhängigkeit von der Zeit variiert.

$$a(t) \approx a(t_0) + \left. \frac{da}{dt} \right|_{t=t_0} (t - t_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2a}{dt^2} \right|_{t=t_0} (t - t_0)^2 \quad (30)$$

Danach wird durch der aktuellen Skalenfaktor, welches zu Eins gestellt wird  $a(t_0) = 1$ , dividiert:

$$\frac{a(t)}{a(t_0)} \approx 1 + \left. \frac{\dot{a}}{a} \right|_{t=t_0} (t - t_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{\ddot{a}}{a} \right|_{t=t_0} (t - t_0)^2 \quad (31)$$

$$a(t) \approx 1 + H_0(t - t_0) + \frac{1}{2} q_0 H_0^2 (t - t_0)^2 \quad (32)$$

$$(33)$$

Daher sind die  $H_0$  und der Verzögerungsparameter  $q_0$ :

$$H_0 \equiv \left. \frac{\dot{a}}{a} \right|_{t=t_0} \quad (34)$$

$$q_0 \equiv - \left. \frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} \right|_{t=t_0} = \left. \frac{\ddot{a}}{aH^2} \right|_{t=t_0} \quad (35)$$

Beachten Sie, dass wir  $H(t)$  für jedes  $t$  für jede andere Zeit als  $t_0$  berechnen können. Dies kann auch durch die Beziehung beider Faktoren gezeigt werden:

$$-q_0 H_0^2 = \left. \frac{\ddot{a}}{a} \right|_{t=t_0} \quad (36)$$

$$-q_0 = \frac{(\ddot{a}/a)_{t=t_0}}{H_0^2} \quad (37)$$

$$-q_0 = \frac{(\ddot{a}/a)_{t=t_0}}{(\dot{a}/a)_{t=t_0}} = \left. \frac{\ddot{a}a^2}{a\dot{a}^2} \right|_{t=t_0} \quad (38)$$

$$-q_0 = \left. \frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} \right|_{t=t_0} \quad (39)$$

### A.2 $H(t)$ in Abhängigkeit von den Dichtenparametern

Durch die Definition der Dichteparameter 11 und der kritische Dichte 10 kann man einer Gleichung für die Energiedichte stellen:

$$\rho = \frac{\Omega h H_0^2}{8\pi G} \quad (40)$$

Zunächst kann man mit dieser Gleichung und die Kontributionen unterschiedlicher Komponenten die erste Friedmann Gleichung 4 umformen.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right) = H_0^2 (\Omega_m a^{-3} + \Omega_\gamma a^{-4} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda) \quad (41)$$

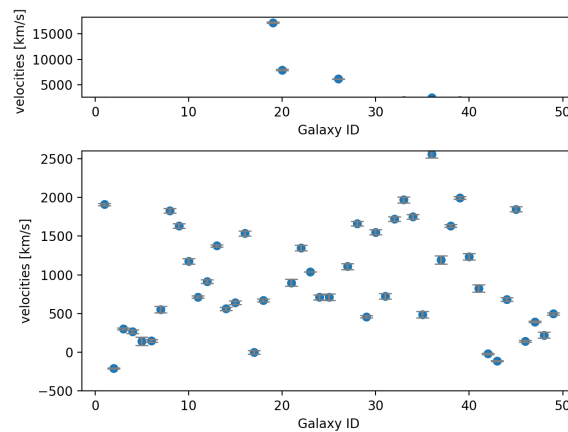
$$H(t) = H_0 \sqrt{\Omega_m a^{-3} + \Omega_\gamma a^{-4} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda} \quad (42)$$

oder für ein flaches Universum:

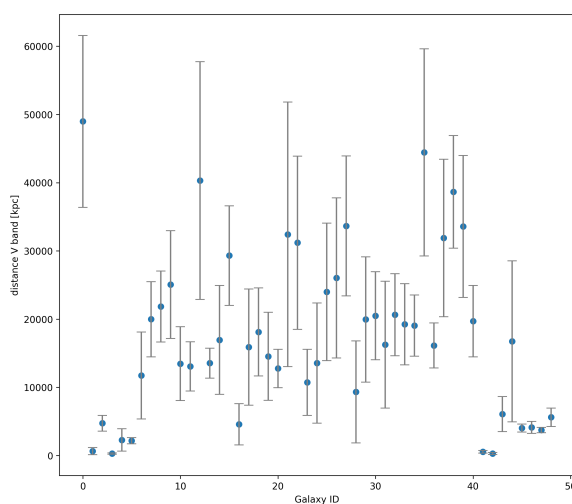
$$H(t) = H_0 \sqrt{\Omega_m a^{-3} + \Omega_\gamma a^{-4} + \Omega_\Lambda} \quad (43)$$

### A.3 Cepheidendaten

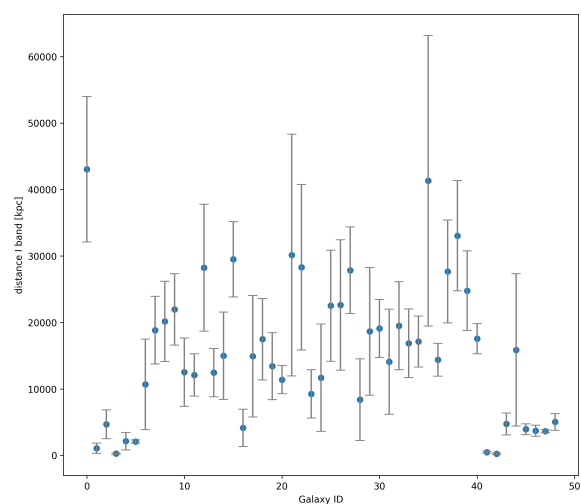
Die ganzen verwendete Photometriedaten der Cepheiden und der Rotverschiebungen der entsprechende Galaxien sind unter diesem Link angreifbar: [https://github.com/joanalnu/article\\_hubble\\_jic](https://github.com/joanalnu/article_hubble_jic).



**Abbildung 8:** In diesem Diagramm sind die Geschwindigkeiten für jede Galaxie in  $[\text{km s}^{-1}]$  dargestellt. Jede Galaxie ist von 1 bis 49 nummeriert, um einen weiteren Vergleich mit der Tabelle zu ermöglichen.



**Abbildung 9:** Dieses Diagramm veranschaulicht die Daten der Entfernungen aus dem visuellen (V) Band in [kpc], die für jede Galaxie in der Stichprobe aufgetragen sind. Die Galaxien sind unter den IDs 1 bis 49 gekennzeichnet. Hier wird gezeigt, dass der Entfernungsbereich von 0 bis 50.000 kpc reicht.



**Abbildung 10:** Entfernungen aus dem Infrarot (I) Band in [kpc] sind für jede Galaxie in der Stichprobe aufgetragen. Die Galaxien sind unter den IDs 1 bis 49 gekennzeichnet. Der Bereich der Infrarotentfernungen reicht von 0 bis 50 000 kpc und liegt im gleichen Bereich wie die visuellen Entfernungen.

#### A.4 SNIa-Daten

Name	$z$	$\mu$	Name	$z$	$\mu$	Name	$z$	$\mu$
2017glk	0.070	$36.50 \pm 0.06$	2021agqu	0.077	$37.03 \pm 0.25$	2021zrr	0.061	$33.93 \pm 0.16$
2018agb	0.042	$34.14 \pm 0.25$	2021aq	0.078	$32.19 \pm 0.38$	2021zwy	0.097	$35.31 \pm 0.21$
2018br	0.063	$35.73 \pm 0.04$	2021cys	0.060	$32.98 \pm 0.22$	2021zzu	0.037	$33.50 \pm 0.05$
2018hhn	0.028	$33.0 \pm 0.13$	2021dam	0.054	$35.77 \pm 0.57$	2022aff	0.055	$35.06 \pm 0.23$
2018hib	0.016	$31.50 \pm 0.20$	2021fbc	0.057	$36.98 \pm 0.27$	2022ais	0.054	$35.79 \pm 0.50$
2018hju	0.038	$35.85 \pm 0.19$	2021fna	0.080	$33.46 \pm 0.23$	2022ait	0.030	$32.38 \pm 0.03$
2019bka	0.024	$34.37 \pm 0.03$	2021ghc	0.046	$34.36 \pm 0.06$	2022ctp	0.060	$37.43 \pm 0.44$
2019sgr	0.032	$36.08 \pm 0.05$	2021lrp	0.073	$38.72 \pm 0.41$	2022ctu	0.058	$37.37 \pm 0.44$
2019shu	0.057	$37.49 \pm 0.05$	2021lug	0.040	$35.47 \pm 0.09$	2022ddo	0.088	$38.00 \pm 0.40$
2020abjl	0.079	$38.71 \pm 0.22$	2021mw	0.060	$36.79 \pm 0.02$	2022dtv	0.028	$33.89 \pm 0.02$
2020abkq	0.062	$34.35 \pm 0.12$	2021pit	0.003	$31.50 \pm 0.06$	2022eqn	0.032	$36.23 \pm 0.05$
2020acai	0.021	$35.79 \pm 0.35$	2021pp	0.090	$36.82 \pm 0.04$	2022fbf	0.050	$35.04 \pm 0.05$
2020acei	0.082	$35.93 \pm 0.15$	2021slh	0.085	$38.6 \pm 0.01$	2022fcc	0.025	$34.84 \pm 0.04$
2020ackf	0.063	$35.20 \pm 0.97$	2021stz	0.080	$37.75 \pm 0.22$	2022mhe	0.028	$33.42 \pm 0.06$
2020acrz	0.069	$35.72 \pm 0.30$	2021tk	0.080	$35.57 \pm 0.18$	2022qot	0.095	$38.82 \pm 0.16$
2020acts	0.060	$37.25 \pm 0.06$	2021tnd	0.083	$37.25 \pm 0.05$	2022rsb	0.096	$34.71 \pm 0.04$
2020wtp	0.070	$34.34 \pm 0.08$	2021ttg	0.068	$37.33 \pm 0.04$	2022ssk	0.042	$34.07 \pm 0.12$
2020wts	0.050	$36.78 \pm 0.19$	2021tty	0.060	$37.90 \pm 0.28$	2022szg	0.060	$36.94 \pm 0.07$
2020xoc	0.130	$39.41 \pm 0.16$	2021twb	0.065	$35.02 \pm 0.14$	2023alf	0.033	$35.75 \pm 0.10$
2020zyy	0.059	$37.10 \pm 0.17$	2021luga	0.090	$34.84 \pm 0.02$	LSQ12dwl	0.013	$29.70 \pm 0.85$
2021aafa	0.100	$35.37 \pm 0.24$	2021uhx	0.046	$35.70 \pm 0.00$	LSQ13fn	0.064	$36.79 \pm 0.00$
2021aele	0.077	$33.39 \pm 0.16$	2021umz	0.076	$33.73 \pm 0.07$	LSQ15kp	0.160	$39.15 \pm 0.05$
2021agjd	0.039	$35.15 \pm 0.39$	2021wh	0.030	$33.83 \pm 0.37$			
2021agqu	0.077	$37.03 \pm 0.25$	2021zo	0.030	$32.31 \pm 0.16$			

**Tabelle 3:** Ergebnisse für Rotverschiebungen  $z$  und Entfernungsmoduli  $\mu$  aller in 7 genutzte SNIa.

#### A.5 Eigenständigkeitserklärung

Hiermit bestätige ich, dass ich die vorliegende Arbeit und den dazu gehörigen Vortrag selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Die Stellen der Arbeit bzw. der Präsentation, die dem Wortlaut oder der dem Sinn nach anderen Werken entnommen sind, wurden unter Angabe der Quelle kenntlich gemacht.