# Resumen sobre Conjuntos y Dominios Numéricos 12mo grado

CiNESOFT
EMPRESA DE INFORMÁTICA
Y MEDIOS AUDIOVISUALES

**Para satisfacer los pedidos de nuestros estudiantes de 12mo grado y contribuir con una mayor preparación con vistas a la prueba de ingreso, nuestra empresa CINESOFT ha elaborado este resumen.**

**Este material te servirá como un complemento a las clases televisivas, junto a tu libro de texto.**

**Este resumen está dedicado a recordar algunos contenidos de conjuntos y dominios numéricos, muchos de ellos aplicados posteriormente en el análisis de funciones y el trabajo con ecuaciones e inecuaciones.**

**Este material se ha elaborado con premura, para ponerlo a tu disposición. Rogamos nos disculpes cualquier imprecisión y la hagas llegar a nosotros para hacer la corrección inmediatamente.**

**Esperamos que te sea útil para lograr una mejor preparación.**

**Qué tengas éxito y recuerda nuestra empresa te recomienda:**

**#QuédateEnCasa #PrepárateEnCasa**

**Autores: MSc. Jesús Cantón Arenas**

**MSc. Mirta Capote Jaume**

# Conjuntos

**Conjunto:** **Agrupación** de diferentes **elementos** que comparten entre sí características y propiedades semejantes.

Estos elementos pueden ser **números**, **figuras**, **meses**, **frutas**; etc.

**Ejemplos:**

**A** = {1 ; 2 ; 3}

**B** = {♦ ; ● ; ∆}

**C** = {enero ; marzo ; mayo ; septiembre}

**D** = {mango ; guayaba}

## Clasificación de los conjuntos

**1. Finito:** Un conjunto es **finito** cuando sus **n** elementos se pueden enumerar o contar, siendo **n** un número entero positivo.

**Ejemplo:** **M** = {5 ; 7,9 ; 100} tiene **3** elementos, **n** = 3.

**2: Infinito**: Un conjunto es **infinito** cuando sus **n** elementos no se pueden enumerar ni contar, debido a que no tiene fin.

**Ejemplo:** **P** = $\{x \in R: x > 4\}$ tiene **infinitos** elementos.

Los **conjuntos finitos** a su vez, pueden clasificarse en:

♦ **Conjunto vacío**.

Conjunto que **no** tiene elementos. El símbolo que se utiliza para representar este conjunto es **Ø**.

♦ **Conjunto unitario**.

Conjunto que tiene **un solo** elemento.

**Ejemplo:** **A** = $\{4\}$.

Cuando los elementos de los conjuntos son números, estamos en presencia de **conjuntos numéricos.**

**Ejemplos:**

- El conjunto de los números **naturales** $\{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \ldots\}$ que es un conjunto **infinito**.

- El conjunto de los números **primos** entre 4 y 12, $\{2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11\}$ que es un conjunto **finito**.

# Relaciones

Dentro del trabajo con los conjuntos y sus elementos se pueden establecer las relaciones siguientes:

**1.** Relaciones de **pertenencia**:

♦ Si un elemento **a** **pertenece** a un conjunto **B**, se escribe **a**$\in$**B**, se interpreta como "el elemento **a** **pertenece** al conjunto **B**". Si el elemento **b** **no pertenece** al conjunto **B**, se escribe **a**$\notin$**B**.

**Nota:** Los símbolos $\in$ y $\notin$ se utilizan para establecer relaciones entre un **elemento** y un **conjunto**.

**Ejemplos:** $-\mathbf{2} \in \mathbb{Z}$ y $-2 \notin \mathbb{N}$

**2.** Relaciones de **inclusión**:

♦ Si todos los elementos de un conjunto **A** son también elementos de un conjunto **B**, se dice que **A** es un **subconjunto** de **B**. Esta relación se expresa como: $A \subset B$. Si al menos un elemento de **A** **no** es un elemento de **B**, entonces **A** **no** es un **subconjunto** de **B**, se escribe $A \not\subset B$.

**Nota:** Los símbolos $\subset$ y $\not\subset$ se utilizan para establecer relaciones entre **dos conjuntos**.

**Ejemplos:**

♦ Si **A** = $\{-3 ; 0 ; 5\}$, entonces $A \subset \mathbb{Z}$ .

♦ Si **A** = $\{-3 ; 0 ; 5\}$, entonces $A \not\subset \mathbb{N}$ .

**Nota:** Son **incorrectas** las siguientes igualdades:

♦ $\{-3\} \in \mathbb{Z}$ , como $-3$ está entre llaves, $\{-3\}$ es un **conjunto unitario** y entre dos conjuntos no se utiliza el símbolo de pertenencia, lo correcto sería $\{-3\} \subset \mathbb{Z}$ .

♦ $2{,}4 \not\subset \mathbb{N}$ , entre un número y un conjunto no se utiliza el símbolo de subconjunto, lo correcto sería $2{,}4 \notin \mathbb{N}$ .

♦ $\mathbb{N} \in \mathbb{Q}$ , entre dos conjuntos no se utiliza el símbolo de pertenencia, lo correcto sería $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ .

## Formas de representación

Un conjunto puede ser representado de las formas siguientes:

**1. Forma por enumeración o extensión**, listando todos sus elementos cuando es posible, separados cada uno por medio de una coma o punto y coma y encerrados entre llaves.

**Por ejemplo:**

•"El conjunto **M** formado por los dedos de una mano" se escribe así:

**M** = {pulgar , medio , meñique , índice , anular}.

• "El conjunto **A** formado por los números enteros pares mayores que veinte y menores que cien"

**A = {22 , 24 , 26 , 28 , ... , 98}**

**Nota:** Esta forma de escribir se denomina **notación tabular**.

**2. Forma descriptiva** por medio de una **frase** o **regla** que describe las propiedades que tienen sus elementos, **descripción por comprensión**.

**Por ejemplo:** **B** = {**x**∈ℕ: **x**$^2$ < 25}.

Se lee "**B** es el conjunto de todas las **x** que pertenecen a los números naturales, cuyo cuadrado es menor que 25".

**Nota:** Esta notación se denomina **constructiva**.

**3. Forma gráfica** mediante un **dibujo**, **diagrama de Venn**, una **tabla** o un **diagrama de árbol** para representar ciertas relaciones entre dos o más conjuntos.


**Resumiendo:**

Observa los ejemplos siguientes, donde aparece representado un conjunto de todas las formas anteriores descritas:

**Ejemplo 1:**

- Por **extensión**: **A** = {a , e , i , o , u}

  **Notación tabular**

- Por **descripción**: **A** = {x/x es una vocal}

  **Notación constructiva**

- Por un **diagrama**:


**Ejemplo 2:**

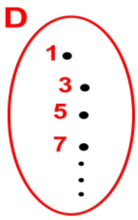
- Por **extensión**: **B** = {1 ; 3 ; 5 ; ….}

  **Notación tabular**

- Por **descripción**: **C** = {**x**∈N: **x** impar}

  **Notación constructiva**

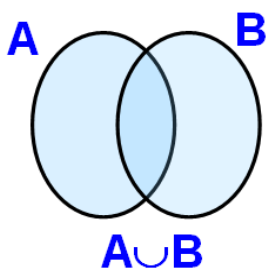
- Por un **diagrama**:




# Operaciones con conjuntos

## • Unión:

La **unión** de dos conjuntos **A** y **B** es el conjunto formado por **todos los elementos** de los dos conjuntos. O sea, los elementos que pertenecen al conjunto **A** o al conjunto **B**, o a ambos.




- Esta operación se denota como: **A∪B**

En forma simbólica, esta operación se puede definir como:

**A∪B** = {**x**/ **x**∈**A** o **x**∈**B**}

**Ejemplos:**

**1.** Sean **A** = $\{0 ; 3{,}14 ; 5\}$ y **B** = $\{-2 ; 0 ; \pi\}$, entonces:

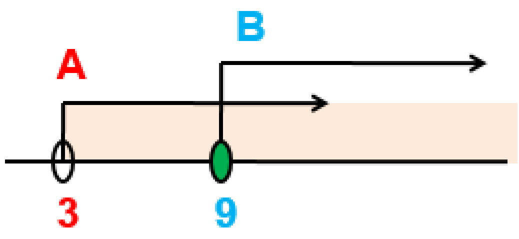
**A**$\cup$**B** = $\{0 ; 3{,}14 ; 5 ; -2 ; \pi\}$.

**2.** Sean **A** = $\{x \in R: x > 3\}$ y

**B** = $\{ x \in R: x \geq 9\}$,

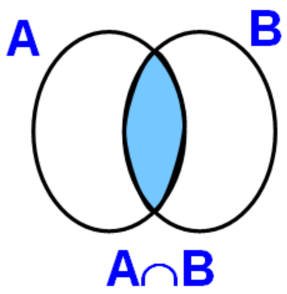
entonces:

**A**$\cup$**B** = $\{x \in R: x > 3\}$.




## • Intersección:

La **intersección** de dos conjuntos **A** y **B** es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a **ambos** conjuntos, los elementos **comunes**. O sea, los elementos que pertenecen a **A** y pertenecen a **B**.




• Esta operación se denota: **A**$\cap$**B**.

En forma simbólica, esta operación se puede definir como: **A**$\cap$**B** = $\{x / x \in A$ **y** $x \in B\}$

**Ejemplos:**

**1.** Sean **A** = $\{0 ; 3{,}14 ; 5\}$ y **B** = $\{-2 ; 0 ; \pi\}$, entonces:

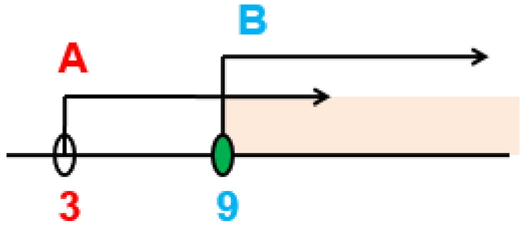
**A**$\cap$**B** = $\{0\}$.

**2.** Sean **A** = $\{x \in R: x > 3\}$ y

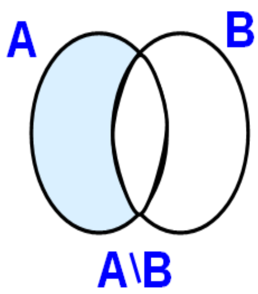
**B** = $\{ x \in R: x \geq 9\}$,

entonces:

**A**$\cap$**B** = $\{x \in R: x \geq 9\}$.

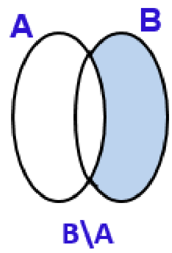



# • Diferencia:




Sean dos conjuntos **A** y **B** cualesquiera, su **diferencia** es el conjunto que se forma con los elementos que **pertenecen** al conjunto **A**, pero que **no pertenecen** al conjunto **B**.

Denotamos la diferencia entre conjuntos como **A \ B**.




• Al igual que la operación aritmética que llamamos **diferencia o resta**, la diferencia entre dos conjuntos **no** es conmutativa, o sea **A \ B** no es lo mismo que **B \ A**.

• En forma simbólica, la diferencia de dos conjuntos **A** y **B** se puede expresar de la manera siguiente:

$A \setminus B = \{x / x \in A \text{ y } x \notin B\}$.

## Ejemplos:

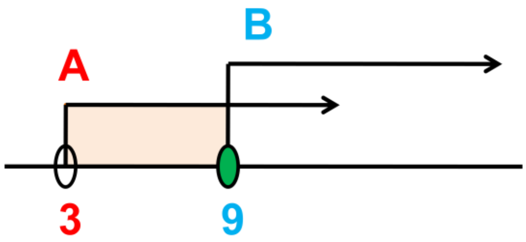
**1.** Sean **A** = $\{0 \,;\, 3{,}14 \,;\, 5\}$ y **B** = $\{-2 \,;\, 0 \,;\, \pi\}$, entonces:

**A\B** = $\{3{,}14 \,;\, 5\}$.

**2.** Sean **A** = $\{x \in R: x > 3\}$ y

**B** = $\{x \in R: x \geq 9\}$, entonces:

**A\B** = $\{x \in R: 3 < x < 9\}$.



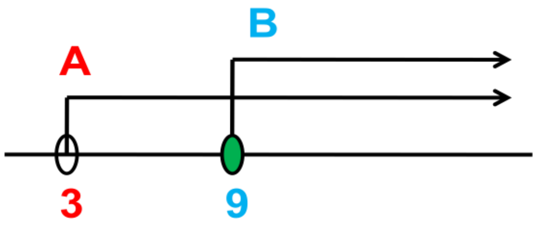

**3.** Sean **A** = $\{0 ; 3{,}14 ; 5\}$ y **B** = $\{-2 ; 0 ; \pi\}$, entonces:

**B\A** = $\{-2 ; \pi\}$.

**4.** Sean **A** = $\{x \in R: x > 3\}$ y

**B** = $\{x \in R: x \geq 9\}$, entonces:

**B\A** = $\varnothing$.




Todos los elementos de **B** son elementos de **A**, luego A$\subset$**B**.

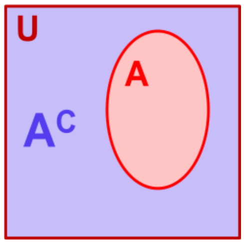
**Nota:** En los ejemplos mostrados debes tener en cuenta que $\pi$ **no** es igual a 3,14; $\pi$ es un número irracional y por tanto tiene desarrollo decimal infinito.

## • Complemento de un conjunto:

Para realizar esta operación es necesario tener un conjunto llamado **conjunto Universo.**

Llamamos **conjunto universo** al conjunto que tomamos como marco de referencia para formar y realizar alguna operación entre conjuntos. Por lo general, este conjunto se representa con la letra **U**.

Sean dos conjuntos **U** (Universo) y **A**, entonces el conjunto **A**$^c$ (**Complemento** de **A**) es el conjunto formado por los elementos que le faltan al conjunto **A** para conformar el conjunto universo **U**.




**Ejemplos:**

**1.** Si el conjunto **universo** son los números reales ( $\mathbb{R}$ ) y el conjunto **A** son los números racionales ( $\mathbb{Q}$ ), entonces el conjunto **A**$^c$ es el conjunto ($\mathbb{I}$) , o sea los irracionales.

**2.** Si el conjunto **universo** está formado por los números reales ( $\mathbb{R}$ ) y el conjunto **A** = $\{x\in \mathbb{R}: x > 2\}$, entonces el conjunto **A**$^c$ = $\{x\in \mathbb{R}: x \leq 2\}$.

**3.** Si el conjunto **universo** está formado por todos los seres humanos que habitan nuestro planeta y el conjunto **A**: Los seres humanos de sexo masculino que habitan el planeta, entonces el conjunto **A**$^c$ estará formado por todas los seres humanos de sexo femenino que habitan el planeta.

# Conjuntos numéricos

- Reales $\mathbb{R}$
  - ♦ Racionales $\mathbb{Q}$
    - ♦ Enteros $\mathbb{Z}$
      - ♦ Naturales $\mathbb{N}$
      - ♦ Enteros negativos
    - ♦ Fracciones positivas y negativas
  - ♦ Irracionales $\mathbb{I}$

♦El conjunto de los números **naturales** está formado por los números **enteros no negativos** y su símbolo es $\mathbb{N}$ :

$$\mathbb{N} = \{0; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \ldots\}$$

♦El conjunto de los números **enteros** está formado por los números **naturales** y sus **opuestos** y su símbolo es $\mathbb{Z}$ :

$$\mathbb{Z} = \{\ldots\ldots ; -3 ; -2 ; -1 ; 0; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \ldots\}$$

♦El conjunto de los números **racionales** está formado por los números **enteros** y las **fracciones** positivas y negativas, su símbolo es $\mathbb{Q}$ .

**Recuerda que:**

**1.** Todo número **racional** puede escribirse siempre como fracción, o sea, de la forma $\frac{p}{q}$, $p,q \in \mathbb{Z}$ y $q \neq 0$.

**2.** La forma anterior permite que los números **racionales**

puedan escribirse además como **expresiones decimales finitas** o **infinita periódicas.**

**Ejemplos:** $\frac{1}{4} = 0{,}25$ ; $\frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$ ; $-\frac{3}{100} = -0{,}03$.

♦ $\mathbb{I}$ es el conjunto de los números **irracionales** y está formado por las expresiones decimales **infinitas no periódicas**, positivas y negativas.

**Ejemplos:** 0,231… ; – 12,1257….

**Nota:**

**1.** Las **raíces** que **no** son exactas como $\sqrt{2}$ ; $\sqrt{3}$ ; $\sqrt[3]{7}$ , etc, al calcularlas dan como resultado una expresión decimal infinita no periódica, o sea, un número **irracional**.

**2.** Los logaritmos que no son exactos, son también números **irracionales**, como $\log_2 3$ y log15.

**3.** Los números **irracionales no** se pueden expresar como fracción.

♦ $\mathbb{R}$ es el conjunto de los **reales** y está formado por los números **racionale**s y los **irracionales**, por tanto se cumple que:

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

**Nota:**

**1.** Los números **reales** cubren toda la recta numérica.

**2.** A cada **número real** le corresponde un **punto** en la recta numérica y viceversa, por lo que entre ellos se establece una **correspondencia biunívoca**.

**Nota:** Recuerda que también estudiaste separado, por necesidad, el conjunto de los números **fraccionarios**.

- $\mathbb{Q}_+$ es el conjunto de los números **fraccionarios** y está formado por los números **naturales** y las fracciones positivas, que como sabes se pueden escribir mediante expresiones decimales **finitas** e **infinitas periódicas**.

**Comentario:**

En Matemática, cuando se habla de **conjunto numérico** se alude a un conjunto de números, pero cuando se hace referencia a un **"dominio numérico"**, se está aludiendo tanto a un conjunto numérico como a las **operaciones** y **relaciones** que se pueden establecer entre sus elementos, pues son estas y sus propiedades las que permiten dotarlos de cierta "estructura".

De los conjuntos numéricos estudiados, solo el conjunto de los números **irracionales** **no representa** **dominio numérico**.

## Relaciones de inclusión entre los conjuntos:

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ $\qquad$ $\mathbb{Q}_+ \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

## Conjuntos numéricos con exclusión del cero:

$\mathbb{N}^* \quad \mathbb{Z}^* \quad \mathbb{Q}^* \quad \mathbb{R}^*$

**Importante:**

Para realizar **operaciones** con conjuntos cuyos elementos son números reales, además de la **notación constructiva**, también es necesario dominar la **notación de intervalos**, así como su **representación gráfica**.

Los **intervalos numéricos** son subconjuntos de números reales comprendidos entre dos números, que pueden pertenecer o no al subconjunto numérico que describen.

**Pueden ser:**

**1. cerrados**: $[a; b] = \{x \in R: a \leq x \leq b\}$,

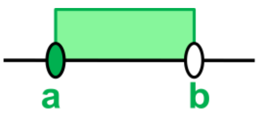
se **incluyen** ambos extremos.


**2. abiertos**: $(a\ ; b) = \{x \in R: a < x < b\}$,

se **excluyen** ambos extremos.

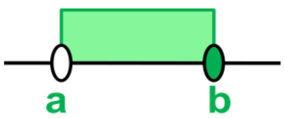

**3. semiabiertos o semicerrados**:

$[a; b) = \{x \in R: a \leq x < b\}$,



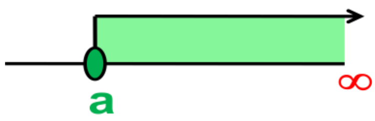

$(a; b] = \{x \in R: a < x \leq b\}$,

se **incluyen** un **solo** extremo.

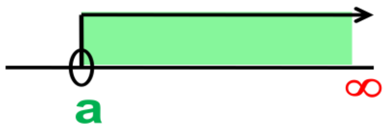


**4. infinitos:**

$[a;\ \infty) = \{x \in R:\ \ x \geq a\},$




$(a;\ \infty) = \{x \in R:\ \ x > a\},$




$[-\infty\ ;\ b) = \{x \in R:\ \ x < b\},$


$(-\infty;\ b] = \{x \in R:\ \ x \leq b\},$


**Nota:**

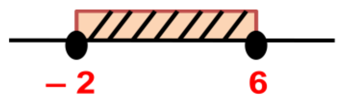
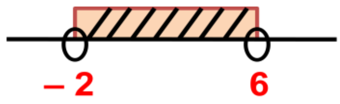
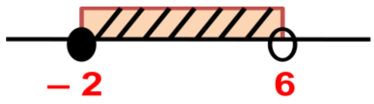
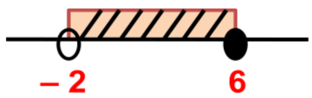
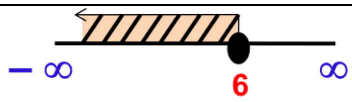
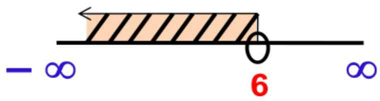
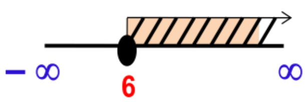
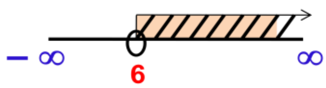
**1.** Se coloca **corchete** cuando el extremo se **incluye** y en este caso el círculo **se sombrea**.

**2.** Se coloca **paréntesis** cuando el extremo **no se incluye** y en este caso el círculo **no se sombrea**.

**3.** Cuando se utiliza el símbolo de **infinito** siempre se coloca el **paréntesis**.

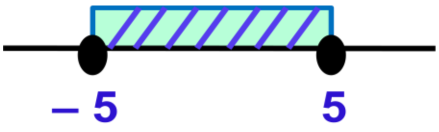
La **notación** para representar **conjuntos** e **intervalos**, así como su **representación gráfica**, son de gran utilidad en la resolución de

**inecuaciones**. Es por ello que te brindamos este cuadro resumen:

| **Notación constructiva** | **Notación de intervalo** | **Representación gráfica** |
|---|---|---|
| $\{x\in R: -2 \leq x \leq 6\}$ | $x\in[-2\,;\,6]$ |   |
| $\{x\in R: -2 < x < 6\}$ | $x\in(-2\,;\,6)$ |   |
| $\{x\in R: -2 \leq x < 6\}$ | $x\in[-2\,;\,6)$ |   |
| $\{x\in R: -2 < x \leq 6\}$ | $x\in(-2\,;\,6]$ |   |
| $\{x\in R: x \leq 6\}$ | $x\in(-\infty\,;\,6]$ |   |
| $\{x\in R: x < 6\}$ | $x\in(-\infty\,;\,6)$ |   |
| $\{x\in R: x \geq 6\}$ | $x\in[6\,;\,\infty)$ |   |
| $\{x\in R: x > 6\}$ | $x\in(6\,;\,\infty)$ |   |

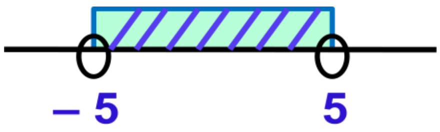
Un conjunto interesante para representar gráficamente es el que contiene el módulo:

**1. A** = $\{x \in R: |x| \leq 5\}$, cuya representación gráfica sería:



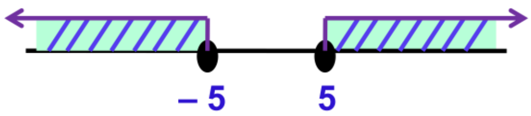

**Nota:** Los elementos de este conjunto son todos los números reales que son **mayor o igual – 5** y **menor o igual** que **5**.

**2. B** = $\{x \in R: |x| < 5\}$, cuya representación gráfica sería:



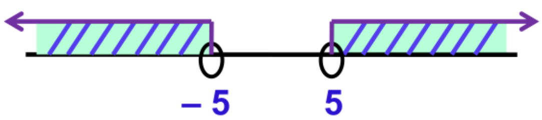

**Nota:** Los elementos de este conjunto son todos los números reales que sean **mayor** que **– 5** y **menor** que **5**.

**3. C** = $\{x \in R: |x| \geq 5\}$, cuya representación gráfica sería:




**Nota:** Los elementos de este conjunto son todos los números reales que sean **menor o igual** que **– 5** o **mayor o igual** que **5**.

**4. D** = $\{x \in R: |x| > 5\}$, cuya representación gráfica sería:




**Nota:** Los elementos de este conjunto son todos los números reales que sean **menor** que **– 5** o **mayor** que **5**.