EQUIPO DE ELABORACIÓN:
Roger Riverón Rivas. Holguín.
Daniel Jesús Sánchez Guerra. Banes. Holguín.
Ericel Martínez Matos. Habana.
José D. Yaques Alonso. Manzanillo. Granma.
Miguel Guerrero Vidal. Manzanillo. Granma.
Yandy Garcia Alvarez. Cienfuegos.
Frank Pérez Ríos. Ciego de Ávila.

FINITO 1
2024

1. Lee detenidamente.

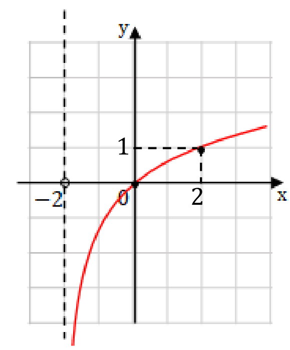
1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.

a) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{N}$ que a cada número natural par le hace corresponder su $25\ \%$ es una función.

b) ___ El conjunto imagen de la función f definida en $\{x \in \mathbb{R}: x > -1\}$ por la ecuación es $f(x) = \frac{1}{x+1} - 2$ es: $\{y \in \mathbb{R}: y \neq -2\}$.

c) ___ Si A y B son dos conjuntos tales que $(A \cap B) = C$, entonces $C \subset A$ y $C \subset B$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.



1.2.1. El modelo de la figura muestra el esbozo de una parte del gráfico de una función h definida en $\{x \in \mathbb{R}: x > -2\}$ por una ecuación de la forma $h(x) = \log_a(x+2) - 1$ con $a \in \mathbb{R}, a > 0$ y $a \neq 1$. Los puntos $(0\,;0)$ y $(2\,;1)$ pertenecen al gráfico de la función h. De esta función h se puede afirmar que:

a) ___ Su gráfico es simétrico respecto al origen de coordenadas.

b) ___ El valor del parámetro "a" es 2.

c) ___ Es monótona decreciente para los valores del dominio tales que $-2 < x < 0$.

d) ___ La ecuación de la asíntota de su gráfico es $x - 2 = 0$.

1.2.2. El balón reglamentario de futbol tiene un diámetro (d) aproximadamente de $22{,}30\ \text{cm}$, para llenarlo se usó un inflador de aire en el cual el diámetro crece a partir de la relación $d = 1 + 3t$, donde t es el tiempo transcurrido medido en segundos. Bajo estas condiciones un balón completamente vacío demora aproximadamente en llenarse:

a) ___ 5 segundos. b) ____ 7 segundos. c) _____ 8 segundos. d) ____ 6 segundos.

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

Para el segmento $\overline{AB}$ con $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ y $B\left(-3; \frac{1}{2}\right)$ se cumple que:

1.3.1. Las coordenadas de su punto medio (M)son __________.

1.3.2. El valor numérico de la pendiente (m) de toda recta paralela a la recta AB es $m =$_________.

1.3.3. El valor de y_1 para que el punto $R(-2\,;y_1)$ pertenezca a $\overline{AB}$ es $y_1 =$______.

DATOS PARA EL ESTUDIANTE								
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\operatorname{sen} x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\cot x$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

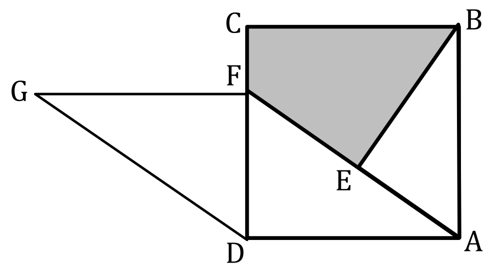
$\sqrt{2} \approx 1{,}414$ $\quad \sqrt{3} \approx 1{,}732$ $\quad \sqrt{5} \approx 2{,}2360$ $\quad \pi \approx 3{,}141$

2. La figura representada muestra el cuadrado ABCD; de la misma se conoce que:

- AFGD es un paralelogramo.
- $\mathrm{E} \in \overline{\mathrm{AF}}$ y $\mathrm{F} \in \overline{\mathrm{DC}}$ tal que $\overline{\mathrm{EB}} \perp \overline{\mathrm{AF}}$.

a) Demuestra que $\overline{\mathrm{GF}}^2 = \overline{\mathrm{DG}} \cdot \overline{\mathrm{EB}}$.

b) Si $\overline{\mathrm{EB}} = 6{,}4\ \mathrm{cm}$ y $\overline{\mathrm{AE}} = 48\ \mathrm{mm}$; determina el área sombreada.



3. Sean las expresiones $A(x) = \log_2(x^2 + x - 20)$, $B(x) = \log_2 \sqrt{x^2 + 10x + 25}$ y $C(x) = \frac{\text{sen}^2 x}{2\cos^2 x} + \frac{\cos 2x}{2\cos^2 x}$.

a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple que $C(x) = \frac{1}{2}$.

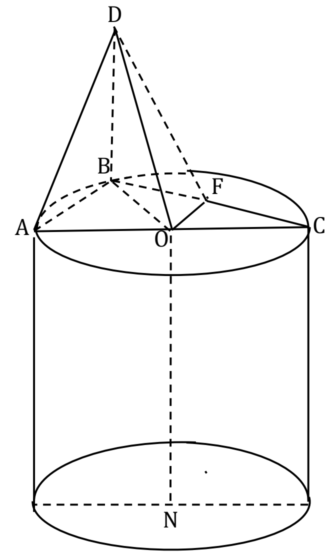
b) Determina el conjunto solución de la ecuación: $3^{C(x) \cdot A(x)} = 3^{\log_2 \sqrt{5}} \cdot 3^{B(x)}$.

4. En un IPU se realizó una encuesta a los estudiantes, acerca de la conexión por datos móviles en los modos de $2G$, $3G$ y $4G$. Al trascurrir una semana, se pudo determinar por la encuesta realizada, que el $98\,\%$ de la matricula del centro tenía celulares; de ellos la tercera parte se conectaban por $4G$; mientras que las $\frac{5}{6}$ partes del resto utilizaban $3G$ y los 49 estudiantes restantes se conectaban por $2G$.

a) ¿Cuántos estudiantes del centro tienen celulares?

b) ¿Cuál es la matrícula del centro?

5. En la figura se muestra una pieza compuesta por un cilindro circular recto y una pirámide oblicua superpuesta en una parte de la base superior del cilindro. De esta pieza se conoce que:



- N y O son centros de las bases inferior y superior del cilindro respectivamente y $\overline{\mathrm{AC}}$ diámetro de la base superior.
- $\overline{\mathrm{OB}}$ radio de la base superior y $\mathrm{F} \in \overline{\mathrm{BC}}$.
- El arco BC mide 120^0 y el área del triángulo AOB es de $9\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$.
- $\overline{\mathrm{DB}}$ es altura de la pirámide y la base de la misma es el trapecio AOFB de bases $\overline{\mathrm{AB}}$ y $\overline{\mathrm{OF}}$.

a) $\overline{\mathrm{DB}}$ es la proyección de la oblicua $\overline{\mathrm{FD}}$ sobre el plano ABD. Prueba que la anterior afirmación es verdadera.

b) Demuestra que $\overline{\mathrm{DO}}$ es la hipotenusa del triángulo DOF.

c) Determine el volumen de la pieza si $\overline{\mathrm{DB}} = \frac{1}{3} \cdot \overline{\mathrm{ON}}$ y la $\tan \sphericalangle \mathrm{DOB} = 2$.

EQUIPO DE ELABORACIÓN:
Roger Riverón Rivas. Holguín.
Daniel Jesús Sánchez Guerra. Banes. Holguín.
Ericel Martínez Matos. Habana.
José D. Yaques Alonso. Manzanillo. Granma.
Miguel Guerrero Vidal. Manzanillo. Granma.
Yandy Garcia Alvarez. Cienfuegos.
Frank Pérez Ríos. Ciego de Ávila.

FINITO 2
2024

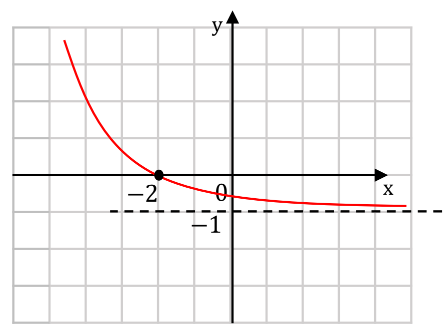
1. Lee detenidamente.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.

a) ___ Dados los conjuntos $A = \{1,2,3\}$ y $B = \{-5, -6\}$, entonces $S = \{(1\,;\,-5), (2\,;\,-6), (3\,;\,-5)\}$, es una función de A en B.

b) ___ La función f definida en $\{x \in \mathbb{R}: x \leq 2\}$ por la ecuación $f(x) = x^2 - 2x + 4$ es monótona decreciente en todo su dominio.

c) ___ La unión $(A \cup B)$ entre los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R}: x \leq 1\}$ y $B = (0\,;+\infty)$ es el conjunto de los números reales.



1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.2.1. El modelo de la figura muestra el esbozo de una parte del gráfico de una función h definida en $\mathbb{R}$ por una ecuación de la forma $h(x) = a^{x+2} - 1$ con $a \in \mathbb{R}, a > 0$ y $a \neq 1$. Los puntos $(-2\,;0)$ y $(0\,;-\frac{3}{4})$ pertenecen al gráfico de la función h. De la función h se puede afirmar que:

a) ___ $a > 1$.

b) ___ Su conjunto imagen es $\{y \in \mathbb{R}: y < -1\}$.

c) ___ Su inversa es la función h^{-1} definida en $\{x \in \mathbb{R}: x > -1\}$ por una ecuación de la forma $h^{-1}(x) = \log_a(x+1) - 2$ con $a \in \mathbb{R}, a > 0$ y $a \neq 1$.

d) ___ Su valor mínimo es -1.

1.2.2. En una empresa productora de componentes electrónicos, según su registro, la ecuación $C = 50 - \frac{200}{t+4}$, permite determinar la cantidad de componentes (C) que puede ensamblar diariamente un empleado después de t días de capacitación, entonces en una semana de trabajo (lunes a sábado) un obrero puede ensamblar:

a) ___ 50 componentes. b) ____ 40 componentes. c) _____ 30 componentes. d) ____ 20 componentes.

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. Si el paralelogramo $MNPQ$ con vértices en los puntos $M(2\,;1)$; $N(6\,;-1)$; $P(4\,;3)$ y $Q(0\,;5)$, es un rombo y el valor numérico de la pendiente de la diagonal $\overline{MP}$ es 1, entonces una ecuación de la forma $Ax + By + C = 0$ de la recta que contiene a la diagonal $\overline{NQ}$ es ________________.

1.3.2. Si $r(x) = \log_2(x-1)$entonces $r(x) \geq \log_3 1$ para todas las $x \in \mathbb{R}$ tales que $x \geq$____.

DATOS PARA EL ESTUDIANTE

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\operatorname{sen} x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\cot x$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

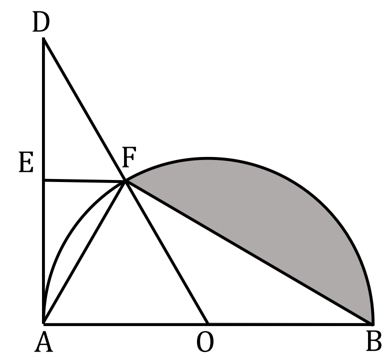
$\sqrt{2} \approx 1{,}414$ $\sqrt{3} \approx 1{,}732$ $\sqrt{5} \approx 2{,}2360$ $\pi \approx 3{,}141$

2. En la figura se muestra una semicircunferencia de centro O y diámetro $\overline{\mathrm{AB}}$, F es un punto de la semicircunferencia. Además:

- ABFE es un trapecio rectángulo en E y A.
- E punto medio de $\overline{\mathrm{AD}}$.

a) Demuestra que $\overline{\mathrm{DF}} \cdot \overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{AB}} \cdot \overline{\mathrm{EF}}$.

b) Si $\overline{\mathrm{AB}} = 4{,}0\ \mathrm{cm}$, calcula el área sombreada.



3. Sean las expresiones: $A(x) = \log_2 \sqrt{x+3}$; $B(x) = \log_2(x-4)$; $C(x) = (1{,}5)^{x+1} \cdot 2^{x+1}$ y $D(x) = \frac{\cos^2 x - \cos 2x}{1 - \operatorname{sen}^2 x}$.

a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple que: $D(x) = \tan^2 x$.

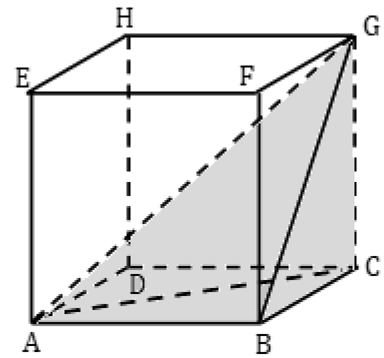
b) Determina los valores de x tales que: $9^{A(x)} : \left(\frac{1}{3}\right)^{B(x)} = C(2)$

4. En una cooperativa se destinaron las tres quintas partes del total de hectáreas (ha) de tierra que la misma posee para la siembra de cultivos de papa, maíz y boniato. La cantidad de ha destinada a la siembra de papa supera en 40 ha a la propuesta para la siembra de maíz y la cantidad de ha para la siembra de boniato, representa el 150 % de la propuesta a sembrar de papa. En la primera quincena, se habían sembrado 5 ha de papa, el 20 % de las ha destinada a la siembra de maíz y la tercera parte de la propuesta a la siembra de boniato, quedando por cosechar 131 ha del total destinada a estos tres cultivos.

a) ¿Cuántos ha fueron destinadas inicialmente para cada uno de estos tres cultivos.

b) ¿Cuál es la cantidad total de hectáreas de tierra que posee la cooperativa?

5. En la figura se muestra una pieza maciza de madera en forma un prisma recto $\mathrm{ABCDEFGH}$ que tiene como bases los cuadrados ABCD y EFGH a la que se le ha extraído una cuña en forma de pirámide oblicua ABCG de altura $\overline{\mathrm{CG}}$ tales que:



- $\overline{\mathrm{BG}} = 10\ \mathrm{dm}$ diagonal de la cara BCGF
- $\mathrm{sen}\ \sphericalangle\mathrm{CGB} = \frac{3}{5}$

5.1. Nombra

a) La oblicua, trazada desde el vértice G, al plano que contiene a la base ABCD del prisma, que tiene como proyección a $\overline{\mathrm{AC}}$.

b) La proyección sobre el plano EFG de la oblicua $\overline{\mathrm{AG}}$ trazada a este plano.

c) Un segmento de recta que este contenido simultáneamente en los planos HEA y EFG.

5.2. Demuestra que $\overline{\mathrm{AG}}$ es la hipotenusa del triángulo ABG.

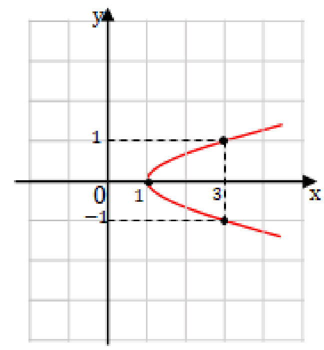
5.3. Calcula el volumen de la pieza después de extraer la cuña.

EQUIPO DE ELABORACIÓN:
Roger Riverón Rivas. Holguín.
Daniel Jesús Sánchez Guerra. Banes. Holguín.
Ericel Martínez Matos. Habana.
José D. Yaques Alonso. Manzanillo. Granma.
Miguel Guerrero Vidal. Manzanillo. Granma.
Yandy Garcia Alvarez. Cienfuegos.
Frank Pérez Ríos. Ciego de Ávila.
Jorge Villavicencio Pérez. Villa Clara
Yoelvis Labañino Maletá. Guantánamo

FINITO 3
2024

1. Lee detenidamente.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.



a) ___El modelo de la figura muestra el esbozo del gráfico de una función h definida de $\{x \in \mathbb{R}: x \geq 1\}$ en $\mathbb{R}$.

b) ___La función f definida en $\{x \in: x > 1\}$ por la ecuación $f(x) = |x-1| - 2$ es inyectiva.

c) ___El conjunto de valores admisibles de la expresión $\sqrt[3]{\frac{x+2}{2}}$ es $\{x \in \mathbb{R}: x \geq -2\}$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.2.1. Para la función h definida de $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ en $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ por una ecuación de la forma $h(x) = \frac{1}{x+a} + b$ se cumple que:

a) ___Las ecuaciones de las asíntotas de su gráfico son $x + 2 = 0$ y $y - 1 = 0$

b) ___$h(x) = \frac{1}{x-2} + 1$

c) ___Su gráfico interseca al eje de las abscisas en $x = 0$.

d) ___Es impar.

1.2.2. La reproducción de cierto tipo de bacteria $N(t)$ en un tiempo t determinado se expresa en la siguiente tabla de valores. Una ecuación que sirve para determinar el tiempo t_1 en el que el número de bacterias es de 256 es:

t(**seg**)	1	2	3		t
$N(t)$	2	4	8		2^t

a) ___$t_1 = \sqrt{256}$. b) ____ $t_1 = \log_2 256$. c) _____ $t_1 = 2^{256}$. d) ____ $t_1 = \log_{256} 2$.

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. La recta r tiene como punto de intersección con el eje de las ordenadas al origen de coordenadas y tiene un ángulo de inclinación de $45°$ con el eje de las abscisas.

a) Si el punto $P(-2; y)$ pertenece a la recta r, entonces $y =$_____.

b) El valor numérico de la pendiente (m) de cualquier recta perpendicular a la recta r es $m =$_____.

DATOS PARA EL ESTUDIANTE

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\operatorname{sen} x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\cot x$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

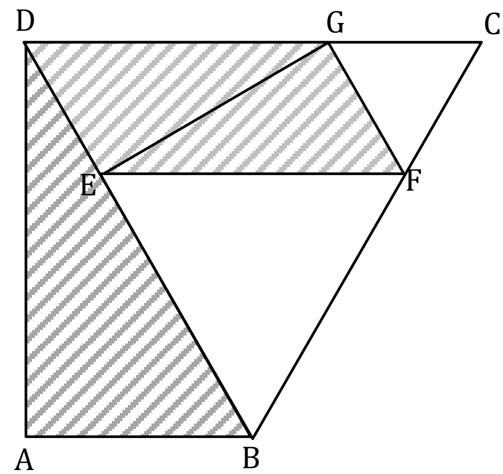
$\sqrt{2} \approx 1{,}414$ $\sqrt{3} \approx 1{,}732$ $\sqrt{5} \approx 2{,}2360$ $\pi \approx 3{,}141$

2. En la figura ABCD es un trapecio rectángulo en A y D cuyas bases son $\overline{\mathrm{AB}}$ y $\overline{\mathrm{CD}}$ respectivamente. Además, se conoce que:

- E y F puntos de $\overline{\mathrm{BD}}$ y $\overline{\mathrm{BC}}$ respectivamente.
- C, G y D puntos alineados.
- DEFG es un paralelogramo de altura $\overline{\mathrm{EG}}$.

a) Demuestra que $\Delta\mathrm{ABD} \sim \Delta\mathrm{EFG}$.

b) Conociendo que $\Delta\mathrm{BCD}$ es equilátero de $6{,}0\ \mathrm{cm}$ de lado y $\overline{\mathrm{DE}} = \frac{1}{3} \cdot \overline{\mathrm{BD}}$ calcula el área de la región rayada.



3. Sean las expresiones: $\mathrm{A(x)} = \log_3\left(\mathrm{x} - \sqrt{\mathrm{x}-1}\right)$ y $\mathrm{B(x)} = \frac{2\cos^2 \mathrm{x} \cdot \tan \mathrm{x}}{\cos 2\mathrm{x} + 2\,\mathrm{sen}^2\,\mathrm{x}}$.

a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple que $\mathrm{B(x)} = \mathrm{sen}\,2\mathrm{x}$.

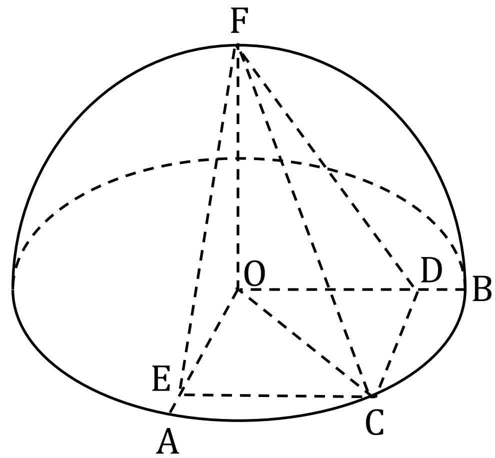
b) Determina los valores de x tales que $\mathrm{A(x)} = 2 \cdot \mathrm{B}\left(\frac{\pi}{12}\right)$

4. Como parte de las actividades en saludo al 4 de abril tres brigadas de estudiantes realizaron actividades de pesquisa en 460 viviendas de un consejo popular durante un día. La cantidad de casas visitadas por la brigada de la FEEM superó en 20 a la cantidad de casas visitadas por la brigada de los pioneros y el duplo de las casas visitadas por la brigada de la FEEM fue igual al número de casas visitadas por la brigada de la FEU.

a) ¿Cuántas viviendas le fueron asignadas a cada brigada para esta actividad de pesquisa en este día?

b) ¿Qué por ciento del total de viviendas fueron pesquisadas por los pioneros?

5. La figura muestra la semiesfera maciza de centro O y radio $\overline{\mathrm{AO}}$ y en su interior se observa la pirámide oblicua OECDF de base cuadrada y de altura $\overline{\mathrm{OF}}$, de la misma se tiene:



- C, B y F puntos de la semiesfera.
- $\mathrm{E} \in \overline{\mathrm{AO}}$ y $\mathrm{D} \in \overline{\mathrm{OB}}$.
- El área total de la semiesfera es de $24\pi\ \mathrm{cm}^2$.

a) Nombra dos rectas que no estén contenidas en el mismo plano y que sean perpendicular a una tercera recta.

b) Demuestra que el triángulo ECF es rectángulo.

c) Calcula el área lateral de la pirámide oblicua OECDF.

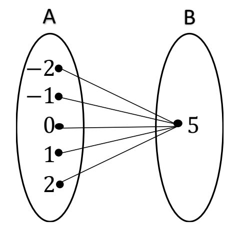
d) Calcula la diferencia entre el volumen de la semiesfera y de la pirámide.

EQUIPO DE ELABORACIÓN:
Roger Riverón Rivas. Holguín.
Ericel Martínez Matos. Habana.
Frank Pérez Ríos. Ciego de Ávila.
Yandy Garcia Alvarez. Cienfuegos.
José D. Yaques Alonso. Manzanillo. Granma.
Daniel Jesús Sánchez Guerra. Banes. Holguín.
Miguel Guerrero Vidal. Manzanillo. Granma.
Yoelvis Labañino Maletá. Guantánamo

FINITO 4
2024

1. Lee detenidamente.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.



a) ___La función definida de A en B que se muestra en el diagrama, es par.

b) ___Los valores máximo y mínimo de la función f definida en $\left\{x \in \mathbb{R}: 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right\}$, por la ecuación $f(x) = 2\cos x$ son 2 y -2 respectivamente.

c) ___Si A y B son dos conjuntos tales que $A = [-1\,;1]$ y $B = \{x \in \mathbb{R}: x > 0\}$, $A \setminus B = (0\,;1)$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.2.1. Para la función h definida en $\{x \in \mathbb{R}: x > 2\}$ por la ecuación $h(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x-2)$ se cumple que:

a) ___Su gráfico interseca al eje de las ordenadas.

b) ___Su inversa es la función h^{-1} definida en $\mathbb{R}$ de ecuación $h^{-1}(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x} + 2$.

c) ___Es monótona creciente en todo su dominio.

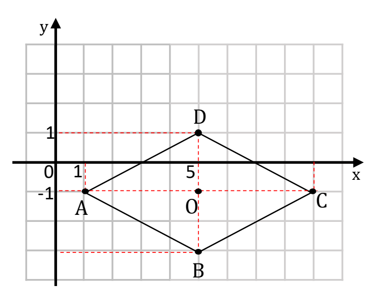
d) ___Es positiva para todos los valores de dominio tales que $x \geq 3$.

1.2.2. Según investigaciones médicas, la ecuación $c = 0{,}0417D(a+1)$, permite calcular la dosis aceptable (c) a suministrar a un niño de cierto medicamento, en función de la dosis (D) suministrada a un adulto en la cual "a" es la edad en años del niño. La dosis a suministrar a un niño de 4 años de edad, para el cual la dosis que se le suministra a un adulto es de 500 milígramos es de aproximadamente:

a) ___104 milígramos. b) ____ 210 milígramos. c) _____ 220 milígramos. d)____ 100 milígramos.

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. Los puntos $A(1;-1)$, B ,C y $D(5;1)$ son los vértices del rombo $ABCD$ representado en el sistema de coordenadas. $O(5;-1)$ es el punto donde se intersecan sus diagonales. En el rombo $ABCD$ se cumple que:



a) Las coordenadas del vértice B son _______.

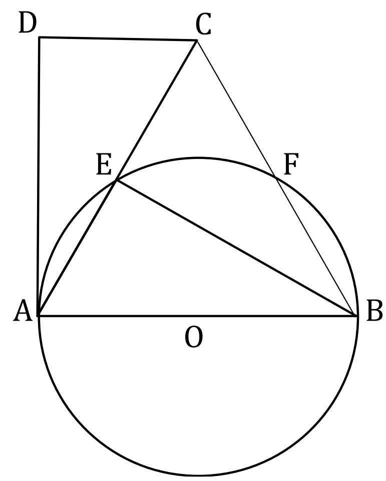
b) El valor numérico de la pendiente (m) de toda recta paralela a la recta que contiene a la diagonal $\overline{AC}$ es $m =$_______.

c) El área de rombo $ABCD$ es de ____ unidades cuadradas.

DATOS PARA EL ESTUDIANTE								
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\operatorname{sen} x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\cot x$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

$\sqrt{2} \approx 1,414$ $\quad \sqrt{3} \approx 1,732$ $\quad \sqrt{5} \approx 2,2360$ $\quad \pi \approx 3,141$

2. En la figura E y F son puntos de la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{\mathrm{AB}}$. Además, se conoce que:



- A, E, y C puntos alineados y $\overline{\mathrm{AD}} \cap \overline{\mathrm{CD}} = \{\mathrm{D}\}$.
- E punto medio del arco AF.
- $\Delta\mathrm{ABC}$ es isósceles de base $\overline{\mathrm{AB}}$.
- $\overline{\mathrm{AD}}$ tangente a la circunferencia en A.
- $\overline{\mathrm{AC}}$ bisectriz del $\sphericalangle\mathrm{BCD}$.

a) Demuestra que $\Delta\mathrm{CDA} = \Delta\mathrm{CEB}$.

b) Calcula la longitud de la poligonal ABCD conociendo que: $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CD}} = 6,0 \text{ cm}$.

3. Sean las expresiones trigonométricas $\mathrm{A}(\mathrm{x}) = \cos 2\mathrm{x}$ y $\mathrm{B}(\mathrm{x}) = \operatorname{sen} \mathrm{x}$.

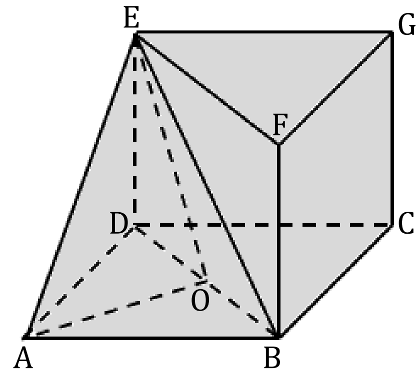
a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x el resultado de simplificar la expresión $\left(\frac{1-\mathrm{A}(\mathrm{x})}{\mathrm{B}(\mathrm{x})}\right) : \mathrm{B}(\mathrm{x})$ es un número natural.

b) Determina los valores reales de la variable x para los cuales $4^{\mathrm{A}(\mathrm{x})} \cdot 64^{\mathrm{B}(\mathrm{x})} = 5^{\log 16} \cdot 2^{\log 16}$.

4. Dos líneas de producción de tejas de fibrocemento de la empresa “Ernesto Guevara” desarrollaron una emulación fraternal por el Día del Constructor. En el primer conteo, la primera línea había terminado las dos quintas partes de lo que produjo durante toda la competencia y la segunda el 30% de lo que reportó al cierre de esta. Se conoce que hasta ese momento la producción conjunta de las dos líneas era de 400 tejas. En el conteo final de la producción realizada, lo producido por la segunda línea era igual al duplo de lo producido por la primera, por lo que ganó la emulación. ¿Cuántas tejas produjo cada línea de producción durante la competencia?

5. En la figura se muestra el croquis de un monumento que se proyecta construir.

Sobre la superficie que ocupa el rombo ABCD, de perímetro $20{,}0\ \mathrm{cm}$, se construirá un obelisco macizo de la forma que se muestra. El obelisco ha sido representado por el prisma recto BCDEFG y la pirámide ABDE; $\mathrm{O} \in \overline{\mathrm{DB}}$ tal que $\overline{\mathrm{EO}} \perp \overline{\mathrm{AO}}$.



a) Los puntos $\mathrm{E}, \mathrm{O}, \mathrm{C}$ y G no se encuentran sobre un mismo plano. Prueba que esta afirmación es verdadera.

b) Demuestra que O es el punto donde se intersecan las diagonales del rombo ABCD.

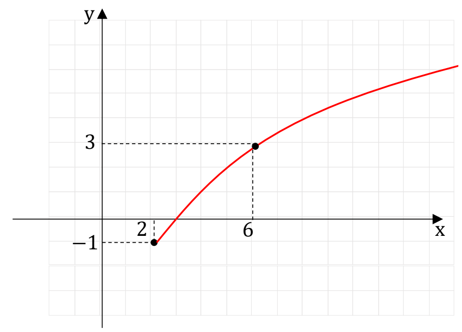
c) Si $\overline{\mathrm{BD}} = 8{,}00\ \mathrm{cm}$ y $\tan\sphericalangle\mathrm{DBE} = \frac{3}{4}$, calcula el volumen del obelisco.

EQUIPO DE ELABORACIÓN:
Roger Riverón Rivas. Holguín.
Frank Pérez Ríos. Ciego de Ávila.
Daniel Jesús Sánchez Guerra. Banes. Holguín.
Ericel Martínez Matos. Habana.
José D. Yaques Alonso. Manzanillo. Granma.
Yandy Garcia Alvarez. Cienfuegos.
Miguel Guerrero Vidal. Manzanillo. Granma.
Yoelvis Labañino Maletá. Guantánamo

FINITO 5
2024

1. Lee detenidamente.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.



a) ___El modelo de la figura muestra el esbozo del gráfico de una función g definida de $\{\mathrm{x} \in \mathbb{R}: \mathrm{x} \geq 3\}$ en $\{\mathrm{y} \in \mathbb{R}: \mathrm{y} \geq 0\}$ por la ecuación $\mathrm{g}(\mathrm{x}) = \sqrt{\mathrm{x}-2} - 1$.

b) ___El conjunto imagen de la función f definida en $\{\mathrm{x} \in \mathbb{R}: -1 \leq \mathrm{x} \leq 2\}$ por la ecuación $\mathrm{f}(\mathrm{x}) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ es $\{\mathrm{y} \in \mathbb{R}: 0{,}125 \leq \mathrm{y} \leq 1\}$.

c) ___Si $\mathrm{m} = 32^{0,2}$, $\mathrm{n} = \log_{0,1} 0{,}0001$, $\mathrm{p} = \cos\left(\frac{8\pi}{6}\right)$, entonces $\mathrm{p} < \mathrm{n} < \mathrm{m}$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.2.1. Sean las funciones: h definida de $\{\mathrm{x} \in \mathbb{R}: \mathrm{x} \geq 0\}$ en $\{\mathrm{y} \in \mathbb{R}: \mathrm{y} \geq -4\}$ por la ecuación $\mathrm{h}(\mathrm{x}) = \mathrm{x}^2 - 4$ y h^{-1} de ecuación $\mathrm{h}^{-1}(\mathrm{x}) = \sqrt{\mathrm{x}+4}$, su inversa. Para las funciones h y h^{-1} se cumple que:

a) ___La función h es monótona creciente en el dominio dado y h^{-1} es monótona decreciente en todo su dominio.

b) ___La función h tiene un valor mínimo y h^{-1} tiene un valor máximo.

c) ___El gráfico de función h interseca al eje de las abscisas en $\mathrm{x} = 2$ y el gráfico de h^{-1} interseca al eje de las ordenadas en $\mathrm{y} = 2$.

d) ___$(\mathrm{h} \circ \mathrm{h}^{-1})_{(\mathrm{x})} = 1$.

1.2.2. En un trabajo voluntario desarrollado por los estudiantes de décimo y onceno grado de un IPU, la razón entre la cantidad de participantes de décimo y los de onceno grado es $\frac{5}{6}$. Si por onceno grado participaron 126 estudiantes, entonces se puede afirmar que:

a) ___La mayor cantidad de participantes fue de décimo grado.

b) ___La diferencia entre el total de participantes por cada grado es de un estudiante.

c) ___La cantidad de participantes por onceno grado superó en 21 estudiantes a la cantidad que asistió por décimo grado.

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. Los puntos $\mathrm{M}(-3;0), \mathrm{N}(2;2), \mathrm{P}(0;4)$ y $\mathrm{Q}(-5;2)$ son los vértices de un paralelogramo.

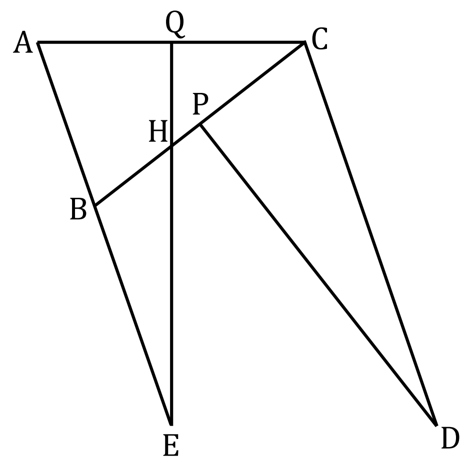
a) Las coordenadas del punto de intersección de sus diagonales son ______________.

b) Una ecuación de la recta que pasa por el vértice Q y es perpendicular al eje de las abscisas es: ________________.

c) La longitud de la altura del paralelogramo, relativa al lado $\overline{\mathrm{MN}}$, posee una longitud de: ___ u.

DATOS PARA EL ESTUDIANTE								
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\operatorname{sen} x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\cot x$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

$\sqrt{2} \approx 1{,}414$ $\sqrt{3} \approx 1{,}732$ $\sqrt{5} \approx 2{,}2360$ $\pi \approx 3{,}141$



2. En la figura:

- El ΔBCA es isósceles de base $\overline{BA}$.
- $\overline{DC} \parallel \overline{EA}$.
- P y Q son puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$ respectivamente.
- $\{H\} = \overline{EQ} \cap \overline{BC}$.
- $\overline{DP} \perp \overline{BC}$ y $\overline{AC} \perp \overline{EQ}$.

a) Prueba que $\Delta CPD = \Delta EQA$.

b) Calcula el perímetro del triángulo BCA si se conoce que $\overline{AB} = 14{,}4\ \text{cm}$, $\overline{CD} = 37\text{cm}$ y $\overline{QE} = 35\ \text{cm}$.

c) Si el $\measuredangle BCA = 38^0$, calcula la amplitud del $\measuredangle EHB$.

3. Sean las expresiones: $\mathrm{A(x)} = \sqrt{x^4 - 2x^2 + 1}$, $\mathrm{B(x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ y $\mathrm{C(x)} = \cos^2 \mathrm{x} - \frac{\operatorname{sen} 2\mathrm{x}}{2}$. Determina los valores reales de la variable x para los cuales:

$$5^{\mathrm{A(x)}} - (0{,}2)^{\mathrm{B(x)}} = \log_5 \mathrm{C}\left(\frac{3\pi}{4}\right)$$

4. [1]Una fábrica produce los envases necesarios para el almacenamiento de la pulpa de mango y guayaba de una empresa. Durante los primeros diez meses del año produjeron la misma cantidad de envases, pero en noviembre por problemas con la materia prima, su producción disminuyó en un 20% respecto a la que había logrado por mes anteriormente. En diciembre lograron producir el duplo de lo producido en noviembre, aumentado en 20, por lo que terminaron el año con 14 900 envases.

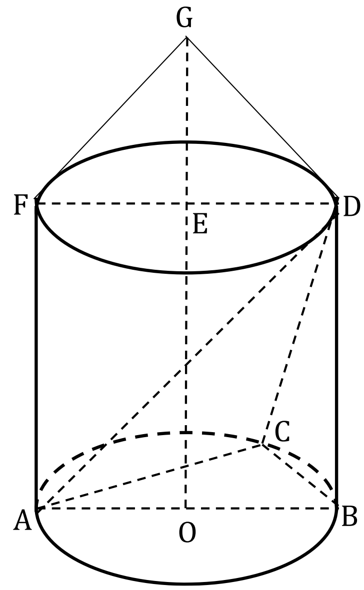
a) ¿Cuántos envases produjo la fábrica en noviembre?

b) Si para fabricar cada envase se necesitan aproximadamente 25 dm^2 de lata, y las planchas de lata con que cuenta la fábrica tienen 120 dm^2, ¿cuántas planchas utilizaron en enero?

[1] Problema del Temario 15 elaborado por los profesores Jesús Cantón Arenas y Mirta Capote Jaume (COVID)

5. La figura que se muestra, representa una pieza de madera formada por un cilindro circular recto y cono circular recto superpuesto en la base superior de dicho cilindro, donde coinciden sus bases. Además, se conoce que:

- La base del cono es el círculo de centro E y diámetro $\overline{\mathrm{FD}}$.
- G es el vértice del cono.
- C pertenece a la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{\mathrm{AB}}$ de la base inferior del cilindro.



5.1. De acuerdo a los datos que caracterizan la figura dada, nombra:

a) Dos oblicuas iguales.

b) Dos planos que se intersequen en una recta.

c) Dos rectas alabeadas.

5.2. Prueba que de todos los puntos del plano ABC pertenecientes al segmento $\overline{\mathrm{AC}}$, C es el pie de la oblicua de menor longitud trazada desde D.

5.3. Si el área lateral del cilindro es $\mathrm{A_L} = 314\,\mathrm{dm}^2$, $\tan \sphericalangle \mathrm{DAB} = 1$ y $\overline{\mathrm{OE}} = 5\overline{\mathrm{EG}}$, determina el volumen y el área total de la pieza

EQUIPO DE ELABORACIÓN:
Roger Riverón Rivas. Holguín.
Ericel Martínez Matos. Habana.
Frank Pérez Ríos. Ciego de Ávila.
Daniel Jesús Sánchez Guerra. Banes. Holguín.
Yandy Garcia Alvarez. Cienfuegos.
José D. Yaques Alonso. Manzanillo. Granma.
Miguel Guerrero Vidal. Manzanillo. Granma.
Yoelvis Labañino Maletá. Guantánamo
Jorge Villavicencio Pérez. Villa Clara.
Conrado Grillo Doimeadios. Matanza.
Francisco Olazabal Holguín.
Ricardo Mora López-Castro. Caibarién. Villa Clara

FINITO 6
2024

1. Lee detenidamente.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.

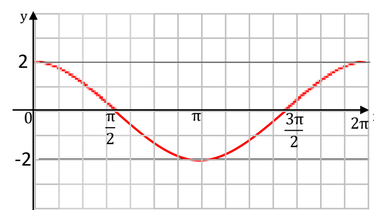
a) ___ La correspondencia definida de A en B, representada en la siguiente tabla es una función.

A	0	$\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
B	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

b) ___ El valor mínimo de la función f definida en $\{x \in \mathbb{R}: x \geq 3\}$ por la ecuación $h(x) = \sqrt{x-2} - 1$ es 0.

c) ___ El conjunto de números reales para los que se cumple que $\log_{\frac{1}{3}}(x-4) \geq 0$ es $\{x \in \mathbb{R}: x \leq 5\}$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.



1.2.1. El modelo de la figura muestra el esbozo de una parte del gráfico de la función $f(x) = 2\cos x$ definida en $\{x \in \mathbb{R}: 0 \leq x \leq 2\pi\}$. La función f cumple que:

a) ___ Es par.

b) ___ Es monótona decreciente y negativa para todos los valores x del dominio tales que $\{x \in \mathbb{R}: 0 \leq x \leq \pi\}$.

c) ___ Es inyectiva.

d) ___ Su conjunto imagen es $\{y \in \mathbb{R}: -2 \leq y \leq 2\}$

1.2.2. La expresión $Q(x) = \frac{\cos(x)+1}{\operatorname{sen} x}$ se anula para:

a) ___ $\cos(x) = -1$. b) ____$\cos(x) = 1$. c) _____$\operatorname{sen}(x) = 0$. d)____ $\emptyset$.

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. Sean los puntos $A(x; y), B(3; -3)$ y $C(5; -1)$ los vértices de un triángulo en ese orden. Además, se conoce que $r_{AB}: x + y = 0$. Entonces podemos afirmar que:

a) La altura relativa al lado $\overline{AB}$ tiene una longitud de ______u.

b) El punto medio de $\overline{BC}$ tiene como coordenadas ______.

1.3.2. Un móvil demora 10 horas en recorrer una distancia d con una velocidad constante de $5\,\mathrm{km/h}$, entonces para recorrer esa misma distancia con una velocidad constante de $10\,\mathrm{km/h}$, necesita ______ horas.

DATOS PARA EL ESTUDIANTE								
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\operatorname{sen} x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\cot x$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

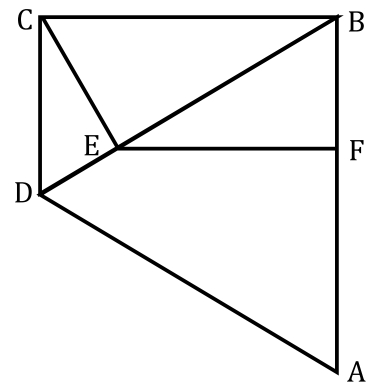
$\sqrt{2} \approx 1{,}414$ $\sqrt{3} \approx 1{,}732$ $\sqrt{5} \approx 2{,}2360$ $\pi \approx 3{,}141$

2. En la figura $ABCD$ es un trapecio rectángulo en B y C. Además, se conoce que:

- E y F puntos de $\overline{BD}$ y $\overline{AB}$ respectivamente.
- $\overline{CE} \perp \overline{BD}$.
- $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$.
- $\overline{BD}$ bisectriz del $\sphericalangle CDA$.

a) Demuestra que $\Delta CDE \sim \Delta BEF$.

b) Conociendo que $\sphericalangle CDA = 120°$, $A_{BCEF} \approx 40{,}87\ \text{cm}^2$ y $\overline{AB} = 12{,}0\ \text{cm}$, calcula el área de $ABCD$ que no pertenece a $BCEF$



3. Sean las expresiones $\mathrm{A(x)} = \frac{\cos 2x}{\mathrm{sen}x} \tan x + \frac{\mathrm{sen}2x}{2\mathrm{sen}x \cos^2 x}$ y $\mathrm{B(x)} = 2\cos x$.

a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple que:

$$\log_2[\mathrm{B(x)}]^2 - \log_2 \mathrm{B(x)} = \log_2 \mathrm{A(x)}$$

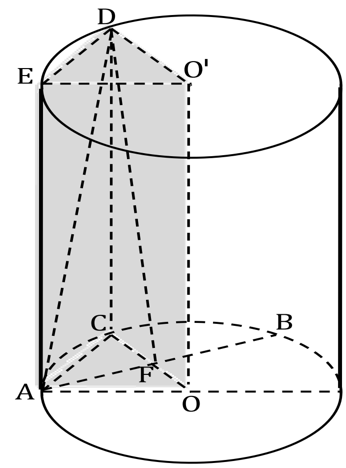
b) Determina el dominio numérico más restringido del resultado de calcular $\sqrt{2^{\mathrm{B}(3\pi)}}$.

4. El complejo industrial “Pescavilla” ubicado en el municipio costero de Caibarién, se dedica a la captura y comercialización de especies marinas. Un día dispuso, entre otros productos para la venta a la población; de algunos kilogramos de camarones y pargos del alto. La diferencia entre el duplo de la cantidad de kilogramos de camarones y la cantidad de kilogramos de pargo del alto, es igual a 200 Kilogramos. En la mañana se vendió el 60 % de la cantidad de kilogramos de camarones y las tres cuartas partes de kilogramos de pargos del alto, quedando para la tarde 220 kilogramos entre los dos productos.

a) ¿Cuántos kilogramos de cada uno de estos productos se dispuso para la venta a la población ese día?

b) Si el camarón se comercializa en cajas de cartón de dos Kilogramos a un precio de 1600 CUP cada una ¿Cuánto dinero se recaudó por la venta de este producto en la sesión de la mañana?

5. La figura representa una pieza maciza en forma de cilindro circular recto al cual se le ha realizado una perforación en forma de prisma recto $AOCDEO'$ que cumple las siguientes condiciones:



- Los triángulos AOC y $EO'D$ son las bases del prisma.
- O y O' son los centros de la base inferior y superior del cilindro.
- C y B puntos de la circunferencia que contiene a la base inferior del cilindro.
- F punto medio de $\overline{AB}$ y $\overline{OC}$ respectivamente.
- La generatriz del cilindro coincide con la altura $\overline{CD}$ del prisma.
- $\overline{AC} = 6{,}0\text{dm}$ y $\tan\measuredangle CAD = 2$.

a) Identifica y nombra:

- Una recta alabeada con $\overline{AB}$.
- Dos rectas paralelas al plano AOF.

b) Demuestra que ΔAFD es rectángulo.

c) Calcula el volumen después de la perforación.

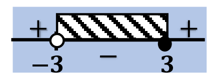
EQUIPO DE ELABORACIÓN:
Roger Riverón Rivas. Holguín.
Ericel Martínez Matos. Habana.
Frank Pérez Ríos. Ciego de Ávila.
Daniel Jesús Sánchez Guerra. Banes. Holguín.
Yandy Garcia Alvarez. Cienfuegos.
José D. Yaques Alonso. Manzanillo. Granma.
Miguel Guerrero Vidal. Manzanillo. Granma.
Yoelvis Labañino Maletá. Guantánamo
Jorge Villavicencio Pérez. Villa Clara.
Conrado Grillo Doimeadios. Matanza.
Francisco Olazabal Holguín.
Ricardo Mora López-Castro. Caibarién. Villa Clara

FINITO 7
2024

1. Lee detenidamente.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.

a) ___En el modelo gráfico que se muestra, la parte rayada indica la solución gráfica de la inecuación $\frac{x-3}{x+3} < 0$.



b) ___La función f definida en $\{x \in \mathbb{R}: x \neq 2\}$ por la ecuación $f(x) = \frac{1}{x-2}$ es monótona decreciente y negativa para los valores del dominio tales que $x < 3$.

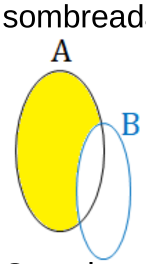
c) ___El resultado de calcular $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ para $A(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)$, es un número fraccionario.

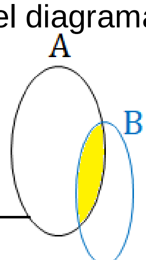
1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

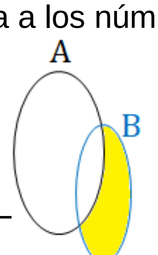
1.2.1. Sean h y g dos funciones definidas en $\mathbb{R}$ por las ecuaciones $h(x) = (x-1)^3 - 2$ y $g(x) = \sqrt[3]{x} + 1$. Si $f(x) = (h \circ g)_x$ entonces se cumple que:

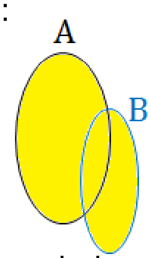
a) ___f es monótona decreciente en todo su dominio.
b) ___El gráfico de f interseca al eje de las abscisas en dos puntos.
c) ___f es impar.
d) ___f es inyectiva.

1.2.2. Si A es el conjunto de los números racionales y B el conjunto de los números irracionales, la parte sombreada de amarillo en el diagrama que representa a los números reales es:

a) ___ 

b) ___ 

c) ____ 

d) ____ 

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. Sean $A(4;-3)$ y $B(x;7)$ las coordenadas de los extremos de un segmento $\overline{AB}$, si $M(1;2)$ es el punto medio de $\overline{AB}$, entonces la abscisa del punto B es ______.

1.3.2. Las rectas r_1 y r_2 de ecuaciones $-kx + y - 3 = 0$; $y = (k-2)x + 1$ respectivamente, son perpendiculares para $k =$ ____.

1.3.3. Si ordenamos ascendentemente los valores numéricos de las variables x, y y z para $x = \sqrt[3]{\sqrt{64^{-1}}}$, $y = \operatorname{sen}\frac{2\pi}{3}$ y $z = \log_2\left(\frac{1}{2}\right)$ se obtiene que: _____< _____ < ______.

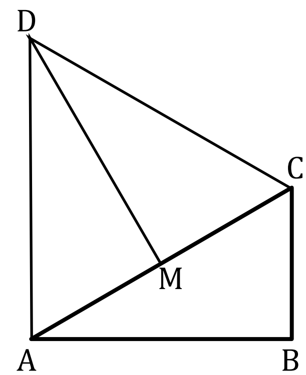
1.3.4. [1]La descontaminación de un río con unos equipos especializados, se puede medir a partir de la ecuación $C = \frac{20}{t+1} - 2$, donde t es el tiempo en días y C el nivel de contaminación en $mg/litros$. Si la descontaminación del río comenzó un 9 de enero, la misma habrá culminado completamente el día _______ de enero.

[1] Pregunta 1 inciso 1.3 b) del temario de entrenamiento número 3 elaborado por los profesores Jesús Cantón Arena y Mirta Capote Jaume

DATOS PARA EL ESTUDIANTE								
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\operatorname{sen} x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\cot x$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

$\sqrt{2} \approx 1{,}414$ $\quad \sqrt{3} \approx 1{,}732$ $\quad \sqrt{5} \approx 2{,}2360$ $\quad \pi \approx 3{,}141$

2. En la figura $ABCD$ es un trapecio rectángulo en A y B cuyas bases son $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ respectivamente. Además, se conoce que:



- M punto medio de $\overline{AC}$.
- $\overline{CD} = 2\overline{BC}$.
- ΔACD es isósceles de base $\overline{AC}$.

a) Demuestra que $\Delta CDM \sim \Delta ABC$.

b) Conociendo que $\overline{BC} = 4{,}0\ \text{cm}$ y $\overline{DM} = 4\sqrt{3}\ \text{cm}$, calcula el área del trapecio $ABCD$.

3. Sean las expresiones: $A(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, $B(x) = \sqrt{3 - x}$ y $C(x) = \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$.

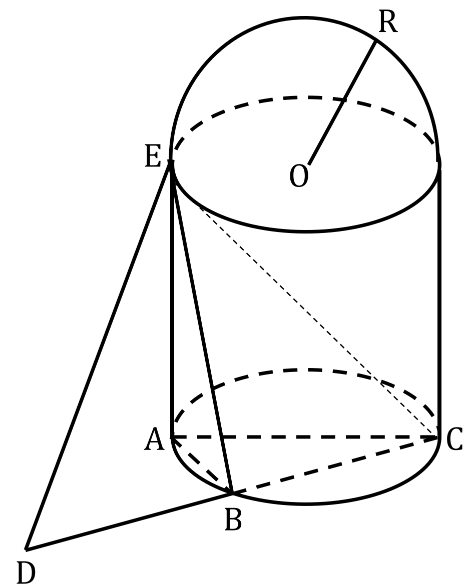
a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple que $C(x) = \cos 2x$

b) Halla los valores reales de la variable x para los cuales $2^{A(x)} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{B(x)} + \log_2\left[1 + Q\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right] = 0$

4. Un tabaquero produce un total de 811 tabacos cada día durante una semana de trabajo. Para envasar esta producción cuenta con cajas de tres tipos, las cajas del tipo A con capacidad para 12 tabacos, las del tipo B que pueden contener hasta 10 tabacos como máximo y las del tipo C de 4 tabacos. Si utiliza completamente todas las cajas de los tres tipos de las que dispone, podría envasar el total de tabacos producidos en dos días de trabajo. Además, se conoce que la cantidad de cajas del tipo A excede en 1 al duplo de la cantidad del tipo C y que la novena parte de la cantidad de cajas del tipo B representa el $20\,\%$ de la cantidad de cajas del tipo C. ¿De cuántas cajas de cada tipo dispone el tabaquero?

5. La figura muestra una pieza maciza compuesta por un cilindro circular recto y una semiesfera en la parte superior de radio $\overline{\mathrm{OR}}$, donde el círculo máximo de esta coincide con la base superior del cilindro de centro O y generatriz $\overline{\mathrm{EA}}$, también se conoce que:

- A, B y C puntos de circunferencia que limita la base inferior del cilindro.
- D pertenece a la prolongación de $\overline{\mathrm{BC}}$.
- El triángulo EBD rectángulo en B.
- $\tan \sphericalangle \mathrm{ABE} = \frac{4}{3}$
- $\overline{\mathrm{AB}} = 6{,}00\ cm$.



a) Prueba que $\overline{\mathrm{AC}}$ es diámetro de la circunferencia que limita la base inferior del cilindro.

b) Identifica y nombra tres puntos que pertenezcan simultáneamente a más de un plano.

c) La pirámide ABCE es recta. Determina si la proposición anterior es verdadera o falsa. Fundamenta tu respuesta.

d) Si el volumen de la semiesfera es de $486\,\pi\ \mathrm{cm}^3$. Determina la cantidad de material que contiene la pieza.

EQUIPO DE ELABORACIÓN:
Roger Riverón Rivas. Holguín.
Ericel Martínez Matos. Habana.
Frank Pérez Ríos. Ciego de Ávila.
Daniel Jesús Sánchez Guerra. Banes. Holguín.
Yandy Garcia Alvarez. Cienfuegos.
José D. Yaques Alonso. Manzanillo. Granma.
Miguel Guerrero Vidal. Manzanillo. Granma.
Yoelvis Labañino Maletá. Guantánamo
Jorge Villavicencio Pérez. Villa Clara.
Conrado Grillo Doimeadios. Matanza.
Francisco Olazabal Holguín.
Ricardo Mora López-Castro. Caibarién. Villa Clara

FINITO 8
2024

1. Lee detenidamente.

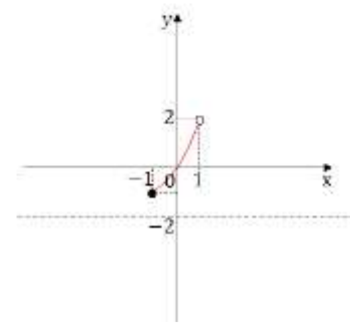
1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.

a) ___ El conjunto solución (S) de la ecuación $\operatorname{sen} x(1 + 2\operatorname{sen} x) = 0$ con $\{x \in \mathbb{R}: 0 < x < \pi\}$ es $S = \emptyset$.

b) ___ El conjunto imagen de la función h, definida en $\{x \in \mathbb{R}: x > 1\}$ por la ecuación $y = \log_2(x-1) + 3$ es $\{y \in \mathbb{R}: y > 3\}$.

c) ___ Según la OMS (Organización Mundial de la Salud) el nivel de intensidad "β" de un ruido dado por la fórmula: $\beta = 10.\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$, para que no dañe la audición de una persona debe estar entre los 55 y los 85 decibeles (dB) (sin considerar el tiempo de exposición) donde "I" es su intensidad e "I_0" su umbral de intensidad, entonces se considera normal un ruido cuya intensidad es de $10^{-2}\ w/m^2$ y su umbral de $10^{-12}\ w/m^2$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.



1.2.1. El modelo de la figura muestra el esbozo del gráfico de una función h definida en $[-1; 1)$ por la ecuación $y = 2^{x+1} - 2$. De la misma se puede afirmar que:

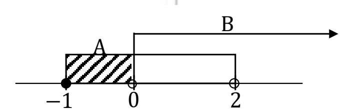
a) ___ Su conjunto imagen es $\{y \in \mathbb{R}: y > -2\}$.

b) ___ Su inversa h^{-1} está definida en $\{x \in \mathbb{R}: -1 \leq x < 2\}$

c) ___ Su valor máximo es $y = 2$.

d) ___ Es negativa en todo su dominio.

1.2.2. En el modelo gráfico que se muestra, se han representado los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R}: -1 \leq x < 2\}$ y $B = [0\ ;\ +\infty)$, la parte rayada indica la representación gráfica de:



a) ___ $B \setminus A$ b) ___ $B \cup A$ c) ____ $B \cap A$ d) ____ $A \setminus B$

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. Las coordenadas de los vértices de un triángulo son $A(-1; -1), B(5; -2)$ y $C(5; 1)$

a) La ecuación de la recta que es paralela al lado $\overline{BC}$ y pasa por el vértice A es: _____________.

b) Si $\overline{BM}$ es la mediana relativa al lado $\overline{AC}$ del triángulo ABC , entonces las coordenadas del punto M son _______.

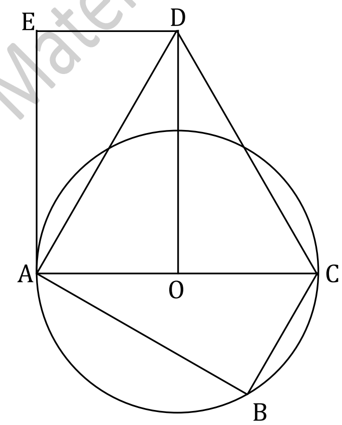
DATOS PARA EL ESTUDIANTE

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\operatorname{sen} x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\cot x$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

$\sqrt{2} \approx 1{,}414$ $\quad\sqrt{3} \approx 1{,}732$ $\quad\sqrt{5} \approx 2{,}2360$ $\quad\pi \approx 3{,}141$

2. En la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{\mathrm{AC}}$ se tiene que:
- B, punto de la circunferencia.
- $\overline{\mathrm{AD}} \parallel \overline{\mathrm{BC}}$.
- AODE es un rectángulo.
- $\sphericalangle \mathrm{BCD} = 120°$

a) El triángulo CDA es equilátero. Prueba que esta afirmación es verdadera.
b) Demuestra que $\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{BC}}$.
c) Conociendo que la longitud de la circunferencia es de $31{,}4\ \mathrm{cm}$, calcula el perímetro del pentágono BCDEA.



3. Sean las expresiones: $\mathrm{A}(\mathrm{x})=\frac{7+\mathrm{x}}{3x-3}$, $\mathrm{B}(\mathrm{x})=\frac{\mathrm{x}+3}{x+1}$ y $\mathrm{C}(\mathrm{x})=\frac{\cos 2\mathrm{x}+2\cos \mathrm{x}+1}{\cos \mathrm{x}(\cos \mathrm{x}+1)}$.

a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x el resultado de simplificar la expresión $\mathrm{C}(\mathrm{x})$ es un número natural.

b) Halla los valores reales de la variable x para los cuales $2^{\mathrm{A}(\mathrm{x})}\cdot 2^{\mathrm{B}(\mathrm{x})}=2\sqrt[3]{\mathrm{C}(\mathrm{x})}$.

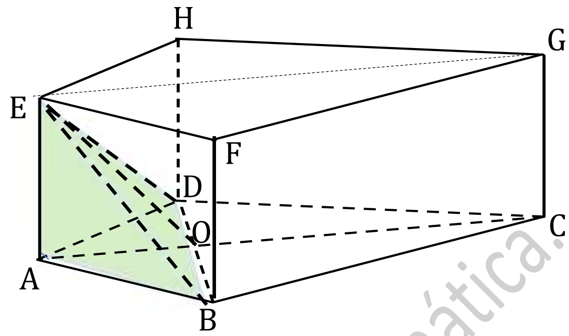
c) Determina el dominio numérico más restringido del resultado de calcular $\left(\sqrt{0{,}1}\right)^{\mathrm{C}\left(\frac{11\pi}{6}\right)}$

4. En los últimos años, la tecnología innovadora ha ganado terreno en nuestra sociedad. Durante el mes de enero del 2024 varios usuarios de la provincia Villa Clara realizaron el pago de su tarifa eléctrica utilizando la aplicación cubana Transfermóvil a través de alguna de las tres entidades bancarias: BANDEC, Banco Popular de Ahorro (BPA) o el Metropolitano. El 30 % de los usuarios realizaron el pago de su tarifa eléctrica a través de BANDEC, las tres quintas partes del resto, aumentado en 20 clientes, lo realizaron a través del BPA y los 820 restantes por medio del banco Metropolitano.

a) ¿Cuántos usuarios de esta provincia realizaron el pago a la Empresa Eléctrica del mes de enero a través del Transfermóvil?

b) Si en el mes de febrero el número de clientes que realizaron el pago de su tarifa electica a través del BPA, se incrementó en un 20 % ¿Cuántos usuarios más pagaron su tarifa eléctrica, utilizando Transfermóvil ese mes?

5. En la figura se muestra una pieza de madera en forma de prisma recto $ABCDEFGH$ de bases los trapezoides simétricos $ABCD$ y $EFGH$ con ejes $\overline{AC}$ y $\overline{EG}$ respectivamente. De dicha pieza se ha extraído una cuña en forma de pirámide oblicua $ABDE$, además, se conoce que:



- O es el punto de intersección de las diagonales de la cara $ABCD$.
- El ángulo que determina la oblicua $\overline{EO}$ con el plano que contiene a la base inferior del prisma es θ tal que $\tan\theta = 1$.
- $\overline{EO} = \sqrt{8}\ \text{cm}$ y área del triángulo DEB es de $\sqrt{32}\ \text{cm}^2$.
- $\frac{\overline{AO}}{\overline{OC}} = \frac{1}{2}$.

a) Nombra:

— Dos rectas que no tengan puntos comunes entre si y no estén contendidas en un mismo plano.

— Dos oblicuas trazadas al base inferior del prisma que sean iguales.

— Tres planos perpendiculares dos a dos.

b) Demuestra que la recta que contiene a la oblicua $\overline{EO}$ es mediatriz de la diagonal $\overline{BD}$ de la cara $ABCD$.

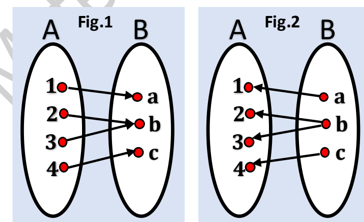
c) Calcula el volumen de la pieza y el área total de la pieza después de haber extraído la cuña.

EQUIPO DE ELABORACIÓN:
Roger Riverón Rivas. Holguín.
Ericel Martínez Matos. Habana.
Frank Pérez Ríos. Ciego de Ávila.
Daniel Jesús Sánchez Guerra. Banes. Holguín.
Yandy Garcia Alvarez. Cienfuegos.
José D. Yaques Alonso. Manzanillo. Granma.
Miguel Guerrero Vidal. Manzanillo. Granma.
Yoelvis Labañino Maletá. Guantánamo
Jorge Villavicencio Pérez. Villa Clara.
Conrado Grillo Doimeadios. Matanza.
Francisco Olazabal Holguín.
Ricardo Mora López-Castro. Caibarién. Villa Clara

FINITO 9
2024

1. Lee detenidamente.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.



a) ___ Si f es la función definida del conjunto $\{\ 1\ ;2\ ;3\ ;4\ \}$ en el conjunto $\{\ a\ ;b\ ;c\ \}$ como muestra en la figura 1, entonces la correspondencia definida de $\{\ a\ ;b\ ;c\ \}$ en $\{\ 1\ ;2\ ;3\ ;4\ \}$ (fig.2) corresponde a la función f^{-1}, inversa de f.

b) ___ Si m y n son dos números naturales con $m \neq 0$ tales que $m = n + 1$, entonces se cumple que $\log m = \log n + \log 1$.

c) ___ Si se conoce que la cantidad de miembros de una población de paramecios se puede calcular por la fórmula $P = 0{,}5^{2-t}$, donde t es el tiempo transcurrido en segundos y P es la cantidad (en miles) de paramecios que existe en la población, entonces en la población habrá 8 000 paramecios cuando han transcurridos aproximadamente 5 segundos.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.2.1. De las funciones f, g, h y r dadas a continuación a través de sus ecuaciones y una de las propiedades que las caracterizan, solo resulta verdadera:

a) ___ El gráfico de la función f, definida en $\mathbb{R}$ de ecuación $f(x) = 3$, es simétrico respecto al origen de coordenadas.

b) ___ La función g de ecuación $g(x) = |x - 1| + 3$, definida en $\{x \in \mathbb{R}: x \geq 1\}$, es inyectiva.

c) ___ La función h de ecuación $h(x) = 3^{x-1} + 2$, definida en $\mathbb{R}$, tiene como imagen $\{y \in \mathbb{R}: y \geq -2\}$.

d) ___ La función r de ecuación $r(x) = \log_2(x - 4)$, definida en $\{x \in \mathbb{R}: x > 4\}$, es monótona decreciente en todo su dominio.

1.2.2. Si $r(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^{2-x}$, entonces $r(x) \geq \log_3 \sqrt[6]{3}$ para todas las $x \in \mathbb{R}$ tales que:

___ $x \geq 0$. b) ___ $x \leq 1$. c) ____ $x > 1$. d) ____ $x \geq 1$.

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. Las coordenadas de los vértices de un triángulo ABC isósceles de base $\overline{AB}$ son $A(-1;-1)$, $B(5;-1)$ y $C(x;y)$

a) El valor numérico de la pendiente (m) de toda recta paralela a la recta a la recta que pasa por los vértices A y B es $m =$_______.

b) La ecuación de la recta que contiene a la bisectriz del $\sphericalangle BCA$ es ___________.

DATOS PARA EL ESTUDIANTE								
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\operatorname{sen} x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\cot x$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

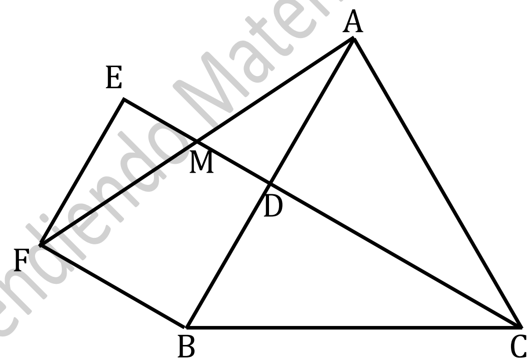
$\sqrt{2} \approx 1{,}414$ $\sqrt{3} \approx 1{,}732$ $\sqrt{5} \approx 2{,}2360$ $\pi \approx 3{,}141$

2. En la figura E, M, D y C puntos alineados. Además, se conoce que:

- ΔABC isósceles de base $\overline{BC}$.
- $M \in \overline{AF}$.
- $\overline{CD}$ mediana relativa al lado $\overline{AB}$.
- $BDEF$ es un rectángulo.
- $\overline{FA} \perp \overline{AC}$.

a) Demuestra que $\Delta AMC = \Delta AFB$.

b) Calcula el perímetro de $BDEF$ conociendo que $\overline{AC} = 12{,}0 \text{ cm}$.



3. Sean las expresiones: $A(x) = \frac{3\text{sen}2x}{2\cos x}$ y $B(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple que: $A(x) = 3B(x)$.

b) Determina los valores reales de x con $0 \leq x \leq \pi$ para los que se cumple que $5^{\sqrt{A(x)+1}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{B(x)} = \log_2 32$.

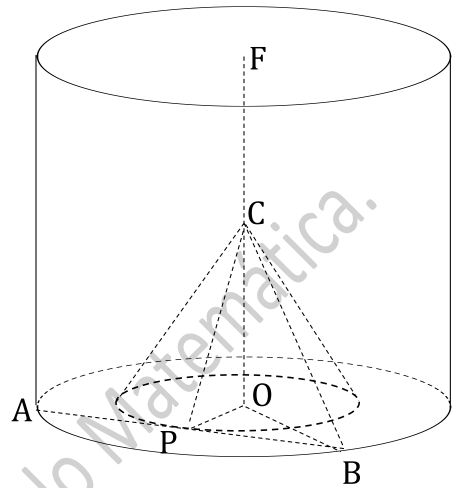
c) Determina el dominio numérico más restringido del resultado de calcular $\sqrt{\log_3\left[\frac{A(x)}{B(x)}\right]}$ para $x = \frac{5\pi}{6}$.

4. La fábrica de acumuladores de polipropileno "XX Aniversario" de Manzanillo, única en el país, fabricó en el primer trimestre del año un total de 830 baterías de 12 voltios entre los modelos A, B y C, con una capacidad de ácido para batería por modelo de 3; 5 y 10 litros respectivamente. Se supo que la cantidad de baterías fabricada del modelo C excedió en 40 al triplo de la cantidad del modelo A. Una empresa compró todas las baterías del modelo A, el 80% del modelo C y 100 acumuladores del modelo B, adquiriendo en la compra una cantidad de 4060 litros de ácido en total.

a) ¿Cuántas baterías de cada modelo se fabricaron en el primer trimestre?

b) Si el ácido para las baterías se compra en tanques con capacidad de 200 litros, ¿cuántos tanques se necesitaron para cubrir la demanda del llenado de las baterías fabricadas en el primer trimestre?

5. En la figura se muestra una pieza maciza en forma de cilindro circular recto de altura $\overline{\text{OF}}$ y radio $\overline{\text{OB}}$, a la que se le ha realizado una perforación en forma de cono circular recto con altura $\overline{\text{OC}}$ y radio $\overline{\text{OP}}$. Se sabe, además:



- P es punto medio de la cuerda $\overline{\text{AB}}$ y punto de tangencia de $\overline{\text{AB}}$ con la base del cono.
- F, C y O son puntos alineados.

5.1. Nombra:

a) Tres puntos que determinen infinitos planos.

b) Una recta alabeada a $\overline{AB}$.

c) La proyección de $\overline{FO}$ sobre el plano OPB.

5.2. Prueba que: $\measuredangle\text{BCP} + \measuredangle\text{PBC} = 90^0$.

5.3. Calcula el volumen y el área total de la pieza después de la perforación, si se tiene que: $\overline{\text{OC}} = \frac{4}{5}\overline{\text{OF}}$, $\measuredangle\,\text{CBO} = 45^0$, $\overline{\text{CP}} = 5{,}0\ \text{cm}$ y $\overline{\text{CB}} = 4\sqrt{2}\ \text{cm}$.

EQUIPO DE ELABORACIÓN:
Roger Riverón Rivas. Holguín.
Miguel Guerrero Vidal. Manzanillo. Granma.
Ericel Martínez Matos. Habana.
Daniel Jesús Sánchez Guerra. Banes. Holguín.
José D. Yaques Alonso. Manzanillo. Granma.
Yandy Garcia Alvarez. Cienfuegos.
Frank Pérez Ríos. Ciego de Ávila.
Conrrado Grillo Doimeadios. Matanza.
Ricardo Mora Lólpez. Villa Clara.
Yoelvis Labañino Maletá. Guantánamo.

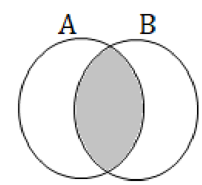
FINITO 10
2024

1. Lee detenidamente.

1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.

a) ___ Los valores de x que anulan la fracción algebraica $\frac{x^2-1}{x+1}$ son $x_1=-1$ y $x_2=1$.

b) ___ El diagrama muestra sombreaba la intersección entre los conjuntos $A=\{-2;\ -1;0;1;2\}$ y $B=\{-1;0;1\}$.



c) ___ Cierto medicamento se le suministra al paciente oralmente y tiene efecto cuando su concentración en sangre está por encima de $4\ \mathrm{mg/L}$. La expresión $C=\frac{20t}{t^2+4}$ muestra como varia la concentración ($\mathbf{C}$) en sangre (en $\mathrm{mg/L}$) del medicamento al transcurrir un tiempo ($\mathbf{t}$) en horas, una vez iniciado el tratamiento. Entonces, si a las 8:00 a.m. se le administra a un paciente el medicamento, a las 10:00 a.m. el paciente presenta una concentración en sangre del medicamento de $5\ \mathrm{mg/L}$.

1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.2.1. De las funciones f, g, h y r dadas a continuación a través de sus ecuaciones y una de las propiedades que las caracterizan, solo resulta verdadera:

a) ___ La función f, definida en $\{x\in\mathbb{R}: 0\le x\le 2\pi\}$ de ecuación $f(x)=3\cos x$, es periódica.

b) ___ La función g de ecuación $g(x)=\frac{1}{x}+3$, definida en $\{x\in\mathbb{R}: x\neq 0\}$, es impar.

c) ___ La función h de ecuación $h(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}+2$, definida en $\mathbb{R}$, es monótona creciente en todo su dominio.
.

d) ___ El conjunto imagen de la función s de ecuación $s(x)=\sqrt[3]{x+1}-2$ definida en $\mathbb{R}$ es $\{y\in\mathbb{R}: y\ge -2\}$

1.2.2. Si $r(x)=\frac{\sqrt{x}}{x-1}$, entonces $r(x)$ está definida para todas las $x\in\mathbb{R}$ tales que:

___ $x\ge 0$. b) ___ $x\neq 1$. c) ____ $x>0$ y $x\neq 1$. d) ____ $x\ge 0$ y $x\neq 1$.

1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:

1.3.1. Los puntos A (0; 3); B (3; 3) y C (3; -1) los vértices de un triángulo ABC rectángulo en B. Entonces

a) La distancia del punto C a la recta que contiene al lado AB es de: ______u.

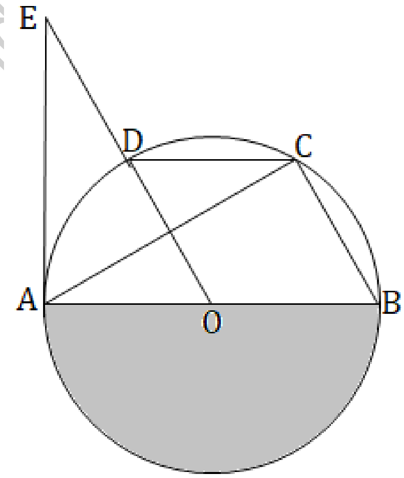
b) La ecuación de la recta que contiene al lado AB tiene por ecuación: _______________ y forma con el semieje “x” positivo un ángulo de ____ grados.

DATOS PARA EL ESTUDIANTE								
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$270°$	$360°$
$\operatorname{sen} x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-$	0	$-$	0
$\cot x$	$-$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-$	0	$-$

$\sqrt{2} \approx 1{,}414$ $\sqrt{3} \approx 1{,}732$ $\sqrt{5} \approx 2{,}2360$ $\pi \approx 3{,}141$

2. La figura muestra la circunferencia de centro O y diámetro $\overline{AB}$, se conoce además que:

- C y D puntos de la circunferencia.
- $OBCD$ rombo de 40 cm de perímetro.
- $\overline{EA}$ tangente a la circunferencia en A.
- $D \in \overline{EO}$.
- $\overline{ED} = \overline{AO}$.



a) Demuestra que $\overline{EA} = \overline{AC}$.

b) Determina la amplitud del arco $\widehat{DB}$.

c) Calcula el perímetro de la región sombreada.

3. Sean las expresiones: $A(x) = \sqrt{2x+3}$ y $B(x) = x+2$ y $C(x) = \frac{1-\cos 2x}{2(\cos x+1)}$

a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable x se cumple que: $C(x) = 1 - \cos x$.

b) ¿Para qué valores reales de "x" se cumple que: $\log 5^{A(x)} + \log 2^{A(x)} = B(x)$?

c) Determina el dominio numérico más restringido del resultado de calcular $\sqrt{16^{C\left(\frac{5\pi}{3}\right)}}$.

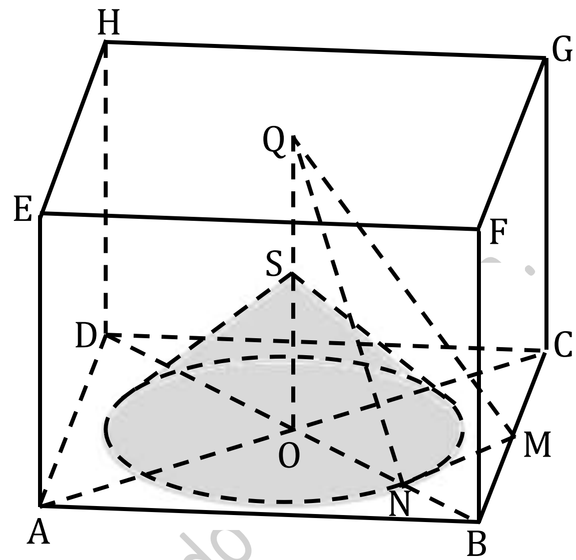
4. Al cierre del año 2022 el periódico Granma publicó, que hasta la fecha se habían aprobado en el país para fortalecer el nuevo modelo económico, un total de 6273 MIPYME, entre los sectores privados, estatal y cooperativas no agropecuarias. Se supo que el número de MIPYME aprobado en el sector estatal aventajo en 15 al sector no agropecuario; mientras que el décuplo de la suma de las MIPYME aprobadas por estos dos últimos sectores, representó las dos novenas partes del sector privado, disminuido en 14.

a) ¿Cuántas MIPYME fueron aprobadas al cierre del año 2022 en el sector privado?

b) ¿Qué tanto por ciento representó al cierre del año 2022 las MIPYME aprobadas del sector estatal y no agropecuario con respecto al sector privado?

5. La figura muestra una pieza maciza de madera en forma de cubo ABCDEFGH a la cual se le realizó una perforación en forma de cono circular recto como muestra la figura.

- La base del cono está contenida en la cara inferior del cubo de manera que O es centro de la base del cono y punto donde se intersecan las diagonales de esta cara del cubo.
- Los puntos Q, S y O están alineados tales que $\overline{\mathrm{QO}}$ es altura del cubo y $\overline{\mathrm{SO}}$ altura del cono.
- N punto de la circunferencia que limita la base del cono y $\mathrm{M} \in \overline{\mathrm{BC}}$ de manera que $\overline{\mathrm{MN}} \parallel \overline{\mathrm{AC}}$.



a) De los segmentos representados en la figura, identifica uno que sea paralelo al plano QON.

b) Demuestra que el triángulo QNM es rectángulo.

c) Conociendo que el área de la base del cono es de $25\pi\mathrm{cm}^2$, $\tan \measuredangle\mathrm{QNO} = 2$ y $\overline{\mathrm{SO}} = \frac{3}{5}\overline{\mathrm{QO}}$; determina el volumen de la pieza que resulta luego de la perforación.