Lic. José Luis Artiles Salinas. Matemática Diferenciada. +53 54158253
Lic. Ismel Vinaiza Rodríguez. IPVCE "Ernesto Guevara"
Phd. José Efraín González Ramírez

Soluciones al examen de ingreso 2024

Pregunta 1. *Comentario (Pueden existir más justificaciones, según claves de otros años la cantidad de puntos generalmente es como se pondrá aquí)*

1.1.

a) **F** porque $\frac{3}{4} \notin M$. **(2 marcar 1 justificar)**

b) **F** porque al trazar rectas paralelas al eje x algunas cortan en más de un punto a la gráfica de la función. **(2 marcar 1 justificar)**

c) **V** **(2 puntos)**

1.2. Selecciona

1.2.1. d) **X** El gráfico de f interseca al eje de las ordenadas en el punto (0;2,5) **(3puntos)**

1.2.2. c) **X** 20 años **(3puntos)**

1.3. Completa

1.3.1. Isósceles *Comentario* (Los lados daban 4u (este se podía calcular directo de la representación); $\sqrt{13}u$ y $\sqrt{13}u$) **(3puntos)**

1.3.2. $y = \frac{1}{2}$ **(3puntos)**

Comentario (La paralela media es paralela al eje x y al lado $\overline{AC}$ por tanto m=0
y la ecuación es y=n donde n es la ordenada del punto medio de $\overline{AB}$ o de $\overline{BC}$ $y = \frac{1}{2}$)

Pregunta 2.

En $\triangle EDF$ y $\triangle FOB$ se cumple que:
$\overline{ED} = \overline{AO}$ por ser lados del cuadrado AODE.
$\overline{AO} = \overline{OB}$ por ser radios de una circunferencia.

1. $\overline{ED} = \overline{OB}$ por carácter transitivo de la relación de igualdad.

$\overline{ED} \parallel \overline{AB}$ por contener lados opuestos del cuadrado AODE.

2. $\sphericalangle DEF = \sphericalangle OBF$ por ser alternos entre las paralelas $\overline{ED}$ y $\overline{AB}$ con secante $\overline{EB}$.

3. $\sphericalangle EDF = \sphericalangle FOB$ por ser alternos entre las paralelas $\overline{ED}$ y $\overline{AB}$ con secante $\overline{OD}$.

$\therefore \triangle DOA = \triangle DBC$ por tener un lado y los ángulos adyacentes a él respectivamente iguales.

Luego $\overline{EF} = \overline{FB}$ por oponerse a lados iguales en triángulos iguales. Entonces F es punto medio de $\overline{EB}$.

- Se pudiera emplear también la semejanza entre los triángulos FOB y EAB, o entre EFD y EAB concluyendo que la razón de semejanza es $\frac{1}{2}$ o 2 según se sitúen los lados, o probar que el segmento $\overline{OF}$ es paralela media del triángulo BAE.

b)

$A_{RAYADA} = A_{AODE} - A_{AOD}$

$A_{RAYADA} \approx 16dm^2 - 12{,}6\ dm^2$

$A_{RAYADA} \approx 3{,}4dm^2$

$$\frac{A_{AOD}}{Acírculo} = \frac{\sphericalangle AOD}{360°}$$

$$\frac{A_{AOD}}{\pi \cdot (\overline{AO})^2} = \frac{90}{360}$$

$$A_{AOD} = \frac{1}{4}\pi \cdot (\overline{AO})^2$$

$$A_{AOD} \approx \frac{1}{4} \cdot 3{,}14 \cdot (\overline{AO})^2$$

$$A_{AOD} \approx \frac{1}{4} \cdot 3{,}14 \cdot 16dm^2$$

$A_{AOD} \approx 12{,}56\ dm^2$

$A_{AOD} \approx 12{,}6\ dm^2$

$\sphericalangle AOD = 90°$ por ser un ángulo interior del cuadrado AODE

$A_{AODE} = 16dm^2$

$(\overline{AO})^2 = 16dm^2$

Respuesta: El área rayada es de $3{,}4dm^2$ aproximadamente.

Pregunta 3.

a)

$$MI: \log_2\sqrt{2} + sen\frac{7\pi}{6} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} - sen\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\log_2 2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$MD: 0$

$0 = 0$

MI=MD Se cumple.

b) $A(x) = \frac{sen2x}{2cosx} = \frac{2senxcosx}{2cosx} = senx$

$cosx \neq 0$

Dominio

$x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ o $\quad x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

$x \neq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

$3^{\log_3 senx} - cos2x = 0$
$senx - cos2x = 0$
$senx - (1 - 2sen^2x) = 0$
$senx - 1 + 2sen^2x = 0$
$2sen^2x + senx - 1 = 0$
$(2senx - 1)(senx + 1) = 0$

$2senx - 1 = 0$

$senx = \frac{1}{2}$

$\alpha = \frac{\pi}{6}$

$I\ cuadrante$ $\quad II\ cuadrante$

$x = \frac{\pi}{6}$ $\quad x = \pi - \alpha$

$x = \pi - \frac{\pi}{6}$

$x_2 = \frac{5\pi}{6}$

$senx + 1 = 0$

$senx = -1$

$x = \frac{3\pi}{2} \notin Dom$

Respuesta: Se cumple para $\left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$

Pregunta 4.

v: cantidad de hectáreas de tierra sembradas de viandas.
h: cantidad de hectáreas de tierra sembradas de hortalizas

Sembradas	Cosechadas	Sin cosechar
v	$\frac{4}{5}v$	$\frac{1}{5}v$
h	$\frac{2}{5}h$	$\frac{3}{5}h$
Total entre las dos: 1600	920	680

$$v + h = 1600$$
$$\frac{v}{5} + \frac{3}{5}h = 680$$

$$v + h = 1600$$
$$\frac{4}{5}v + \frac{2}{5}h = 920$$

$v = 700$; $h = 900$

Respuesta: Fueron sembradas 700 hectáreas de viandas y 900 hectáreas de hortalizas.

Pregunta 5.

a) $\overline{FG}$ o también $\overline{AD}$
b)

α: *plano determinado por los puntos K, F y G*

- $\overline{IK} \perp \alpha$ por ser altura de la pirámide.
- $\overline{IM}$: Oblicua sobre α.
- $\overline{KM} = \text{proy}_{\alpha}\overline{IM}$
- $\overline{FM}$: Segmento de recta contenido en α y que pasa por el pie de $\overline{IM}$.
- $\overline{KM} \perp \overline{FG}$:
  - ΔKFG es isósceles de base $\overline{FG}$ por ser $\overline{KF}=\overline{KG}$ ya que son mitades de las diagonales del cuadrado EFGH.
  - $\overline{KM}$: Mediana relativa a la base del ΔKFG ya que M es punto medio de $\overline{FG}$ y por tanto $\overline{KM}$ también es altura.
- $\overline{IM} \perp \overline{FM}$: por el teorema de las tres perpendiculares.
- Otra vía pudiera ser al demostrar que ΔKFG es isósceles de base $\overline{FG}$ se concluye que $\overline{KF}=\overline{KG}$ y estas son proyecciones de las oblicuas $\overline{FI}=\overline{IG}$, entonces ΔFIG es isósceles de base $\overline{FG}$ y $\overline{KM}$ es mediana relativa a la base del ΔKFG ya que M es punto medio de $\overline{FG}$ y por tanto $\overline{KM}$ también es altura por tanto $\overline{IM} \perp \overline{FM}$.

Luego $\measuredangle FMI = 90°$ entonces ΔFMI rectángulo.

$$V cubo = (\overline{FG})^3$$
$$V cubo = (2dm)^3$$
$$V cubo = 8dm^3$$

$$A_{TOTAL\ CUBO} = 24dm^2$$
$$6 \cdot (\overline{FG})^2 = 24dm^2$$
$$(\overline{FG})^2 = 4{,}0dm^2$$
$$\overline{FG} = 2{,}0dm$$

$$V_{JKFI} = \frac{1}{3}A_{KFG} \cdot \overline{KI}$$
$$V_{JKFI} = \frac{1}{3}1dm^2 \cdot \overline{KI}$$
$$V_{JKFI} = \frac{1}{3}1dm^2 \cdot \sqrt{2}dm$$
$$V_{JKFI} = \frac{\sqrt{2}}{3}dm^3$$

$$A_{KFG} = \frac{1}{4}A_{EFGH}$$
$$A_{KFG} = \frac{1}{4}4{,}0dm^2$$
$$A_{KFG} = 1{,}00dm^2$$

Lic. José Luis Artiles Salinas. Matemática Diferenciada. +53 54158253
Lic. Ismel Vinaiza Rodríguez. IPVCE "Ernesto Guevara"
Phd. José Efraín González Ramírez

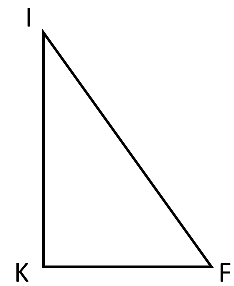
$\overline{HF} = \overline{FG}\sqrt{2}$ *por teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo HFG.*

$$\overline{HF} = 2\sqrt{2}dm$$

$\overline{KF} = \frac{\overline{HF}}{2}$ *por ser K punto donde se cortan las diagonales del cuadrado.*

$$\overline{KF} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}dm$$

ΔKFI rectángulo en K por ser $\overline{\mathrm{IK}} \perp \alpha$. Como $\sphericalangle KFI = 45°$ el triángulo es isósceles y rectángulo de base $\overline{FI}$.



$$\overline{KF} = \overline{KI} = \sqrt{2}dm$$

$$k = \frac{Vpirámide}{Vcubo}$$

$$k = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3}dm^3}{8dm^3}$$

$$k = \frac{\sqrt{2}}{24}$$