

Problemes 28/05/2024

(27) Independent set:  $G=(V,E)$  i  $k$ ,  $\exists$  set  $S \subseteq V$  of size  $k$  tq no  $\forall u,v \in S, u \neq v, (u,v) \in E$ .

Independent set parametrizant per treewidth  $\in$  FPT?

Es pot fer programació dinàmica: definir una taula  $DP[i][j]$ ,  $i$  = cada  $X_i$ ,  $j$  = cada  $S \subseteq X_i$ .  
On guardarem el tamany de l'independent set més gran

1) Inicialització:  $\forall X_i: DP[i][j] = |S|$  si  $S$  és indep. set  
(fulles)

Suma de size màxima dels seus fills

2) Pas:  $\forall X_i: DP[i][j] = |S| + \sum_{i=1}^d \max_{S_i \subseteq X_i \cap X_t} DP[i][S_i]$   
(no-fulles)

3) Retornar:  $\max DP[\text{root}][j] \leq k$

$tw(T)$

$\uparrow$

Complexitat: La mida màxima de cada  $X_i$  serà  $t+1$ ; DP té  $t+1$  i. (nº de subconjunts en  $X_i$ ), que serà com a molt  $2^{t+1}$

4) Cada pas es considera tots els fills de  $X_i$ , que és lineal, i fa el sumatori dels màxims de interseccions, és a dir,  $2^{2(t+1)}$

El retorn serà com a molt cost el tamany de root node (pitjor  $t$ )

Per tant, fem un algoritme amb cost  $\boxed{O(|V| \cdot 2^{O(t)} \cdot \text{poly}(t))}$   
que segueix l'esquema de FPT:  $O(f(K(x)) \cdot \text{poly}(x))$



29) Data stream  $S$ , amb tots  $\{1, \dots, n\}$  mags un.

Dissenyar  $A$  que trobi el que falta, 1 passada,  $O(\log(n))$  espai, connecte al processar tot  $S$ .

Sabem el total de números, per tant podem calcular el que ens hauria de donar al sumari  $\{1, \dots, n\}$ , que és:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n \cdot (n+1)}{2} \rightarrow \text{ho guardem en bits en Suma-total}$$

Ara, simplement processem la entrada guardant les sumes en bits en Suma-parcial.

Un cop acabat, fem la diferència entre Suma-total i Suma-parcial i retornem el nombre resultant.

Complexitat:

- Utilitzem dos registres de  $\log(n)$  bits, així que l'espai en memòria és de  $O(2 \log(n)) \approx O(\log(n))$  ✓
- Es processa la entrada un cop ✓
- Cost per element:  $O(1)$ , és fer una suma de bits (full-adder) ✓
- Retorn:  $O(1)$  ✓