PREPARACIÓN BÁSICA

EXAMEN DE INGRESO A LA EDUCACIÓM SUPERIOR

VERSIÓN: A - 2021

CAMILO GONZÁLEZ DELGADO

PREPARACIÓN BÁSICA

EXAMEN DE INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Camilo González Delgado

PRÓLOGO

El presente texto pretende recopilar, organizar y presentar de la forma más simple los elementos básicos de la teoría matemática. Dichos elementos constituyen la base del examen de ingreso a la educación superior. El objetivo es resumir el contenido facilitando el uso de dichas herramientas, para resolver los ejercicios a los que se deben enfrentar los alumnos. Este texto puede considerarse como un resumen y solo eso, debido a que no explicamos muchos aspectos, al contrario, solo mostramos lo que el estudiante debería saber. La idea es facilitarle el proceso de resumir el contenido por el mismo, lo que traería complicaciones, por no ser un especialista en la asignatura.

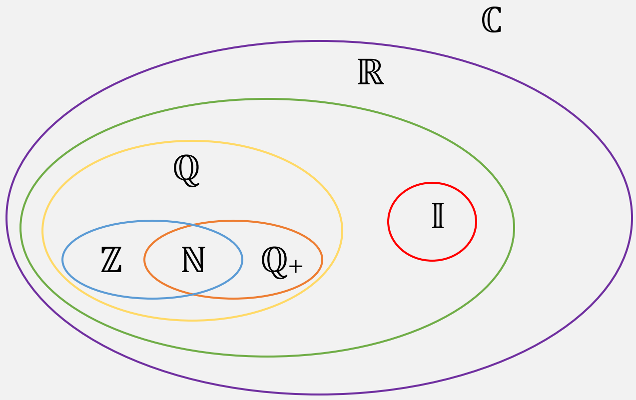
Un texto muy bien elaborado que cuenta con todo lo que el alumno necesitara para enfrentarse al examen de ingreso. Una consulta bibliográfica inmediata que garantiza efectividad total.

Importante: se debe tener presente que este no es un texto definitivo, se modificaran en función de los errores que se detecten, además se le añadirán elementos que los estudiantes necesiten. Solo debes fijarte en la portada y verificar (A-2019) la versión y el año del documento. Para más información envié un correo a camilo.kdt09@gmail.com y se le enviara el documento más actualizado.

Índice

TEORÍA DE CONJUNTOS

Dominios numéricos



$\mathbb{N} \to 0\,;1\,;\,2\,;\,3\ldots$

$\mathbb{Z} \to \ldots -2\,;-1\,;0\,;1\,;\,2\,;\,3\ldots$

$\mathbb{Q}_{+} \to 0\,;6\,;1{,}5\,;3{,}\overline{6}\,;\,\frac{7}{2}$

$\mathbb{Q} \to 0\,;4\,;\,-3\,;1{,}5\,;\,-3{,}25\ \ ;0{,}\overline{6}\,;-1{,}\overline{3}\,;\,\frac{1}{5}\,;\,-\frac{9}{4}$

$\mathbb{I} \ \to \ \ 1{,}345\ldots;\ \sqrt{2}\,;\,\sqrt[3]{5}\,;\,\pi\,;-\sqrt{3}$

$\mathbb{R} \to \ \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

$\mathbb{C} \to \ \ 5+3i\,;\ \ 4i\ \ ;-7$

Operaciones con conjuntos

Operación	Símbolo	Descripción
Intersección	$\cap$	Tiene los elementos comunes de ambos conjuntos.
Unión	$\cup$	Tiene todos los elementos de ambos conjuntos.
Diferencia	$\setminus$	Tiene los elementos del 1ro que no están en el 2do conjunto.
Complemento	A^c	Tiene los elementos que le faltan al conjunto para completar Universo.

Forma tabular

Dados los conjuntos:

$A = \{a\,;b\,;c\,;d\}\ ,\ B = \{n\,;a\,;h\,;d\}$

Entonces:

$A \cap B = \{a\,;d\}$

$A \cup B = \{a\,;b\,;c\,;d\,;n\,;h\}$

$A \setminus B = \{b\,;c\}$

$B \setminus A = \{n\,;h\}$

$A^c = \{e\,;f\ ;g;\ldots\, el\ resto\ del\ abecedario\}$

Entonces en notación constructiva

$A \cap B = \{x \in \mathbb{R}: 1 \le x < 2\}$

$A \cup B = \{x \in \mathbb{R}: x \le 9\}$

$A \setminus B = \{x \in \mathbb{R}: 2 \le x \le 9\}$

$B \setminus A = \{x \in \mathbb{R}: x < 1\}$

$A^c = \{x \in \mathbb{R}: x < 1; x > 9\,\}$

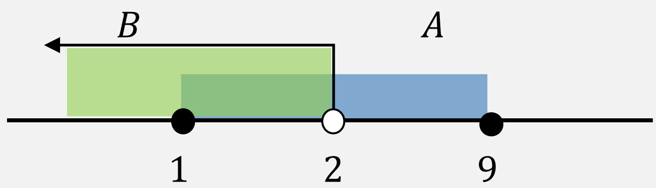
$B^c = \{x \in \mathbb{R}: x \ge 2\,\}$

Forma de intervalo o constructiva

Dados los conjuntos:

$A = \{x \in \mathbb{R}: 1 \le x \le 9\}\ ,\ B = (-\infty;2)$

Representación gráfica:



Entonces en notación de intervalo

$A \cap B = [1;2)$

$A \cup B = (-\infty;9]$

$A \setminus B = [2;9]$

$B \setminus A = (-\infty;1)$

$A^c = (-\infty;1) \cup (9;+\infty)$

$B^c = [2;+\infty)$

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Dominios de expresiones algebraicas

Expresiones con limitaciones en su dominio		Condición para la que está definida
Radical de índice par	$\sqrt[n]{x}$	$x \geq 0$
Logaritmo	$log_a x$	$x > 0\,; a > 0\,; a \neq 1$
Fracción algebraica	$\frac{k}{x}$	$x \neq 0$

Ejemplo

Dominio de la expresión:

$$F(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{log_3(x-1)}$$

A. Se determina el domino de cada expresión por separado

1. Raíz de índice par $\sqrt{x+3}$

Condición: $x + 3 \geq 0$ se resuelve una inecuación lineal que conduce al resultado $x \geq -3$.

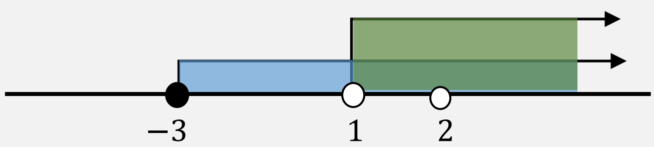
2. Logaritmo $log_3(x-1)$

Condición: $x - 1 > 0$ se resuelve una inecuación lineal que conduce al resultado $x > 1$.

3. Fracción algebraica $\frac{\sqrt{x+3}}{log_3(x-1)}$

Condición: $log_3(x-1) \neq 0$ se iguala a cero y se resuelve una ecuación lineal que conduce al resultado $x \neq 2$.

B. Se representan todas las condiciones en una recta numérica.



C. Se determina el conjunto intersección como dominio

$$Dom\ F = \{x \in \mathbb{R}: x > 1; x \neq 2\}$$

Fracciones algebraicas

Es una fracción en cuyo denominador aparece al menos una variable.

Ejemplos que son fracciones algebraicas:

$\frac{3}{x}$; $\frac{x-6}{x+2}$; $\frac{5x}{x^2-3x}$

Ejemplos que no son fracciones algebraicas:

$\frac{3}{7}$; $\frac{x}{2}$; $\frac{x-6}{5}$

Valores que anulan una FA

Son los $CN \neq CD$ los valores que hacen $\frac{0}{D}$ con $D \neq 0$

Valores que indefinen una FA

Son los $CD \neq CN$ los valores que hacen $\frac{N}{0}$ indefinida

Valores para los cuales está definida o dominio de una FA

Son los $\{x \in \mathbb{R}: x \neq CD\}$

Valores que indeterminan una FA

Son los $CN = CD$ los valores que hacen $\frac{0}{0}$ indeterminada

TRABAJO CON VARIABLE

Productos notables

Termino por binomio

$x(x+a) = x^2 + xa$

Binomio por binomio

$(x+b)(x+a) = x^2 + (a+b)x + ab$

Binomio por conjugado

$(x-a)(x+a) = x^2 - a^2$

Binomio al cuadrado

$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

Binomio por un trinomio

$$(x+a)(x^2+bx+c)$$

$$x^3 + bx^2 + cx + ax^2 + abx + ac$$

Factorización

Factor común

$x^2 + xa = x(x+a)$

Diferencia de cuadrados perfectos

$x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$

Trinomio $mx^2 + px + q$

$$\begin{array}{lll} mx^2 + px + q & & \\ ax & & c \\ bx & & d \\ \hline bcx & + & adx = px \end{array}$$

$ax \cdot bx = mx^2$

$c \cdot d = q$

Polinomios de grado 3 o mayores

$x^3 + 4x^2 + x - 6$

Divisores de -6

$\pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3;\ \pm 6$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 4 & 1 & -6 \\ 1 & & 1 & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

$(1x^2 + 5x + 6)(x-1)$

$$\begin{array}{ll} 1x^2 + 5x + 6 & \\ 1x & 3 \\ 1x & 2 \\ \hline \end{array}$$

$(x+3)(x+2)(x-1)$

RADICALES

Multiplicación y división

Condición: índices iguales

$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$

Multiplicación y división

Condición: índices distintos

$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[m]{y} = \sqrt[k \cdot n]{x^k} \cdot \sqrt[s \cdot m]{y^s} = \sqrt[h]{x^k} \cdot \sqrt[h]{y^s} = \sqrt[n]{x^k \cdot y^s}$

Teniendo en cuanta que $k \cdot n = h$ y $s \cdot m = h$

Adición y sustracción

Condición: radicales semejantes

$a\sqrt[n]{x} + b\sqrt[n]{x} = (a+b)\sqrt[n]{x}$

Racionalización

Caso 1. Término

$$\frac{k}{\sqrt[n]{x}}$$

$$\frac{k}{\sqrt[n]{x}} \cdot \frac{\sqrt[n]{x^s}}{\sqrt[n]{x^s}} = \frac{k \cdot \sqrt[n]{x^s}}{\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{x^s}} = \frac{k\sqrt[n]{x^s}}{\sqrt[n]{x^n}} = \frac{k\sqrt[n]{x^s}}{x}$$

$$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{x^s} = \sqrt[n]{x \cdot x^s} = \sqrt[n]{x^n} = x$$

Caso 2. Binomio

$$\frac{k}{a + \sqrt{x}}$$

$$\frac{k}{a+\sqrt{x}} \cdot \frac{a-\sqrt{x}}{a-\sqrt{x}} = \frac{k(a-\sqrt{x})}{a^2 - \sqrt{x}^2}$$

LOGARÍTMOS, POTENCIAS Y RADICALES

Propiedades de los logaritmos

$log_a a = 1$

$log_a 1 = 0$

$a^{log_a b} = b$

$x log_a b = log_a b^x$

$x log_a b = log_{\frac{1}{a^x}} b$

$log_a x + log_a y = log_a xy$

$log_a x - log_a y = log_a \frac{x}{y}$

$log_a b = \frac{log_n b}{log_n a}$

$log_a b \cdot log_n a = log_n b$

Propiedades de las potencias

$a^0 = 1$

$a^1 = a$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

$a^x : a^y = a^{x-y}$

$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$

$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$a^{-x} = \frac{1}{a^x}$

$a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$

Propiedades de los radicales

$\sqrt[y]{a^x} = a^{\frac{x}{y}}$

$\sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[x]{b} = \sqrt[x]{a \cdot b}$

$\sqrt[x]{a} : \sqrt[x]{b} = \sqrt[x]{a : b}$

$\sqrt[x]{\sqrt[y]{a}} = \sqrt[x \cdot y]{a}$

Definición

$log_a b = c \quad ssi \quad a^c = b$

con la condición $b > 0 \,; a > 0 \,; a \neq 1$

Cálculos logarítmicos por la definición

Calcule $log_5 25$

$log_5 25 = x \rightarrow 5^x = 25$

$5^x = 5^2$

$x = 2$

$log_5 25 = 2$

Calcule $log_2 \frac{1}{8}$

$log_2 \frac{1}{8} = x \rightarrow 2^x = \frac{1}{8}$

$2^x = 8^{-1}$

$2^x = (2^3)^{-1}$

$2^x = 2^{-3}$

$x = -3$

$log_2 \frac{1}{8} = -3$

Calcule $log_7 \sqrt[5]{49}$

$log_7 \sqrt[5]{49} = x \rightarrow 7^x = \sqrt[5]{49}$

$7^x = 49^{\frac{1}{5}}$

$7^x = (7^2)^{\frac{1}{5}}$

$7^x = 7^{\frac{2}{5}}$

$x = \frac{2}{5}$

$log_7 \sqrt[5]{49} = \frac{2}{5}$

FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL

F. LINEAL

EXPRESIÓN ANALÍTICA

$f(x) = mx + n$

m: *pendiente de la recta*

n: *intersecto con el eje "y"*

QNRG

Dos puntos(pueden ser los interceptos con los ejes coordenados)

INTERCEPTO CON "x"

Se iguala la función a cero

$y = 0 \;\rightarrow (x; 0)$

$0 = mx + n$ se resuelve la ecuación

INTERCEPTO CON "y"

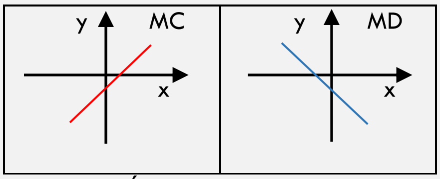
Se evalúa la función en cero

$x = 0 \;\rightarrow (0; y)$

$f(0) = m(0) + n$

se determina el valor de y

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



MONOTONÍA

$m > 0$ *es MC*

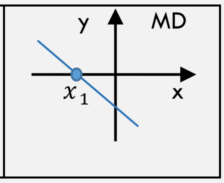
$m < 0$ *es MD*

SIGNO

Depende del cero de la función

$(+) \rightarrow (-\infty; x_1)$

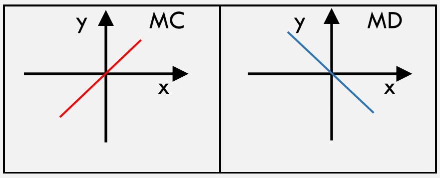
$(-) \rightarrow (x_1; +\infty)$



PARIDAD

La función solo será impar cuando:

$f(x) = mx\,; \quad n = 0$



INYECTIVIDAD

Si es inyectiva

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

Si es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = x \in \mathbb{R}$

$Im\ f = y \in \mathbb{R}$

F. CUADRÁTICA-1

EXPRESIÓN ANALÍTICA-1

$f(x) = ax^2 + bx + c$

QNRG

$V(x_v; y_v)$

$x_v = \frac{-b}{2a} \;\; ; \; y_v = f(x_v)$

Hacia donde abre la función

Hacia arriba $\rightarrow \;+ax^2$

Hacia abajo $\rightarrow \;-ax^2$

INTERCEPTO CON "x"

Se iguala la función a cero

$y = 0 \;\rightarrow (x; 0)$

$0 = ax^2 + bx + c$ se resuelve la ecuación

INTERCEPTO CON "y"

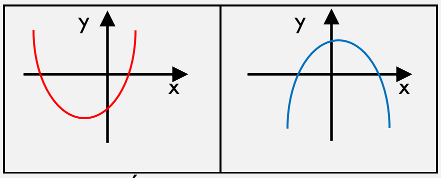
Se evalúa la función en cero

$x = 0 \;\rightarrow (0; y)$

$f(0) = a(0)^2 + b(0) + c$

se determina el valor de y

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

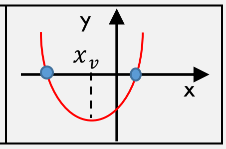


MONOTONÍA

Depende de la x_v

$MD \;\; (-\infty; x_v)$

$MC \;\; (x_v; +\infty)$



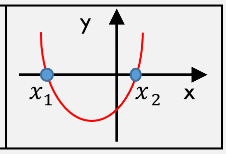
SIGNO

Depende del cero de la función

$(+) \;\; (-\infty; x_1)$

$(-) \;\; (x_1; x_2)$

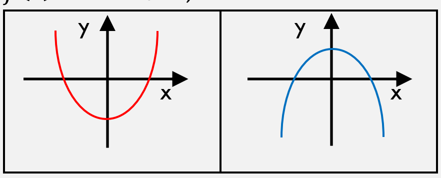
$(+) \;\; (x_2; +\infty)$



PARIDAD

La función solo será par cuando:

$f(x) = ax^2 + c\,; \quad b = 0$



INYECTIVIDAD

No es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

No es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = x \in \mathbb{R}$

$Im\ f = \{y \in \mathbb{R}: y \geq y_v\}$ **abre arriba**

$Im\ f = \{y \in \mathbb{R}: y \leq y_v\}$ **abre abajo**

F. CUADRÁTICA-2

EXPRESIÓN ANALÍTICA-2

$f(x) = (x + d)^2 + e$

QNRG

$V(-d; e)$

Hacia donde abre la función

Hacia arriba $\rightarrow \;+(x + d)^2$

Hacia abajo $\rightarrow \;-(x + d)^2$

INTERCEPTO CON "x"

Se iguala la función a cero

$y = 0 \;\rightarrow (x; 0)$

$0 = (x + d)^2 + e$ se resuelve la ecuación

INTERCEPTO CON "y"

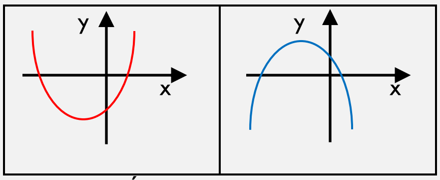
Se evalúa la función en cero

$x = 0 \;\rightarrow (0; y)$

$f(0) = ((0) + d)^2 + e$

se determina el valor de y

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

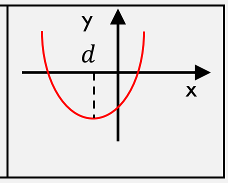


MONOTONÍA

Depende de la d

$MD \;\; (-\infty; d)$

$MC \;\; (d; +\infty)$



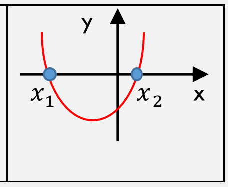
SIGNO

Depende del cero de la función

$(+) \;\; (-\infty; x_1)$

$(-) \;\; (x_1; x_2)$

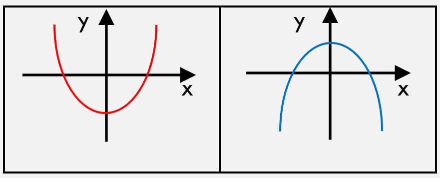
$(+) \;\; (x_2; +\infty)$



PARIDAD

La función solo será par cuando:

$f(x) = x^2 + e\,; \quad d = 0$



INYECTIVIDAD

No es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

No es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = x \in \mathbb{R}$

$Im\ f = \{y \in \mathbb{R}: y \geq y_v\}$ **abre arriba**

$Im\ f = \{y \in \mathbb{R}: y \leq y_v\}$ **abre abajo**

FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL

F. CÚBICA

EXPRESIÓN ANALÍTICA

$f(x) = (x+d)^3 + e$

QNRG

$P(-d; e)$

Monotonía

INTERCEPTO CON "x"

Se iguala la función a cero

$y = 0 \ \rightarrow (x; 0)$

$0 = (x+d)^3 + e$ se resuelve la ecuación

INTERCEPTO CON "y"

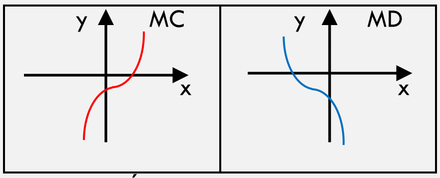
Se evalúa la función en cero

$x = 0 \ \rightarrow (0; y)$

$f(0) = ((0)+d)^3 + e$

se determina el valor de y

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



MONOTONÍA

MC $\rightarrow \ +(x+d)^3$

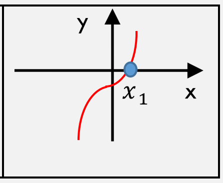
MD $\rightarrow \ -(x+d)^3$

SIGNO

Depende del cero de la función

$(-) \rightarrow (-\infty; x_1)$

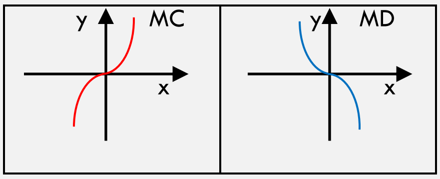
$(+) \rightarrow (x_1; +\infty)$



PARIDAD

La función solo será impar cuando:

$f(x) = ax^3 \ ; \quad d = 0 \ ; e = 0$



INYECTIVIDAD

Si es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

Si es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom \ f = x \in \mathbb{R}$

$Im \ f = y \in \mathbb{R}$

F. MODULAR

EXPRESIÓN ANALÍTICA

$f(x) = |x+d| + e$

QNRG

$V(-d; e)$

Hacia donde abre la función

Hacia arriba $\rightarrow \ +|x+d|$

Hacia abajo $\rightarrow \ -|x+d|$

INTERCEPTO CON "x"

Se iguala la función a cero

$y = 0 \ \rightarrow (x; 0)$

$0 = |x+d| + e$ se resuelve la ecuación

INTERCEPTO CON "y"

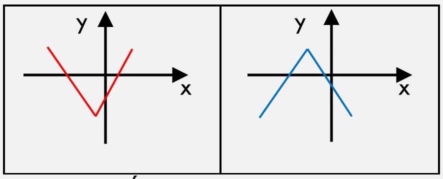
Se evalúa la función en cero

$x = 0 \ \rightarrow (0; y)$

$f(0) = |(0)+d| + e$

se determina el valor de y

REPRESENTACIÓN GRÁFICA

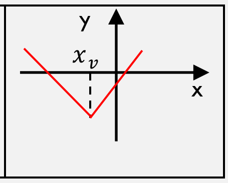


MONOTONÍA

Depende de la x_v

$MD \ \ (-\infty; x_v)$

$MC \ \ (x_v; +\infty)$



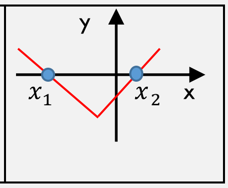
SIGNO

Depende del cero de la función

$(+) \ \ (-\infty; x_1)$

$(-) \ \ (x_1; x_2)$

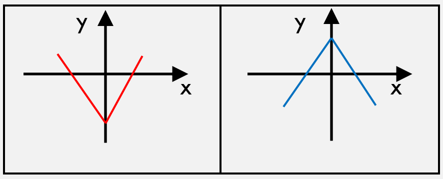
$(+) \ \ (x_2; +\infty)$



PARIDAD

La función solo será par cuando:

$f(x) = |x| + e \ ; \quad d = 0$



INYECTIVIDAD

No es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

No es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom \ f = x \in \mathbb{R}$

$Im \ f = \{y \in \mathbb{R}: y \geq y_v\}$ **abre arriba**

$Im \ f = \{y \in \mathbb{R}: y \leq y_v\}$ **abre abajo**

F. FRACCIONARIA

EXPRESIÓN ANALÍTICA-2

$f(x) = \dfrac{k}{x+d} + e$

QNRG

Asíntotas

AV $\rightarrow \ \ x = -d$

AH $\rightarrow \ \ y = e$

Monotonía

INTERCEPTO CON "x"

Se iguala la función a cero

$y = 0 \ \rightarrow (x; 0)$

$0 = \frac{k}{x+d} + e$ se resuelve la ecuación

INTERCEPTO CON "y"

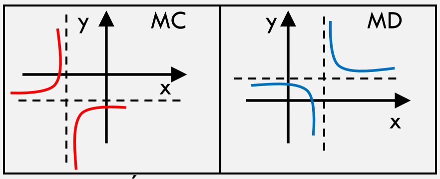
Se evalúa la función en cero

$x = 0 \ \rightarrow (0; y)$

$f(0) = \frac{k}{(0)+d} + e$

se determina el valor de y

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



MONOTONÍA

MD $\rightarrow \ +\frac{k}{x+d}$

MC $\rightarrow \ -\frac{k}{x+d}$

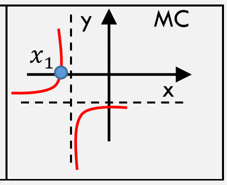
SIGNO

Depende del cero de la función y de la asíntota vertical

$(-) \ \ (-\infty; x_1)$

$(+) \ \ (x_1; AV)$

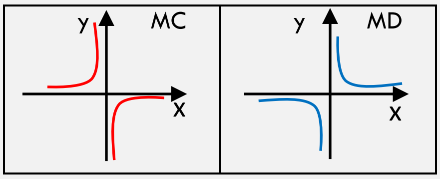
$(-) \ \ (AV; +\infty)$



PARIDAD

La función solo será impar cuando:

$f(x) = \dfrac{k}{x} \ ; \quad d = 0 \ ; \ e = 0$



INYECTIVIDAD

Si es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

Si es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom \ f = \{x \in \mathbb{R}: x \neq AV\}$

$Im \ f = \{y \in \mathbb{R}: y \neq AH\}$

FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL

F. RAÍZ CUADRADA

EXPRESIÓN ANALÍTICA

$f(x) = \sqrt{x+d} + e$

QNRG

$P(-d; e)$

Monotonía

MC → $+\sqrt{x+d}$

MD → $-\sqrt{x+d}$

INTERCEPTO CON "x"

Se iguala la función a cero

$y = 0 \ \rightarrow (x; 0)$

$0 = \sqrt{x+d} + e$ se resuelve la ecuación

INTERCEPTO CON "y"

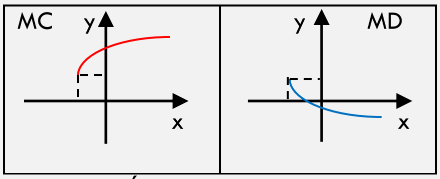
Se evalúa la función en cero

$x = 0 \ \rightarrow (0; y)$

$f(0) = \sqrt{(0)+d} + e$

se determina el valor de y

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



MONOTONÍA

MC → $+\sqrt{x+d}$

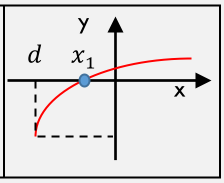
MD → $-\sqrt{x+d}$

SIGNO

Depende del cero de la función

$(-)\ \ (d; x_1)$

$(+)\ \ (x_1; +\infty)$



PARIDAD

La función no es par ni impar

INYECTIVIDAD

Si es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

Si es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = \{x \in \mathbb{R}: x \geq -d\}$

$Im\ f = \{y \in \mathbb{R}: y \geq e\}$ **cuando es MC**

$Im\ f = \{y \in \mathbb{R}: y \leq e\}$ **cuando es MD**

F. RAÍZ CÚBICA

EXPRESIÓN ANALÍTICA

$f(x) = \sqrt[3]{x+d} + e$

QNRG

$P(-d; e)$

Monotonía

INTERCEPTO CON "x"

Se iguala la función a cero

$y = 0 \ \rightarrow (x; 0)$

$0 = \sqrt[3]{x+d} + e$ se resuelve la ecuación

INTERCEPTO CON "y"

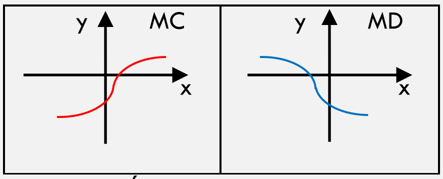
Se evalúa la función en cero

$x = 0 \ \rightarrow (0; y)$

$f(0) = \sqrt[3]{(0)+d} + e$

se determina el valor de y

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



MONOTONÍA

MC → $+\sqrt[3]{x+d}$

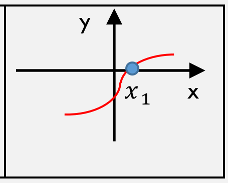
MD → $-\sqrt[3]{x+d}$

SIGNO

Depende del cero de la función

$(-) \rightarrow (-\infty; x_1)$

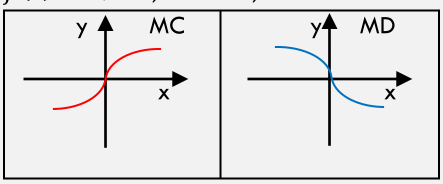
$(+) \rightarrow (x_1; +\infty)$



PARIDAD

La función solo será impar cuando:

$f(x) = \sqrt[3]{x} \ \ ; \ d = 0 \ ; \ e = 0$



INYECTIVIDAD

Si es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

Si es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = x \in \mathbb{R}$

$Im\ f = y \in \mathbb{R}$

F. EXPONENCIAL

EXPRESIÓN ANALÍTICA

$f(x) = a^{x+d} + e$

QNRG

AH → $\ y = e$

$P(-d; e+1)$

INTERCEPTO CON "x"

Se iguala la función a cero

$y = 0 \ \rightarrow (x; 0)$

$0 = a^{x+d} + e$ se resuelve la ecuación

INTERCEPTO CON "y"

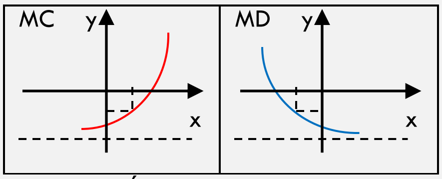
Se evalúa la función en cero

$x = 0 \ \rightarrow (0; y)$

$f(0) = a^{(0)+d} + e$

se determina el valor de y

REPRESENTACIÓN GRÁFICA



MONOTONÍA

MC → $\ a > 1$

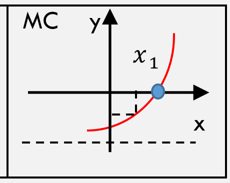
MD → $\ 0 < a < 1$

SIGNO

Depende del cero de la función

$(-) \rightarrow (-\infty; x_1)$

$(+) \rightarrow (x_1; +\infty)$



PARIDAD

La función no es par ni impar

INYECTIVIDAD

Si es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

Si es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = x \in \mathbb{R}$

$Im\ f = \{y \in \mathbb{R}: y > AH\}$

FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL

F. LOGARÍTMICA

EXPRESIÓN ANALÍTICA

$f(x) = \log_a(x+d)+e$

QNRG

AV $\rightarrow \quad x = -d$

$P(-d+1; e)$

INTERCEPTO CON "x"

Se iguala la función a cero

$y = 0 \ \rightarrow (x; 0)$

$0 = \log_a(x+d)+e$ se resuelve la ecuación

INTERCEPTO CON "y"

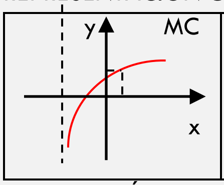
Se evalúa la función en cero

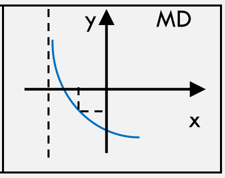
$x = 0 \ \rightarrow (0; y)$

$f(0) = \log_a((0)+d)+e$

se determina el valor de y

REPRESENTACIÓN GRÁFICA





MONOTONÍA

MC $\rightarrow \ a > 1$

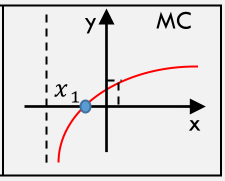
MD $\rightarrow \ 0 < a < 1$

SIGNO

Depende de la AV del cero de la función

$(-) \ (AV; x_1)$

$(+) \ (x_1; +\infty)$



PARIDAD

La función no es par ni impar

INYECTIVIDAD

Si es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

Si es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = \{x \in \mathbb{R}: x > AV\}$

$Im\ f = y \in \mathbb{R}$

F. SENO

EXPRESIÓN ANALÍTICA

$f(x) = ASenBx$

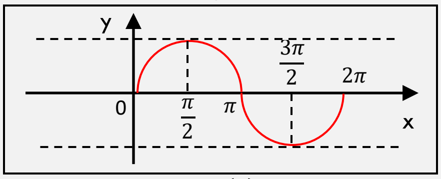
QNRG

Amplitud $\rightarrow \ |A|$

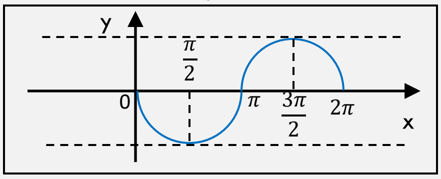
$PP = \frac{2\pi}{B}$

Dividir el PP por 4

REPRESENTACIÓN $f(x) = +ASenBx$



REPRESENTACIÓN $f(x) = -ASenBx$



INTERCEPTO CON "x"

$x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$

INTERCEPTO CON "y"

Tiene 1 intercepto en $y = 0$

VALOR MAXIMO O MINIMO

para $f(x) = +ASenBx$

V. máximo $\rightarrow \ y = A$

Lo alcanza para $\rightarrow \ x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

V. mínimo $\rightarrow \ y = -A$

Lo alcanza para $\rightarrow \ x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

MONOTONÍA

para $f(x) = +ASenBx$

MC $\rightarrow \ \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

MD $\rightarrow \ \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$

MC $\rightarrow \ \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

SIGNO

para $f(x) = +ASenBx$

$(-) \rightarrow \ (0; \pi)$

$(+) \rightarrow \ (\pi; 2\pi)$

PARIDAD

La función es impar

INYECTIVIDAD

No es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

No es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = x \in \mathbb{R}$

$Im\ f = y \in [-A; A]$

F. COSENO

EXPRESIÓN ANALÍTICA

$f(x) = ACosBx$

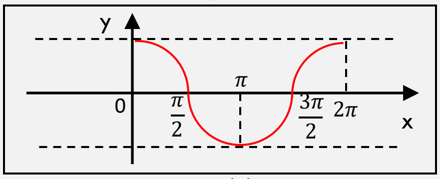
QNRG

Amplitud $\rightarrow \ |A|$

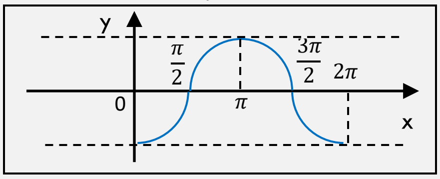
$PP = \frac{2\pi}{B}$

Dividir el PP por 4

REPRESENTACIÓN $f(x) = +ACosBx$



REPRESENTACIÓN $f(x) = -ACosBx$



INTERCEPTO CON "x"

$x = (2k+1)\frac{\pi}{2}; \ k \in \mathbb{Z}$

INTERCEPTO CON "y"

Tiene 1 intercepto en $y = -A$ ó $y = A$

VALOR MAXIMO O MINIMO

para $f(x) = +ACosBx$

V. máximo $\rightarrow \ y = A$

Lo alcanza para $\rightarrow \ x = 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

V. mínimo $\rightarrow \ y = -A$

Lo alcanza para $\rightarrow x = \pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$

MONOTONÍA

para $f(x) = +ACosBx$

MD $\rightarrow \ (0; \pi)$

MC $\rightarrow \ (\pi; 2\pi)$

SIGNO

para $f(x) = +ACosBx$

$(+) \rightarrow \ \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$(-) \rightarrow \ \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$

$(+) \rightarrow \ \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

PARIDAD

La función es par

INYECTIVIDAD

No es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

No es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = x \in \mathbb{R}$

$Im\ f = y \in [-A; A]$

FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL

F. TANGENTE

EXPRESIÓN ANALÍTICA

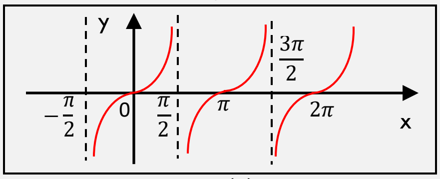
$f(x) = AtanBx$

QNRG

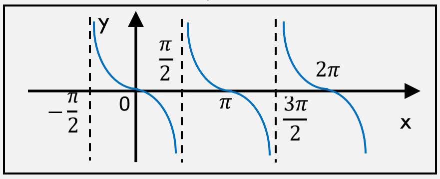
$PP = \frac{\pi}{B}$

Dividir el PP por 2

REPRESENTACIÓN $f(x) = +AtanBx$



REPRESENTACIÓN $f(x) = -AtanBx$



INTERCEPTO CON "x"

$x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$

INTERCEPTO CON "y"

Tiene 1 intercepto en $y = 0$

VALOR MAXIMO O MINIMO

V. máximo → no tiene

V. mínimo → no tiene

MONOTONÍA

para $f(x) = +AtanBx$

MC → en todo su dominio

para $f(x) = -AtanBx$

MD → en todo su dominio

SIGNO

para $f(x) = +AtanBx$

$(+) \rightarrow \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$(-) \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

$(+) \rightarrow \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

$(-) \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

PARIDAD

La función es impar

INYECTIVIDAD

No es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

No es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = \left\{x \in \mathbb{R}: x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$

$Im\ f = y \in \mathbb{R}$

F. COTANGENTE

EXPRESIÓN ANALÍTICA

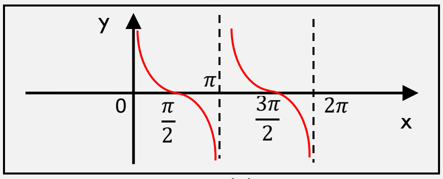
$f(x) = AcotBx$

QNRG

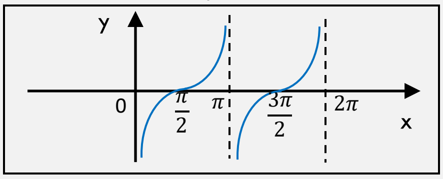
$PP = \frac{\pi}{B}$

Dividir el PP por 2

REPRESENTACIÓN $f(x) = +AcotBx$



REPRESENTACIÓN $f(x) = -AcotBx$



INTERCEPTO CON "x"

$x = (2k+1)\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$

INTERCEPTO CON "y"

No tiene

VALOR MAXIMO O MINIMO

V. máximo → no tiene

V. mínimo → no tiene

MONOTONÍA

para $f(x) = +AcotBx$

MD → en todo su dominio

para $f(x) = -AcotBx$

MC → en todo su dominio

SIGNO

para $f(x) = +AcotBx$

$(+) \rightarrow \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$(-) \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

$(+) \rightarrow \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

$(-) \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

PARIDAD

La función es impar

INYECTIVIDAD

No es inyectiva en todo su dominio

SOBREYECTIVIDAD

Si es sobreyectiva para su imagen

BIYECTIVIDAD

No es biyectiva

DOMINIO E IMAGEN

$Dom\ f = \{x \in \mathbb{R}: x \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$

$Im\ f = y \in \mathbb{R}$

ASPECTOS GENERALES

1- Evaluar un función en un valor k es sustituir la variable "x" por k

Ejemplo:

Evalué la función $f(x) = 3x + 4$ en 5

Respuesta:

$f(5) = 3(5) + 4 = 19$

2- Igualar una función a cero es sustituir "y" por cero.

Ejemplo:

Iguale la función $f(x) = 2x - 10$ a cero

Respuesta:

$f(x) = 0$ entonces $0 = 2x - 10$ se despeja la variable "x", obteniendo $x = 5$

3- Cuando dos funciones se intersecan entonces ambas funciones pueden igualarse para determinar los puntos de intersección.

Ejemplo:

La función $f(x) = x - 3$ y la función $g(x) = x^2 + 6x + 3$ se intersecan, entonces $f(x) = g(x)$, es decir $x - 3 = x^2 + 6x + 3$ se resuelve la ecuación y las soluciones representan las abscisas de los puntos.

4- Función inversa

Determine la inversa de la función $f(x) = x + 5$

- ✓ Se prueba que es biyectiva (inyectiva y sobreyectiva)
- ✓ Se cambia $f(x) = y$
- ✓ Se despeja la variable "x"
- ✓ Se realiza el cambio de "x" por "y^{-1}"; "y" por "x"

Ejemplo:

$$f(x) = x + 5$$
$$y = x + 5$$
$$y - 5 = x$$
$$x - 5 = y^{-1}$$

Entonces la función inversa es:

$$y^{-1} = x - 5$$
$$f^{-1}(x) = x - 5$$

ECUACIONES

ECUACIÓN LINEAL

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Agrupar términos con variable en un miembro y los independientes en el otro.
3. Agrupar y reducir términos semejantes.
4. Despejar la variable.
5. Expresar el conjunto solución.

$$2(x-5)-4x=-8x+3(2+x)$$
$$2x-10-4x=-8x+6+3x$$
$$2x-4x+8x-3x=6+10$$
$$3x=16$$
$$x=\frac{16}{3}$$

No es obligatorio comprobar

$$S=\left\{\frac{16}{3}\right\}$$

ECUACIÓN CUADRÁTICA

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Igualar a cero.
3. Obtener la estructura $ax^2+bx+c=0$.
4. Factorizar el polinomio.
5. Expresar el conjunto solución.

$$x(2x-3)-2=(x-2)(x+2)$$
$$2x^2-3x-2=x^2-4$$
$$2x^2-3x-2-x^2+4=0$$
$$x^2-3x+2=0$$
$$(x-2)(x-1)=0$$
$$x-2=0 \quad \text{ó} \quad x-1=0$$
$$x=2 \qquad\qquad x=1$$

No es obligatorio comprobar

$$S=\{2;1\}$$

ECUACIÓN CÚBICA

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Igualar a cero.
3. Obtener la estructura $ax^3+bx^2+cx+d=0$.
4. Factorizar el polinomio.
5. Expresar el conjunto solución.

$$x^2(x-3)=2(5x-12)$$
$$x^3-3x^2=10x-24$$
$$x^3-3x^2-10x+24=0$$
$$(x+3)(x-2)(x-4)=0$$
$$x+3=0 \quad \text{ó} \quad x-2=0 \quad \text{ó} \quad x-4=0$$
$$x=-3 \qquad\qquad x=2 \qquad\qquad x=4$$

No es obligatorio comprobar

$$S=\{-3;2;4\}$$

ECUACIÓN MODULAR

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Aislar el módulo.
3. Aplicar definición de módulo.
4. Resolver la ecuación que se origina.
5. Comprobar.
6. Expresar el conjunto solución.

$$|x+4|-5=-2$$
$$|x+4|=-2+5$$
$$|x+4|=3$$

$(+)$

$$+(x+4)=3$$
$$x+4=3$$
$$x=3-4$$
$$x=-1$$

$(-)$

$$-(x+4)=3$$
$$-x-4=3$$
$$-x=3+4$$
$$-x=7$$
$$x=-7$$

Comprobar

$$S=\{-1;-7\}$$

ECUACIONES

ECUACIÓN FRACCIONARIA

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Factorizar todos los denominadores.
3. Determinar el MCD.
4. Multiplicar toda la ecuación por el MCD.
5. Resolver la ecuación que se origine.
6. Comprobar.
7. Expresar el conjunto solución.

$$\frac{9}{x-2}+\frac{4}{x+5}=\frac{2}{x^2+3x-10}$$

$$\frac{9}{x-2}+\frac{4}{x+5}=\frac{2}{(x-2)(x+5)} \quad /\cdot (x-2)(x+5)$$

Se elimina los denominadores

$$9(x+5)+4(x-2)=2$$

$$9x+45+4x-8=2$$

$$13x=-35$$

$$x=-\frac{35}{13}$$

Comprobar

$$S=\left\{-\frac{35}{13}\right\}$$

ECUACIÓN EXPONENCIAL

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Obtener una potencia en cada miembro con bases iguales.
3. Igualar los exponentes quitando las bases.
4. Resolver la ecuación que se origina.
5. Comprobar, si existen expresiones con limitaciones.
6. Expresar el conjunto solución.

$$7^{x+2}\cdot 49^x=\frac{1}{7^{x-5}}$$

$$7^{x+2}\cdot (7^2)^x=(7^{x-5})^{-1}$$

$$7^{x+2}\cdot 7^{2x}=7^{-x+5}$$

$$7^{x+2+2x}=7^{-x+5}$$

$$7^{3x+2}=7^{-x+5}$$

$$3x+2=-x+5$$

$$4x=3$$

$$x=\frac{3}{4}$$

Comprobar solo si existen expresiones con limitaciones (fracciones, logaritmos, radicales…)

$$S=\left\{\frac{3}{4}\right\}$$

ECUACIÓN LOGARÍTMICA

Vía-1. Definición

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Obtener un logaritmo en cada miembro con bases iguales.
3. Igualar los argumentos quitando los logaritmos.
4. Resolver la ecuación que se origina.
5. Comprobar.
6. Expresar el conjunto solución.

$$\log_3(x-1)+\log_3 5=2$$

$$\log_3(x-1)\cdot 5=2$$

$$\log_3(5x-5)=2$$

$$3^2=5x-5$$

$$9=5x-5$$

$$9+5=5x$$

$$14=5x$$

$$\frac{14}{5}=x$$

Comprobar siempre

$$S=\left\{\frac{14}{5}\right\}$$

Vía-2. Igualación

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Igualar a cero.
2. Obtener un logaritmo aplicando propiedades.
3. Aplicar definición de logaritmos.
4. Resolver la ecuación que se origina.
5. Comprobar.
6. Expresar el conjunto solución.

$$\log_3(x-1)+\log_3 5=2$$

$$\log_3(x-1)\cdot 5=2\log_3 3$$

$$\log_3(5x-5)=\log_3 3^2$$

$$5x-5=9$$

$$\frac{14}{5}=x$$

Comprobar siempre

$$S=\left\{\frac{14}{5}\right\}$$

ECUACIONES

ECUACIÓN TRIGONOMÉTRICA

1. Obtener la misma razón trigonométrica.
2. Despejar la razón trigonométrica.
3. Determinar el ángulo auxiliar (AA).
4. Determinar el signo de la razón trigonométrica.
5. Aplicar la fórmula de reducción por cuadrantes.
6. Determinar las soluciones de la primera vuelta.
7. Determinar las soluciones generales.

$$2senx + 1 = 0$$
$$2senx = -1$$
$$senx = -\frac{1}{2}$$

$AA \rightarrow 30°$

$signo(seno) \rightarrow (-)$

Fórmulas de reducción

$\text{III} \rightarrow 180° + 30° = 210°$

$\text{IV} \rightarrow 360° - 30° = 330°$

$$x_1 = 210° \quad x_1 = \frac{7\pi}{6}$$
$$x_2 = 330° \quad x_2 = \frac{11\pi}{6}$$

$$S = \{210° + 360°k; 330° + 360°k; k \in \mathbb{Z}\}$$
$$S = \left\{\frac{7\pi}{6} + 2\pi k; \frac{11\pi}{6} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}\right\}$$

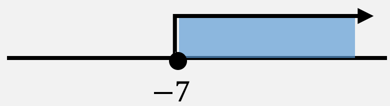
INECUACIONES

INECUACIÓN LINEAL

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Agrupar términos con variable en un miembro y los independientes en el otro.
3. Agrupar y reducir términos semejantes.
4. Analizar el signo del coeficiente de la variable.
   - Si $-ax = 0$ se multiplica la ecuación por (-1) y se cambia el sentido de la desigualdad.
   - Si $+ax = 0$ se mantiene el sentido de la desigualdad.
5. Despejar la variable.
6. Graficar en una recta numérica.
7. Expresar el conjunto solución.

$$2(x-3) - 5 \leq 4x + 8$$
$$2x - 6 - 5 \leq 4x + 8$$
$$2x - 4x \leq 8 + 6$$
$$-2x \leq 14$$
$$-2x \leq 14 \quad /\cdot(-1)$$
$$2x \geq -14$$
$$x \geq \frac{-14}{2}$$
$$x \geq -7$$

Representación gráfica



Conjunto solución

$S = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -7\}$

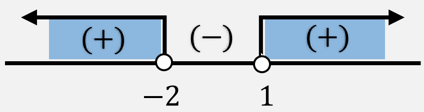
INECUACIONES

INECUACIÓN CUADRÁTICA

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Comparar con cero.
3. Igualar a cero.
4. Determinar los ceros de la ecuación.
5. Ubicar los ceros en una recta numérica.
6. Delimitar los intervalos.
7. Identificar el signo por intervalos.
8. Determinar los intervalos de la solución.
9. Expresar el conjunto solución.

$$2(2x-1)+2x^2 > x(x+3)$$
$$4x-2+2x^2 > x^2+3x$$
$$4x-2+2x^2-x^2-3x > 0$$
$$x^2+x-2 > 0$$
$$x^2+x-2 = 0$$
$$(x+2)(x-1) = 0$$
$$x+2=0 \quad ó \quad x-1=0$$
$$x=-2 \qquad\qquad x=1$$

Representación gráfica



Conjunto solución

$S=\{x\in\mathbb{R}: x<-2; x>1\}$

INECUACIÓN FRACCIONARIA

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Comparar con cero.
3. Determinar los ceros del numerador y del denominador.
5. Ubicar los ceros en una recta numérica.
6. Delimitar los intervalos.
7. Identificar el signo por intervalos.
8. Determinar los intervalos de la solución.
9. Expresar el conjunto solución.

$\frac{x^2-25}{x^2-4x-5} \leq 0$

Ceros del numerador

$x^2-25=0$

$(x-5)(x+5)=0$

$x-5=0 \ ó \ x+5=0$

$x=5 \ ó \qquad x=-5$

Ceros del denominador

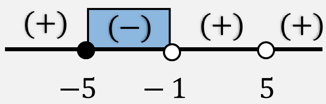
$x^2-4x-5=0$

$(x-5)(x+1)=0$

$x-5=0 \ ó \ x+1=0$

$x=5 \qquad x=-1$

Representación grafica



Conjunto solución

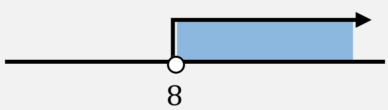
$S=\{x\in\mathbb{R}: -5\leq x<-1\}$

INECUACIÓN EXPONENCIAL

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Obtener una potencia en cada miembro con bases iguales.
3. comparar los exponentes quitando las bases.
- Si $a>1$ se mantiene el sentido de la desigualdad.
- Si $0<a<1$ se cambia el sentido de la desigualdad.
4. Resolver la inecuación que se origina.
6. Expresar el conjunto solución.

$$5^{x+2}-25^{x-3}<0$$
$$5^{x+2}<25^{x-3}$$
$$5^{x+2}<(5^2)^{x-3}$$
$$5^{x+2}<5^{2x-6}$$
$$x+2<2x-6$$
$$x-2x<-6-2$$
$$-x<-8 \quad /\cdot(-1)$$
$$x>8$$

Representación gráfica



Conjunto solución

$S=\{x\in\mathbb{R}: x>8\}$

INECUACIONES

INECUACIÓN LOGARÍTMICA

1. Eliminar signos de agrupación.
2. Obtener un logaritmo en cada miembro con bases iguales.
3. Comparar los argumentos quitando las bases.

- Si $a > 1$ se mantiene el sentido de la desigualdad.
- Si $0 < a < 1$ se cambia el sentido de la desigualdad.

4. Resolver la inecuación que se origina.
5. Representar la solución en una recta numérica.
6. Representar el dominio en una recta numérica.
7. Representar la intersección entre la solución y el dominio de la inecuación.
8. Expresar el conjunto solución.

Nota: cuado la ecuacion logaritmica posee más de un logaritmo u otras expresiones con limitaciones entonces el dominio es la interseccion de todas esas condiciones.

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - \log_{\frac{1}{3}} 5 < 0$$

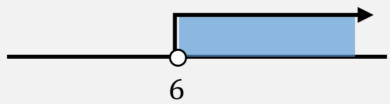
$$\log_{\frac{1}{3}}(x-1) < \log_{\frac{1}{3}} 5$$

$$x - 1 > 5$$

$$x > 5 + 1$$

$$x > 6$$

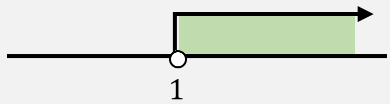
Representación gráfica de la solución



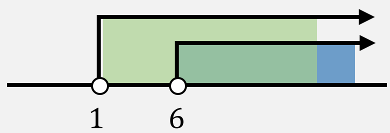
Representación gráfica del dominio de la inecuación

$$x - 1 > 0$$

$$x > 1$$



Representación gráfica de la intersección entre la solución y el dominio.



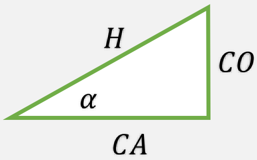
Conjunto solución

$S = \{x \in \mathbb{R} : x > 6\}$

TRIGONOMETRÍA

Razones trigonométricas

$sen\alpha = \frac{CO}{H}$	$cos\alpha = \frac{CA}{H}$	
$tan\alpha = \frac{CO}{CA}$	$cot\alpha = \frac{CA}{CO}$	
$sec\alpha = \frac{H}{CA}$	$csc\alpha = \frac{H}{CO}$	



Ejemplos del cálculo trigonométricos

Calcula sen 60°

$$sen60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Calcula cos 120°

$cos120° \rightarrow 120° \rightarrow \text{II}$

Signo(cos)→ $(-)$

FR: $180° - 120° = 60°$

$$cos120° = -cos60° = -\frac{1}{2}$$

Calcula tan 180°

$$tan180° = 0$$

Calcula cot765°

$cot765° \rightarrow 765° : 360° = \underbrace{2}_{\text{Vueltas}} + \underbrace{45°}_{\sphericalangle \text{ coterminal}}$

$$cot765° = cot45° = 1$$

Cálculo trigonométricos

Para ángulos del primer cuadrante

- ❖ Se utiliza la tabla de los ángulos notables.

Para ángulos del segundo al cuarto cuadrante

- ❖ Se utiliza Formulas de reducción, signos de las razones trigonométricas y tabla de los ángulos notables.

Para ángulos axiales

- ❖ Se utiliza la tabla de los ángulos axiales.

Para ángulos mayores que $360°$

- ❖ Se divide el ángulo por $360°$ el resto es el ángulo coterminal, el cociente representa el número de vueltas.

Para ángulos negativos

- ❖ Se busca el múltiplo entero de mayor que el modulo del ángulo negativo y más cercano a él.
- ❖ Se le resta al múltiplo entero el ángulo negativo, la diferencia es el ángulo coterminal.

Calcula sen$(-1050°)$

$sen(-1050°)$ → múltiplos enteros de $360°$

$\cdot 1$	$\cdot 2$	$\cdot 3$	$\cdot 4$
$360°$	$720°$	$1080°$	$1440°$

$$1080° - 1050° = 30°$$

$$sen(-1050°) = sen30° = \frac{1}{2}$$

TRIGONOMETRÍA

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

A: FÓRMULAS DE LOS RECÍPRICOS

$$senx = \frac{1}{cscx} \qquad cscx = \frac{1}{senx}$$

$$cosx = \frac{1}{secx} \qquad secx = \frac{1}{cosx}$$

$$tanx = \frac{1}{cotx} \qquad cotx = \frac{1}{tanx}$$

B: FÓRMULAS DEL COCIENTE

$$tanx = \frac{senx}{cosx} \qquad tan^2x = \frac{sen^2x}{cos^2x}$$

$$cotx = \frac{cosx}{senx} \qquad cot^2x = \frac{cos^2x}{sen^2x}$$

C: FÓRMULAS PITAGÓRICAS

$$sen^2x + cos^2x = 1$$

$$sen^2x = 1 - cos^2x$$

$$cos^2x = 1 - sen^2x$$

$$sec^2x = tan^2x + 1$$

$$sec^2x = \frac{1}{cos^2x}$$

$$csc^2x = cot^2x + 1$$

$$csc^2x = \frac{1}{sen^2x}$$

D: FÓRMULAS DEL ÁNGULO DUPLO

$$sen2x = 2senx \cdot cosx \qquad tan2x = \frac{2tanx}{1-tan^2x}$$

$$cos2x = cos^2x - sen^2x \qquad cot2x = \frac{cot^2x-1}{2cotx}$$

$$cos2x = 2cos^2x - 1$$

$$cos2x = 1 - 2sen^2x$$

E: FÓRMULAS DE ADICIÓN

$$sen(x \pm y) = senx \cdot cosy \pm seny \cdot cosx$$

$$cos(x \pm y) = cosx \cdot cosy \mp seny \cdot senx$$

$$tan(x \pm y) = \frac{tanx \pm tany}{1 \mp tanx \cdot tany}$$

$$cot(x \pm y) = \frac{cotx \cdot coty \mp 1}{cotx \pm coty}$$

F: ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS

$$sen(90^\circ - x) = cosx$$

$$tan(90^\circ - x) = cotx$$

$$sec(90^\circ - x) = cscx$$

G:ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

$$sen(180^\circ - x) = senx$$

$$cos(180^\circ - x) = -cosx$$

$$tan(180^\circ - x) = -tanx$$

$$cot(180^\circ - x) = -cotx$$

H:ÁNGULOS QUE DIFIEREN EN (90°)

$$sen(90^\circ + x) = cosx$$

$$cos(90^\circ + x) = -senx$$

$$tan(90^\circ + x) = -cotx$$

I:ÁNGULOS QUE DIFIEREN EN (180°)

$$sen(180^\circ + x) = -senx$$

$$cos(180^\circ + x) = -cosx$$

$$tan(180^\circ + x) = tanx$$

$$cot(180^\circ + x) = cotx$$

J:ÁNGULOS OPUESTOS

$$sen(-x) = -senx$$

$$cos(-x) = cosx$$

$$tan(-x) = -tanx$$

$$cot(-x) = -cotx$$

TRIGONOMETRÍA

Tabla de ángulos notables

gra	$30°$	$60°$	$45°$
rad	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1
cot	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1
sec	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	$\sqrt{2}$
csc	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$

Tabla de ángulos axiales

$0°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
0	1	0	-1	0
1	0	-1	0	1
0	$-$	0	$-$	0
$-$	0	$-$	0	$-$
1	$-$	-1	$-$	1
$-$	1	$-$	-1	$-$

Fórmulas de reducción

α: *ángulo del primer cuadrante*

β: *ángulo del segundo al cuarto cuadrante*

I	$\alpha = \alpha$
II	$\alpha = 180° - \beta$
III	$\alpha = \beta - 180°$
IV	$\alpha = 360° - \beta$

Signos de las razones trigonométricas por cuadrantes

	I	**II**	**III**	**IV**
sen	$+$	$+$	$-$	$-$
cos	$+$	$-$	$-$	$+$
tan	$+$	$-$	$+$	$-$
cot	$+$	$-$	$+$	$-$
sec	$+$	$-$	$-$	$+$
csc	$+$	$+$	$-$	$-$

PROBLEMAS

Caso 1	
Lenguaje común	***Lenguaje algebraico***
Cantidad de dinero que tiene Pedro	x
Cantidad de dinero que tiene Juan	y
Entre pedro y juan tienen $ 30.00	$x + y = 30$
El dinero que tiene Pedro representa el doble de lo que tiene Juan	$x = 2y$
El dinero que tiene Pedro es un tercio de lo que tiene Juan	$x = \frac{y}{3}$
La cantidad de dinero que tiene Pedro excede en $15.00 a la cantidad que tiene Juan	$x - 15 = y$ ó $y + 15 = x$ ó $x - y = 15$
La cantidad de dinero que tiene pedro excede en $7.00 al duplo de la cantidad que tiene Juan	$x - 7 = 2y$ ó $2y + 7 = x$ ó $x - 2y = 7$
Pedro tiene $50.00 más que Juan	$x - 50 = y$ ó $y + 50 = x$ ó $x - y = 50$
Pedro tiene $67.00 menos de lo que tiene Juan	$x + 67 = y$ ó $y - 67 = x$ ó $y - x = 15$
Pedro tiene $23.00 más que el triplo de lo que tiene Juan	$x - 23 = 3y$ ó $3y + 23 = x$ ó $x - 3y = 23$
Dentro de dos años la edad que tiene Pedro será el cuádruplo de la que tiene Juan	$x + 2 = 4(y + 2)$
Hace cinco años la edad que tenía Pedro era el triplo de la de Juan	$x - 5 = 3(y - 5)$

Caso 2	
Lenguaje común	***Lenguaje algebraico***
Contenido de un recipiente	x
De un recipiente se extrae el 45% de su contenido	$x - 45\%x$ ó $55\%x$
De un recipiente se saca el 25% de su contenido y se hecha en otro recipiente, para que ambos tengan la misma cantidad	$x - 25\%x = y + 25\%x$
De un recipiente se saca el 20% del agua que contiene, mientras que de otro se saca el 40% del agua que contiene. Entre ambos se sacó 3 litros	$20\%x + 40\%y = 3$
De un recipiente se saca el 25% del agua que contiene, mientras que de otro se saca el 10% del agua que contiene. Entre ambos recipientes quedó 46 litros	$(x - 25\%x) + (y - 10\%y) = 46$ ó $75\%x + 90\%y = 46$
De un recipiente se saca el 75% del agua que contiene, mientras que de otro se saca el 85% del agua que contiene. Entre ambos recipientes se sacó un 40% de la capacidad de ambos recipientes	$75\%x + 85\%y = 40\%(x + y)$
De un recipiente se saca el 15% del agua que contiene, mientras que de otro se saca el 90% del agua que contiene. Entre ambos recipientes quedó un 60% de la capacidad de ambos recipientes	$(x - 15\%x) + (y - 90\%y) = 60\%(x + y)$ ó $85\%x + 10\%y = 60\%(x + y)$

PROBLEMAS

Caso 3	
Lenguaje común	***Lenguaje algebraico***
Un número	x
El doble de un número	$2x$
El triplo de un número	$3x$
El cuádruplo de un número	$4x$
El quíntuplo de un número	$5x$
La mitad de un número/Un medio de un número	$\frac{x}{2}$ ó $\frac{1}{2}x$
La tercera parte de un número/Un tercio de un número	$\frac{x}{3}$ ó $\frac{1}{3}x$
La cuarta parte de un número/Un cuarto de un número	$\frac{x}{4}$ ó $\frac{1}{4}x$
La quinta parte de un número/Un quinto de un número	$\frac{x}{5}$ ó $\frac{1}{5}x$
La razón entre dos números es de tres medios	$\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$
Si al numerador de una facción se le resta cinco y al denominador se le adiciona dos entonces la razón es dos quintos	$\frac{x-5}{y+2}=\frac{2}{5}$
Si a un número se le adiciona 3 y al otro se le resta su cuadrado entonces la razón es de cuatro séptimos	$\frac{x+3}{y-y^2}=\frac{4}{7}$

Pasos para resolver un problema	
Que conducen a sistemas de ecuaciones 1- Datos Declarar las variables del problema 2- Relaciones Obtener las ecuaciones del sistema 3- Ajustar las ecuaciones Obtener la estructura $ax+by=c$ 4- Formar el sistema de ecuaciones $ax+by=c$ $dx+ey=f$ Resolver el sistema de ecuaciones 5- Dar respuesta literal	Que conducen a una ecuación lineal 1- Datos Declarar las variables del problema 2- Relaciones Obtener las ecuaciones del sistema 3- Ajustar las ecuaciones Obtener una ecuación que relacione a todas las variables o a la mayoría. Poner todas las variables en función de una misma variable. Resolver la ecuación lineal que se origine Obtener los valores de las demás variables 4- Dar respuesta literal

GEOMETRÍA DEL PLANO (PLANIMETRÍA)

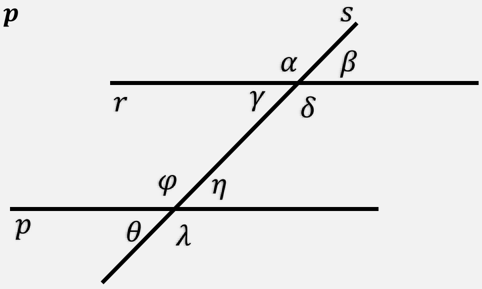
Ángulos formados entre rectas paralelas

Ángulos de igual amplitud

- Opuestos por el vértice $\alpha = \delta\ ; \theta = \eta$
- Alternos $\alpha = \lambda\ \ \gamma = \eta$
- Correspondientes $\alpha\ = \varphi\ ; \theta = \gamma$

Ángulos suplementarios(suman $180°$)

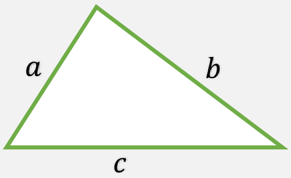
- Adyacentes $\alpha + \beta = 180°\ ; \varphi + \theta = 180°$
- Conjugados $\alpha + \theta = 180°\ ; \delta + \eta = 180°$



Triángulos

Definición

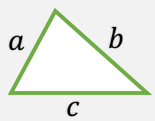
Polígono de tres lados que cumple la condición de que la suma de dos de sus lados es siempre mayor que el tercer lado (desigualdad triangular)



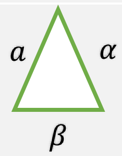
$$a + b > c$$
$$a + c > b$$
$$c + b > a$$

Clasificación de triángulos según sus lados

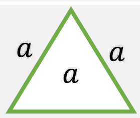
Escaleno
Tres lados desiguales



Isósceles
Dos lados iguales

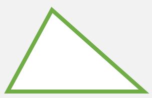


Equilátero
Tres lados iguales

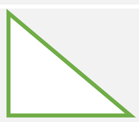


Clasificación de triángulos según sus ángulos

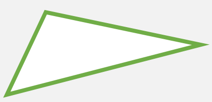
Acutángulo
Tres ángulos agudos



Rectángulo
Un ángulo recto



Obtusángulo
Un ángulo obtuso



Propiedades Generales

1. La suma de sus ángulos interiores es $180°$
2. La suma de dos ángulos interiores es igual a la amplitud del ángulo exterior no adyacente a ellos.
3. A lados iguales se oponen ángulos iguales en un mismo triángulo o en triángulos iguales y viceversa.
4. La paralela media es el segmento que une los puntos medios de dos lados cualesquiera, su longitud es la mitad del lado que no interseca y es paralela a ese lado.

Triángulo rectángulo

5. Tiene un ángulo interior recto $(90°)$
6. La suma de los ángulos interiores no rectos es de $(90°)$

Triángulo isorectángulo

5. Tiene un ángulo interior recto.
6. Tiene los lados adyacentes al ángulo recto iguales.
7. Los ángulos no recto son iguales y miden $(45°)$

Triángulo isósceles

5. Tiene dos lados de igual longitud.
6. Los ángulos que se oponen a los lados iguales son iguales en amplitud.
7. Todas las rectas notables coinciden respecto al lado desigual.

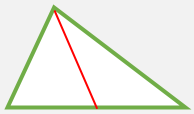
Triángulo equilátero

5. Tiene sus tres lados iguales en amplitud.
6. Tiene sus tres ángulos iguales y miden $(60°)$
7. Todas las rectas notables coinciden respecto a cualquier lado.
8. Todos los puntos notables coinciden.

GEOMETRÍA DEL PLANO (PLANIMETRÍA)

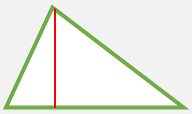
Rectas notables

Mediana
Segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto



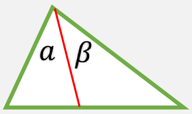
Punto medio

Altura
Segmento que une un vértice con un punto cualquiera del lado opuesto o su prolongación y es perpendicular a ese lado.



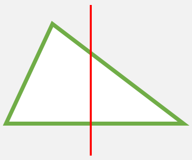
Perpendicular

Bisectriz
Es una semirrecta que une un vértice con un punto cualquiera del lado opuesto y divide al ángulo de dicho vértice en dos iguales.



$\alpha = \beta$

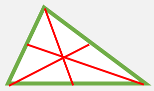
Mediatriz
Es una recta perpendicular a un lado que pasa por el punto medio de ese lado.



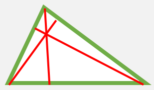
Punto medio
Perpendicular

Puntos notables

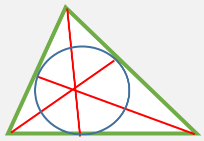
Baricentro
Punto de intersección de las medianas
Punto de equilibrio del triangulo



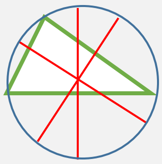
Ortocentro
Punto de intersección de las alturas



Incentro
Punto de intersección de las bisectrices
Centro de la circunferencia inscrita al triángulo



Circuncentro
Punto de intersección de las mediatrices
Centro de la circunferencia circunscrita al triángulo



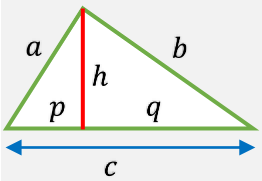
Trigonometría

Grupo de teoremas de Pitágoras (triángulos rectángulos)

Teorema de Pitágoras
$$c^2 = a^2 + b^2$$

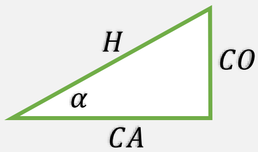
Teorema de la altura
$$h^2 = p \cdot q$$

Teorema de los catetos
$$a^2 = p \cdot c$$
$$b^2 = q \cdot c$$

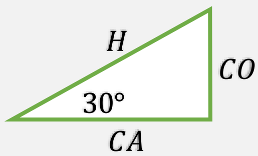


Razones trigonométricas (triángulos rectángulos)

$sen\alpha = \frac{CO}{H}$	$cos\alpha = \frac{CA}{H}$
$tan\alpha = \frac{CO}{CA}$	$cot\alpha = \frac{CA}{CO}$
$sec\alpha = \frac{H}{CA}$	$csc\alpha = \frac{H}{CO}$



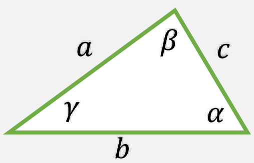
Teorema del ángulo 30°
(triángulos rectángulos)
$$H = 2 \cdot CO$$
$$CA = \sqrt{3} \cdot CO$$



Ley del seno (cualquier triángulo)

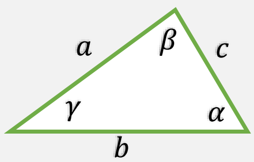
$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{sen\beta} = \frac{c}{sen\gamma} = 2R$$

R: es el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo.



Ley del coseno (cualquier triángulo)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot cos\gamma$$



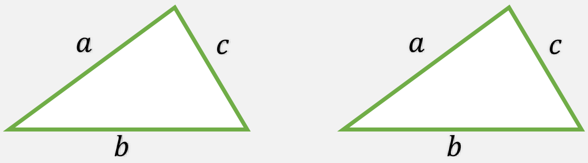
GEOMETRÍA DEL PLANO (PLANIMETRÍA)

Igualdad de triángulos

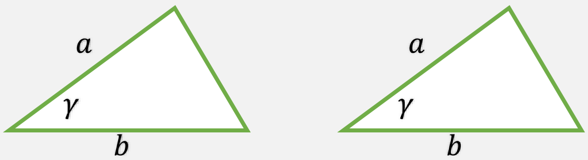
Dos triángulos son iguales si tienen sus tres lados y sus tres ángulos respectivamente iguales.

Criterios de igualdad

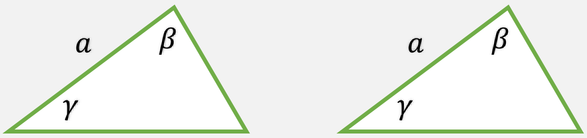
(l.l.l) Dos triángulos son iguales si tienen tres lados respectivamente iguales.



(l.a.l) Dos triángulos son iguales si tienen dos lados y el ángulo comprendido respectivamente iguales.



(a.l.a) Dos triángulos son iguales si tienen un lado y los ángulos adyacentes a él respectivamente iguales.



Semejanza de triángulos

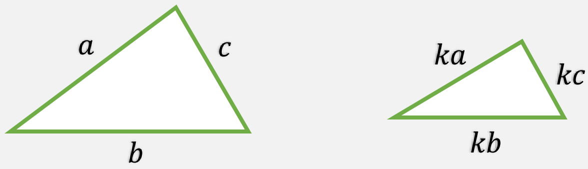
Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres ángulos respectivamente iguales.

Criterios de semejanza

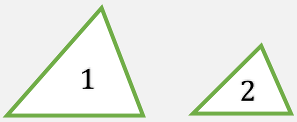
(a.a) Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos respectivamente iguales.

(p.a.p) Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido respectivamente igual.

(p.p.p) Dos triángulos son semejantes si tienen los tres lados respectivamente proporcionales.

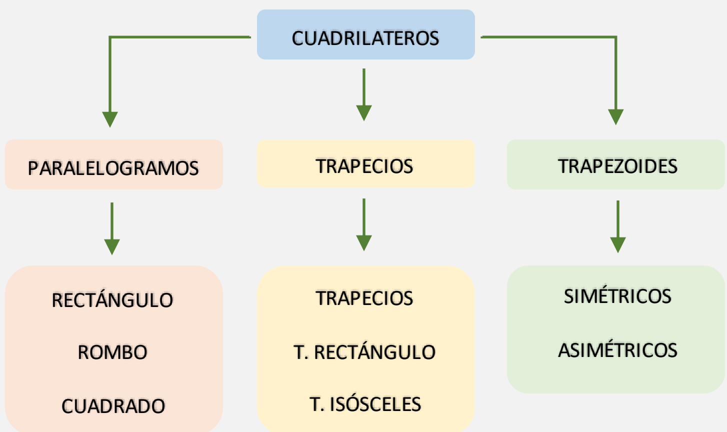


Relaciones entre perímetro y área de triángulos semejantes

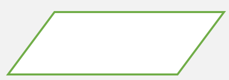


		Perímetro	Área
	$\triangle_1 \sim \triangle_2$ k: es la razón de proporcionalidad	$\dfrac{P_1}{P_2} = k$	$\dfrac{A_1}{A_2} = k^2$

Cuadriláteros

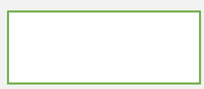


PARALELOGRAMO

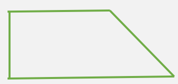


TRAPECIO

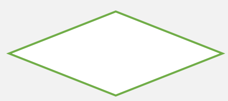
RECTÁNGULO



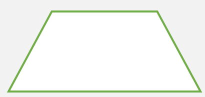
T. RECTANGULO



ROMBO

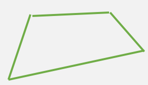


T. ISÓSCELES



CUADRADO

TRAPEZOIDE



GEOMETRÍA DEL PLANO (PLANIMETRÍA)

Paralelogramos

Propiedades generales

1. Los lados opuestos son paralelos.
2. Los lados opuestos son iguales.
3. Los ángulos opuestos son iguales.
4. Dos ángulos consecutivas suman $180°$
5. La suma de sus ángulos interiores es $360°$
6. Las diagonales se cortan en su punto medio.

Rectángulo

7. Sus ángulos interiores son iguales y miden $90°$
8. Sus diagonales son iguales.

Rombo

7. Sus diagonales se cortan perpendicularmente.
8. Sus diagonales son bisectrices de los ángulos interiores que bisecan. 9. Sus lados son iguales.

Cuadrado

7. Tiene todas las propiedades del paralelogramo, rectángulo y el rombo.

Trapecios

Propiedades generales

1. Tiene solo dos lados paralelos.
2. La paralela media es el segmento que une el punto medio los lados no paralelos, es paralelo a las bases y su longitud se puede determinar por la semisuma de las bases.

Trapecio rectángulo

3. Uno de los lados no paralelos es perpendicular a las bases.

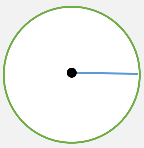
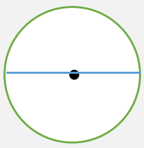
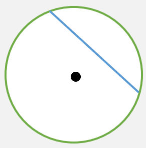
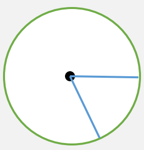
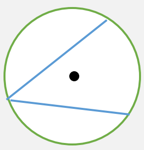
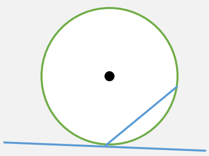
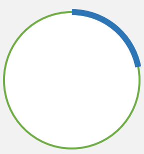
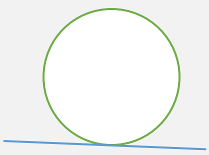
Trapecio isósceles

3. Los lados no paralelos son iguales.
4. Los ángulos adyacentes a una misma base son iguales.

Círculo y circunferencia

Circunferencia: Es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro. ❖ Tiene borde ❖ No tiene área	
Círculo: Es el área delimitada por una circunferencia incluyendo los puntos de la misma. ❖ Tiene borde ❖ Tiene área	

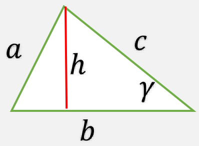
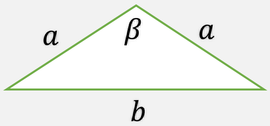
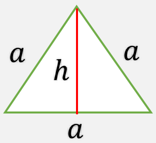
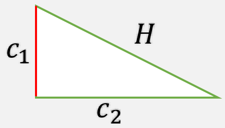
Elementos que la conforman

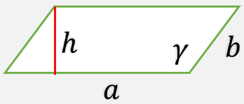
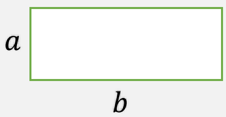
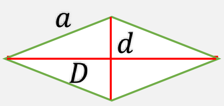
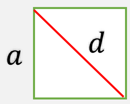
Radio	Diámetro	Cuerda
		
Ángulo central	**Ángulo inscrito**	**Ángulo semiinscrito**
		
Arco	**Recta tangente**	
		

Propiedades generales

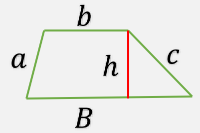
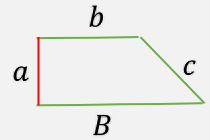
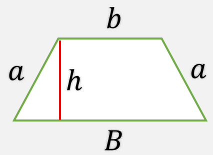
1. A dos ángulos inscritos que correspondan la misma cuerda o cuerdas iguales son iguales entre sí.
2. A dos ángulos inscritos que correspondan el mismo arco o arcos iguales son iguales entre sí.
3. A dos ángulos centrales que correspondan la misma cuerda o cuerdas iguales son iguales entre sí.
4. A dos ángulos centrales que correspondan el mismo arco o arcos iguales son iguales entre sí.
5. El diámetro es el doble del radio.
6. Si el radio o el diámetro corta perpendicularmente a una cuerda entonces lo hace en su punto medio.
7. Si el radio o el diámetro corta en su punto medio a una cuerda entonces lo hace perpendicularmente.
8. Toda recta tangente a la circunferencia corta a la circunferencia en un solo punto y es perpendicular al radio o diámetro en el punto de contacto.
9. Todo ángulo inscrito al que se le hace corresponder un diámetro o una semicircunferencia mide $90°$ (Teorema de Tales).
10. Si un ángulo central y otro inscrito le corresponden la misma cuerda o cuerdas iguales entonces se cumple que: $\sphericalangle central = 2 \cdot \sphericalangle inscrito$
11. Si un ángulo central y otro inscrito le corresponden el mismo arco o arcos iguales entonces se cumple que: $\sphericalangle central = 2 \cdot \sphericalangle inscrito$.
12. Un ángulo inscrito y otro semiinscrito correspondientes a un mismo arco son iguales.

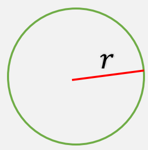
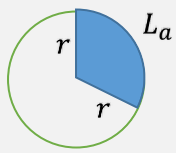
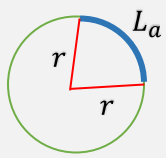
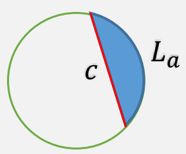
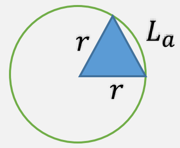
GEOMETRÍA DEL PLANO (PLANIMETRÍA)

Triángulos			
Nombre	Figura	Perímetro	Área
Triángulo cualquiera		$P = a + b + c$ $S = \frac{P}{2}$	$A = \frac{b \cdot h}{2}$ $A = \frac{c \cdot b \cdot sen\gamma}{2}$ $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
Triángulo isósceles		$P = 2a + b$	$A = \frac{a^2 \cdot sen\beta}{2}$
Triángulo equilátero		$P = 3a$	$A = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ $A = \frac{\sqrt{3}h^2}{3}$
Triángulo rectángulo		$P = C_1 + C_2 + H$	$A = \frac{C_1 \cdot C_2}{2}$

Cuadriláteros			
Nombre	Figura	Perímetro	Área
Paralelogramo cualquiera		$P = 2(a + b)$	$A = a \cdot h$ $A = a \cdot b \cdot sen\gamma$
Rectángulo		$P = 2(a + b)$	$A = a \cdot b$
Rombo		$P = 4a$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Cuadrado		$P = 4a$	$A = a^2$ $A = \frac{d^2}{2}$

GEOMETRÍA DEL PLANO (PLANIMETRÍA)

Trapecios			
Nombre	Figura	Perímetro	Área
Trapecio cualquiera		$P = a + B + b + c$	$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$
Trapecio rectángulo		$P = a + B + b + c$	$A = \frac{(B+b)\cdot a}{2}$
Trapecio isósceles		$P = 2a + B + b$	$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$

Círculos			
Nombre	Figura	Perímetro	Área
Círculo		$L_c = 2\pi r$ $L_c = \pi d$	$A = \pi r^2$ $A = \frac{\pi d^2}{4}$
Sector circular		$P_{sc} = 2r + L_a$	$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha°}{360°}$ $A = \frac{r^2 \cdot \alpha_{rad}}{2}$
Longitud del arco		$L_a = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha°}{180°}$	
Segmento circular		$P_{sc} = c + L_a$	$A = r^2\left[\frac{\pi \cdot \alpha°}{360°} - \frac{sen\alpha°}{2}\right]$
Triángulo circular		$P_{tc} = 2r + c$	$A = \frac{r^2 \cdot sen\alpha°}{2}$

GEOMETRÍA ANALÍTICA

Fórmulas	
Punto medio de un segmento	$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$
Distancia entre dos puntos	$d(A;B) = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$
Distancia de un punto a una recta	$d(A;r) = \frac{\lvert A_x + B_y + C \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$
Pendiente de una recta	$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$
Ángulo de inclinación de una recta	$tan\theta = m$

Obtener la ecuación de la recta

Necesito:

- ✓ Coordenadas de un punto y la pendiente.
- ✓ Coordenadas de dos puntos.
- ✓ Formula despejada $(y_A - y_B) = m(x_A - x_B)$

Ejemplo

Obtén la ecuación de la recta de pendiente $m = 3$ y pasa por el punto $A(2;-1)$.

Sustituir la pendiente y el punto en la fórmula despejada

$$(y_A - y_B) = m(x_A - x_B)$$
$$(y_A - (-1)) = 3(x_A - 2)$$
$$y + 1 = 3x - 6$$

Despejar la variable “y”

$y = 3x - 6 - 1$

Ecuación común

$y = 3x - 7$

igualar a cero

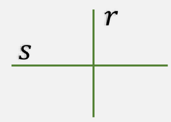
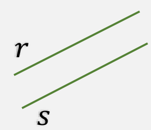
$y + 1 - 3x + 6 = 0$

Ecuación cartesiana

$-3x + y + 7 = 0$

La recta	
Ecuación cartesiana o general de la recta	$Ax + Bx + C = 0$
Ecuación común de la recta	$y = mx + n$
Equivalencia entre ambas ecuaciones	$m = -\frac{A}{B}$ $\quad n = -\frac{C}{B}$

Relación de posición entre dos rectas en el plano

Se cortan	Se cortan con un ángulo no recto	$m_r \neq m_s$	
	Se cortan perpendicularmente	$m_r = -\frac{1}{m_s}$	
No se cortan (paralelas)	Paralelas no coincidentes	$m_r = m_s$ $n_r \neq n_s$	
	Paralelas coincidentes	$m_r = m_s$ $n_r = n_s$	

GEOMETRÍA DEL ESPACIO (ESTEREOMETRÍA)

TEORÍA DEL ESPACIO

Recta

1. Una recta está determinada de manera única por dos puntos, o sea por dos puntos pasa una y solo una recta.
2. Por un punto pasan infinitas rectas.

Relación de posición Recta - Recta

1. Dos rectas en el plano:
   - Se cortan si tienen un punto en común.
   - No se cortan (paralelas) si no tienen puntos en común.
2. Dos rectas en el espacio:
   - Se cortan si tienen un punto en común.
   - No se cortan (paralelas) si no tienen puntos en común.
   - Son alabeadas o se cruzan si no están contenidas en el mismo plano.
3. En el plano, si $\boldsymbol{r}$ y $\boldsymbol{s}$ son dos rectas paralelas y $\boldsymbol{r}$ es perpendicular con $\boldsymbol{p}$ entonces $\boldsymbol{s} \perp \boldsymbol{p}$
4. En el plano, si una recta $\boldsymbol{r} \parallel \boldsymbol{s}$ y otra recta $\boldsymbol{p} \perp \boldsymbol{r}$ entonces $\boldsymbol{p} \perp \boldsymbol{s}$

Relación de posición Plano - Plano

1. Dos planos son paralelos si no se intersecan.
2. Dos planos son paralelos si son perpendiculares a una misma recta.
3. Dos planos son paralelos si uno de ellos es paralelo a dos rectas que se cortan en el otro.
4. Por un punto exterior a un plano se puede trazar uno y solo un plano paralelo a él.
5. Si dos planos paralelos son cortados por un tercero las rectas de intersección que resultan son paralelas.
6. Dos planos son perpendiculares si uno de ellos contiene una recta perpendicular al otro.
7. Si dos planos $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$ son perpendiculares, todas las rectas de $\boldsymbol{\alpha}$ que sean perpendiculares a la recta de intersección son perpendiculares a $\boldsymbol{\beta}$

Plano

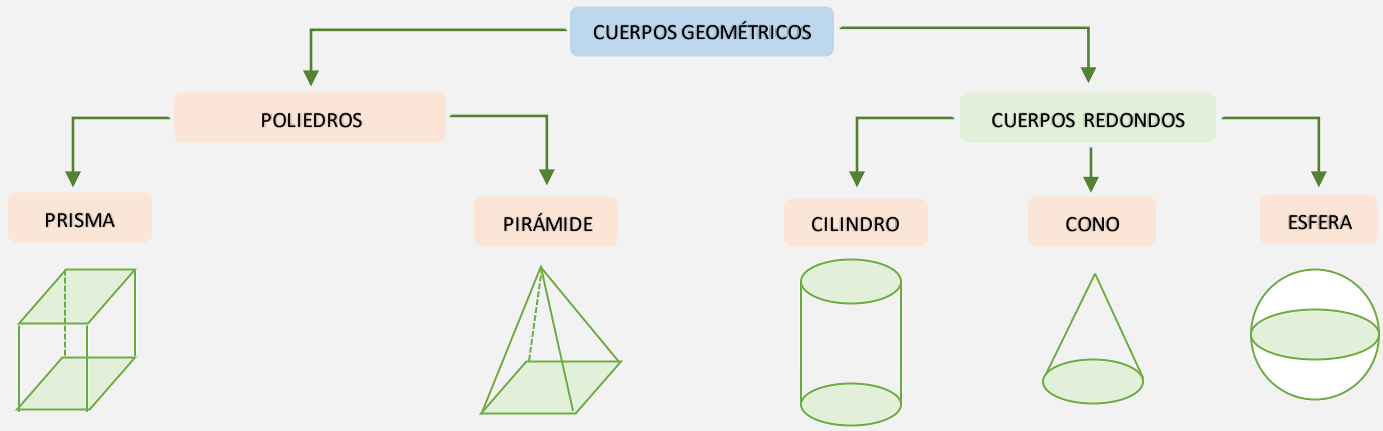
1. Un plano está determinado de manera única por:
   - Tres puntos no alineados.
   - Dos rectas que se cortan.
   - Dos rectas paralelas.
   - Una recta y un punto exterior a ella.

Relación de posición Recta - Plano

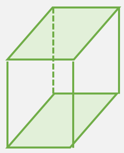
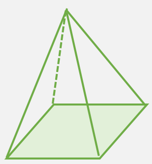
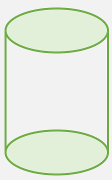
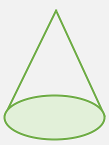
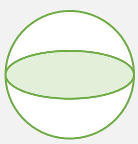
1. Una recta y un plano:
   - Se cortan si tienen uno y solo un punto en común.
   - No se cortan (paralelas) si no tienen puntos en común.
2. Si una recta tiene al menos dos puntos comunes con un plano entonces pertenece al plano.
3. Si una recta no tiene puntos comunes con un plano entonces es paralela al plano.
4. Una recta es paralela a un plano si es paralela a una recta contenida en dicho plano.
5. Si una recta es perpendicular a dos rectas de un plano que se cortan en su pie entonces es perpendicular al plano.
6. La distancia de un punto a un plano es un segmento perpendicular al plano que une un punto único del plano con dicho punto exterior.
7. Si una e dos rectas paralelas es perpendicular a un plano, la otra también lo es.
8. Dos rectas perpendiculares a un plano son paralelas entre sí.
9. Si una recta corta a un plano entonces existe al menos una recta que pasa por su pie y es perpendicular a ella.

GEOMETRÍA DEL ESPACIO (ESTEREOMETRÍA)

Cuerpos geométricos

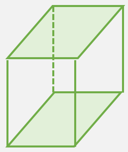
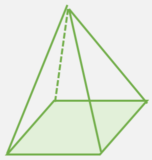
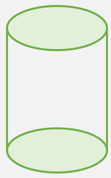
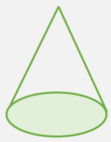
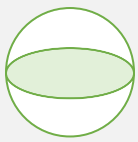


Propiedades de los cuerpos geométricos

Prisma 	Prisma 1. Dos caras son iguales y paralelas (bases). 2. Las caras laterales son paralelogramos. Prisma recto 3. Sus caras laterales son perpendiculares a sus bases. 4. Sus aristas laterales son perpendiculares a sus bases.	Prisma regular 4. Es un prisma recto 5. Sus bases son polígonos regulares. 6. Sus caras laterales son rectángulos. Ortoedro 3. Todas sus caras son rectángulos. Cubo 3. Todas sus caras son cuadrados.
Pirámide 	Pirámide 1. Tiene una base y sus caras laterales son triángulos que tienen un vértice común. 2. Tiene un vértice principal. Pirámide recta 3. La altura de la figura es el segmento perpendicular a la base que une el vértice principal y el centro de la base.	Pirámide regular 3. Es una pirámide recta. 4. Tiene una base regular. 5. Sus caras son triángulos isósceles. 6. Sus aristas laterales son iguales.
Cilindro 	Cilindro 1. Tiene dos caras paralelas e iguales (bases). 2. Sus bases son círculos.	Cilindro circular recto 3. La altura del cilindro es el segmento perpendicular a las bases que une los centros de las bases. 4. La altura coincide con las generatrices.
Cono 	Cono 1. Tiene una base circular. 2. Tiene un vértice principal donde se intersecan todas las generatrices.	Cono recto 3. La altura de la figura es el segmento perpendicular a la base que une el vértice principal y el centro de la base.
Esfera 	Esfera 1. Es el lugar geométrico de todos los puntos del espacio que equidistan de un punto fijo llamado centro. 2. Está compuesto por infinitos círculos. 3. La distancia de cualquier punto de la superficie hasta el centro es la misma (r)	

GEOMETRÍA DEL ESPACIO (ESTEREOMETRÍA)

Fórmulas de área y volumen

Nombre	Figura	Volumen	Área
Prisma		$V = A_B \cdot h$	$A_L = A_1 + A_2 + \ldots + A_n$ (Suma de su caras laterales) $A_T = 2A_B + A_L$ $A_L = P_b \cdot h$
Pirámide		$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$	$A_L = A_1 + A_2 + \ldots + A_n$ (Suma de sus caras laterales) $A_T = A_B + A_L$
Cilindro		$V = A_B \cdot h$ $V = \pi r^2 \cdot h$	$A_L = 2\pi r h$ $A_T = 2A_B + A_L$ $A_T = 2\pi r(r + h)$
Cono		$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$ $V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$	$A_L = \pi r g$ $A_T = A_B + A_L$ $A_T = \pi r(r + g)$
Esfera		$V = \frac{4\pi r^3}{3}$	$A_T = 4\pi r^2$

ASPECTOS GENERALES

Equivalencia entre ángulos de distintos sistemas de medidas								
	Ángulos notables			Ángulos axiales				
grados	$30°$	$45°$	$60°$	$0°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
radianes	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

	Ángulos del segundo cuadrante			Ángulos del tercer cuadrante		
grados	$120°$	$135°$	$150°$	$210°$	$225°$	$240°$
radianes	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$

	Ángulos del cuarto cuadrante			Forma general para convertir	
grados	$300°$	$315°$	$330°$	Llevar a radianes	Llevar a grados
radianes	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\alpha° \cdot \frac{\pi}{180°}$	$\alpha_{rad} \cdot \frac{180°}{\pi}$

Cálculo aproximado	
Cifras significativas	Ejemplos
Es la cantidad de cifras de un número, contando hacia la derecha, a partir de la primera cifra no nula. Explicación: 1- Buscas de izquierda a derecha la primera cifras distinta de cero. 2- Comienzas a contar todas las cifras del número. Aclaración: En notación científica los ceros de la potencia no cuentan como cifras significativas. A la derecha de donde la primera cifra no nula se cuenta todo, hasta los ceros. A la izquierda de la primera cifra no nula no se cuenta ningún cero.	La señalización representa a partir de donde se cuenta. Números completos $\underbrace{3}4500 \rightarrow$ Tiene 5 cifras significativas. $\underbrace{3}6545{,}00 \rightarrow$ Tiene 7 cifras significativas. $\underbrace{7}, 45 \rightarrow$ Tiene 3 cifras significativas. $\underbrace{3}0{,}40 \rightarrow$ Tiene 4 cifras significativas. $\underbrace{3}, 00 \rightarrow$ Tiene 3 cifras significativas. $0{,}00\underbrace{8}05 \rightarrow$ Tiene 3 cifras significativas. $0, \underbrace{5}050 \rightarrow$ Tiene 4 cifras significativas. $0, \underbrace{6} \rightarrow$ Tiene 1 cifras significativas. $\underbrace{5}, 0 \rightarrow$ Tiene 2 cifras significativas. Números en notación científica $\underbrace{3}, 45 \cdot 10^7 \rightarrow$ Tiene 3 cifras significativas. $\underbrace{3}, 0 \cdot 10^{-9} \rightarrow$ Tiene 2 cifras significativas. $\underbrace{3} \cdot 10^5 \rightarrow$ Tiene 1 cifras significativas.

Resultado del cálculo aproximado
El resultado final o respuesta se expresa con la misma cantidad de cifras significativas que tenga el dato del ejercicio dado, con la menor cantidad de cifras significativas.
Ejemplo-1 El ejercicios nos ofrece los siguientes datos: $\overline{AB} = 5{,}0\ cm$, $P = 24{,}3\ cm$, $A = 301{,}1\ cm^2$ La respuesta final fue $V = 30{,}8\ cm^3$ Se debe expresar como $V = 31\ cm^3$ porque el dato de menor cifras significativas $\overline{AB}$ tiene dos cifras significativas.
Ejemplo-2 El ejercicios nos ofrece los siguientes datos: $\overline{AB} = 3{,}18\ cm$, $P = 23\ cm$, $V = 401\ cm^3$ La respuesta final fue $A = 4254{,}7\ cm^2$ Se debe expresar como $A = 4{,}2 \cdot 10^3\ cm^2$ porque el dato de menor cifras significativas P tiene dos cifras significativas.
Ejemplo-3 El ejercicios nos ofrece los siguientes datos: $\overline{AB} = 7\ dm$, $P = 43{,}5\ dm$, $V = 701\ dm^3$ La respuesta final fue $A = 0{,}00000420\ cm^2$ Se debe expresar como $A = 4 \cdot 10^{-6}\ cm^2$ porque el dato de menor cifras significativas $\overline{AB}$ tiene una cifra significativa.