

---

Fecha del examen: 04-06-2024

## 1 Conceptos básicos

### 1.1 Errores

- [Función error](#).
- [Error absoluto y relativo](#).
- [Cifras correctas](#) y significativas.
- [Precisión vs. exactitud](#).
- [Fuentes de error](#): de modelización, experimental, de redondeo, y de truncamiento / discretización.
- [Errores de redondeo](#): redondear, truncar y precisión implícita.
- [Errores de truncamiento / discretización](#).
- [Propagación del error](#) al usar funciones de una o más variables. Ej:  $+$   $-$   $\times$   $\div$ .

### 1.2 Representación de números y estabilidad

- [Coma fija vs. coma flotante](#).
- [Norma IEEE-754](#): historia, definición, S, E, M.
- [Norma IEEE-754](#): desviación del exponente.
- [IEEE-754 precisión simple \(32 bits\)](#): definición, conversión.
- [IEEE-754 precisión doble \(64 bits\)](#): definición, eps, realmax y realmin.
- El conjunto  $F(\beta, t, L, U)$ : definición, rango, mantisa y epsilon de la máquina.
- [Aritmética en coma flotante](#). Teorema de las operaciones elementales en coma floatante.
- Problemas [sensibles a las condiciones iniciales](#). Polinomio de Wilkinson.
- Problemas mal condicionados. [Números de condición](#).
- [Inestabilidad numérica](#).
- [Pérdida de cifras significativas](#) por cancelación.
- Reducir o [evitar la propagación de errores](#). Regla de Horner.

## 2 Álgebra lineal numérica

### 2.1 Vectores, matrices y normas

- [Normas vectoriales](#), normas  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_2$ ,  $\|\cdot\|_p$ ,  $\|\cdot\|_\infty$  y cálculo de las mismas.
- [Normas matriciales](#) submultiplicativas, normas  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_2$ ,  $\|\cdot\|_\infty$ ,  $\|\cdot\|_F$  y cálculo de las mismas.
- [Normas matriciales consistentes y compatibles](#), norma matricial  $\|\cdot\|_p$ .
- [Determinante](#) de matrices y alternativas de cálculo.
- [Tipos de matrices](#) (unitaria, ortogonal, hermítica, (anti)simétrica y definida positiva) y sus autovalores.
- [Transformaciones ortogonales](#).
- [Radio espectral](#) de una matriz.
- [Número de condición](#) de una matriz y su cálculo.

### 2.2 Métodos directos

- [Método de Cramer](#); número de operaciones.
- [Método de Gauss](#); número de operaciones. Cálculo del rango y determinante.
- Estrategias de [pivotamiento](#) en el método de Gauss. Necesidad de pivotar.
- [Condicionamiento de un sistema](#) de ecuaciones lineales, [vector residuo](#) y acotamiento del error relativo en la solución calculada numéricamente.
- [Métodos compactos](#) de resolución de ecuaciones lineales: ejemplos y ventajas.
- [Factorización LU](#); resolución de sistemas, determinante e inversa.
- [Factorización LU](#): métodos, existencia y unicidad.
- Factorización LU de [Cholesky](#).
- [Factorización QR](#): propiedades, unicidad y comparativa de métodos.
- Método QR de [Gram-Schmidt](#).
- Método QR de [Householder](#).
- Método QR de [Givens](#).
- Resolución de sistemas lineales [sobredeterminados](#).

## 2.3 Métodos iterativos

- Métodos iterativos estacionarios. [Vector residuo y teorema de convergencia](#).
- Métodos iterativos estacionarios. [Factor y velocidad de convergencia](#). [Cotas del error](#).
- Método iterativo de [Jacobi](#).
- Método iterativo de [Gauss-Seidel](#).
- ~~Métodos de sobrerelajación (SOR): variantes de Jacobi y Gauss-Seidel. Convergencia para ciertos tipos de matrices.~~
- ~~[Precondicionamiento](#).~~
- ~~Métodos iterativos [no estacionarios](#).~~

## 2.4 Autovalores y autovectores

- [Autovalores, autovectores y radio espectral](#): definiciones e interpretación geométrica.
- Fórmula de Euler. Autovalores y autovectores en la solución de sistemas de EDOs lineales. Linealización de [sistemas dinámicos](#).
- [Método de las potencias](#) para calcular el autovalor y un autovector dominante. [Cociente de Rayleigh](#).
- Método de las potencias para calcular [otros valores espectrales](#). ~~[Deflación de Wielandt](#).~~
- [Valores singulares](#). Descomposición [SVD](#) y matriz [pseudoinversa](#).

## 3 Interpolación

### 3.1 Interpolación polinómica

- [Interpolación](#), extrapolación y tipos de interpolación.
- Sistema de Vandermonde. [Existencia y unicidad del polinomio interpolador](#).
- [Error](#) en la interpolación polinómica.
- Interpolación polinómica por la [fórmula de Lagrange](#).
- Interpolación polinómica por el métodos de las [diferencias divididas de Newton](#).
- [Fenómeno de Runge](#).
- ~~[Abseisas de Chevyshev](#).~~
- Interpolación de [Hermite](#) y error.
- [Curvas paramétricas](#) de interpolación.

### 3.2 Splines y ajuste trigonométrico

- [Spline lineal](#).
- [Splines cúbicas](#). Tipos y restricciones adicionales.
- ~~[Splines de Hermite](#)~~. Principales clases de curvas paramétricas con puntos de control.
- [Serie de Fourier](#) y ajuste trigonométrico.
- Transformada discreta de Fourier ([DFT](#)) y cálculo de la DFT.

## 4 Ecuaciones no lineales

- [Raíces](#) simples y múltiples. Estrategia de resolución numérica. Localización y separación.
- Aproximación: ~~[intervalos encajados](#)~~. Métodos de la bisección y Regula Falsi.
- Aproximación: [métodos iterativos](#). Métodos de Newton-Raphson, de la secante y del punto fijo.
- [Convergencia](#) y estimación del [error](#) de los métodos de aproximación.
- [Aceleración de la convergencia](#): proceso de Aitken y método de Steffensen.

## 5 Diferenciación, integración y ecuaciones diferenciales

### 5.1 Derivación numérica

- [Fórmula forward y backward](#) para la primera derivada. Error de truncamiento y orden.
- [Fórmula centrada](#) para la primera derivada. Error de truncamiento y orden.
- ~~[Fórmula backward mejorada](#)~~. Error de truncamiento y orden.
- [Fórmula centrada para la segunda derivada](#). Error de truncamiento y orden.
- [Error total](#) en las fórmulas de derivación y expresión para la fórmula backward.
- [Extrapolación de Richardson](#).
- [Derivación](#) de funciones usando la [FFT](#).

### 5.2 Integración numérica

- Forma de las fórmulas de [integración numérica](#) y [grado de precisión](#).
- Forma de las [fórmulas de integración de Newton-Côtes](#). Fórmulas abierta y cerradas.
- Regla de integración del trapecio y [regla del trapecio compuesta](#).
- ~~Regla de integración de Simpson, regla  $\frac{3}{8}$  de Simpson y regla de Boole.~~

- Regla de integración del punto medio y [regla del punto medio compuesta](#).
- [Método de integración de Romberg](#).
- [Integración adaptativa](#).
- [Integración de Montecarlo](#): por media muestral y método hit-or-miss.
- [Integración gaussiana](#).

### 5.3 Ecuaciones diferenciales

- Ecuaciones diferenciales, [EDOs](#) y orden. Transformación a [sistema de primer orden](#).
- [Ecuaciones diferenciales lineales](#). Ecuaciones homogéneas y autónomas. ~~EDPs~~.
- Solución de una ecuación diferencial. Problema de valores iniciales (PVI). Teorema de Picard-Lindelöf. ~~Resolución analítica~~.
- Resolución numérica de un PVI. Orden del método. [Error local y error global](#). Métodos de paso simple vs. multipaso. Métodos explícitos e implícitos.
- [Método de Euler explícito](#) para un PVI. Estabilidad para ecuaciones lineales.
- [Método de Euler implícito](#) para un PVI. Estabilidad para ecuaciones lineales.
- ~~Método de Euler modificado: método del punto medio explícito~~.
- ~~Métodos de Taylor~~.
- [Métodos de Runge-Kutta](#).
- [Estabilidad de un PVI](#). Control de paso.

---

*Documento preparado por Irene Parada, 2024*