==

Práctica 8. Interpolación polinómica

Table of Contents

Ejercicio 1. Polinomios y MATLAB

Consultar la página crear y evaluar polinomios y la página Integrar y diferenciar polinomios.

Calcular usando las funciones de MATLAB:

- Las raíces del polinomio cúbico $f(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$.

```
raices = 3×1
     0
    -2
    -2
```

- Los coeficientes de la derivada del polinomio anterior.

```
df = 1×3
     3     8     4
```

- Evaluar el polinomio $g(x) = x^5 - 1$ en $x = 2$.

```
g2 =
    31
```

- Los coeficientes del polinomio que tiene como raíces los enteros -5,-2, -1, 1, 2 y 8. ¿Qué grado tiene? Producir el polinomio simbólico en MATLAB.

```
coefs = 1×7
     1    -3   -45    15   204   -12  -160
```

p = $x^6 - 3\,x^5 - 45\,x^4 + 15\,x^3 + 204\,x^2 - 12\,x - 160$

Ejercicio 2. Cálculo del polinomio interpolador

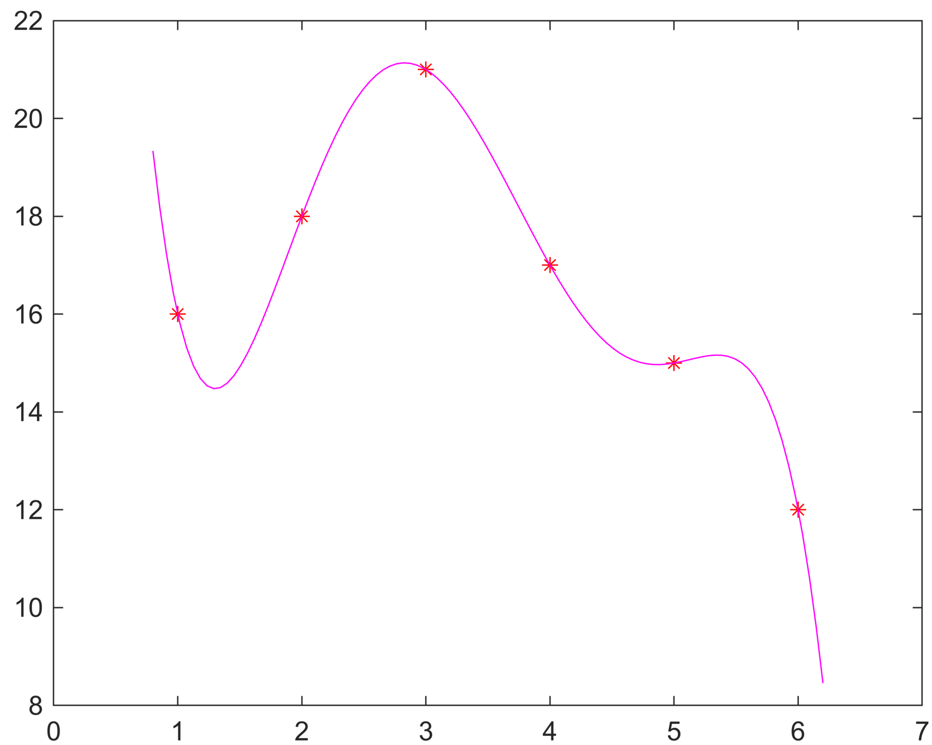
Queremos encontrar el polinomio interpolador P para los siguientes datos.

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	16	18	21	17	15	12

En los siguientes apartados usaremos distintos métodos para encontrar P. ¿De que orden mínimo será el polinomio interpolador?

- Usar la función `polyfit()` de MATLAB para interpolar. Representar los datos como asteriscos rojos y el polinomio de interpolación entre 0.8 y 6.2 en magenta. *(Nota: puede ser últil usar las funciones* `linspace()` *y* `polyval()` *de MATLAB.)*

```
pf = 1×6
10^2 ×
  -0.002416666666667   0.043333333333332  -0.289583333333325   0.876666666666634 ···
```

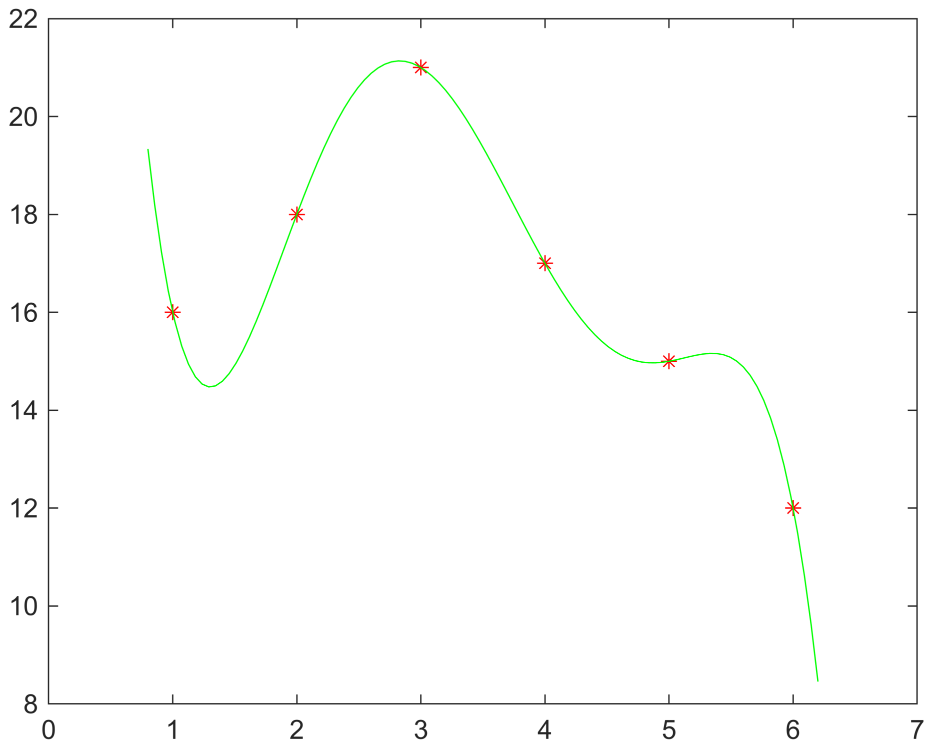


- Crear una función `polyLagrange(xis, k, xvar)` que devuelva el polinomio de Lagrange $L_k(xvar)$ para los valores de abcisas dados en el vector xis.
- Usar la función para calcular el polynomio P por la fórmula de Lagrange. *(Nota: se puede llamar una función con una variable simbólica.)*

```
PinterpLagrange =
```

$$-\frac{29\,x^5}{120}+\frac{13\,x^4}{3}-\frac{695\,x^3}{24}+\frac{263\,x^2}{3}-\frac{579\,x}{5}+69$$

- Representar los datos como asteriscos rojos y el polinomio de interpolación entre 0.8 y 6.2 en verde.



Ejercicio 3. Estabilidad numérica en la interpolación: centrar y escalar datos

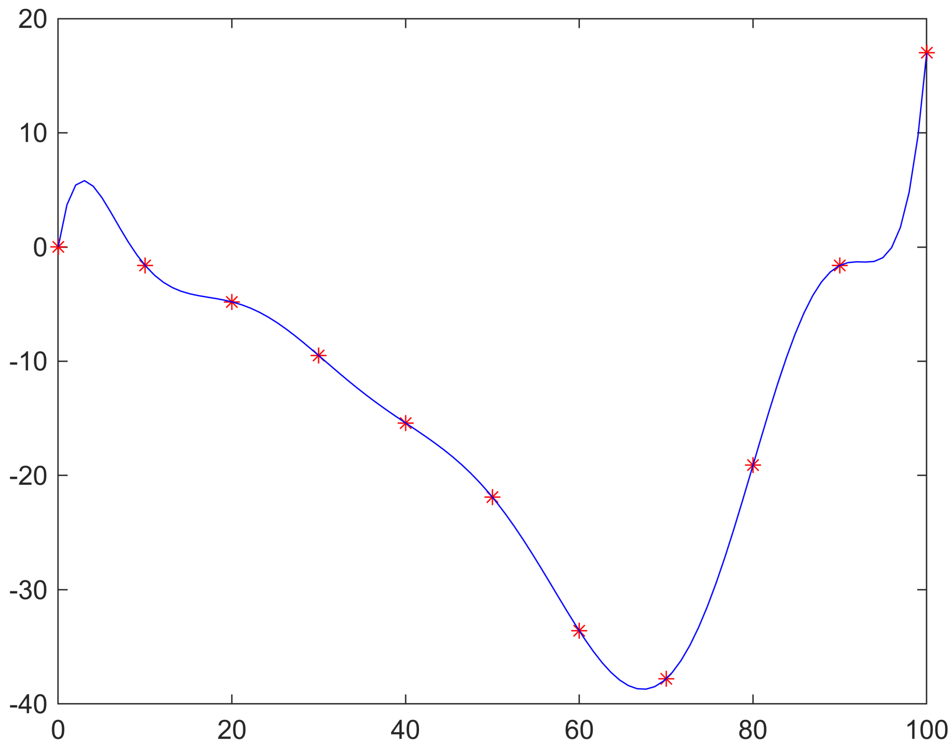
Datos de ejemplo anticongelante con glicerol con la concentración y la temperatura de congelación correspondiente.

%	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
C°	0	-1.6	-4.8	-9.5	-15.4	-21.9	-33.6	-37.8	-19.1	-1.6	17

- Se pueden obtener los coeficientes del polinomio interpolador resolviendo el sistema lineal que tiene como matriz del sistema la matriz de Vandermonde. Construirla y calcular el número de condición del sistema. Resolver el sistema usando comandos de MATLAB. ¿Qué sucede? Representar los datos como asteriscos rojos y el polinomio de interpolación en azul. Estimar la temperatura de congelación al 45% de concentración.

```
condition_number =
     9.839200807327531e-22
```

```
Warning: Matrix is close to singular or badly scaled. Results may be inaccurate. RCOND =  9.839201e-22.
```




```
valor45 =
 -18.107109451294026
```

- Calcular la media y la desviación estándar de los datos de porcentaje de glicerol. Crear un nuevo vector z con estos porcentajes centrados en cero y estandarizados. Crear la nueva matriz de Vandermonde a partir de estos valores en z y calcular su número de condición. Comparar con el del apartado anterior. Resolver el sistema y estimar la temperatura de congelación al 45% de concentración. (Nota: puede ser útil usar los argumentos opcionales de `polyval()`).

```
m =
    50

s =
  33.166247903554002

cond_num_estandar =
     3.047381627154119e-05

valor45estandar =
 -18.107109451293944
```

Ejercicio 4. Interpolación inversa (aplicación de la interpolación al cálculo de ceros de funciones)

Encontrar por interpolación de Lagrange una solución de la ecuación $x = e^{-x}$, sabiendo que:

$e^{-0.50} = 0.60653$, $e^{-0.55} = 0.57695$ y $e^{-0.60} = 0.54881$. Comprobar el error cometido.

```
sol_aprox =
   0.567143411679915
```

```
error =
     1.900476679361773e-07
```

Pistas:

- $f(x) = x - e^{-x} = 0$ *es la ecuación a resolver.*
- *En lugar de crear la tabla* $(x, f(x))$, *crear una tabla* $(f(x), x)$ *y hacer la interpolación para el valor* $f(x) = 0$.

Ejercicio 5. Error en la interpolación

A partir de la tabla de la función $f(x) = e^x$ que se proporciona,

x_k	0.0	0.2	0.4	0.6
f_k	1.0000	1.2214	1.4918	1.8221

- Encontrar valores aproximados de $\sqrt[3]{e}$ por interpolación lineal entre los dos valores más próximos y por interpolación cúbica, empleando los métodos de Lagrange o de Newton.
- Dar respectivas estimaciones de los errores debidos a la interpolación. Comparar las estimaciones con el error exacto, sabiendo que $\sqrt[3]{e} = 1.395612425 \ldots$

```
valorlineal =
   1.401666666666667

valorcubica =
   1.395549382716049

valorexacto =
   1.395612425086090

er_lin =
   0.006054241580577

er_cub =
     6.304237004006730e-05
```

Ejercicio 6. Curvas paramétricas

Encontrar usando diferencias finitas de Newton una curva paramétrica en t que pase por los siguientes puntos con intervalos iguales de tiempo entre dos puntos consecutivos.

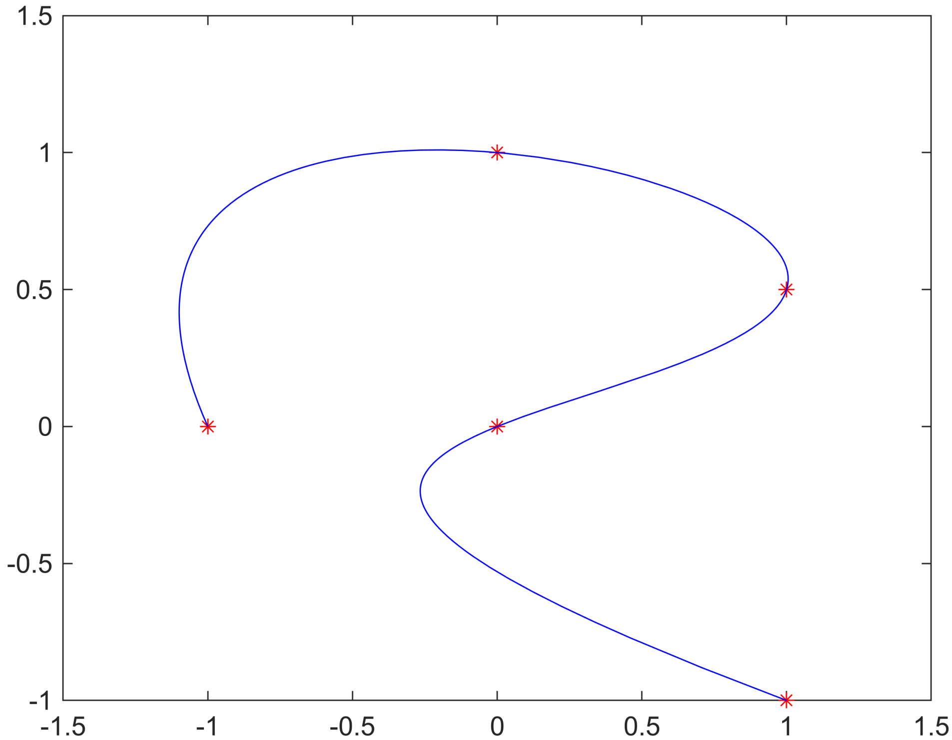
x	-1	0	1	0	1
y	0	1	0.5	0	-1

Dar la función de la curva paramétrica y representarla en azul junto a los puntos dados representados como asteriscos rojos.

(Nota: se puede hacer el métodos de las diferencias finitas de Newton a mano si se prefiere.)

```
Pn =
```

$$\left(64\,t^4 - \frac{352\,t^3}{3} + 60\,t^2 - \frac{14\,t}{3} - 1 \quad -\frac{t\,(64\,t^3 - 144\,t^2 + 116\,t - 33)}{3}\right)$$



Funciones internas

```
Document preparado por I. Parada, 17 de abril de 2024
```