# EXÁMENES DE INGRESO

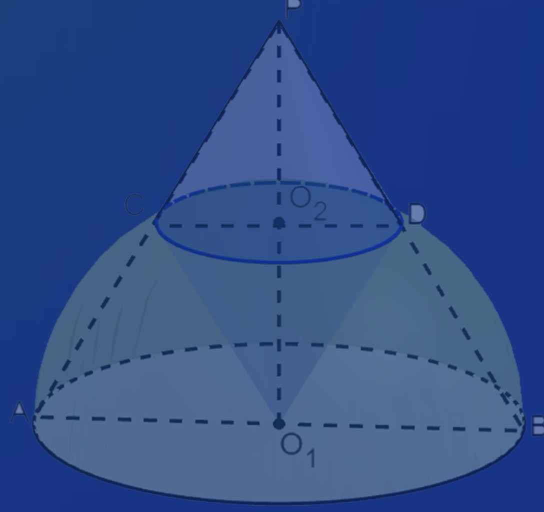
## A LA EDUCACIÓN SUPERIOR

# MATEMÁTICA

Lic. Jorge Luis Abad Matos

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - y = 1 \end{cases}$$




1988 - 2025

**Prólogo**
Este material ha sido concebido con un propósito claro: **acompañarte en el camino del aprendizaje de las matemáticas en la enseñanza preuniversitaria**. En nuestro contexto, donde la formación científica y técnica constituye una prioridad estratégica para el desarrollo del país, el dominio de los contenidos matemáticos no solo representa una exigencia académica, sino también una herramienta esencial para la comprensión del mundo y la transformación de la sociedad.
Cada propiedad, definición o teorema aquí expuesto ha sido seleccionado con rigor pedagógico, teniendo en cuenta los programas oficiales de estudio, las tendencias actuales de la didáctica de la matemática, y las dificultades más comunes que enfrentan los estudiantes.
**¿Por qué es indispensable?**

- **Completitud**: Aquí encontrarás concentrado el conocimiento esencial de **Matemática Elemental** evitando la dispersión de múltiples fuentes.

- **Clave visual**: Las figuras construidas en **GeoGebra 6** te permitirán interactuar con conceptos abstractos mediante representaciones dinámicas.

- **Precisión científica**: Gracias al formato **LaTeX** , cada símbolo y fórmula mantiene el rigor en la tipografía matemática.

La intención no es solo ayudarte a aprobar un examen, sino también a construir un conocimiento sólido, significativo y duradero. Se promueve un aprendizaje activo, donde se combina la lectura comprensiva con la observación, el razonamiento y la experimentación.
Esperamos que este trabajo se convierta en una herramienta útil en tu estudio diario, un apoyo constante que puedas consultar en tus momentos de duda, y una fuente de motivación para continuar explorando la belleza y la lógica que encierran las matemáticas.
Más allá de fórmulas y cálculos, este compendio es una invitación a pensar, a cuestionar y a descubrir. Porque quien domina las matemáticas no solo resuelve problemas: también aprende a ver el mundo con ojos más críticos, más creativos y más libres.

# Índice de Exámenes

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2025 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

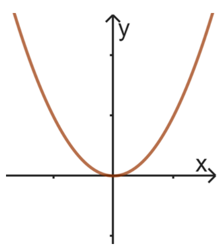
a) ___ Si $M$ y $N$ son dos conjuntos numéricos no vacíos y $a \in (M \setminus N)$, entonces $a \in M$ y $a \in N$.

b) ___ El conjunto de valores reales de $x$ para los cuales $\left(\frac{1}{3}\right)^x - 3 \leq 0$ es $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -1\}$.

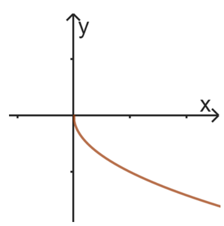
c) ___ La expresión $\frac{\tan x}{\operatorname{sen} x}$ se indefine para $\left\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

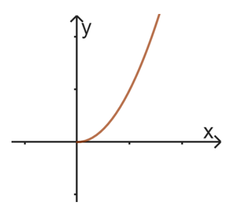
**1.2.1.** Si $f(x) = \sqrt{x}$ es la ecuación de una función $f$, entonces la gráfica de la función inversa $f^{-1}(x)$ es:



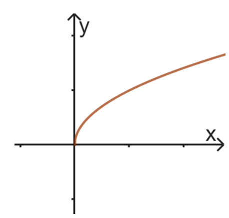
a) ___



b) ___



c) ___



d) ___

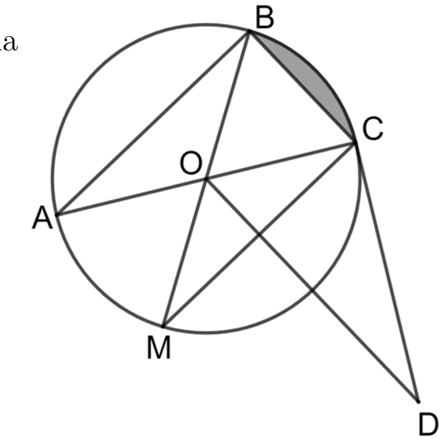
**1.2.2.** La rapidez de la contracción muscular en ranas al someterlas a diferentes descargas eléctricas, se modela por la ecuación $S(w) = \frac{20 + 0,06w}{w}$, con $w \geq 5$, donde $S(w)$ es la velocidad de contracción (en centímetros por segundo) y $w$ la descarga (en Coulombs $C$). Si la velocidad de contracción es de 2,06 centímetros por segundo, entonces la descarga eléctrica es de:

a) ___ $-9,768\ C$ b) ___ $-10\ C$ c) ___ $-4\ C$ d) ___ $-5\ C$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma que se obtenga una proposición verdadera para cada caso. Los puntos $A(0;4)$, $B(0;0)$ y $C(4;0)$ son los vértices del triángulo $ABC$:**

**1.3.1.** Una ecuación de la recta que pasa por $C$ y es perpendicular a $\overline{BC}$ es ________________.

**1.3.2.** La circunferencia circunscrita al $\triangle ABC$ tiene su centro en el punto de coordenadas ________________.




**2** En la figura $A$, $B$, $C$ y $M$ son puntos de la circunferencia de centro en $O$ y radio $\overline{OC}$.

- El arco $\overset{\frown}{BC}$ tiene una amplitud de $60°$.
- $\overline{AC}$ diámetro.
- $M$, $O$ y $B$ puntos alineados.
- $\overline{DC}$ tangente a la circunferencia en $C$.
- $\overline{OD} \perp \overline{MC}$.

a) Prueba que $\overline{OC} = \overline{BC}$.

b) Prueba que $\triangle ABC = \triangle OCD$.

c) Si el área del círculo es de $36\pi\ cm^2$. Calcula el área sombreada.

**3** Sean las expresiones $A(x) = 2^{x^2+1}$ y $B(x) = 2\log_3 \sqrt{4^{x+1}}$.

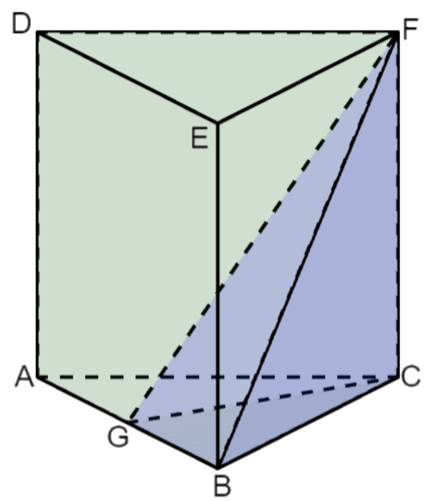
a) Determina el conjunto de valores reales de $x$ para los cuales $\log_3 A(x) = B(x)$.

b) Calcula $\log_2 \sqrt{A(x)}$ para $x = \operatorname{sen} 2\pi$.

**4** En un IPU del país como parte de los proyectos educativos de grupo en $10^{\text{mo}}$ grado, participaron en el curso complementario de "Resolución de problemas" 75 estudiantes entre hembras y varones. Se conoce que si hubieran participado 5 hembras menos y 10 varones más, entonces la cantidad de varones sería el triplo de la cantidad de hembras que hubieran participado.

a) ¿Cuántas hembras y cuántos varones participaron en el curso complementario de "Resolución de problemas"?

b) ¿Si los estudiantes que participaron en el curso complementario de "Resolución de problemas" representan el 20 % de la matrícula del $10^{\text{mo}}$ grado. Cuántos estudiantes no participaron en este curso complementario?




**5** En la figura se muestra el prisma recto $ABCDEF$ y en su interior se ha trazado la pirámide $CGBF$ de base $CGB$. Se conoce que:

- $\overline{FC}$ es la altura común del prisma y la pirámide.
- $G$ es el punto medio de $\overline{AB}$.
- $\triangle ABC$ es equilátero.

a) Demuestra que la cara $FGB$ de la pirámide $CGBF$ es el un triángulo rectángulo.

b) Si el área lateral del prisma es de $48\ dm^2$ y el $\sphericalangle FBC = 45°$, calcula el volumen de la pirámide $CGBF$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2025 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica cada una de las proposiciones siguientes en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

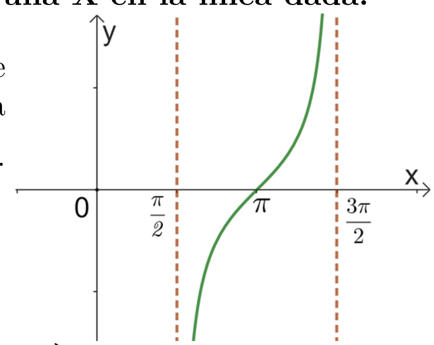
a) ___ Si $A$ y $B$ son dos conjuntos numéricos tales que $A = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x < 2\}$ y B: Conjunto de los números naturales, entonces $A \cap B$ es un conjunto finito.

b) ___ La expresión $\left(\frac{1}{4}\right)^x - 1$, es positiva para todo $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$

c) ___ La ecuación $a^2 + 9 = 0$, tiene solución en el dominio de los números reales.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** La gráfica que se muestra a continuación corresponde con una función $f$ descrita por una ecuación de la forma $f(x) = \tan x$, definida en el intervalo real $\left(\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}\right)$. Se puede afirmar que:




a) ___ La función $f$ es par.
b) ___ La función $f$ es decreciente en el intervalo dado.
c) ___ La función $f$ es negativa para todo $\left\{x \in \mathbb{R} : \frac{\pi}{2} < x < \pi\right\}$.
d) ___ el punto $P\left(\frac{3\pi}{2}; 0\right)$, pertenece al gráfico de la función $f$.

**1.2.2.** En la Óptica Ocular se puede representar el aumento que produce una lente según la distancia focal de la misma. El aumento que se produce puede ser con una lupa común del tipo $A(x) = \frac{4}{4-x}$, con $x < 4$, donde $A$ es el aumento que se produce y $x$ la distancia a la que se coloca el objeto que estamos aumentando. Si el aumento que produce la lente es de 20 milímetros ($mm$), entonces la distancia a la que se encuentra el objeto es aproximadamente:

a) ___ $3,8\ mm$ b) ___ $3,08\ mm$ c) ___ $0,38\ mm$ d) ___ $2,0\ mm$

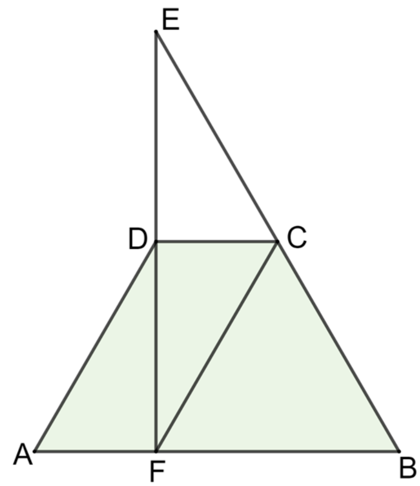
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera en cada caso:**

Los puntos $A(0;0)$, $B(1;-1)$, $C(2;0)$ y $D(x;y)$ dados en ese orden son las coordenadas de los vértices del cuadrado $ABCD$

**1.3.1.** Si $M$ es el punto medio de la diagonal $\overline{BD}$, entonces $M$ tiene coordenadas: ______________.

**1.3.2.** El área del cuadrado $ABCD$ es ___ $u^2$.

2 En la figura se representa el trapecio $ABCD$ isósceles de bases $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ y altura $\overline{DF}$. Se tiene además que:




- $AFCD$ es un paralelogramo.
- Los puntos $E$, $D$ y $F$ están alineados.
- El punto $C$ está situado sobre el segmento $\overline{BE}$.
- $D$ es el punto medio del segmento $\overline{EF}$.

a) Demuestra que $\triangle AFD = \triangle EDC$
b) Si $\overline{AF} = 2,0\ dm$ y $\tan \sphericalangle DAF = \sqrt{3}$, calcula el área del trapecio $ABCD$.

3 Sean las funciones $f$ y $g$ dadas por las ecuaciones:
$f(x) = \sqrt{x+4}$ y $g(x) = \log_2(x-3)$

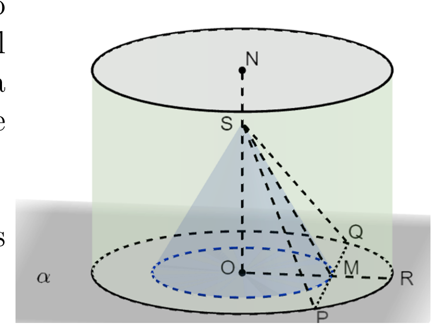
a) Determine el dominio de las funciones $f$ y $g$.

b) Halla el conjunto solución de la ecuación $25^{\log_2 f(x)} \cdot 5^{g(x)} = 125$

c) Calcula $(f\, o\, g)(4)$

4 En marzo de 2021 fueron recibidos en el Aeropuerto José Martí, 160 miembros del Contingente internacional de médicos Henry Reeve especializados en situaciones de desastres y graves epidemias, quienes se encontraban enfrentando la pandemia $COVID-19$ en la República de México. La brigada de colaboradores estaba integrada por médicos, licenciados en Enfermería y un licenciado en Electromedicina. Si hubiese aumentado en 19 la cantidad de licenciados a participar y disminuido en esa misma cantidad el total de médicos, entonces el triplo de la cantidad de licenciados sería igual a la cantidad de médicos que hubiesen enfrentado la pandemia en México. ¿Cuántos médicos y licenciados en Enfermería enfrentaron la pandemia $COVID-19$ en la República de México?

5 Sobre el plano $\alpha$ está situada la base inferior del cilindro circular recto de altura $\overline{ON}$ y radio $\overline{OR}$. En el interior del cilindro circular recto y sobre el mismo plano $\alpha$ se encuentra situada la base del cono circular recto de altura $\overline{SO}$. Se conoce además que:




- $N$, S y $O$ son puntos alineados.
- La cuerda $\overline{PQ}$ de la circunferencia base del cilindro es tangente a la base del cono en el punto $M$.
- $\overline{OR} \cap \overline{PQ} = \{M\}$

a) Demuestra que $\overline{SM}$ es la altura relativa al lado $\overline{PQ}$ del $\triangle QSP$
b) Calcula el volumen del cono si se sabe que el área lateral del cilindro es $70\pi\ dm^2$, $\overline{ON} = 7,0\ dm$ y $\overline{OR} = \frac{5}{3}\overline{OM}$ y $\sphericalangle MSO = 30°$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2024 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica cada una de las proposiciones siguientes en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

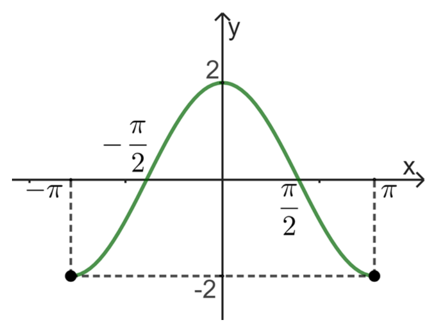
a) ___ Sean los conjuntos $A$ y $B$ con $A = \{x \in \mathbb{R} : -3 < x \leq 1\}$. Si $A \cap B = \{x \in (-2; 1)\}$, entonces en $A$ hay solamente dos números enteros.

b) ___ El conjunto de valores que define a la expresión $p(x) = \sqrt{2x-1}$ es $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq \frac{1}{2}\right\}$.

c) ___ La función $q$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $q(x) = (5^{-1})^x + 2$ es monótona decreciente.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** El gráfico corresponde a la función $q$ definida en un subconjunto de $\mathbb{R}$ por la ecuación de la forma $q(x) = a\cos x$; entonces para la función $q$ se cumple que:




a) ___ Es positiva para $\left\{x \in \mathbb{R} : -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0\right\}$.

b) ___ Es impar.

c) ___ Tiene como ceros, en ese subconjunto de $\mathbb{R}$, $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

d) ___ Tiene como ecuación $q(x) = 2\cos x$ en $[-\pi; \pi]$.

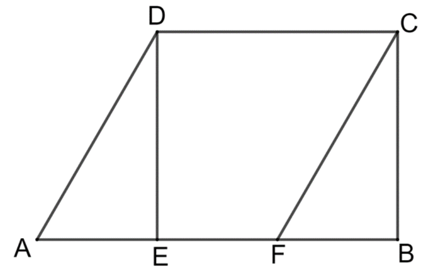
**1.2.2.** La concentración $C(t)$ en miligramos por centímetro cúbico ($mg/cm^3$) de cierto medicamento en un paciente después de suministrada la dosis establecida transcurridas $t$ horas está dada por la ecuación $C(t) = \frac{t^2}{2t^3+1}$. La concentración del medicamento en el organismo del paciente transcurridas 3 $h$ es aproximadamente:

a) ___ $0,6\ mg/cm^3$ b) ___ $0,16\ mg/cm^3$ c) ___ $0,32\ mg/cm^3$ d) ___ $0,47\ mg/cm^3$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

**1.3.1.** Los puntos $P(1; 5)$, $Q(-3; 1)$, $R(1; -3)$ y $S(5; y)$ son los vértices del cuadrado $PQRS$. El valor de la ordenada que falta en el vértice $S$ es $y =$ ______________.

**1.3.2.** El área del cuadrado $PQRS$ es ______________ $u^2$.




**2** En la figura se tiene que:
• $ABCD$ es un trapecio rectángulo en $B$ y $C$.
• $EBCD$ es un rectángulo.
• $A$, $E$, $F$ y $B$ son puntos alineados.
• $AFCD$ es un rombo.
a) Prueba que $\triangle AED = \triangle FBC$.

b) Si $\overline{DC} = 2\overline{AE}$, $\overline{FC} = 10,0\ dm$ y $\overline{FB} = 5,00\ dm$, calcula el área del trapecio.

**3** Sean las funciones inyectivas $h$ y $g$ dadas por las ecuaciones $h(x) = \sqrt[3]{x-3} + 1$ y $g(x) = \log_2(x-1)$:

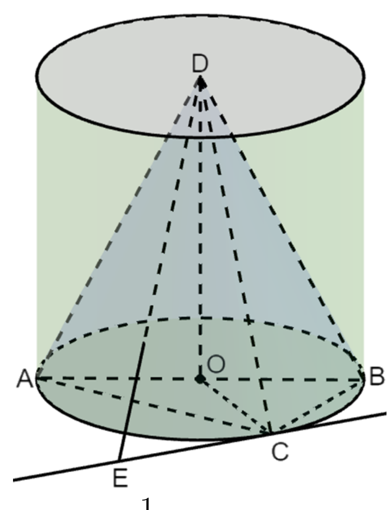
a) Determina la ecuación de la función $h^{-1}$, inversa de $h$. Escribe su conjunto dominio e imagen.

b) Halla el conjunto solución de la ecuación $5^{2\log_4(x-4)} \cdot 5^{g(x)} = 25$.

**4** A principios del año 2021 se implementó en nuestro país la nueva escala de tarifa eléctrica como parte de la Tarea Ordenamiento. Una familia en el mes de febrero pagó $23,10\ CUP$ por su consumo de electricidad y en marzo, al descuidar las medidas de ahorro, pagó $86,50\ CUP$. Si se conoce que por la tarifa para el consumo eléctrico residencial entre $0\ kWh$ y $100\ kWh$ se paga $0,33\ CUP$ el $kWh$ y si sobrepasa los $100\ kWh$ hasta $150\ kWh$ se paga $1,07\ CUP$ el $kWh$:

a) ¿Cuál fue el consumo eléctrico en $kWh$ en cada mes?

b) ¿En cuánto excedió el consumo de un mes con respecto al otro?




**5** En la figura se muestra el cilindro circular recto y en su interior el cono circular recto cuya base coincide con la base inferior del cilindro. Se conoce además que:
• $O$ y $D$ son los centros de las bases inferior y superior del cilindro, respectivamente.
• $\overline{AB}$ es diámetro de la base inferior del cilindro.
• $\overline{OD}$ es altura del cono.
• La recta $\overline{EC}$ está contenida en el mismo plano que la base inferior del cilindro y es tangente a ella en $C$.

a) Demuestra que $\triangle ECD$ es rectángulo.

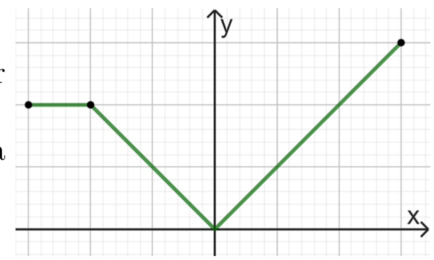
b) Si el área lateral del cono es igual a $28,26\sqrt{5}\ dm^2$, $\cos\sphericalangle OCD = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ y $\overline{OD} = 6,0\ dm$, calcula el volumen del cilindro.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2024 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica las proposiciones siguientes en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a) ___ Si $M$ y $N$ son dos conjuntos tales que: $M = \left\{x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{3}{4}\right\}$ y $N = x \in [-\sqrt{2}, 3]$, entonces $N \cap M = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{3}{4} \leq x \leq 3\right\}$.




b) ___ La función $h$ definida en $\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 1\}$ por la ecuación $h(x) = x^2 - 1$ es inyectiva.

c) ___ La gráfica que se muestra a la derecha representa una función definida en un subconjunto de $\mathbb{R}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando en la línea dada.**

**1.2.1.** Sea la función $f$, definida en un subconjunto de $\mathbb{R}$ por la ecuación $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$, entonces se puede afirmar que:

a) ___ La solución de la ecuación $f(x) = 0$ es $x_0 = 1$.

b) ___ La función es impar.

c) ___ $f(x) < 0$, para toda $\{x \in \mathbb{R} : x < 2\}$.

d) ___ El gráfico de $f$ interseca al eje de las ordenadas en el punto $(0; 2,5)$.

**1.2.2.** La velocidad máxima segura $h(a)$ medida en pulsaciones por minutos para un corazón de una persona de una edad “$a$” en años, se puede calcular mediante la ecuación $h(a) = \frac{70(220-a)}{100}$. Si la velocidad máxima segura de una persona es de 140 pulsaciones por minutos, entonces se puede afirmar que su edad en años es:

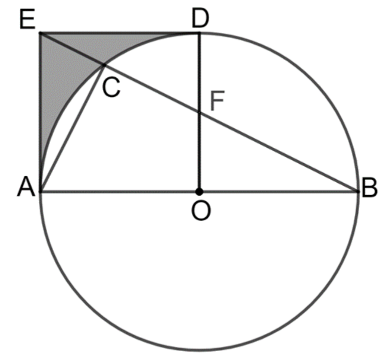
a) ___ 11 años b) ___ 5 años c) ___ 20 años d) ___ 12 años

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

Sean los puntos de coordenadas $A(5; -1)$, $B(3; 2)$ y $C(1; -1)$, los vértices del triángulo $ABC$:

**1.3.1.** El triángulo $ABC$, según la longitud de sus lados se clasifica en ______________.

**1.3.2.** La ecuación de la recta que contiene a la paralela media del $\triangle ABC$ relativa al lado $\overline{AC}$ es ______________.



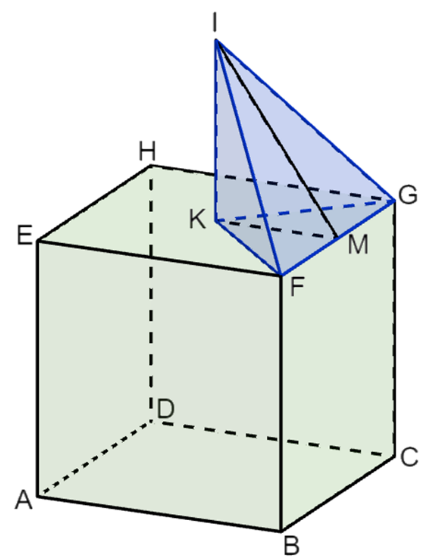

**2** En la figura, los puntos $C$ y $D$ pertenecen a la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AB}$. Se tiene además que:
• $AODE$ es un cuadrado.
• Los puntos $B$, $F$, $C$ y $E$ están alineados.
a) Prueba que $F$ es el punto medio de $\overline{EB}$.
b) Si el área del cuadrado $AODE$ es de 16 $dm^2$, calcula el valor del área de la región sombreada.

**3** Sean las expresiones $A(x) = \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{2\cos x}$, $B(x) = \cos 2x$ y $C = \log_2 \sqrt{2} + \operatorname{sen} \dfrac{7\pi}{6}$:

a) Comprueba que $C = 0$.

b) ¿Para qué valores de $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 2\pi\}$ se cumple que $3\log_3 A(x) - B(x) = 0$?

**4** El Programa de "Alimentación Sostenible" para la población en Cuba es una de las prioridades de la máxima dirección del país. Como iniciativa, en una de las provincias se crearon los Polígonos Agropecuarios, que consisten en sembrar varias hectáreas ($ha$) de tierra en terrenos inutilizados en la ciudad, con hortalizas y viandas de ciclos cortos. De las 1 666 $ha$ de tierra inutilizadas, 66 $ha$ se destinaron a la siembra de pastos para animales y el resto fue sembrada de hortalizas y viandas. En la etapa de producción, después de cosechar las $\dfrac{2}{5}$ partes de la cantidad de hectáreas de tierra sembradas de hortalizas y el 80 % de la cantidad de hectáreas de tierra sembradas de viandas, quedaron en el campo al cosechar entre estos dos cultivos 680 $ha$. ¿Cuántas hectáreas de tierra fueron sembradas de hortalizas y cuántas de viandas?




**5** En la figura se muestra el cuerpo compuesto por el cubo $ABCDEFGH$ y la pirámide $GKFI$ de base triangular. Se conoce, además que:
• $K$ es el punto de intersección de las diagonales de la base superior del cubo.
• $\overline{KI}$ es la altura de la pirámide.
• $M$ es el punto medio del lado $\overline{FG}$.
a) De los segmentos trazados, identifica el que sea paralelo al plano que contiene a los vértices $B$, $C$, $H$ y $E$.
b) Demuestra que el triángulo $FMI$ es rectángulo.
c) Calcula la razón $k = \dfrac{\text{Volumen de la pirámide}}{\text{Volumen del cubo}}$, si se conoce que el área total del cubo es de 24 $dm^2$ y el $\sphericalangle KFI = 45°$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2023 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica cada una de las proposiciones siguientes en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a) ___ La correspondencia definida de $A$ en $B$, representada en la siguiente tabla es una función.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | $-1$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $B$ | $-1$ | $0$ | $3$ | $4$ | $5$ | $7$ |

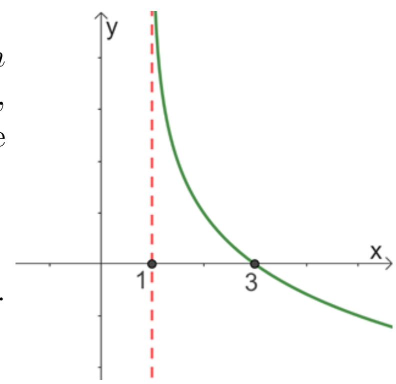
b) ___ Si $M$ y $N$ y son dos conjuntos tales que: $M = (-3; 2]$ y $N = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$, entonces $\sqrt{3} \in M \cap N$.

c) ___ En una empresa productora de componentes electrónicos, según su registro, la ecuación $C = \dfrac{50t}{t+4}$ con $t \geq 0$, permite determinar la cantidad de componentes $(C)$ que puede ensamblar diariamente un empleado después de $t$ días de capacitación, entonces al 4to día de capacitación puede ensamblar 27 componentes electrónicos.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta en cada inciso.**

**1.2.1.** La siguiente gráfica corresponde a la función $h$ descrita por una ecuación de la forma $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+a) + b$, definida en un subconjunto de $\mathbb{R}$. De la función h se puede afirmar que:

a) ___ Es decreciente y positiva para $x > 3$.
b) ___ No tiene inversa.
c) ___ La ecuación de la asíntota de su gráfico es $x - 1 = 0$.
d) ___ Es impar.




**1.2.2.** El dominio de la expresión $P(x) = \dfrac{\log x}{\sqrt{x-1}}$ es:

a) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0, x \neq 1\}$
b) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$
c) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$
d) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x > 0, x \neq 1\}$

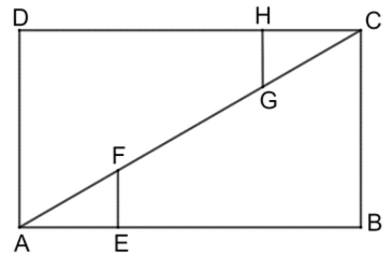
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera en cada inciso.**

Sea $2x - 2y + 1 = 0$ una de las ecuaciones de la recta $r$:

**1.3.1.** El valor de la pendiente de cualquier recta perpendicular a la recta $r$ es: ____________.

**1.3.2.** Si el punto $\left(-\frac{1}{2}; y\right) \in r$ , entonces $y =$ ____________.

**2** En el rectángulo $ABCD$, se tiene que:
- $\overline{AC}$ es una de sus diagonales.
- Los puntos $A$, $F$, $G$ y $C$ están alineados.
- $\overline{AG} = \overline{FC}$.
- $\overline{FE} \parallel \overline{HG}$.
- $\overline{HD} \perp \overline{HG}$.




a) Demuestra que $\overline{FE} = \overline{HG}$.

b) Si $\cos\sphericalangle DAC = \dfrac{1}{2}$, determina el valor de la amplitud del $\sphericalangle CFE$.

**3** Sea la expresión $A(x) = \operatorname{sen} 2x \cdot \cot x$:

a) Determina el conjunto solución en el intervalo $\left(\dfrac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\right)$ para los cuales se cumple que $\sqrt{\sqrt{A(x) + \cos 2x} - 1} = 0$.

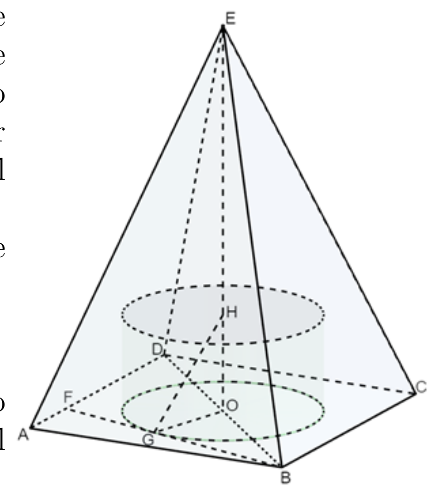
b) Demuestra que para el dominio de la variable se cumple que $3 \cdot 9^{1-\operatorname{sen}^2 x} = 3^{A(x)+1}$.

**4** Un estudiante de décimo grado se demoró cierto tiempo en solucionar un problema matemático. Le dedicó 2 minutos a su lectura, el 60 % del tiempo restante en plantearlo y resolverlo, el resto del tiempo a la comprobación y redactar la respuesta que fue 2 minutos menos que el tiempo dedicado a plantearlo y resolverlo.

a) ¿Cuántos minutos se demoró el estudiante en solucionar el problema?

b) ¿Qué parte del tiempo total empleado en solucionar el problema, le dedicó a la lectura?

**5** En la figura se muestra una pieza en forma de pirámide recta de base cuadrada $ABCD$ y altura $\overline{EO}$. A la pirámide se le quiere realizar una perforación en forma de cilindro circular recto de altura $\overline{OH}$ de manera que su base inferior (el círculo de centro O y radio $\overline{OG}$) esté contenido en el mismo plano que está $ABCD$. Se conoce además que:
- Las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ de la base de la pirámide se cortan en $O$.
- $\overline{BF} \cap \overline{OG} = \{G\}$.
- Los puntos $B$, $G$ y $F$ están alineados.




a) De los segmentos representados en la figura, identifica uno que sea paralelo al plano que contiene a la base superior del cilindro y que no pase por $O$.

b) Si $\overline{HG} \perp \overline{BF}$, demuestra que $\overline{BF}$ es tangente a la base inferior del cilindro en el punto $G$.

c) Calcula el volumen del cilindro si se sabe que $4\overline{OG} = \overline{BD}$, el $\sphericalangle HGO = 45°$ y el área de la base de la pirámide es de 32 $cm^2$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2023 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica las proposiciones siguientes en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a) ___ Si $A$ y $B$ son dos conjuntos tales que: $A = \{x \in \mathbb{R} : -3 < x \leq 5\}$ y $A \cap B = (1; 5]$, entonces en $B$ hay exactamente tres números naturales.

b) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, donde a cada $x \in \mathbb{R}$ se le asocia su módulo aumentado en 10 es una función.

c) ___ La ecuación $V = 0,45 - 0,37 \cdot \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$ con $(0 \leq t \leq 8)$ permite calcular el volumen $(V)$ de aire en litros que hay en los pulmones de una persona adulta después de $(t)$ segundos de exhalar. Transcurridos 2 segundos después de exhalar, el volumen de aire es de 0,08 litros.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** El conjunto de valores de $x \in \mathbb{R}$, para los cuales se satisface la desigualdad $\log_3(x-1) > 1$ es:

a)___ $\{x \in \mathbb{R} : x > 4\}$ b)___ $\{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ c)___ $\{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 4\}$ d)___ $\{x \in \mathbb{R}\}$

**1.2.2.** El conjunto de valores reales de $x$ que anulan la expresión $\sqrt{\frac{2\cos x - 1}{\operatorname{sen} x}}$ en el intervalo $(0; \pi)$, es:

a)___ $S = \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}$

b)___ $S = \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right\}$

c)___ $S = \left\{\frac{\pi}{3}\right\}$

d)___ ninguna de las anteriores.

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

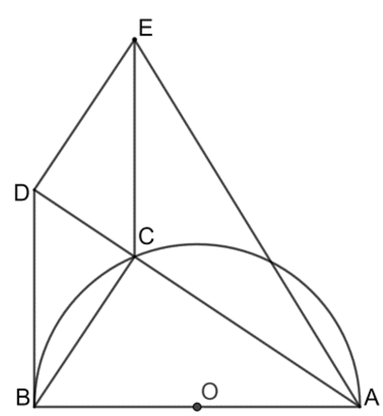
Sean $P(3; 0)$, $Q(3; 4)$ y $R(0; 3)$, los vértices del triángulo $PQR$:

**1.3.1.** El valor de la pendiente de cualquier recta perpendicular a la recta que contiene a los puntos $P$ y $R$ es ______________.

**1.3.2.** La longitud del lado de $\overline{PQ}$ es ______________$u$.

2 En la figura, los puntos $B$ y $C$ del paralelogramo $BCED$ pertenecen a la semicircunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AB}$, se conoce además que:

- Los puntos $A$, $C$ y $D$ están alineados.
- $\overline{BD}$ es tangente a la semicircunferencia en el punto $B$.
- El $\triangle EDA$ es rectángulo en $D$.




a) Prueba que los triángulos $ACB$ y $EDC$ son semejantes.

b) Si $\overline{BC} = 6,0\ cm$ y $\overline{AC} = 9,0\ cm$, calcula el valor del área del triángulo $ECA$.

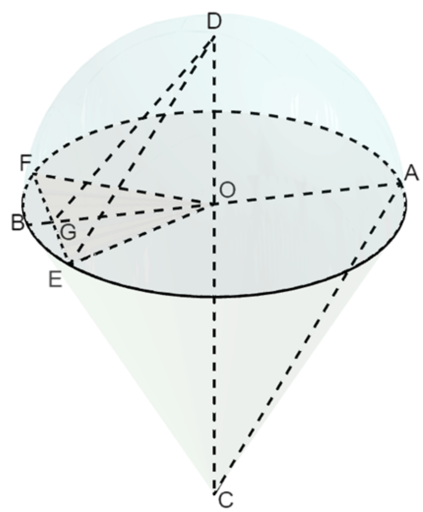
**3** Sean las expresiones: $A\left(x\right)=5^{x}$, $B\left(x\right)=\dfrac{1-\operatorname{sen}^{2}x}{\operatorname{sen}2x}$ y $C\left(x\right)=\sqrt{6x-2}$.
a) Determina el conjunto de valores de $x\in\mathbb{R}$ para los cuales se cumple que:
$125\cdot 5^{C(x)}=A\left(x\right)$.
b) Determina el dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular $8^{\log_{2}B\left(\frac{\pi}{4}\right)}$.

**4** La nueva tarifa de la telefonía móvil con alcance nacional en Cuba se implementó a partir de enero de 2021. En la tarifa normal el minuto cuesta 8,75 $CUP$ y en la tarifa reducida (de 23: 00 a 6: 59) cuesta 2,50 $CUP$. Javier realizó una llamada desde su móvil a un teléfono fijo y por el horario en que la realizó se le aplicó las dos tarifas por el consumo. Si Javier estuvo conversando durante 20 minutos y de su saldo se le rebajó 100 $CUP$, ¿cuántos minutos conversó por teléfono utilizando cada tarifa?

**5** En la figura se muestra una pieza compuesta por un cono circular recto de altura $\overline{CO}$ y una semiesfera superpuesta sobre base del cono de centro O, diámetro $\overline{AB}$ y cuerda $\overline{EF}$. Se conoce además que:

- $D$ es un punto de la semiesfera de forma tal que $\overline{DO}\perp\overline{AB}$.
- Los puntos $C$, $O$ y $D$ están alineados.
- $\overline{EF}\cap\overline{BO}=\{G\}$.
- $\overline{GO}$ es una de las alturas del triángulo equilátero $EOF$.

a) De los segmentos representados en la figura, identifica el que se cruza con el diámetro $\overline{AB}$.
b) Demuestra que el triángulo $DGE$ es rectángulo.
c) Calcula el valor del área total de la pieza si se sabe que $\overline{EF}=5,0\ cm$ y $\sphericalangle CAO=60°$.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2022 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica las proposiciones siguientes en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

a) ____ Los puntos $P(-1;2)$ y $Q(-1;4)$ pertenecen al gráfico de una función.

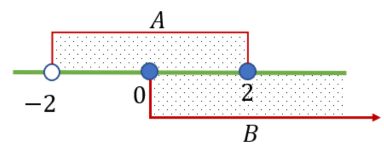
b) ____ La ecuación $P = 100\,000 \cdot e^{0,05t}$ permite calcular el incremento de la cantidad de personas ($P$ en una ciudad determinada, donde ($t$ es el número de años. Si $e \approx 2,71828$, entonces esta ciudad al cabo de 20 años tendrá un incremento en la población de aproximadamente 271 828 personas.

c) ____ Los valores reales de $x$ que satisfacen la inecuación $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x+1} > 1$ es $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -1\}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** En el siguiente gráfico se ha representado los conjuntos $A$ y $B$. De este se puede afirmar que:

a) ____ $A \cup B = x \in [-2;+\infty)$.
b) ____ $B \setminus A = \emptyset$.
c) ____ $A \setminus B = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 0\}$.
d) ____ $\sqrt{2} \in A \cap B$.




**1.2.2.** Si $p$ y $q$ son dos funciones definidas en $\mathbb{R}$ por las ecuaciones $p(x) = \sqrt[3]{x}+1$ y $q(x) = x^3$ entonces se cumple que:

a) ____ El gráfico de $p$ no interesa al eje de las abscisas.

b) ____ La función $q$ es la función inversa de $p$.

c) ____ La función compuesta $(p\,o\,q)(x) = x + 1$.

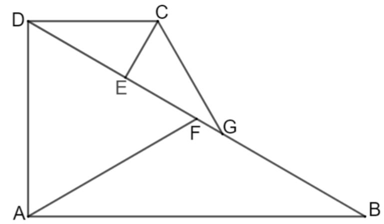
d) ____ La función $q$ es positiva en todo su dominio.

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

Si $M(4;0)$ y $N(0;4)$ son las coordenadas de los extremos del segmento $\overline{MN}$ entonces:

**1.3.1.** El punto donde la mediatriz corta al segmento $M$ tiene coordenadas ____________

**1.3.2.** La ecuación de una recta paralela al segmento $M$ que pasa por el origen de coordenadas es ____________




**2** En la siguiente figura se tiene que:
- El $\triangle GCD$ es isósceles de base $\overline{DG}$.
- $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.
- $\overline{AD} \perp \overline{AB}$.
- Los puntos $D$, $E$, $F$, $G$ y $B$ están alineados.
- $E$ y $F$ son los puntos medios de $\overline{DG}$ y $\overline{BD}$ respectivamente.

a) Demuestra que $\triangle DAB \sim \triangle CEG$

b) Si el área del triángulo equilátero $AFD$ es de $9\sqrt{3}\ dm$, calcula el perímetro del $\triangle BFA$.

**3** Sean las expresiones $A(x) = \sqrt{3x+1}$ y $B(x) = 1 - \operatorname{sen}^2 x$.

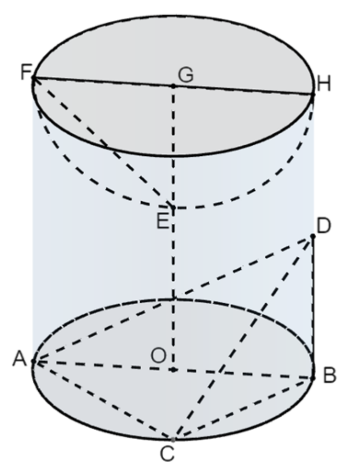
a) ¿Para qué valor real de $x$ se cumple que: $A(x) + 3 = x$?

b) Determina el dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular $\log_2 B(x)$ para $x = \dfrac{5\pi}{3}$.

**4** Como parte del programa de Soberanía Alimentaria que se desarrolla en todo el país, en un Instituto Preuniversitario Vocacional de Ciencias Exactas (IPVCE), se dedicaron 8 hectáreas de las tierras inutilizadas a la siembra de viandas y hortalizas. Luego de varias semanas de atención a estos cultivos se cosecharon la mitad de las hectáreas de tierras dedicadas a las hortalizas y la tercera parte de las hectáreas dedicadas a las viandas, quedando por cosechar 5 $ha$ entre viandas y hortalizas.

a) ¿Cuántas hectáreas de tierras se dedicaron en este IPVCE a la siembra de viandas?

b) Si las 2 $ha$ de tierras inutilizadas restantes de este IPVCE la dedicaron al pastoreo del ganado menor, ¿qué porciento de todas las tierras inutilizadas se dedicaron a la siembra de hortalizas?




**5** En la figura se muestra el cilindro circular recto de altura $\overline{OG}$ y en su interior la semiesfera de centro $G$ y diámetro $\overline{FH}$. Se conoce además que:
- $B$, $D$ y $H$ son puntos alineados.
- $E$ es un punto de la semiesfera y de $\overline{OG}$,
- El triángulo $ACB$ está inscrito en la base inferior del cilindro.
- $\overline{AB}$ y $\overline{FH}$ son diámetros paralelos.

a) Demuestra que el triángulo $ACD$ es rectángulo.

b) Si $\overline{OE} = 4,0\ dm$ y $\overline{EF} = 3\sqrt{2}\ dm$, calcula el volumen del cilindro.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2022 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde

**1.1. Clasifica cada una de las proposiciones siguientes en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

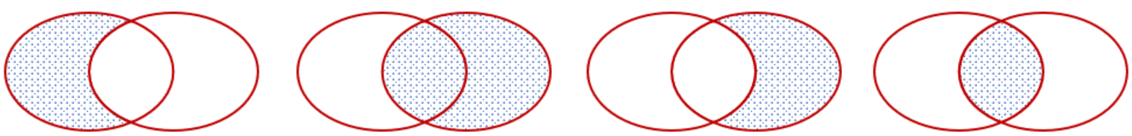
a) ___ Si $m = \operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{6}\right)$; $n = \log_{\sqrt{2}} 4$ y $p = \sqrt{11}$ , entonces al ordenar ascendentemente las variables $m$, $n$ y $p$ se obtiene $m < n < p$.

b) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ donde a cada número real $x$ se le hace corresponder $a^x$ con $a \in \mathbb{R}$ es una función.

c) ___ En Astronomía, la magnitud límite $L$ de un telescopio con lentes de diámetro $D$, en pulgadas, está dada por la ecuación $L = 8,8 + 5,1 \log D$. Si el diámetro de un lente en un telescopio es de 10 pulgadas entonces la magnitud límite para este es $13,9$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** Si $A$ y $B$ son dos conjuntos no vacíos, entonces la representación en un diagrama de Venn de $B \setminus A$ es:



a) ___ b) ___ c) ___ d) ___

**1.2.2.** Al racionalizar $\dfrac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{2}}$ se obtiene como resultado:

a) ___ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ b) ___ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ c) ___ $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$ d) ___ $\dfrac{\sqrt{2}}{10}$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

**1.3.1.** Una ecuación de la recta que pasa por el punto $P(4;3)$ y con pendiente cero es ____________.

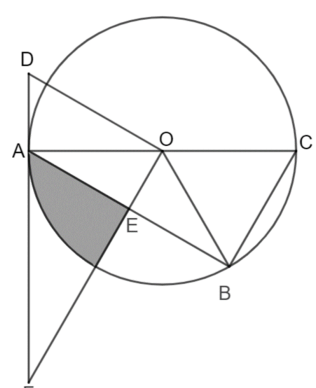
**1.3.2.** La distancia del punto $P(0;6)$ a la recta $y = 1$ es ____________ $u$ unidades.

2 En la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AC}$, se tiene que:

- $\overline{CB} \parallel \overline{OF}$.
- $\overline{DF}$ es tangente a la circunferencia en el punto $A$.
- Los puntos $O$, $E$ y $F$ se encuentran alineados.
- $\triangle COB$ es equilátero.

a) Demuestra que $\triangle ABC = \triangle OAF$.

b) Calcula el área de la región rayada si se conoce que $\overline{AO} = 6,0\ cm$.

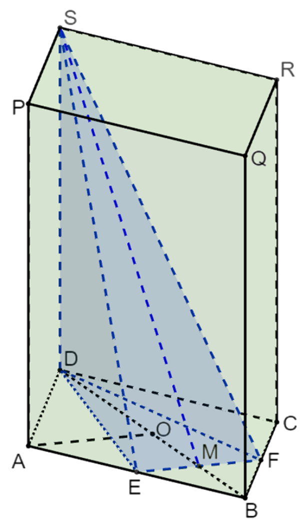


**3** Sean las expresiones trigonométricas: $M(x) = \cos 2x$ y $N(x) = \operatorname{sen} 2x$.
a) Resuelve la ecuación $M(x) - 1 = 0$, en el intervalo $(0; 2\pi)$.
b) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable, se cumple que:
$$\frac{N(x)}{M(x) - 1} = -\cot x$$

**4** En diciembre de 2020, en el sector residencial de La Habana la cantidad de clientes que realizaron el pago del servicio de agua mediante la Banca electrónica en las modalidades Telebanca, Banca móvil y Cajeros automáticos fue 158 600. En este mes, el quíntuplo de la cantidad de clientes que realizaron el pago del agua en Cajeros automáticos fue igual a la cantidad de clientes que lo realizaron por la Telebanca. Si se conoció además, que el 10 % de la cantidad de clientes que efectuaron el pago de este servicio por la Banca móvil, excedió en 6 900 a la cantidad de clientes que pagaron en Cajeros automáticos, ¿Cuántos clientes realizaron el pago del servicio de agua en cada una de las modalidades de la Banca electrónica en el mes de diciembre de 2020?

**5** En la figura se muestra el prisma recto $ABCDPQRS$ cuyas bases son los rombos $ABCD$ y $PQRS$ y en su interior la pirámide oblicua $EFDS$. Se conoce además que:
- El plano que contiene a la cara $FSE$ de la pirámide oblicua $EFDS$ corta en los puntos medios $E$ y $F$ a las aristas $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ respectivamente.
- El $\triangle FDE$ es isósceles de base $\overline{EF}$.
- $\overline{EF} \cap \overline{DB} = \{M\}$.
- $O$ es el punto de intersección de las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$.

a) Identifica el segmento de recta que está contenido simultáneamente en los planos $SPA$ y $PQR$.
b) Demuestra que $\overline{SM}$ es la altura de la cara $FSE$ relativa al lado $\overline{EF}$.
c) Calcula el área lateral del prisma $ABCDPQRS$ si se sabe que $\overline{AO} = 3,0\ cm$, $\overline{BD} = 8,0\ cm$ y $\sphericalangle DMS = 45°$.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2022 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica cada una de las proposiciones siguientes en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

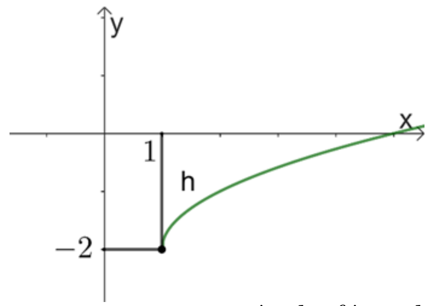
a)____ La correspondencia definida de $R \rightarrow R$ donde a cada número real $x$ se le hace corresponder $\log x$ es una función.

b)____ Si $P$ y $Q$ son conjuntos tales que: $P = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x < 9\}$ y $Q = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -3\}$, entonces $P \cup Q = P$.

c)____ La recta de ecuación $y = x$ es perpendicular a la recta de ecuación $y = -x$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** La gráfica que se muestra a continuación corresponde a una función radical de la forma $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ donde $a$ y $b$ son parámetros reales. Se puede afirmar que:




a)____ La imagen de la función $f$ es $\{y \in \mathbb{R} : y > 2\}$.

b)____ La función $f$ es positiva para $x \geq 5$.

c)____ El dominio de la función $f$ es $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$.

d)____ $a = 1$ y $b = 2$

**1.2.2.** Al excavar hacia el interior de la tierra, la temperatura aumenta según la fórmula $T = 15 + 0,001d$, donde $T$ es la temperatura alcanzada en grados Celsius (℃) y $d$ la profundidad en metros. Si la temperatura alcanzada en cierto punto de la excavación es de 100 ℃ es porque está situado a una profundidad de:

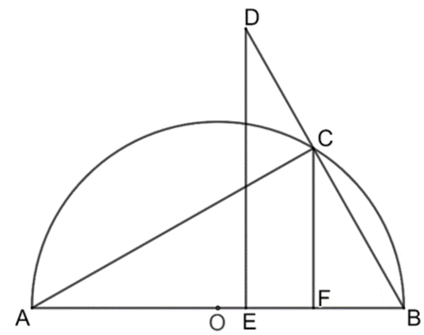
a) ____ 83 000 $m$ b) ____ 85 000 $m$ c) ____ 81 000 $m$ d) ____ 80 000 $m$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

**1.3.1.** Sean $A(1;0)$, $B(4;0)$, $C(4;3)$ y $D(1;3)$ las coordenadas de los vértices de un cuadrado, su área es de ____________ $u^2$.

**1.3.2.** El punto de intersección de la recta $r : 3x - 4y - 3 = 0$ con el eje de las abscisas tiene coordenadas ____________

**2** En la figura se esboza un semicírculo con centro en $O$ y diámetro $\overline{AB}$, se conoce además que:
- El punto $C$ pertenece a la semicircunferencia.
- $F$ es punto de intersección de $\overline{CF}$ con $\overline{AB}$.
- Los puntos $B$, $C$ y $D$ están alineados.
- $\overline{DE} \perp \overline{AB}$.
- $\overline{DE} \parallel \overline{CF}$.
- $\overline{AF} = \overline{DE}$.
- $\overset{\frown}{AC} = 120°$.



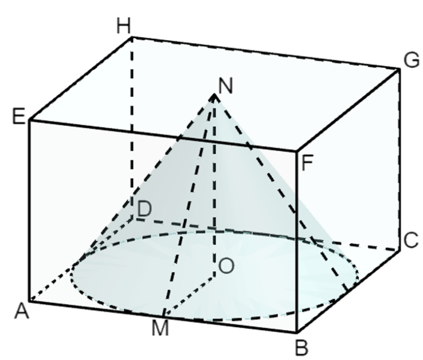

a) Demuestra que $\triangle AFC = \triangle DEB$.
b) Calcula la amplitud del $\sphericalangle FCD$.

**3** Dadas las expresiones trigonométricas: $M(x) = \dfrac{\operatorname{sen} 2x \cdot \tan x}{2 \operatorname{sen} x}$ y $P(x) = \cos 2x$.
a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable se cumple que: $M(x) = \operatorname{sen} x$.
b) Determina las soluciones de la ecuación: $6^{P(x)} = 2^{M(x)} \cdot 3^{\operatorname{sen} x}$.

**4** En una encuesta realizada en un día a todos los estudiantes de un preuniversitario de la capital se pudo constatar que un número significativo de la matrícula general del centro utilizó la Internet al menos una vez ese día. La cantidad de estudiantes que utilizó la Internet en 12mo grado representó el 40 % del total de estudiantes que utilizaron la Internet ese día, dos tercios del resto, disminuido en 20 fueron de 11no grado y los 180 estudiantes restantes de 10mo grado.
a) ¿Cuántos estudiantes utilizaron la Internet ese día en el preuniversitario?
b) Si se conoció que, en este preuniversitario, la cantidad de estudiantes de 10mo grado que utilizó la Internet ese día representó el 90 % de la matrícula de este grado, ¿Cuál era la matrícula de 10mo grado en este centro?

**5** A una pieza de madera maciza en forma de prisma recto de base cuadrada se le ha realizado una perforación en forma de cono circular recto por su base inferior como se muestra en la figura. Se conoce además que:
- $\overline{ON}$ es la altura común del cono y el prisma.
- $\overline{AB}$ es tangente a la circunferencia en el punto $M$.

a) Determina el punto donde se cortan los planos $BCF$, $DCG$ y $EFH$.




b) Demuestra que la generatriz $\overline{MN}$ del cono es perpendicular al segmento $\overline{AB}$.
c) Si se conoce que la longitud de la circunferencia es $6\pi\ dm$ y $\overline{NM} = 5,0\ dm$, determina el volumen de la pieza que resulta luego de la perforación.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2021 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

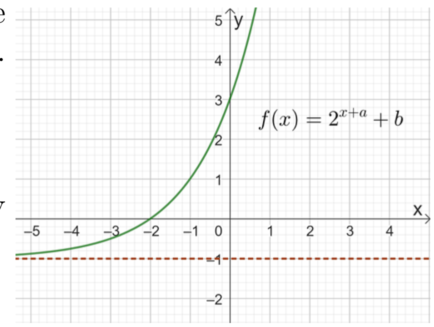
a)___ Al resolver la inecuación $1+x>0$ se obtiene como conjunto solución $\{x \in R : x > 1\}$.

b)___ El conjunto de pares ordenados $\{(1;1),(2;1),(3;1),(4;1)\}$ corresponde a la representación gráfica de una función.

c)___ Las rectas $r_1$ y $r_2$ dadas por sus ecuaciones, $r_1 : 2x+y-1=0$ y $r_2 : 6x+3y-3=0$ se cortan en un punto.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** La gráfica que se muestra a continuación corresponde a la función $f$ definida en $\mathbb{R}$ con ecuación $f(x) = 2^{x+a} + b$ . De esta se puede afirmar que:




a)___ La imagen es $y \geq -1$.

b)___ Es negativa para $x \leq -2$.

c)___ Los valores de los parámetros $a$ y $b$ son: $a = 2$ y $b = -1$

d)___ Es decreciente.

**1.2.2.** Para determinar el $pH$ (grado de acidez y basicidad de una sustancia) se utilizan los logaritmos y esta relación está dada por la ecuación $pH = log[H^+]$, donde $[H^+]$ es la concentración del ion de hidrógeno en moles por litro. Se considera neutra, básica o ácida una sustancia si su $pH$ es 7, mayor que 7 o menor que 7 respectivamente. Si se conoce que la concentración del ion de hidrógeno en moles por litro del café es $0,00\,001$, entonces su pH es:

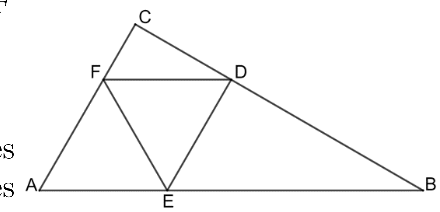
a) ___ 5 b) ___ 4 c) ___ 7 d) ___ 14

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

**1.3.1.** Una ecuación de la recta que pasa por el punto $A(3;2)$ y tiene como pendiente $\frac{1}{2}$ es ________________.

**1.3.2.** Al racionalizar $\frac{2}{\sqrt{2}}$ se obtiene como resultado ________________.

**2** En la figura se esboza un triángulo $BCA$ rectángulo en $C$, se conoce además que: Los vértices del rombo $AEDF$ están situados en los lados del triángulo $BCA$.




b) Demuestra que $\dfrac{\overline{FD}}{\overline{FC}} = \dfrac{\overline{EB}}{\overline{ED}}$

b) Si se conoce que el área del triángulo equilátero $EDF$ es $4\sqrt{3}\ cm^2$, calcula el perímetro del trapecio $FEBD$ de bases $\overline{FD}$ y $\overline{EB}$.

**3** Sean las expresiones: $A(x) = x + \sqrt{x+5}$ y $B(x) = 2x - 1$.

a) Determina el conjunto solución de $\sqrt{A(x)} = 1$.

b) ¿Para qué valores de $x \in \mathbb{R}$, la expresión $\sqrt[3]{B(x)}$ está definida?

c) Verifica que $\log_2 B(\operatorname{sen} x)$ se anula para $x = \dfrac{\pi}{2}$.

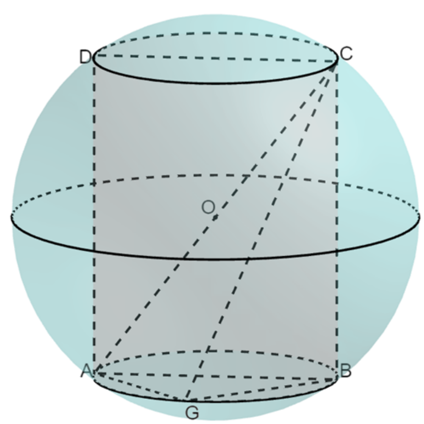
**4** De acuerdo a los datos estadísticos ofrecidos habitualmente por el doctor Francisco Durán García, director nacional de Epidemiología del Minsap en la etapa de marzo de a febrero de 2020, la cifra de casos positivos al SARS-COV-2 fue de 50 590 personas. El 50 % del total de casos positivos diagnosticados en esta etapa solo superó en 2 297 personas a la cantidad de casos positivos diagnosticados en el mes de febrero. Se conoció además que en enero y febrero del 2021 las cifras fueron alarmantes pues se diagnosticaron entre estos dos meses 38 534 personas positivas a la enfermedad.

a) ¿En cuántos casos positivos al SARS-COV-2 superó el mes de febrero al mes de enero del 2021?

b) Si la letalidad se define como $\dfrac{\text{Cantidad de personas Fallecidas}}{\text{Cantidad de personas infectadas}} \cdot 100$ y se expresa en porciento. Calcula la letalidad que tuvo el país en el mes de febrero si se conoce que la cantidad de pérdidas de vidas humanas que tuvo que lamentar nuestro país ese mes fue de 108 personas.

Tomado periódico Granma
Martes 2 de marzo del 2021.

**5** A continuación se presenta una esfera con centro en $O$, diámetro $\overline{AC}$ y en su interior un cilindro circular recto. Se conoce además que:




• $M$ pertenece a la circunferencia de diámetro $\overline{AB}$ situada en la base inferior del cilindro.

a) Demuestra que $\triangle AMC$ es rectángulo en $M$.

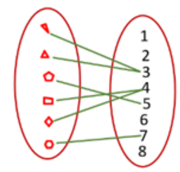
b) Si se conoce que el área de la esfera es $100\pi\ cm^2$ y la altura del cilindro es $8,0\ cm$, calcula el volumen del cilindro.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2021 Primera Convocatoria**

1 Lee atentamente y responde:

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

a) ___ La correspondencia definida de $A$ en $B$, representada en el diagrama siguiente, es una función.




b)___ Sean los conjuntos $A$ y $\mathbb{Q}$ tales que: $\mathbb{Q}$ el conjunto de los números racionales y $A = \left\{-3; -1; 1; \sqrt{2}\right\}$, entonces $A \subset \mathbb{Q}$.

c)___ El dominio de definición de la expresión algebraica $P\left(x\right) = \dfrac{1-x}{\sqrt{2x-4}}$ es el conjunto $\{x \in R : x \geq 2\}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** Sea $f$ una función definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $f\left(x\right) = |x+2|$, entonces se puede afirmar que:

a)___ $f\left(x\right) < 0$ para toda $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$.
b)___ La función es inyectiva.
c)___ $f$ es creciente para toda $\{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$.
d)___ El máximo de $f$ es 0.

**1.2.2.** Un modelo matemático para describir la distancia recorrida ($d$) por un objeto pesado que es arrojado en caída libre desde cierta altura en cada tiempo ($t$) está representado por la función de ecuación $d\left(t\right) = \dfrac{1}{2}gt^2$, donde $g$ es la aceleración constante determinada por la gravedad en la superficie terrestre (aproximadamente $g = 9,8\ m/s^2$), y el objeto carece de velocidad inicial. Si un objeto pesado se demora en caer 3 segundos, entonces este se encontraba a una altura de:

a) ___ 88,2 metros b) ___ 44,1 metros c) ___ 14,7 metros d) ___ 29,4 metros

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

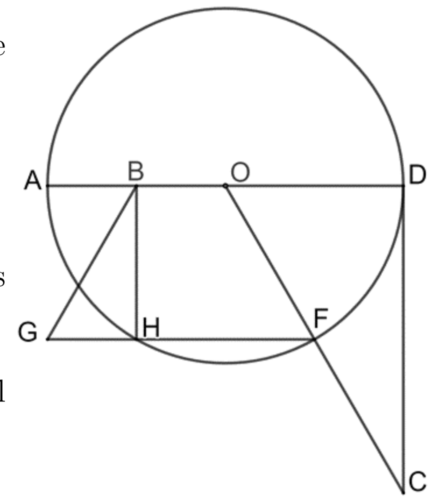
En el triángulo $ACB$ isósceles de base AB con vértices $A(5;0)$, $B(1;0)$ y $C(2;5)$.

**1.3.1.** La mediatriz relativa a la base del triángulo interseca a esta en el punto de coordenadas: ________________.

**1.3.2.** La pendiente de cualquier recta paralela a la recta que contiene al lado $\overline{BC}$ es ________________.

**2** En la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AD}$, se conoce que:
- Los puntos $F$ y $H$ pertenecen a la circunferencia.
- $B \in \overline{AD}$.
- Los puntos $O$, $F$ y $C$ están alineados.
- $\overline{DC}$ es tangente a la circunferencia en el punto $D$,
- $\overline{BH}$ es la altura del trapecio $GFOB$, isósceles de bases $\overline{GF}$ y $\overline{OB}$.

a) Prueba que: $\triangle GHB \sim \triangle CDO$.
b) Si $\overline{AD} = 6,0\ cm$ y el $\sphericalangle FOB = 120°$, calcula el área del $\Delta\, CDO$.

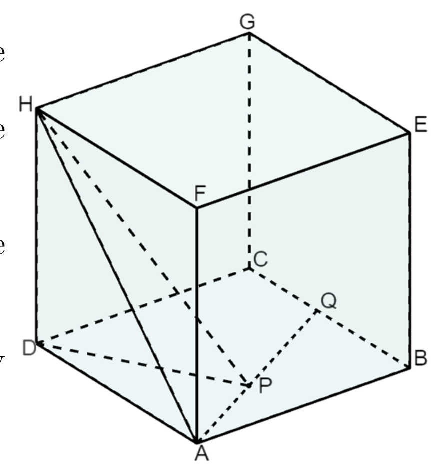



**3** Sean las expresiones: $A(x) = 3^{x^2}$, $B(x) = 9^x$ y $C(x) = \dfrac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} \cdot \cot x$.
a) ¿Para qué valores reales de x se cumple que: $\log_2 A(x) = \log_2 [27 \cdot B(x)]$?
b) Calcula el valor numérico de $C(x)$ para $x = \dfrac{5\pi}{6}$.

**4** La cifra ofrecida por el MINSAP sobre el total de altas que se dieron a personas infectadas por el SARSCOV-2 en la etapa de marzo a abril del año 2021 fue de 55 370. La cantidad de altas en el mes de abril superó a las del mes de marzo en 4 594.
a) Determina la cantidad de altas que se dieron cada mes.
b) ¿Qué tanto por ciento representa la cantidad de altas que se dieron en el mes de abril del total de altas dadas en la etapa?

**5** La figura muestra el cubo $ABCDEFGH$, cuya base inferior es $ABCD$. Se conoce además:
- $A$, $P$ y $Q$ son puntos alineados que pertenecen a la base inferior del cubo.
- El triángulo $APD$ es rectángulo en $P$.

a) Identifica un punto que no pertenezca simultáneamente a los planos $EDA$ y $EDC$.
b) Demuestra que el triángulo $APE$ es rectángulo.
c) Si el área del triángulo $APD$ es de $12,5\sqrt{3}\ dm^2$ y $\overline{DP} = 5\sqrt{3}\ dm$, calcula el volumen del cubo.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2020 Cuarta Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

a) ___ Sean los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 4 < 0\}$ y $B = \{-4; -2; 0; 1; 2; 4\}$, entonces $A \subset B$.

b) ___ La función $f$ definida en $R$ por la ecuación $f(x) = 3\cos x$ es una función par.

c) ___ La función g definida en $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\}$ por la ecuación $g(x) = \sqrt{x-2} + 1$, tiene un cero en $x_0 = 3$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** Si $m + n + 1 = 0$, entonces el conjunto numérico más restringido al que pertenece el valor del número $k = \sqrt[3]{\frac{1}{8}(m+n)}$ es al conjunto de los números:

a) ___ Naturales b) ___ Enteros c) ___ Fraccionarios d) ___ Racionales

**1.2.2.** Para medir la magnitud de un sismo en la escala de Richter se utiliza la expresión $M = \log(A \cdot 10^3)$, donde $M$ es la magnitud del sismo y $A$ es la amplitud de onda medida en milímetros ($mm$) en un sismógrafo. Si un sismo en la escala de Richter alcanza la magnitud de 5, entonces la medida de la amplitud de onda que alcanza en el sismógrafo es de:

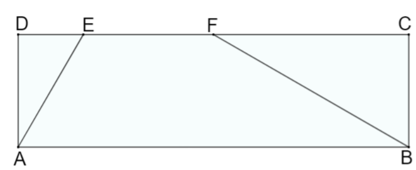
a) ___ $\frac{5}{3}\ mm$ b) ___ $100\ mm$ c) ___ $10\ mm$ d) ___ $20\ mm$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

Si $A(1; -1)$, $B(x; y)$ y $C(-2; 2)$ son las coordenadas de los vértices de un triángulo isósceles $ABC$ rectángulo en $B$, y el vértice $B$ pertenece al primer cuadrante, entonces, el vértice $B$ tiene como coordenadas ________________ y una ecuación de la recta que contiene al lado $\overline{AC}$ es ________________.

2 En la figura se muestra el rectángulo $ABCD$. Sobre el lado DC se han situado los puntos $E$ y $F$ de manera tal que:

- $\operatorname{sen} \sphericalangle DAE = \frac{1}{2}$
- $\sphericalangle FBC = 60°$




a) Prueba que $\overline{AD}^2 = \overline{DE} \cdot \overline{FC}$

b) Si $\overline{DE} = 2,0\ cm$, $\overline{AB} = 12\ cm$ y $F$ es el punto medio de $\overline{DC}$, calcula el área del trapecio $ABFE$.

**3** Dadas las expresiones trigonométricas:

$A(x) = \operatorname{sen}^2 x - 2$ y $B(x) = \dfrac{\cos 2x - \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2x \cdot \cot x}{\operatorname{sen} x}$.

a) Determina los valores reales de $x$ para los cuales se cumple que $A(x) = B(x)$.

b) Verifica que para $x = \dfrac{3\pi}{2}$ se cumple la igualdad $\log |A(x)| = 0$.

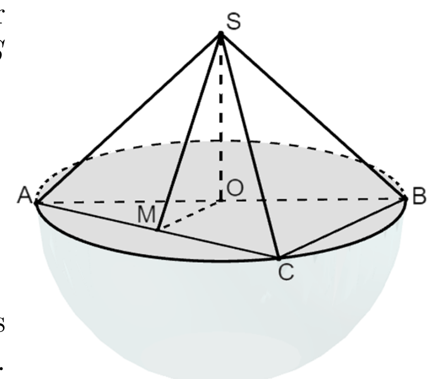
**4** En una unidad militar se disponen de 960 caretas antigás para la protección de la tropa ante un posible ataque químico. Las mismas son almacenadas en cajas de dos tipos, unas más pequeñas con capacidad para 10 caretas, y otras más grandes con capacidad para 40. El 75 % de la cantidad de cajas pequeñas excede en 2 a la tercera parte de la cantidad de cajas grandes. Si se conoce que todas las cajas fueron utilizadas y llenadas a su máxima capacidad.

a) ¿Cuántas cajas de cada tipo utilizó la unidad militar para almacenar las caretas?

b) Si se extrae el 60 % de las caretas de una caja grande para un ejercicio, ¿cuántas caretas antigás quedan almacenadas?

**5** En la figura se muestra un cuerpo macizo formado por una semiesfera de centro $O$ y una pirámide oblicua $ACBS$ de base triangular, además se conoce que:

- $\overline{AB}$ es el diámetro del círculo máximo de la semiesfera.
- $C$ es punto de la circunferencia máxima de la semiesfera.
- $\overline{OM} \parallel \overline{BC}$
- $\overline{OS}$ es altura de la pirámide y del triángulo $BSA$




a) Demuestra que el triángulo $AMS$ es rectángulo.

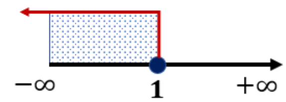
b) Si $\overline{AB} = 10\ cm$, $\overline{BC} = 6,0\ cm$ y el área del $\Delta\, BSA$ es igual al área del $\Delta\, ACB$, calcula el volumen total del cuerpo.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2020 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a)____La solución gráfica de la inecuación $\dfrac{x^2-1}{x+1} \leq 0$ es:

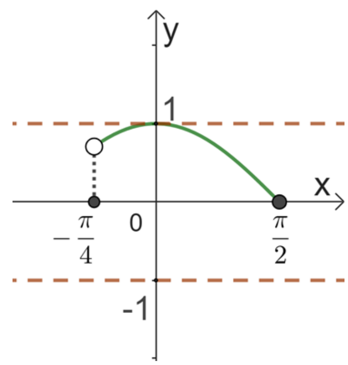



b)____El conjunto numérico más restringido al que pertenece el número $\pi$ es el de los irracionales.

c)____La gráfica de la función $h$ definida en $\mathbb{R}$ la ecuación $h(x) = 1-(x+2)^2$ tiene como vértice el par ordenado $(1;-2)$.

**1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** En la figura se muestra la representación gráfica de la función $g$ definida en un intervalo real con ecuación $g(x) = \cos x$. ¿Se puede afirmar que?




a)____Su conjunto imagen es $\{y \in \mathbb{R} : -1 \leq y \leq 1\}$

b)____Es impar.

c)____ $\left(-\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) \in g$

d)____Su dominio es $\left\{x \in \mathbb{R} : -\dfrac{\pi}{4} < x < \dfrac{\pi}{2}\right\}$.

**1.2.2.** Una compañía produce componentes electrónicos para televisores. Según sus registros después de $t$ días de capacitación, un nuevo empleado puede ensamblar como promedio $N(t)$ componentes por día. Esta relación se puede expresar por la ecuación $N(t) = \dfrac{50t}{t+4}$, con $t > 0$. Al cuarto día de capacitación ininterrumpida, la cantidad de componentes que será capaz de ensamblar el nuevo empleado es:

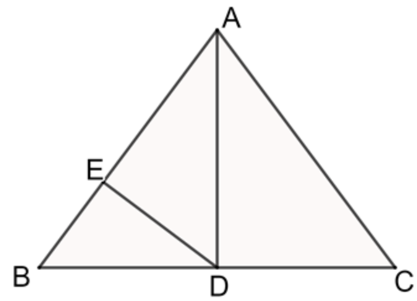
a) ____4 b) ____20 c) ____25 d) ____50

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:**

**1.3.1.** Una ecuación de la recta que pasa por el punto $(3;2)$ y es perpendicular a la recta $2x+y-3=0$ es:________________

**1.3.2.** El punto de intersección de la recta de ecuación $3x-y+1=0$ y $y$ de las ordenadas es:________________

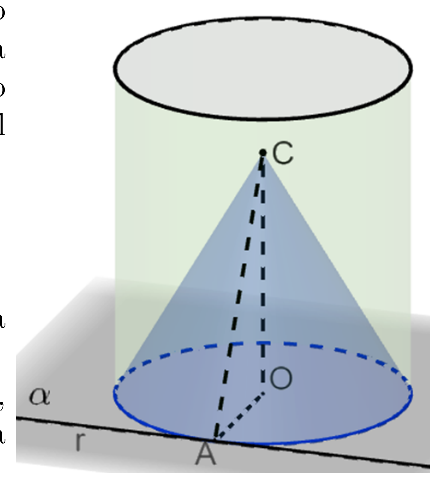
**2** En la figura se tiene representado el triángulo isósceles $CAB$ de base $\overline{BC}$. Se conoce además que:
• $\overline{AD}$ es la bisectriz del $\sphericalangle BAC$ y $\overline{DE} \perp \overline{AB}$.
a) Demuestra que $\overline{AC} \cdot \overline{EB} = \overline{BD} \cdot \overline{DC}$.
b) Si $\overline{AD} = 4,0\ cm$ y $\overline{BC} = 6,0\ cm$, calcula la longitud de la línea poligonal $DCAE$.




**3** Sean las expresiones $A(x) = \log_2 \sqrt{x+3}$, $B(x) = \log_2 (x-4)$ y $C(x) = \dfrac{100 \operatorname{sen} x}{2\cos x - 1}$.
a) ¿Para qué valores reales de x se cumple que $9^{A(x)} \cdot 3^{B(x)} = 27$?
b) Determina los valores inadmisibles de la expresión $C(x)$ en el intervalo $[0; 2\pi]$.

**4** Cuba en las Olimpiadas Internacionales de Conocimientos del año 2019, alcanzó buen número de medallas y 3 menciones honoríficas. Las $\dfrac{2}{7}$ partes del total de medallas alcanzadas fueron de plata, el 40 % del resto excedió en una medalla a la cantidad de medallas de oro y las 16 medallas restantes fueron de bronce.
a) ¿Cuántas medallas en total alcanzó Cuba en estas Olimpiadas?
b) Si por Cuba participaron 42 estudiantes en estas Olimpiadas y cada uno debía obtener una medalla, ¿cuál fue el porciento de medallas alcanzadas con respecto a las que se debían obtener?

**5** La figura muestra el cilindro circular recto macizo situado sobre el plano $\alpha$, al cual se le ha realizado por la base inferior una perforación en forma de cono circular recto hasta llegar al punto $C$, de forma tal que $\overline{CO}$ es la altura del cono. Se conoce además que:
• $\overline{AO}$ es el radio de la circunferencia de centro $O$,
• La base inferior del cilindro coincide con la del cono,
• La recta $r$ está contenida en el plano $\alpha$ y $\overline{CA} \perp r$.
a) Demuestra que la recta $r$ es tangente a la circunferencia en el punto $A$.
b) Si el área lateral del cono es $18\pi\ cm^2$ y el $\sphericalangle ACO = 30°$, calcula el valor del volumen del material que se desperdicia en el proceso de perforación.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2020 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

a)___ Sean $D$ y $F$ dos conjuntos tal que: $D = \left\{x \in R : x > \sqrt{2}\right\}$ y $F = \{x \in R : x \leq 5\}$, entonces $D \cap F = \left\{x \in R : \sqrt{2} < x < 5\right\}$

b)___ La función $h$ definida en $R$ por la ecuación $h(x) = |x+2| + 1$ es monótona creciente para las $x \geq -2$.

c)___ Si $\log_n 9 = 4$, entonces el valor de $n$ es un número racional.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** Sea la función f de ecuación $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$ definida para $\{x \in R : x \neq -2\}$, entonces para la función $f$ se cumple que la ecuación se su inversa es:

a)___ $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{x} + 2$ b)___ $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{x} - 2$

c)___ $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{x-2}$ d)___ $f^{-1}(x) = \dfrac{1}{x+2} + 2$

**1.2.2.** Para determinar el crecimiento poblacional de una isla se utiliza la función $P(t) = P_0 \cdot 2^{\frac{t}{20}}$, donde $P_0$ es la población inicial, $t$ es el tiempo en años y $P(t)$ la población al cabo de $t$ años. Si la población inicial es de 100 mil habitantes, entonces la población de la isla será de 400 mil habitantes al cabo de:

a) ___ 10 años b) ___ 20 años c) ___ 40 años d) ___ 100 años

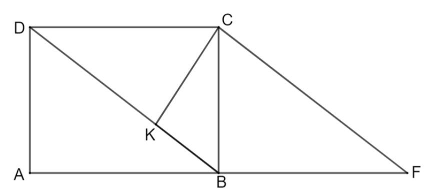
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

Sean $A(3;1)$, $B(3;1)$ y $C(3;4)$, en ese orden, las coordenadas de los vértices del triángulo $CAB$ rectángulo en $A$.

**1.3.1.** Una ecuación de la recta que contiene al lado $\overline{AC}$ es: ____________.

**1.3.2.** La mediana relativa al lado $AB$ interseca a este en el punto de coordenadas ____________.

2 En la figura se tiene que:




- $ABCD$ es un rectángulo.
- $\overline{BD} \parallel \overline{FC}$.
- $A$, $B$ y $F$ son puntos alineados.

a) Demuestra que $B$ es punto medio de $\overline{AF}$.

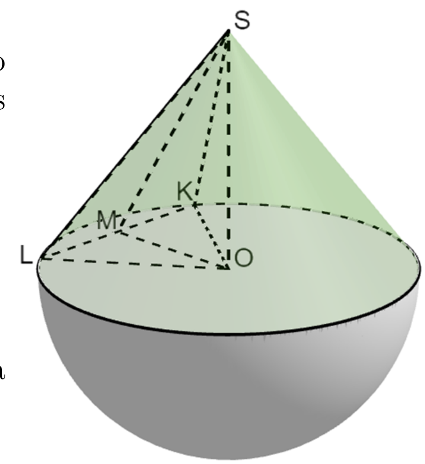
b) Si el lado $\overline{AB} = 6\sqrt{3}\ cm$, $\overline{KB} = \dfrac{1}{3}\overline{DB}$ y $\sphericalangle ABD = 30°$ calcula el área del triángulo $CKB$.

**3** Dadas las expresiones: $A\left(x\right)=\sqrt{6-2\cos^{2}x}$ y $B\left(x\right)=\dfrac{\operatorname{sen}2x}{2\cos x}$.
a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable se cumple que $5-\left[A\left(x\right)\right]^{2}=\cos 2x$.
b) Halla el conjunto solución de la ecuación $A\left(x\right)-B\left(x\right)=2$ en el intervalo $\left(\dfrac{3\pi}{2}<x\leq 2\right)$.

**4** Dos trabajadores agrícolas durante una semana de trabajo recogieron un total de 360 sacos de papas. Si el trabajador más productivo cediera al menos productivo el $10\,\%$ de los sacos recolectados por él, entonces ambos tendrán la misma cantidad.
a) ¿Cuántos socos de papa recolectó cada trabajador?
b) Si para trasladar los sacos recolectados al almacén se utiliza un tractor que en cada viaje carga 50 sacos, ¿en cuántos viajes se logra el traslado de todos los sacos?

**5** En la figura se ha representado un cuerpo compuesto por un cono circular recto y una semiesfera cuyas bases coinciden, se conoce además que:

- El radio de la base del cono es $\overline{OL}$.
- La altura del cono es $\overline{OS}=40\ cm$.
- $K$ es un punto de la circunferencia de la base del cono.
- $M$ punto medio de $\overline{KL}$.




a) Demuestra que el triángulo $SML$ es rectángulo.
b) Si se conoce además que el volumen de la semiesfera es igual a $18\pi\ dm^{3}$, calcula el área total del cuerpo.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2020 Primera Convocatoria**

**1** Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

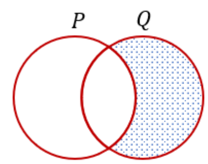
a)____El valor máximo que alcanza la función $f$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $f(x) = 2\cos x$ es 1.

b)____La función $h$ definida en el intervalo $(-\infty; 2]$ por la ecuación $h(x) = (x-2)^2 + 1$ es monotonía creciente.

c)____Los valores de $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq \pi\}$ para los cuales está definida la expresión $M(x) = \dfrac{\cos x}{2\operatorname{sen} x - 1}$ son $x_1 = \dfrac{\pi}{6}$ y $x_2 = \dfrac{5\pi}{6}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** La operación entre los conjuntos P y Q que representa la parte sombreada en el siguiente diagrama de Venn es:




a)____$P \cap Q$ b)____$P \setminus Q$ c)____$P \cup Q$ d)____$Q \setminus P$

**1.2.2.** La ecuación $C = 3^{-\frac{t}{100}} \cdot k$, permite determinar la concentración de material radioactivo ($C$) encontrado en el interior de una roca en el transcurso de los años, $t$ representa la edad de la roca y $k$ la concentración de material radioactivo presente en el momento de formarse la roca. Si $k = 4\,500$ y la concentración del material radiactivo encontrado es de $1\,500$ entonces la edad de la roca en ese momento es de:

a) ____1 000 años b) ____100 años c) ____10 años d) ____1 años

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

Los pares ordenados $A(2;0)$, $B(3;-1)$, $C(4;0)$ y $D(x;1)$, tomados en ese orden, son los vértices del cuadrado $ABCD$.

**1.3.1.** La diagonal $\overline{BD}$ tiene una longitud de ________________unidades.

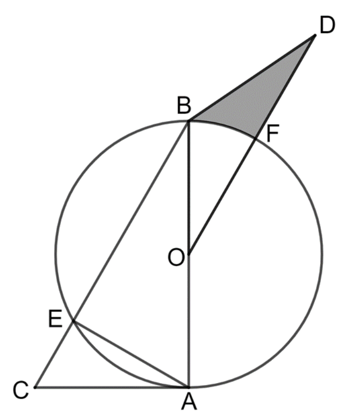
**1.3.2.** La ecuación de la recta que contiene a la diagonal $\overline{AC}$ es ________________.

**2** En la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AB}$ que se muestra en la figura se tiene que:

- $\overline{BC}$ y $\overline{OD}$ intersecan a la circunferencia en los puntos $E$ y $F$ respectivamente.
- $\overline{AC}$ es tangente a la circunferencia en el punto $A$.

a) Demuestra que $\overline{AB}^2 = \overline{BC} \cdot \overline{BE}$.

b) Si $\overline{BC} \parallel \overline{OD}$, $\sphericalangle ABE = 30°$, $\overline{AE} = 8{,}0\ cm$ y $\overline{OD} = 10\ cm$, calcula el área sombreada.



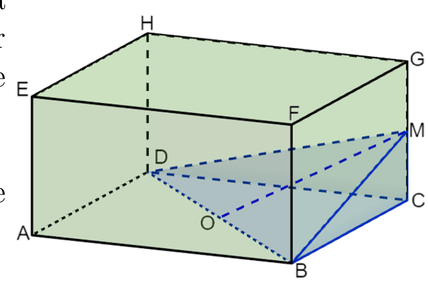
**3** Sean las expresiones: $A(x) = \sqrt{2+2\sqrt{x}}$, $B(x) = x + \sqrt{x}$ y $C(x) = \dfrac{\operatorname{sen}^2 x}{1-\cos x}$.

a) Halla el conjunto de valores reales de $x$ para los cuales se cumple que:
$2\log_2 A(x) = \log_2 B(x)$.

b) Demuestra que para todos los valores reales de $\{x \neq 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$ se cumple que:
$C(x) = 1 + x \neq 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z} \cos x$.

**4** En Conmemoración del Aniversario 500 de La Habana, capital de todos los cubanos, se repararon varias instalaciones públicas en la ciudad, en las que se encuentra la Heladería Coppelia, la que incrementó como promedio a 15 la cantidad de sabores a ofertar por día. Los sabores más consumidos por la población son el chocolate y la almendra. Según registros de la instalación, en el horario de $10:00\ am$ a $12:00\ m$ de un día, se vendió el $40\,\%$ de la cantidad de tinas de helado de chocolate y la tercera parte de la cantidad de tinas de helado de almendra de las que se destinaron ese día para la venta a la población, quedando por vender en el horario restante entre estos dos sabores un total de 220 tinas.
a) Si al finalizar el día se vendieron las 350 tinas de helado destinadas a la venta entre estos dos sabores, ¿cuántas tinas se vendieron ese día con sabor a chocolate y cuántas con sabor a almendra?
b) ¿Cuánto dinero recaudó la Heladería Coppelia por la venta de helado de estos dos sabores en el horario de $10:00\ am$ a $12:00\ m$ de ese día, si el precio de venta de una tina es $82{,}50\ CUP$?

**5** La figura muestra una pieza de madera maciza en forma de prisma recto de base cuadrada, al que se le va a realizar un corte transversal en forma de pirámide $DBCM$ como se muestra en la ilustración; además se conoce que:




- $M$ es punto medio de la arista lateral $\overline{GC}$ del prisma.
- $O$ es punto de intersección de las diagonales de la base $ABCD$.
- $V_{\text{prisma ABCDEFGH}} = 2\,048\ cm^3$.
- $A_{\text{Base inferior del prisma}} = 2{,}56\ dm^2$.

a) Identifica tres rectas que cumplan simultáneamente las siguientes condiciones: que se corten en un punto, que no sean perpendiculares entre sí y que no estén contenidas en el mismo plano.
b) Prueba que $\overline{MO}$ es la altura de la cara triangular $DBM$ de la pirámide $DBCM$ relativa al lado $\overline{DB}$.
c) ¿Con cuántos $dm^3$ de madera queda la pieza después de realizado el corte?

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2019 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

a)___ Sean los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 5\}$ y $B = (2; 7]$, entonces $A \setminus B = (1; 2]$.

b)___ La correspondencia definida de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{N}$, que a cada número $n \in \mathbb{N}$ se le asocia $3^n - 2$, es una función.

c)___ Sea la función $f$ definida en $\{x \in \mathbb{R} :\ -1 < x \leq 1\}$ por la ecuación $f(x) = (x + 2)^2$, entonces se puede afirmar que su imagen es el conjunto $\{y \in \mathbb{R} :\ 0 < y \leq 9\}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** La fracción $\dfrac{2\cos x - 1}{2\operatorname{sen} x - \sqrt{3}}$, para los valores reales $x \in [0; 2\pi]$ se anula en:

a) ___ $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{2\pi}{3}$ b) ___ $\frac{\pi}{3}$ c) ___ $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{5\pi}{3}$ d) ___ $\frac{5\pi}{3}$

**1.2.2.** La velocidad máxima segura $h(a)$, medida en latidos por minutos, para el corazón de una persona de edad $a$ (en años) se puede calcular mediante la ecuación $h(a) = \dfrac{(220 - a) \cdot 70}{100}$, entonces si la velocidad máxima segura del corazón de una persona es de 140 latidos por minutos, se puede afirmar que su edad es de:

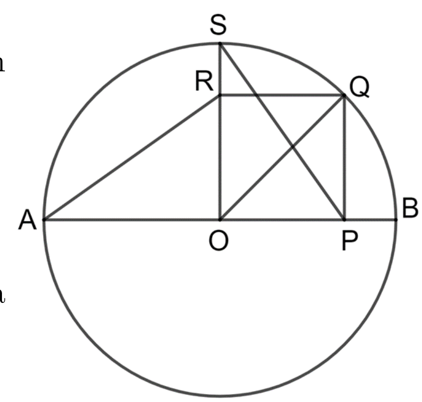
a) ___ 56 años b) ___ 20 años c) ___ 11 años d) ___ 2 años

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

Los puntos $P(1; 1)$, $Q(4; 2)$, $R(5; 5)$, $S(2; 4)$, en ese orden, son los vértices del paralelogramo PQRS. Se conoce además, que $\overline{PR} > \overline{QS}$.

**1.3.1.** El paralelogramo $PQRS$ se clasifica como un:__________.

**1.3.2.** La amplitud del ángulo de inclinación de la recta que contiene a la diagonal $\overline{PR}$ con el semieje "$x$" positivo es:__________.




2 En la figura se muestra una circunferencia de centro en $O$ y diámetro $\overline{AB}$, además se conoce que:

- $Q$ y $S$ son puntos de la circunferencia.
- $OPQR$ es un cuadrado y $\overline{OQ}$ una de sus diagonales.
- $O$, $P$, $B$ y $O$, $R$, $S$ son puntos alineados.

a) Demuestra que $\overline{AR} = \overline{PS}$.

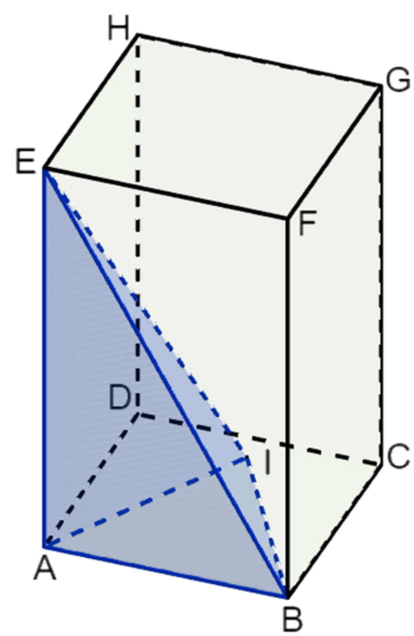
b) Si la longitud del diámetro $\overline{AB}$ es igual a 12 $cm$, calcula el área del sector circular $QOB$.

**3** Dadas las expresiones logarítmicas: $C(x) = 2\log_2 x + 1$ y $D(x) = \log_2(2 - 3x)$.
a) Determina el conjunto solución de la ecuación $C(x) = D(x)$.
b) Calcula el valor numérico de la expresión $C(x)$ para $x = 2\operatorname{sen}\dfrac{5\pi}{6}$ .

**4** En una UBPC se preparó el 98 % del total de hectáreas de tierra que disponía para la siembra de arroz, frijoles y maíz. Si de la cantidad de hectáreas de tierra utilizadas en la siembra, se dedicó las dos quintas partes para el cultivo de arroz, la tercera parte del resto para la plantación de frijoles y para la siembra de maíz se utilizó la mitad del total de hectáreas de tierra sembradas disminuida en 49.
a) ¿Cuántas hectáreas de tierra se utilizaron para cada cultivo?
b) ¿Qué cantidad de hectáreas de tierra posee la UBPC?

**5** En la figura se muestra una pieza de madera en forma de prisma recto $ABCDEFGH$ cuya base inferior es el cuadrado $ABCD$. De dicha pieza se ha extraído una cuña en forma de pirámide oblicua $ABIE$ que tiene como base el triángulo equilátero $ABI$, además se sabe que:

- $I$ está contenido en el plano de la base inferior del prisma.
- $\overline{AE}$ es altura del prisma y de la pirámide.
- $\sphericalangle ABE = 60°$.
- $\overline{AE} = 4\sqrt{3}\ cm$.




a) Identifica:
a.1) Una recta que sea alabeada a la recta $\overline{FG}$.
a.2) Una recta contenida en el plano $ABF$ que sea perpendicular al plano $FBC$.
b) Calcula el volumen del cuerpo que resulta después de haber extraído la cuña en forma de pirámide de la pieza original.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2019 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

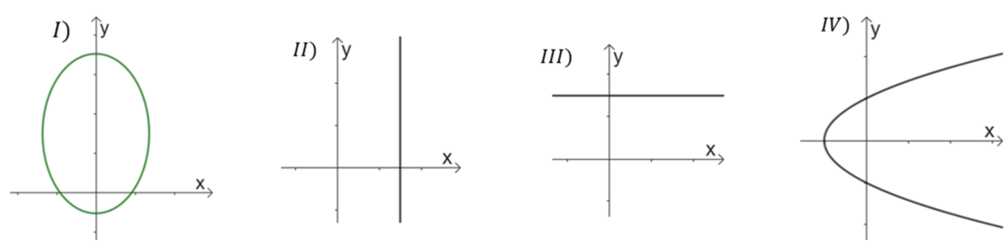
a)___ Si $A$ es un punto exterior a una recta $r$, entonces la distancia del punto $A$ a la recta $r$, es la longitud del segmento de perpendicular que los une.

b)___ Si $f$ y $g$ son dos funciones distintas definidas en $\mathbb{R}$, entonces se cumple que: $(f\,o\,g)(x) = (g\,o\,f)(x)$.

c)___ Si $a = 2^{45}$ y $b = 2^{30}$ entonces se puede afirmar que $a > b$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** De las gráficas que se muestran a continuación, la que representan una función es:



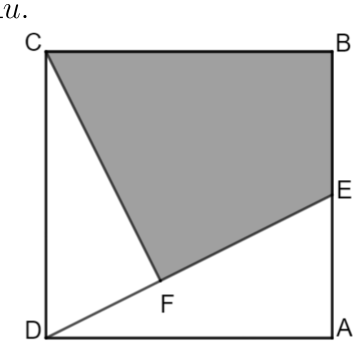

a)___ b)___ c)___ d)___

**1.2.2.** La bacteria Escherichie Coli generalmente se aloja en el intestino delgado. La cantidad de bacterias $N(t)$ presentes en un tiempo $t$ (en horas) puede determinarse mediante la ecuación $N(t) = N_0 \cdot 2^{0{,}05t}$, donde $N_0$ es el número inicial de bacterias. Si el número inicial de bacterias es de 400, entonces la cantidad de bacterias al cabo de 80 horas es de:

a)___ 6 400 b)___ 3 200 c)___ 40 d)___ 25

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera.**

Los puntos $A(1;1)$, $B(5;3)$, $C(3;7)$ y $D(1;5)$, tomados en ese orden son los vértices de un cuadrado. El centro de la circunferencia circunscrita al cuadrado $ABCD$ tiene coordenadas: ____________ y la longitud de su radio es: ____________ $u$.




2 En la figura, ABCD es un cuadrado. Se sabe además que:

- $E$ es punto medio de $\overline{AB}$.
- $\overline{CM} \perp \overline{DE}$

a) Demuestra que $\overline{AD}^2 = \overline{DE} \cdot \overline{CM}$.

b) Si $\overline{AD} = 8{,}0\ cm$, calcula el área sombreada.

**3** Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = \cos 2x$ y $B(x) = \tan x \cdot \cos x$. ¿Para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se cumple que: $\log_2 A(x) - \log_2 B(x) = 0$?

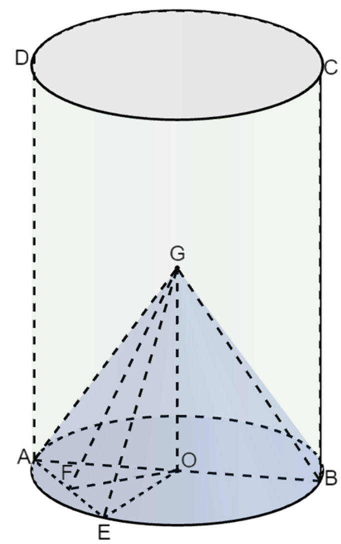
**4** Cierta cantidad de estudiantes realizaron una excursión al sitio histórico La Demajagua, para lo cual disponían de dos ómnibus. En el primer ómnibus viajaban las $\dfrac{4}{7}$ partes del total de estudiantes y los restantes en el segundo. Por desperfectos técnicos del primer ómnibus, fue necesario trasladar 10 estudiantes de este ómnibus para el segundo, quedando en el primer ómnibus el 75 % de la cantidad de estudiantes que continuaron viaje en el segundo. ¿Cuántos estudiantes participaron en la excursión?

**5** La figura muestra un cilindro circular recto de altura BC y en su interior se encuentra un cono circular recto de centro O y diámetro AB cuya base coincide con la del cilindro. Se conoce además que:

- $\overline{GO}$ es altura del cono y $\overline{GO} = \dfrac{1}{2}\overline{BC}$.
- $F$ es punto medio de la cuerda $\overline{AE}$.
- $E$ pertenece a la circunferencia de la base inferior del cilindro.

a) Demuestra que $\overline{AE} \perp \overline{GF}$.

b) Si $\overline{BC} = \overline{AO} + 4,0\ cm$ y el área lateral del cilindro es $24\pi\ cm^2$, determina el volumen del cono.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2019 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

a)___ La correspondencia definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ que a cada número real $x$ le hace corresponder $\frac{1}{x-2}$ es una función.

b)___ La función g de ecuación $g(x) = 2 \operatorname{sen} 4x$ es impar.

c)___ El conjunto imagen de la función $f$ de ecuación $f(x) = \sqrt[3]{x-1} - 3$ es $\{y \in \mathbb{R} : \ y \geq -3\}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** Dados los conjuntos $A = \left\{-5; \sqrt{2}; 3\right\}$ y $B = \{x \in R : x \geq -5\}$ se cumple que $A \cap B$ es:

a) ___ $\left\{\sqrt{2}; -5\right\}$ b)___ $\{-5\}$ c)___ $\left\{\sqrt{2}; -3\right\}$ d)___ $\left\{-5; \sqrt{2}; 3\right\}$

**1.2.2.** Para medir la temperatura en (°C) a una hora determinada del día en una región, se utiliza la ecuación de la función $g$ definida por $g(t) = -\frac{1}{10}(t-12)^2 + 30$, donde $t$ representa la hora del día en que es tomada la temperatura. Entonces la temperatura tomada a las 22 horas del día es:

a) ___ 20 °C b) ___ 22 °C c) ___ 29 °C d) ___ 40 °C

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

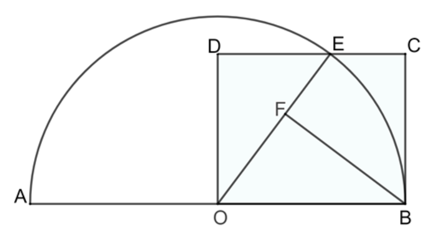
Sean $A(1; -2)$, $B(5; 0)$, $C(5; 3)$ y $D(x; y)$ las coordenadas de los vértices consecutivos de un paralelogramo $ABCD$.

**1.3.1.** Una ecuación de la recta que contiene al lado $\overline{BC}$ es ______________.

**1.3.2.** El vértice $D$ tiene como coordenadas el punto ______________.

2 En la figura, se tiene representado un semicírculo de centro $O$ y radio $\overline{OB}$, se conoce además que:

- $OBCD$ es un rectángulo.
- $A$, $O$ y $B$ son puntos alineados.
- $\overline{BF} \perp \overline{OE}$.
- $E$ es un punto de la semicircunferencia.



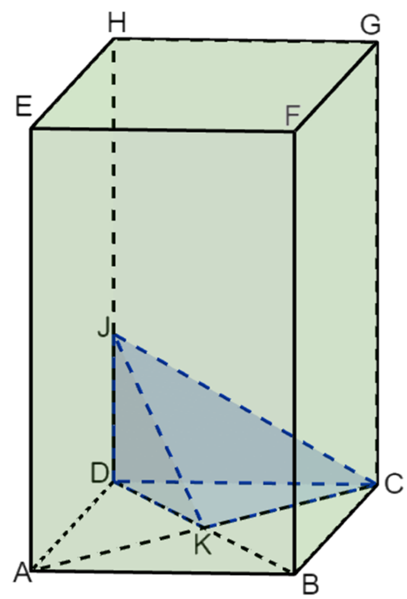

a) Prueba que $\overline{OD} = \overline{BF}$.

b) Si $\operatorname{sen} \sphericalangle FOB = \frac{4}{5}$ y $\overline{BF} = 8,0\ cm$ calcula el perímetro del semicírculo.

**3** Sean las expresiones: $A\left(x\right)=4^{\sqrt{\operatorname{sen}x}+3}$ y $B\left(x\right)=\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1}\cdot 4^{\operatorname{sen}x+2}$.
a) Halla el conjunto solución de la ecuación $A(x)=B(x)$, para $(0<x<\pi)$.
b) Demuestra que $\log_2 A\left(x\right)-2^{\log_2 2\sqrt{\operatorname{sen}x}}=6$.

**4** En el curso 2017 – 2018, el centro nacional de entrenamiento (CNE) de concursantes de Cuba, tenía de matrícula un total de 137 estudiantes, con una representación de casi todas las provincias del país. Las provincias más destacadas en la incorporación de estudiantes fueron: La Habana, Las Tunas y Camagüey, con 68 estudiantes seleccionados entre las tres. La cantidad de estudiantes seleccionados de la provincia de Camagüey superó en 6 al 50 % de la cantidad de estudiantes seleccionados de la provincia de La Habana, y si la primera de estas dos provincias, hubiese logrado seleccionar 4 estudiantes más, tendría en la preselección la misma cantidad de estudiantes que los escogidos de la provincia de Las Tunas.
a) ¿Cuántos estudiantes de cada una de las provincias más destacadas, fueron seleccionados para el CNE ese curso?
b) ¿Qué tanto por ciento del total de estudiantes matriculados en el CNE representó la cantidad de estudiantes seleccionados de Las Tunas?

**5** La figura muestra el prisma recto $ABCDEFGH$ de altura $\overline{HD}$ que tiene como bases los paralelogramos $ABCD$ y $EFGH$, en su interior se ha construido una pirámide oblicua $DKCJ$ de altura $\overline{JD}$ cuya base es el triángulo $DKC$.




- El volumen de la pirámide $DKCJ$ es de $6,0\ dm^3$.
- $\sphericalangle DKJ=45°$.
- $K$ es punto de intersección de las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{DB}$.
- La diagonal $\overline{DB}=6,0\ dm$.
- $\overline{DJ}=\dfrac{1}{3}\overline{HD}$
- $\overline{JK}\perp\overline{AC}$

a) Identifica una recta alabeada a la recta $\overline{CG}$.
b) Demuestra que el paralelogramo $ABCD$ es un rombo.
c) Calcula el área total del prisma.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2018 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

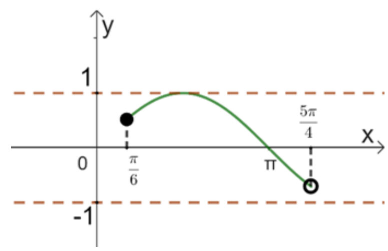
a)____La correspondencia definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ donde a cada número real $x$ se le hace corresponder la $\tan x$ es una función.

b)____La imagen de la función de ecuación: $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ es $\{y \in \mathbb{R} : y > 1\}$.

c)____$\left\{\sqrt{3}\right\} \in \mathbb{R}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** El gráfico que se muestra a continuación corresponde a una función trigonométrica definida en un intervalo real. De esta se puede afirmar que:




a)____Es inyectiva.

b)____No tiene ceros.

c)____Es monótona decreciente en todo su dominio.

d)____El dominio es $\left\{x \in \mathbb{R} : \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}\right\}$

**1.2.2.** El valor real de  para que las rectas de ecuación: $r_1 : y = \alpha^3 x - 1$ y $r_2 : 8x - y + 3 = 0$ sean paralelas es:

a) ____ $-2$ b) ____ $-\frac{1}{2}$ c) ____ $2$ d) ____ $\frac{1}{2}$

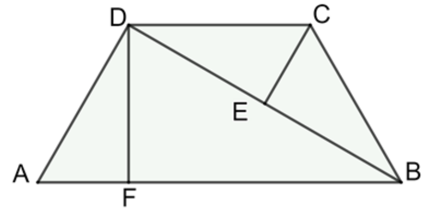
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso.**

**1.3.1.** El período para una oscilación completa de un péndulo está dada por la fórmula $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ donde el período $T$ es el tiempo en segundos, $l$ es la longitud en metros del péndulo y $g$ ($g \approx 10\ m/s^2$), la aceleración de la gravedad. La longitud de un péndulo que da una oscilación completa de un segundo es: ______________.

**1.3.2.** En el triángulo $MNP$, una ecuación cartesiana de la recta $\overline{MN}$ es: $3x + 4y - 4 = 0$ y el punto $P$ tiene coordenadas $(2; 7)$, entonces podemos afirmar que la longitud de la altura relativa al lado $\overline{MN}$ es: ______________.

**2** En el trapecio isósceles $ABCD$, de bases $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ que se muestra en la figura se tiene que:
- $\overline{CE} \perp \overline{DB}$.
- $\overline{DF}$ es la altura del trapecio.
- $\sphericalangle BCE = \sphericalangle ABC$.
- $\triangle BCD$ isósceles de base $\overline{DB}$.

a) Demuestra que $\triangle AFD = \triangle CEB$.
b) Si se conoce que, $\sphericalangle FBD = 30°$, $\overline{DB} = 6,0\ cm$ y $\overline{AD} = 2\sqrt{3}\ cm$, calcula el perímetro del trapecio.

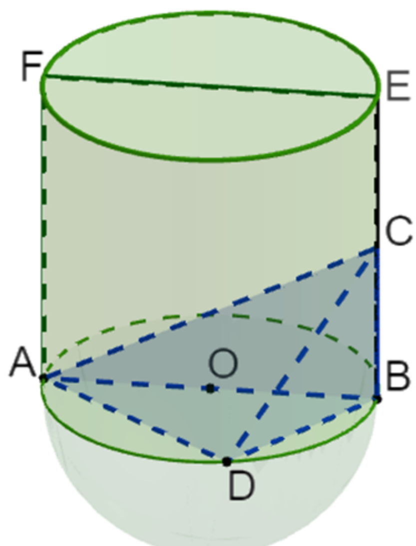



**3** ¿Para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se cumple que: $\log_2\left(3^{x^2-5x-2}\right) - \log_2\left(\frac{1}{9}\right)^{x+2} = 0$?

**4** En un grupo de duodécimo grado, fueron propuestos los estudiantes José, Alicia y Damaris para el cargo de presidente de grupo. Después de finalizadas las votaciones y realizado el conteo de las boletas, se verificó que ninguna boleta fue anulada, que José alcanzó el 40 por ciento del total de votos, que Damaris alcanzó la mitad de los votos alcanzados por José y que Alicia alcanzó 7 votos más que Damaris. ¿Cuántos estudiantes efectuaron el voto en dicho grupo?

**5** La figura muestra un cuerpo formado por un cilindro circular recto superpuesto sobre el círculo máximo de la semiesfera. Además, se conoce que:
- $C$ pertenece a la generatriz.
- $\overline{BE}$ del cilindro.
- $D$ pertenece a la circunferencia de centro $O$ de la base inferior del cilindro.
- $\overline{AB}$ es el diámetro de la circunferencia.
- $ABEF$ es un cuadrado.

a) Demuestra que el triángulo $ADC$ es rectángulo en $D$.
b) Si el área lateral del cilindro es $314\ cm^2$, calcula el volumen del cuerpo.



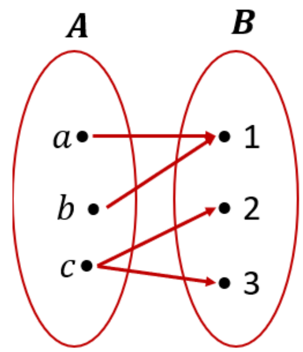
**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2018 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

a) ___ El conjunto solución de la inecuación $3^{x^2-1} > 1$ es: $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 1\}$.

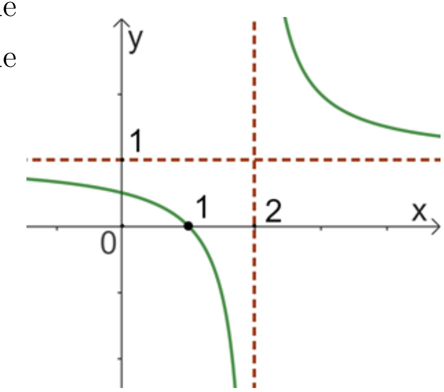
b) ___ El diagrama que se muestra a continuación corresponde a una función definida de $A$ en $B$.




c) ___ Si los puntos $M$, $N$ y $L$ están en un mismo plano y se sabe que la pendiente de la recta $\overline{MN}$ es $\frac{1}{2}$, entonces el valor de la pendiente de la recta $\overline{NL}$ para que los puntos $M$, $N$ y $L$ estén alineados es $\frac{1}{2}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** El gráfico que se muestra a continuación corresponde a una función $f$ de la forma $y = \dfrac{1}{x+a} + b$ de la que se puede afirmar que:




a) ___ No es inyectiva.

b) ___ Es monótona creciente para $x < 2$.

c) ___ Tiene como ecuación $y = \dfrac{1}{x-2} + 1$.

d) ___ Es impar.

**1.2.2.** Al ordenar descendentemente el valor de las variables $x = \log 0{,}001$, $y = \operatorname{sen} 120°$ y $z = \sqrt[3]{\sqrt{64}}$ se obtiene que:

a)___ $y > z > x$ b)___ $x > y > z$ c)___ $y > x > z$ d)___ $z > y > x$

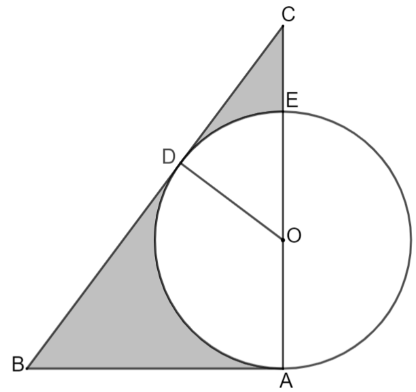
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

**1.3.1.** Se tienen tres puntos en un plano $A(6;2)$, $B(4;5)$ y $C(x;8)$. El valor que debe tomar $x$ para que el punto $B$ sea el punto medio del segmento $\overline{AC}$ es:_______________.

**1.3.2.** La longitud $L$ de un cable suspendido a una misma altura entre dos postes está dado por la fórmula $L = \dfrac{8d^2}{3s} + s$, donde $d$ es la caída del cable en el centro en metros $(m)$ y $s$ es la distancia en metros entre los postes. Si un cable de 25 $m$ se suspende en el aire entre dos postes y la distancia entre ellos es de 24 $m$, entonces la caída del cable en el centro es_______________$m$.

**2** En la figura se muestra la circunferencia de centro en $O$ y radio $\overline{OD}$. Se conoce que:

- $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son tangentes a la circunferencia en los puntos $A$ y $D$ respectivamente.
- $A$, $O$ y $C$ son puntos alineados.
- $\overline{CO}$ interseca a la circunferencia en el punto $E$.




a) Prueba que $\overline{AB} = \dfrac{\overline{OD}\cdot\overline{AC}}{\overline{DC}}$.

b) Calcula el área sombreada si se conoce que $\overline{DC} = 4,0\ cm$ y $\overline{OC} = 5,0\ cm$.

**3** Sean las funciones trigonométricas $f$ y $g$ dadas por las ecuaciones:
$f(x) = \operatorname{sen} x$ y $g(x) = \cos x$.

a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable $x$ se cumple:

$$\left[\frac{f(x)+g(x)}{\sqrt{2}}\right]^2 = \frac{\operatorname{sen} 2x + 1}{2}$$

b) Halla el conjunto solución de la ecuación $g(2x) = \dfrac{f(2x)}{2g(x)}$ en el intervalo $[0;\pi]$.

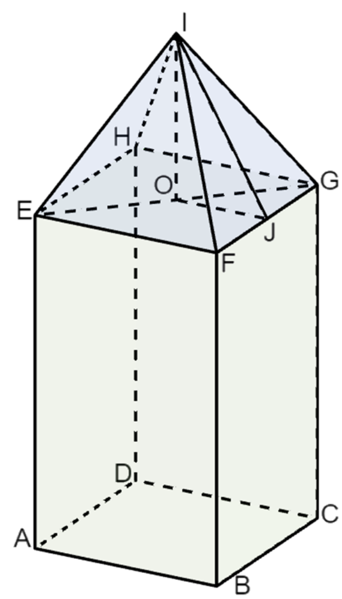
**4** A una brigada médica, integrada por estudiantes de 4to año de una facultad de medicina, le asignaron visitar varias viviendas de una localidad. Los estudiantes más destacados en la tarea fueron Dalila y Javier, la cantidad de viviendas asignadas a Dalila excedió en diez a la cantidad de viviendas asignadas a Javier. En la jornada de la mañana Dalila visitó un tercio de la cantidad de viviendas que le fueron asignada y Javier visitó solo cinco de las viviendas asignadas, quedando por visitar entre ambos en la jornada de la tarde 15 viviendas para completar dicha tarea.

a) ¿Cuántas viviendas visitó Dalila en la jornada de la mañana?

b) ¿Qué tanto por ciento del total de viviendas asignadas a estos dos estudiantes faltan por visitar en la jornada de la tarde?

**5** En la figura se ha representado un cuerpo macizo formado por un prisma recto cuyas bases tienen forma de paralelogramo y una pirámide recta superpuesta en la base superior de dicho prisma donde coinciden sus bases. Además, se conoce que:

- $O$ es el punto de intersección de las diagonales de la base superior del prisma.
- $\overline{IO}(h)$, altura de la pirámide.
- $\overline{IJ} \perp \overline{FG}$; $\overline{OJ} \parallel \overline{EF}$.
- $\overline{EF} = \overline{FG}$.




a) Demuestra que el paralelogramo $EFGH$ es un cuadrado.

b) Si el $\sphericalangle OJI = 60°$, $\overline{IJ} = 4,0\ cm$ y $h_{\text{prisma}} = 2h_{\text{pirámide}}$, calcula el área lateral del cuerpo representado.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2018 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

a)____ Sean $A$ y $B$ dos conjuntos no vacíos tal que, $x \in A$ y $x \in A \setminus B$, entonces $x \in B$.

b)____ La función $f$ definida en $\{x \in \mathbb{R}: \ x > 3\}$ por la ecuación $f(x) = \log(x-3)$ es inyectiva.

c)____ Sea la función g definida en $\{x \in R : x \neq 5\}$ por la ecuación $g(x) = \frac{1}{x-5} - 2$, entonces se puede afirmar que la recta $x = -5$ es la asíntota vertical del gráfico de la función $g$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** Los valores reales de $x$ que indefinen la fracción $\frac{\cos x}{2\operatorname{sen} x - 1}$ son:

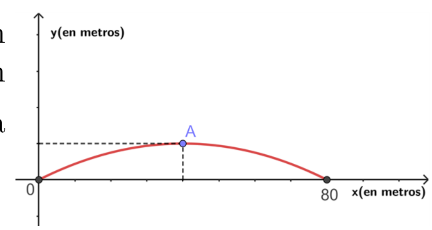
a) ____ $\{x = k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\}$.

b) ____ $\left\{x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi;\ x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

c) ____ $\left\{x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi;\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.

d) ____ $\left\{x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi;\ x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$.

**1.2.2.** En la figura se muestra el arco que describe un puente elevado que tiene forma de parábola, cuya ecuación es $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{160}x^2$. Si la altura máxima del puente la alcanza en el punto $A$, entonces su altura es igual a:




a) ____ 5 metros b) ____ 10 metros c) ____ 40 metros d) ____ 80 metros

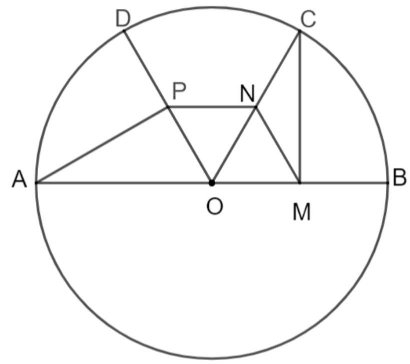
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso.**

Sean $A(-4;1)$, $B(1;-1)$, $C(3;1)$ y $D(-2;3)$ las coordenadas de los vértices consecutivos de un paralelogramo $ABCD$

**1.3.1.** La diagonal $\overline{BD}$ tiene una longitud igual a ________________.

**1.3.2.** La recta que contiene la diagonal $\overline{AC}$ tiene ecuación ________________.

**2** En la figura se muestra una circunferencia de centro en $O$ y diámetro $\overline{AB}$, además se conoce que:




- $M$, $N$ y $P$ son puntos de los radios $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ y $\overline{OD}$ respectivamente.
- $OMNP$ es un rombo.
- $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{BC}$.

a) Demuestra que $\overline{AP} = \overline{MC}$.

b) Si el perímetro del rombo $OMNP$ es igual a 12 $cm$, $\overline{AP} \perp \overline{OD}$ y $\sphericalangle PAO = 30°$, calcula la longitud de la circunferencia.

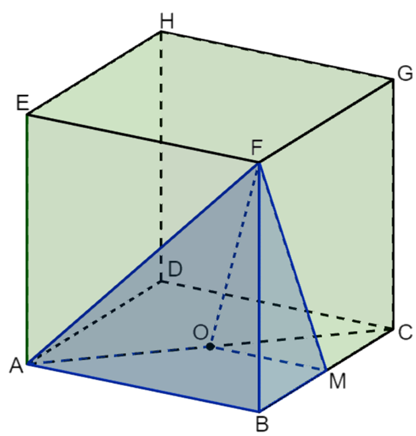
**3** Dadas las expresiones: $A(x) = \sqrt{2x+3}$ y $B(x) = 2 - x$:

a) Determina el conjunto solución de la ecuación $16 \cdot 2^{A(x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{B(x)}$.

b) Calcula el valor numérico de $\log_3 A(x)$ para $x = \cos 3\pi$.

**4** En un concurso de Matemática y Física realizado en un municipio participaron cierta cantidad de estudiantes. Los tres octavos del total de participantes fueron en Matemática y el resto en Física. Si el doble de la cantidad de participantes en Matemática excede en 28 al 50 % de los que participaron en Física. ¿Cuántos estudiantes participaron en el concurso entre las dos asignaturas?

**5** La figura muestra una pieza maciza en forma de cubo $ABCDEFGH$ y en su interior una pirámide oblicua $ABMOF$ cuya base es el trapecio $ABMO$ rectángulo en $M$ y tiene como altura la arista $\overline{BF}$ del cubo, además se conoce que:




- El área total del cubo es igual a 384 $cm^2$.
- $O$ y $M$ son los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ respectivamente.

a) Demuestra que el triángulo $FMO$ es rectángulo en $M$.

b) Calcula el volumen del cuerpo que resulta después de extraer del cubo la pirámide.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2017 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Escribe V o F en la línea dada. De las que consideres falsas, justifica por qué lo son.**

a) ___ Los números irracionales se representan por expresiones decimales infinitas no periódicas.

b) ___ Sean $M$ y $N$ dos conjuntos tales que: $M = \left\{x \in \mathbb{R} : x < \frac{3}{4}\right\}$ y $N = \left\{x \in \mathbb{R} : -\sqrt{2} \leq x \leq 3\right\}$, entonces $M \setminus N = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{3}{4} \leq x \leq 3\right\}$.

c) ___ La función $f$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $f(x) = x^3$, es par.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** Sea la función $h$ definida en $\{x \in R : x \geq -4\}$ por la ecuación $h(x) = \sqrt{x+4} + 1$, entonces para la función $h$ se cumple que:

a) ___ No es inyectiva

b) ___ Su gráfico interseca al eje de las ordenadas en el punto $(3; 0)$

c) ___ La ecuación de su inversa es $h^{-1}(x) = (x-1)^2 - 4$.

d) ___ Es decreciente en todo su dominio.

1.2.2.- La población de una especie en extinción que se reduce a la mitad cada año se calcula por la fórmula $P(t) = M \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t$, donde $P(t)$ es la población actual, $M$ la población inicial y $t$ es el tiempo en años. Si al cabo de 5 años quedan 12 ejemplares, entonces la población inicial es:

a) ___ 384  b) ___ 7 736  c) ___ 30  d) ___ 112

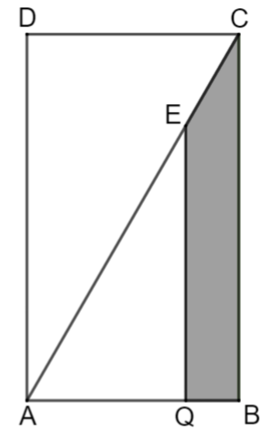
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso:**

**1.3.1.** Una ecuación de la recta que pasa por el punto $A(0; 4)$ y tiene un ángulo de inclinación de 45° con el eje de las abscisas es ______________.

**1.3.2.** El área del triángulo limitado por la recta anterior y los ejes de coordenadas es ______________$u^2$.

**2** En la figura se tiene que:

- $ABCD$ rectángulo.
- $\overline{PQ}$ es la distancia del punto $P$ al lado $\overline{AB}$.




a) Demuestra que $\Delta\, CDA \sim \Delta\, AQP$.

b) Calcula el perímetro de la región sombreada si se conoce que $\overline{AC} = 16\sqrt{3}\ cm$, $\overline{BC} = 24\ cm$, $\overline{QB} = 2\sqrt{3}\ cm$, $\overline{AP} = \dfrac{3}{4}\overline{AC}$ y $\sphericalangle\, QPA = 30°$.

**3** Dadas las expresiones definidas para todos los valores admisibles de la variable $x$ por: $A(x) = \log_2 \tan x + \log_2 \operatorname{sen} 2x$ y $B(x) = \log_2 (\operatorname{sen} x + 1)$.

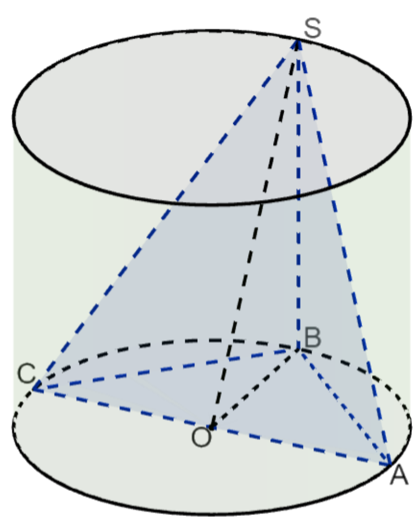
a) Halla el conjunto solución de la ecuación $A(x) = B(x)$ en el intervalo $\left\{0 < x < \dfrac{3\pi}{2}\right\}$.

b) Calcula el valor de la expresión $2^{B(x)}$ para $x = \pi$.

**4** En un almacén de productos alimenticios existen 4 400 $kg$ de azúcar envasadas en sacos de tres tipos, los sacos del tipo $A$ con un peso de 40 $kg$, los del tipo $B$ de 50 $kg$ y los del tipo $C$ de 60 $kg$. El duplo de la cantidad de los sacos del tipo $C$ excede en 10 a los del tipo $A$, y los del tipo $B$ representan el 80 % de la cantidad de los del tipo $A$ y $C$ juntos. ¿Cuántos sacos de azúcar de cada tipo existen en el almacén?

**5** En la figura aparece representada una pieza maciza en forma de cilindro circular recto cuya base inferior es el círculo de centro $O$ y diámetro $\overline{AC}$. En la misma se talla una pirámide, cuya base es el triángulo isósceles $ABC$ de base $\overline{AC}$ y su altura $\overline{SB}$ es igual a la altura del cilindro. Si además se conoce que:

- $B$ es punto de la circunferencia de la base inferior del cilindro.
- $\sphericalangle\, SOB = 60°$.
- La longitud de la circunferencia de la base inferior del cilindro es $L = 31,4\ cm$.




a) Demuestra que el triángulo $COS$ es rectángulo.

b) Calcula el volumen del material desperdiciado al tallar la pieza en forma de pirámide.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2017 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a) ___ Sean $A$ y $B$ dos conjuntos, tal que $x \in A$ y $A \subset B$, entonces $x \in (A \cap B)$.

b) ___ La función $g$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $g(x) = -|x+2| - 3$ tiene como imagen el conjunto $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 3\}$.

c) ___ El conjunto $\mathbb{R}$ de los números reales está formado por los números fraccionarios y sus opuestos.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** Sea la función $f$ que cumple con las siguientes propiedades:

- Es inyectiva.
- Es monótona creciente en todo su dominio.
- Su conjunto dominio es $\{x \in \mathbb{R}\}$.

Entonces se puede afirmar que $f$ tiene por ecuación:

a) ___ $f(x) = \dfrac{1}{x+3} - 5$

b) ___ $f(x) = \sqrt{x+3} - 5$

c) ___ $f(x) = (x+3)^3 - 5$

d) ___ $f(x) = (x+3)^2 - 5$

**1.2.2.** Después que una sustancia contenida en un recipiente es sometida a un proceso químico, su volumen $(V)$ crece exponencialmente según la fórmula $V(t) = k \cdot 2^{\frac{t}{3}}$, donde $V(t)$ es el volumen de la sustancia, $k$ es la cantidad de sustancia contenida al iniciar el proceso y $t$ el tiempo transcurrido durante el proceso. El recipiente se llena cuando el volumen de la sustancia es de 800 $cm^3$. Si inicialmente el recipiente contenía 50 $cm^3$ de la sustancia, entonces el recipiente se llenará en:

a) ___ 6 min. b) ___ 12 min. c) ___ 24 min. d) ___ 128 min.

**1.3 Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera para cada caso:**

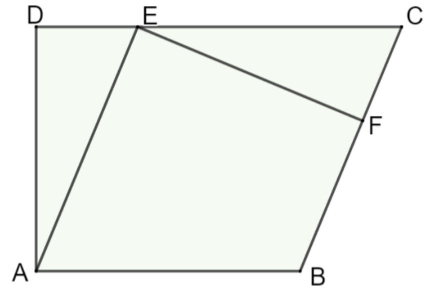
Sea $A(2;0)$, $B(6;2)$ y $C(1;5)$ las coordenadas de los vértices del triángulo $ABC$.

a) El punto de intersección del lado $\overline{AB}$ con la mediana relativa a este lado tiene como coordenadas ______________.

b) La recta que pasa por el vértice $C$ y es paralela al eje de las abscisas "$x$" tiene como ecuación ______________.

**2** En la figura:

- $ABCD$ es un trapecio rectángulo en $D$.
- $ABCE$ es un rombo.
- $F$ y $E$ son puntos que pertenecen a $\overline{BC}$ y $\overline{DC}$ respectivamente.
- $\overline{EF} \perp \overline{BC}$.




a) Demuestra que $\overline{AD} = \overline{FE}$.

b) Si $\overline{AD} = 12\ cm$ y $\overline{DE} = 5,0\ cm$, calcula el valor del área del trapecio $ABCD$.

**3** Dadas las expresiones trigonométricas $M(x) = \cos^2 x - \operatorname{sen} x + 1$ y $N(x) = \dfrac{\operatorname{sen} 2x + 4\cos x}{2\cos x}$:

a) Prueba que para todos los valores admisibles de la variable $x$ se cumple que: $N(x) = \operatorname{sen} x + 2$.

b) Determina el conjunto solución de $\sqrt{M(x)} = N(x)$ en el intervalo $\left(0 \leq x \leq \dfrac{3\pi}{2}\right)$ con $x \in \mathbb{R}$.

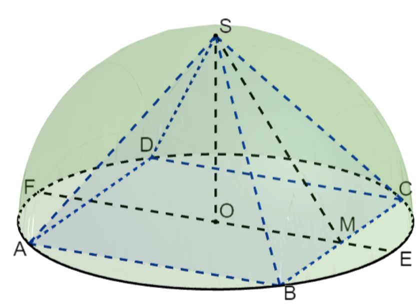
**4** En un centro mixto con estudiantes de secundaria básica y de preuniversitario, se desarrolló una Gala Artístico-Cultural en saludo a un aniversario más de la OPJM y la UJC. La cantidad de estudiantes de secundaria básica excedió en 60 a los que participaron por preuniversitario. En la Gala actuaron en alguna manifestación artística un séptimo de los estudiantes de secundaria básica y el 10 % de los estudiantes de preuniversitario. Si en total actuaron 45 estudiantes.

a) Cuántos estudiantes de preuniversitario y cuántos de secundaria básica actuaron?

b) ¿Qué porciento de los estudiantes participantes actuaron en la Gala?

**5** En la figura se muestra un cuerpo macizo de madera en forma de semiesfera al cual se le ha realizado una perforación en forma de pirámide recta cuya base es el cuadrado $ABCD$.

- $A$, $B$, $C$ y $D$ son puntos del círculo máximo de la semiesfera de centro $O$ y diámetro $\overline{FE}$.
- $S$ es un punto de la semiesfera tal que $\overline{SO}$ es la altura de la pirámide.
- $\overline{FE} \perp \overline{BC}$ en el punto $M$.




a) Demuestra que el $\triangle SMC$ es rectángulo.

b) Calcula el valor del área total del cuerpo resultante si $\overline{AB} = 2,0\ cm$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2017 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a) ___ Sean $A$ y $B$ dos conjuntos reales, tal que $A \subset B$, entonces $A \cap B = \emptyset$.

b) ___ El conjunto imagen de la función $h$ definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ por la ecuación $h(x) = \frac{1}{x} + 2$ es $\{y \in \mathbb{R} : y \neq 2\}$.

c) ___ $3^{2+\log_3 4}$ se obtiene 36.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** La velocidad $(v)$ de un cuerpo en caída libre desde una altura $(h)$ se calcula mediante la expresión $v = \sqrt{2gh}$ donde $g = 9,8\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$. Si la velocidad que alcanza un cuerpo en caída libre es de $v = 28\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$, entonces el cuerpo cae desde una altura de:

a) ___ $10\ m$ b) ___ $40\ m$ c) ___ $4,0\ m$ d) ___ $20\ m$

**1.2.2.** Para la función $f$ definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > -2\}$ por la ecuación $f(x) = \log_2(x+2) - 1$ se cumple que:

a) ___ Es impar.

b) ___ La ecuación de la asíntota vertical es $y = -1$.

c) ___ Es monótona creciente

d) ___ Su cero es $x_0 = -\frac{3}{2}$

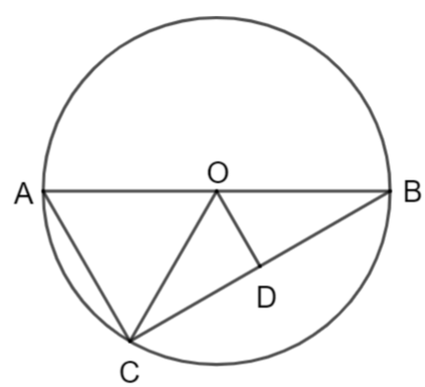
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso:**

Si $O$ es el punto de intersección de las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ del rectángulo $ABCD$ con $A(1;1)$ y $C(5;4)$, entonces:

a) El punto $O$ tiene coordenadas ______________.

b) Las diagonales del rectángulo tienen una longitud igual a ______________ unidades.

2 En la figura se muestra la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AB}$




- $C$ es un punto de la circunferencia y $D$ es el punto medio de $\overline{CB}$.

a) Demuestra que $\overline{AC} = \dfrac{\overline{AB}\cdot\overline{OD}}{\overline{OC}}$.

b) Si el $\sphericalangle OCB = 30°$, prueba que el triángulo $ACO$ es equilátero.

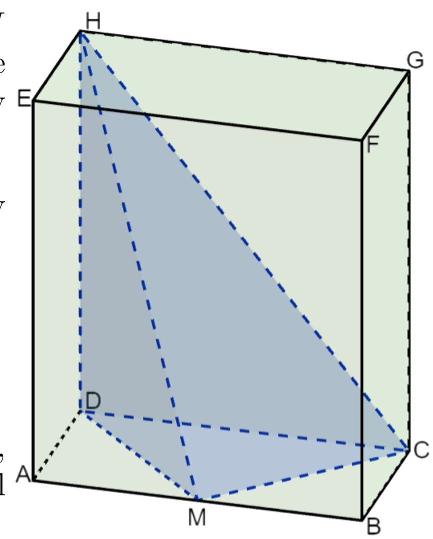
3 Dadas las expresiones trigonométricas $A(x) = 2 + \cos 2x$ y $B(x) = \cos x$:

a) Determina los valores de $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq \pi\}$ para los cuales se cumple que $5^{A(x)} = \dfrac{1}{(125)^{-B(x)}}$.

b) Verifica que para $x = \pi$ se cumple la igualdad $\dfrac{A(x)}{B(x)} = -3$.

4 Al graduarse de bachiller un estudiante compró un álbum para colocar todas las fotos que tenía con sus compañeros de estudio, se conoce que en cada hoja del álbum colocó solo una foto. Cuando culminó de colocarlas observó que le quedaba el 25 % de la cantidad de hojas del álbum sin fotos y además que el doble de la cantidad de fotos que tenía excedía en 24 al total de hojas del álbum. ¿Cuántas hojas del álbum quedaron sin fotos?

5 En la figura se muestra el prisma recto $ABCDEFGH$ cuya base es el rectángulo $ABCD$ y en su interior se encuentra la pirámide oblicua $DMCH$ de base $DMC$ y altura $\overline{HD}$.




- El triángulo base de la pirámide es isósceles y rectángulo en $M$.
- $M \in \overline{AB}$.

a) Demuestra que el triángulo $HMC$ es rectángulo.

b) Si $\overline{MD} = 6{,}0\ cm$, $\overline{AD} = 3\sqrt{2}\ cm$ y el $\sphericalangle HMD = 60°$, calcula la diferencia entre el volumen del prisma y el volumen de la pirámide.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2016 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

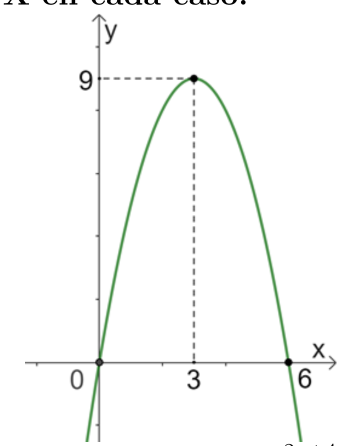
a) ___ Si $A$ y $B$ son dos conjuntos reales que $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$, entonces $A \subset B$.

b) ___ La función $f$ definida de $\mathbb{R}$ en $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -2\}$ por la ecuación $y = |x + 1| - 2$, es positiva en todo su dominio.

c) ___ Los valores reales de la variable $x$ para los cuales está definida la expresión $\log\left(\frac{1}{x} - 1\right)$ son las $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 1\}$.

**1.2 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** De la función $g$ definida en $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 6\}$ de ecuación $g(x) = -x^2 + bx$ cuyo gráfico se muestra a continuación, el valor del parámetro $b$ es:




a) ___ $b = 6$

b) ___ $b = 9$

c) ___ $b = 3$

d) ___ $b = 0$

**1.2.2.** Sea $h$ una función definida de $\mathbb{R}$ en $\{y \in \mathbb{R} : y > -1\}$, por la ecuación $y = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x+4} - 1$, entonces se cumple que:

a) ___ La función $h$ es par.

b) ___ Es decreciente en todo su dominio.

c) ___ Su gráfico interseca el eje de las abscisas en el punto $(2; 0)$.

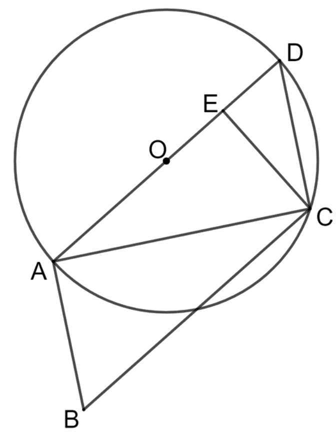
d) ___ La función no es inyectiva.

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

**1.3.1.** Los puntos $P(-1; -3)$ y $Q(5; 0)$ son extremos de un segmento de longitud igual a ______________ unidades.

**1.3.2.** Un móvil $A$ con movimiento rectilíneo uniforme se desplaza mediante la función lineal $s$ de ecuación $s(t) = vt$. Si en 8 segundos el móvil ha recorrido 80 $m$, la ecuación de la función es ______________.

**2** En la figura se muestra la semicircunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AD}$, $C$ es un punto de la semicircunferencia.




- $ABCD$ es un paralelogramo, $E \in \overline{OD}$ y $\overline{AD} \perp \overline{EC}$.

a) Demuestra que $\dfrac{\overline{DC}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{EC}}{\overline{AC}}$.

b) Calcula el valor del perímetro del semicírculo si $\overline{AE} = 6,0\ m$ y el $\sphericalangle ACE = 60°$.

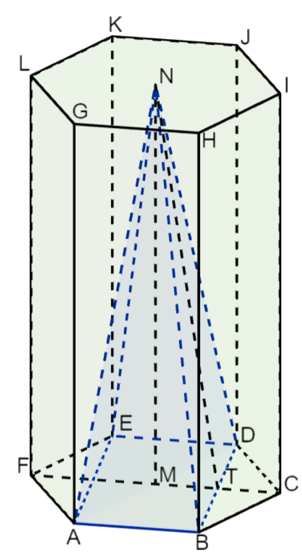
**3** Sean las expresiones $P(x) = \dfrac{2\cos 2x}{\operatorname{sen} 2x \tan x}$ y $Q(x) = 2^{2-\cos x}$:

a) ¿Para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ se cumple que $P(x) = Q(x)$ en el intervalo $(0 \leq x \leq 2\pi)$?

b) Determina el dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular $\log_2 Q\left(\frac{5\pi}{3}\right)$.

**4** En el mes de agosto se efectuaron durante tres semanas seguidas trabajos voluntarios en los CDR perteneciente a un consejo popular con motivo de un aniversario más de esta organización. En la segunda semana realizaron trabajo voluntario un 20 % menos de los CDR que lo hicieron en la primera semana, y en la tercera, un 20 % más de los que lo realizaron en la segunda. La cantidad de CDR que hicieron trabajo voluntario en la primera semana excede en uno a la cantidad de los que lo realizaron en la tercera y cada CDR realizó solamente un trabajo voluntario.
a) ¿Cuántos CDR realizaron trabajo voluntario en la primera semana?
b) ¿Qué parte representa la cantidad de CDR que realizaron trabajo voluntario en la tercera semana del total de los CDR del consejo popular?

**5** En la figura se muestra el prisma recto $ABCDEFGHIJKL$, cuyas bases son hexágonos regulares de $2,0\ cm$ de lado. Es en su interior se ha inscrito la pirámide recta $ABDEN$ de base rectangular, cuyo vértice $N$ es el punto en que se cortan las diagonales de la base superior del prisma.




- $\overline{NM}$ es la altura de la pirámide,
- $T = \overline{BD} \cap \overline{FC}$ y $\overline{BD} \perp \overline{FC}$.

a) Demuestra que $\overline{NT}$ es la altura relativa a $\overline{BD}$ en el $\triangle DNB$.

b) Calcula el valor del volumen del prisma si $\overline{NT} = 7,0\ cm$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2016 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a) ___ Si $A$ y $B$ son dos conjuntos tales que:
$A = \{-3, -2, -1, 0\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} : -3 < x \leq 0\}$, entonces $A \cap B = \{-3\}$.

b) ___ La función $g$ definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > -1\}$ por la ecuación $y = \log_2(x+1)$, es monótona creciente en todo su dominio.

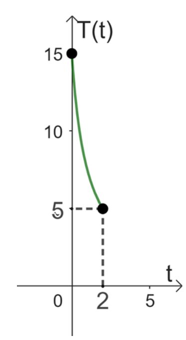
c) ___ La función $f$ definida de $\mathbb{R}$ en $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 0\}$ por la ecuación $y = |x-1|$, es una función par.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** Dada la función $h$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $h(x) = \sqrt{x^2 - 17} + 3$, el dominio numérico más restringido al que pertenece $h(3)$ es:

a) ___ $\mathbb{R}$ b) ___ $\mathbb{Q}$ c) ___ $\mathbb{Z}$ d) ___ $\mathbb{N}$

**1.2.2.** La gráfica muestra la variación de la temperatura de una sustancia durante 2 horas de observación. Su comportamiento lo describe la ecuación de la forma $T(t) = \dfrac{15}{t+1}$ donde $T$ representa la temperatura en °C y $t$ el tiempo transcurrido en horas. La temperatura mínima alcanzada por la sustancia durante la observación fue de:




a) ___ 2 °C b) ___ 15 °C c) ___ 5 °C d) ___ $7,5$ °C

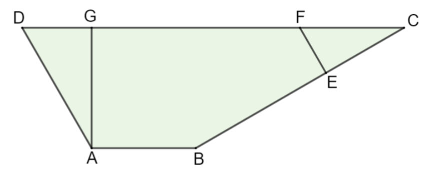
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:**

Sean las rectas $r_1 : y = -2x + 2$ y $r_2 : kx + 2y - 1 = 0$, las ecuaciones de dos rectas del plano tales que $r_1 \perp r_2$, entonces:

a) El valor de $k$ es ______________.

b) El área del triángulo que forma la recta $r_1$ con los ejes de coordenadas es ______________$u^2$.

**2** En la figura:
- $ABCD$ es un trapecio de bases $\overline{AB} = 3,0\ cm$ y $\overline{DC} = 11\ cm$.
- $\overline{AG}$ es altura del trapecio $ABCD$. $\overline{EF} \parallel \overline{AD}$.
- $E \in \overline{BC}$ y $G \in \overline{DC}$. $\sphericalangle DAB = 120°$ y $\sphericalangle ABC = 150°$.




a) Demuestra que el $\triangle AGD \sim \triangle FEC$.

b) Si $\overline{AD} = 4,0\ cm$ y $\overline{BC} = 2\overline{AG}$, calcula el valor del perímetro del cuadrilátero $ABCG$.

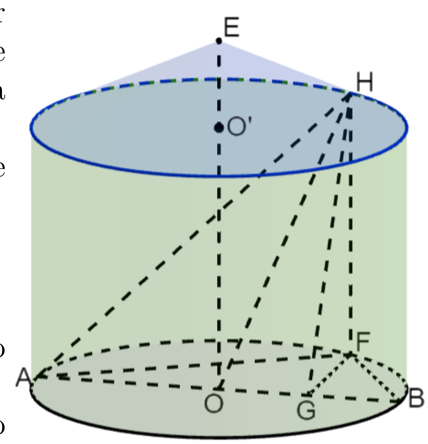
**3** Dadas las expresiones trigonométricas $A(x) = \cos 2x + \operatorname{sen}^2 x$ y $B(x) = \cos x$:

a) Determina los valores reales de $x$ con $(0 \leq x \leq 4\pi)$ para los cuales se cumple que: $\left(\frac{1}{5}\right)^{A(x)} = 25 \cdot \left(\frac{1}{125}\right)^{B(x)}$.

b) Verifica que para $x = \frac{\pi}{2}$ se cumple la igualdad $\sqrt{4B(x)} - 1 = 0$.

**4** En una cooperativa de Producción agropecuaria (CPA) existen 480 hectáreas de tierras dedicadas a los cultivos de frijol, maíz y hortalizas. La cantidad de hectáreas dedicadas al cultivo de hortalizas representa la sexta parte de las hectáreas dedicadas al cultivo de frijol. Al realizar un control de la preparación de las tierras, se constató que solo se había fertilizado el 80 % de las hectáreas destinadas a la siembra de frijol y las dos quintas partes de la tierra destinada a la siembra de maíz, quedando por fertilizar 180 hectáreas del total de tierra dedicada a todos los cultivos. ¿Cuántas hectáreas de tierra dedicada al cultivo de frijol y cuántas al cultivo de maíz se fertilizaron hasta el momento del control?

**5** Una pieza maciza está formada por un cilindro circular recto y un cono circular recto de vértice $E$, cuya base coincide con la base superior del cilindro, como se muestra en la figura. Además se conoce que:
- $\overline{AB}$ es un diámetro de la circunferencia de centro $O$ que limita la base inferior del cilindro.
- $O$, $O'$ y $E$ son puntos alineados, $\overline{HF} \parallel \overline{OO'}$.
- $\overline{OB} = 10\ cm$, $\overline{EO'} = \frac{1}{3}\overline{OO'}$.
- $\overline{OO'}$ y $\overline{EO'}$ son las alturas del cilindro y el cono respectivamente.
- $\overline{GF}$ es la altura relativa al lado $\overline{AB}$, en el $\triangle AFB$ inscrito en la base inferior del cilindro.




a) Prueba que el $\triangle AGH$ es rectángulo.

b) Si el volumen de la pieza es $1\,600\pi\ cm^3$, determina el área total de la pieza, conociendo que el área lateral del cono es aproximadamente igual a $348,2\ cm^2$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2016 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

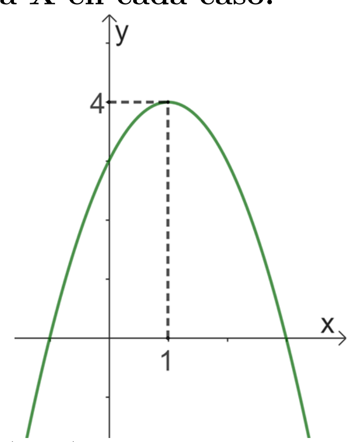
a) ___ La diferencia de dos números naturales es siempre un número natural.

b) ___ La expresión $F(x) = \dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x}}$ está definida para todo $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -2\}$.

c) ___ Para la función $h$, definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $h(x) = |x-3|+5$, existen al menos dos valores reales distintos de 3 tal que $h$ toma el mismo valor.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** El gráfico corresponde a una función $g$ definida en $\mathbb{R}$ por una ecuación de la forma $g(x) = -(x-1)^2+4$, entonces para la función $g$ se cumple que:




a) ___ La función $y = g(x)$ alcanza en $x_0 = 0$ el valor $y_0 = -3$.

b) ___ $g$ es monótona decreciente para todo $(0 \leq x < 3)$.

c) ___ El valor máximo de $g$ es $y = 1$.

d) ___ Los ceros de $g$ son los valores $x_1 = -1$ y $x_0 = 3$.

**1.2.2.** Al interceptar los conjuntos $A = \left\{-\dfrac{4}{3}, \pi, 1\right\}$ y $B = \left\{-\dfrac{4}{5}, -\dfrac{4}{3}, \pi, \pi+1\right\}$ se obtiene:

a) ___ $A \cap B = \left\{-\dfrac{4}{5}, -\dfrac{4}{3}, \pi\right\}$

b) ___ $A \cap B = \left\{-\dfrac{4}{3}, \pi\right\}$

c) ___ $A \cap B = \left\{-\dfrac{4}{5}, -\dfrac{4}{3}, \pi, \pi+1\right\}$

d) ___ Un subconjunto del conjunto de los números racionales.

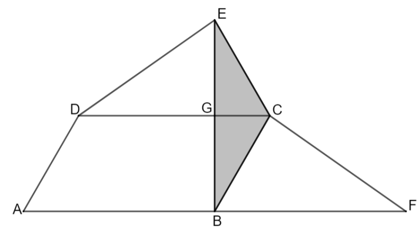
**1.3 Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:**

**1.3.1.** La relación entre la presión atmosférica $P$ y la altura $h$ sobre el nivel del mar, se determina mediante la función de ecuación $P(h) = 14,7 \cdot \left(\dfrac{1}{e}\right)^{0,21h}$, donde $e \approx 2,71$. En la medida que aumenta la altura $h$ sobre el nivel del mar, la presión atmosférica $P(h)$ ______________.

**1.3.2.** Dado el triángulo formado por la recta de ecuación $y = -2x+3$ y los ejes de coordenadas, la mediana del triángulo relativa al lado que está contenido en la recta $y = -2x+3$, interseca a la misma en el punto de coordenadas ______________.

**2** En la figura:

- $ABCD$ es un paralelogramo, $B$ es el punto medio de $\overline{AF}$.
- El $\triangle BCE$ es isósceles de base $\overline{BE}$. $\overline{DC} \perp \overline{BE}$ en el punto $G$.




a) Prueba que $\overline{DE} = \overline{CF}$.

b) Si $BE = 3,0\ cm$ y el $\sphericalangle CBF = 2 \cdot \sphericalangle GBC$, calcula el valor del área sombreada.

**3** Sean las expresiones $P(x) = \log_5(\cot^2 x + 1) + 2\log_5 \operatorname{sen} 2x$ y $Q(x) = 4\cos x - 1$:

a) Determina los valores reales de $x$ con $(0 \leq x \leq \pi)$ para los cuales se cumple que $5^{P(x)} = Q(x)$.

b) Calcula el valor de $\log_2[Q(x)+1]^2$ para $x = \dfrac{7\pi}{4}$.

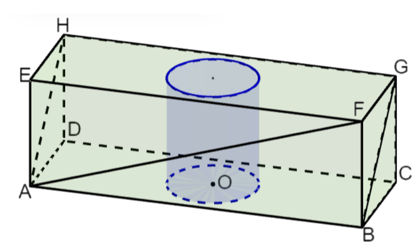
**4** En una empresa dedicada a la ceba de ganado vacuno y equino, se afectaron considerablemente las condiciones para la alimentación adecuada de sus 1 750 cabezas de ganado por motivo de la sequía. Es por ello que fue necesario realizar el traslado del $10\,\%$ del ganado equino y el $5\%$ del ganado vacuno hacia otra empresa con las condiciones requeridas. Después del traslado en la empresa afectada permanecieron 1 660 cabezas de ganado.

a) ¿Qué cantidad de cabezas de ganado vacuno y de ganado equino existía inicialmente en la empresa afectada?

b) ¿Cuántas cabezas de ganado vacuno permanecieron en esta empresa?

**5** La figura muestra un cuerpo macizo en forma de prisma recto $ABCDEFGH$ de base rectangular $ABCD$.

- $BCGF$ es un cuadrado de $5,00\ cm$ de lado y $\overline{AF} = 5\sqrt{10}\ cm$.




a) Demuestra que el paralelogramo $ABGH$ es un rectángulo.

b) Si en el prisma se realiza una perforación en forma de cilindro circular recto de $2,00\ cm$ de radio y altura $\overline{BF}$, cuyo centro de la base coincide con el punto de intersección de las diagonales del rectángulo $ABCD$, calcula el valor del volumen del cuerpo resultante.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2015 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a) ___ El número $-\dfrac{2}{3}$ pertenece al conjunto de los números racionales.

b) ___ La función $f$ definida en los reales por la ecuación $f(x) = x^2 - 4x$ alcanza su valor mínimo para $x = -1$.

c) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{N} \setminus \{1\}$ en la que a cada número natural se le hace corresponder sus divisores distintos de 1 es una función.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** El crecimiento de un feto de más de 12 semanas se puede aproximar mediante la fórmula $L = at - 6,7$; en la cual $L$ es la longitud en centímetros y $t$ el tiempo en semanas, $a$ es 1. Mediante un ultrasonido se determinó que la longitud de un feto de 20 semanas es de $23,9\ cm$, entonces el valor de $a$ es:

a) ___ $0,86$  b) ___ $15,3$  c) ___ $1,53$  d) ___ $2$

**1.2.2.** El conjunto de valores de $x$ para los cuales está definida la ecuación $y = -\log_3(1+5x)$ es:

a) ___ $\left\{x \in \mathbb{R} : 0 < x < \dfrac{1}{5}\right\}$

c) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$

b) ___ $\left\{x \in \mathbb{R} : x > \dfrac{1}{5}\right\}$

d) ___ $\left\{x \in \mathbb{R} : x > -\dfrac{1}{5}\right\}$

**1.3. Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

Los puntos $M(-3;0)$, $N(2;2)$, $P(0;4)$ y $Q(-5;a)$, en ese orden son los vértices de un paralelogramo:

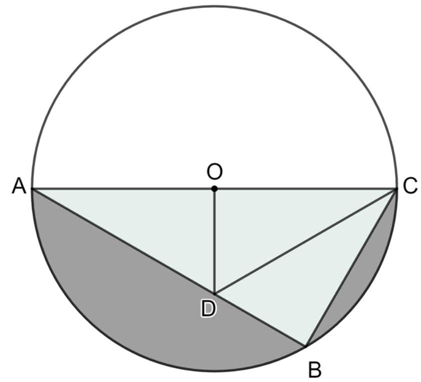
a) La ordenada del punto $Q$ es $a =$ ______________.

b) La longitud de la diagonal $\overline{MP}$ de dicho paralelogramo es de ______________ unidades.

**2** En la figura se muestra la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AC}$.

• $B$ punto de la circunferencia y $\overline{DC}$ bisectriz del $\sphericalangle BCA$,

• El $\triangle ADC$ es isósceles de base $\overline{AC}$ y los puntos $A$, $D$ y $B$ son alineados.




a) Demuestra que los triángulos $\triangle DOA$ y $\triangle DBC$ son iguales.

b) Si $\overline{BC} = 6,0\ cm$, calcula el área de la región sombreada.

**3** Sean las expresiones $A(x) = 7^{\tan^2 x + \cos 2x} \cdot \left(\dfrac{1}{49}\right)^{-\operatorname{sen}^2 x}$ y $B(x) = \left(\sqrt{7}\right)^{\frac{2}{\cos 2x + \operatorname{sen}^2 x}}$:

a) Demuestra que la igualdad $A(x) = B(x)$ se satisface para todos los valores admisibles de la variable $x$.

b) Calcula el valor de la expresión $B(x)$ para $x = \dfrac{\pi}{6}$.

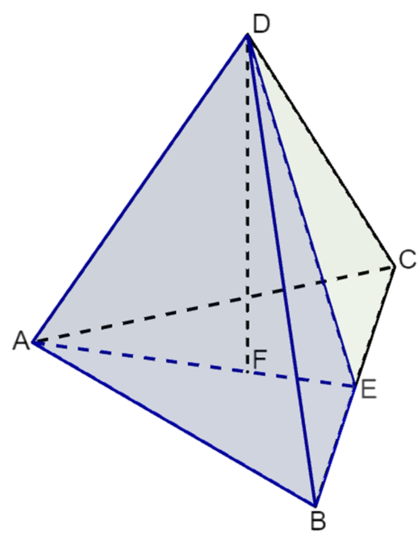
**4** Una fábrica produce un total de 992 botellas en un día de trabajo. Para envasar esta producción la fábrica cuenta con cajas de dos tipos: las cajas del tipo $A$ con capacidad para 24 botellas y las del tipo $B$ que pueden contener hasta 10 botellas. Si se utilizan todas las cajas de los dos tipos que hay en la fábrica a su máxima capacidad, se podrían envasar el total de botellas producidas en el día aumentado en su cuarta parte. Además, se conoce que de las cajas del tipo $B$ hay 12 menos que las cajas del tipo $A$.

a) ¿De qué cantidad de cajas de cada tipo dispone la fábrica?

b) ¿Cuántas botellas se fabricarían si la producción de botellas alcanzara el $112,5\,\%$ con respecto a la producción total de un día de trabajo?

**5** La figura muestra la pirámide recta $ABCD$, cuya base es el triángulo equilátero $ABC$ y altura $\overline{FD}$, y la pirámide oblicua $BEAD$ que tiene como base $BEA$ y altura $\overline{FD}$. Además, se conoce que:

• Los puntos $A$, $F$ y $E$ están alineados y $\overline{AE}$ es la mediatriz de $\overline{BC}$.




a) Demuestra que el triángulo $BED$ es rectángulo.

b) Si $\overline{BE} = 2,6\ cm$ y $\overline{FD} = 6,0\ cm$, calcula el valor del volumen de la pirámide $BEAD$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2015 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a) ___ La función $t$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $t(x) = x^n$ $(n \in \mathbb{Q})$ es impar para $n = \frac{1}{3}$.

b) ___ Según la escala de Richter, la intensidad de un terremoto es fuerte si y solo si para su magnitud $M$ se cumple que $(6,0 \leq M \leq 6,9)$. La magnitud $M$ se determina mediante la función $M(E) = \frac{2}{3}\log_{10}\left(\frac{E}{10^{4,40}}\right)$, donde $E$ representa la energía liberada por el terremoto. Si un terremoto libera una energía igual a $E = 10^{10,40}$ joule, entonces se califica como fuerte.

c) ___ El conjunto imagen de la función $s$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $s(x) = x^2 + 2x - 3$ contiene solo valores no negativos.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** Sean $A$ y $B$ dos conjuntos tales que $A \cap B = \{-0,25; \frac{1}{3}; 3\}$, $A \setminus B = \{-1; \sqrt{5}\}$ y $B \setminus A = \{-7\}$ entonces el conjunto $A \cup B$ es:

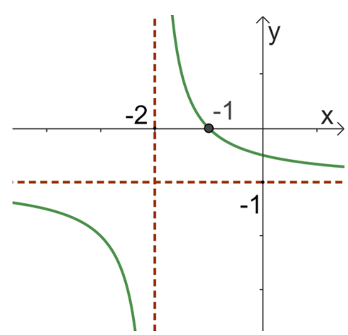
a) ___ $\{-1; -0,25; \frac{1}{3}; \sqrt{5}; 3\}$

b) ___ $\{-7; -0,25; \frac{1}{3}; 3\}$

c) ___ $\{-7; -1; -0,25; \frac{1}{3}; \sqrt{5}; 3\}$

d) ___ $\{-7; -1; \sqrt{5}\}$

**1.2.2.** Si el gráfico que se muestra corresponde a una función $f$ definida en un subconjunto de $\mathbb{R}$ por una ecuación de la forma $f(x) = \frac{1}{x+a} + b$ $(a, b \in \mathbb{R} : x \neq -a)$, entonces su ecuación es:




a) $f(x) = \frac{1}{x-2} - 1$

b) $f(x) = \frac{1}{x+2} - 1$

c) $f(x) = \frac{1}{x+2} + 1$

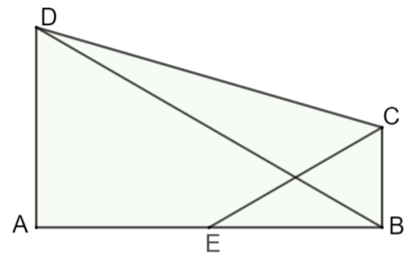
d) $f(x) = \frac{1}{x-2} + 1$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

**1.3.1.** La función $g$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $g(x) = 0,75^x$ es monótona ____________ para $(0 \leq x \leq 1)$.

**1.3.2.** Sean $n$ y $p$ rectas del plano tal que $n : x - 5y - 1 = 0$ y $n \perp p$; entonces la pendiente de la recta $p$ es ____________.

**2** En la figura $ABCD$ es un trapecio rectángulo en $A$ de bases $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$. Además:




• $E$ es el punto medio de $\overline{AB}$ y $\overline{AD} = 2\overline{BC}$.
a) Demuestra que $\overline{AB} \cdot \overline{EC} = \overline{EB} \cdot \overline{BD}$.
b) Si $\sphericalangle ABD = 30°$ y $\overline{BD} = 8,0\ cm$, calcula el valor del área del $\triangle DAB$.
c) Si $F$ es el punto de intersección de $\overline{EC}$ y $\overline{BD}$, calcula $\overline{EF} + \overline{FB}$.

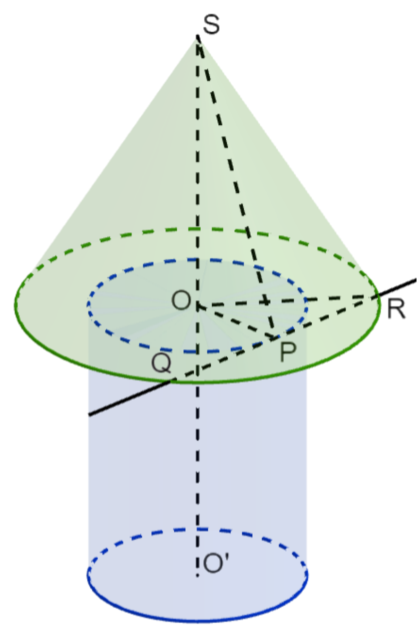
**3** Dadas las expresiones trigonométricas $P(x) = \dfrac{\cos 2x - 1}{\operatorname{sen} 2x}$ y $Q(x) = \tan x$:

a) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable $x$ se cumple: $2^{P(x)} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{Q(x)}$.

b) Determina el valor numérico de la expresión $M$ si $M = P(x) - 5\sqrt{3}(\cos 2x)^0$ para $x = \dfrac{2\pi}{3}$.

**4** En la Conferencia Nacional de la ANIR correspondiente al año 2014 fueron reconocidos los tres innovadores de mayor impacto económico del año, correspondientes a las provincias de Villa Clara, Santiago de Cuba y La Habana. El aporte realizado por el innovador de Santiago de Cuba excede en 49 905 pesos al aporte del innovador de Villa Clara y el innovador de la provincia La Habana aportó una cantidad igual a 20 veces al aporte del innovador de Villa Clara disminuido en 144 139 pesos. Si entre los tres innovadores aportaron 2 054 154 pesos.
a) ¿Cuál fue el aporte de cada uno de ellos a la economía nacional?
b) ¿Qué por ciento representa el aporte del innovador de La Habana respecto al aporte total?

**5** La figura muestra un cuerpo formado por un cilindro circular recto sobre cuya base superior se ha colocado un cono circular recto de vértice $S$, de igual altura que el cilindro ($\overline{SO} = \overline{OO'}$). De este cuerpo se conoce que:




• La base superior del cilindro y la base del cono son círculos concéntricos de centro $O$, situados en un mismo plano, $\overline{OP} = 3,00\ cm$, $\overline{OR} = 5,00\ cm$ son los radios de la base superior del cilindro y del cono respectivamente,
• $S$, $O$, $O'$ puntos alineados,
• $Q$ y $R$ puntos de la circunferencia que limita la base del cono y $\overline{QR}$ recta del plano que contiene la base superior del cilindro y es tangente a esta en el punto $P$.
a) Demuestra que $\overline{SP} \perp \overline{QR}$.
b) Si el área lateral del cilindro es $A_L = 75,36\ cm^2$, calcula el volumen del cuerpo formado.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2015 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a) ___ La función $h$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $y = |x+3| + 1$ es inyectiva para las $x \geq -3$.

b) ___ Sean los siguientes conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} : x > -0,5\}$ y $B = [-5; 2]$ entonces $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : -5 \leq x \leq 2\}$.

c) ___ La solución de la ecuación $3^{2x} = 27$ es un número irracional.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** La función $f$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $f(x) = (x+2)^2 - 1$ tiene como ceros:

a) ___ $x_1 = 1, x_2 = 3$

b) ___ $x_1 = -2, x_2 = -1$

c) ___ $x_1 = -3, x_2 = -1$

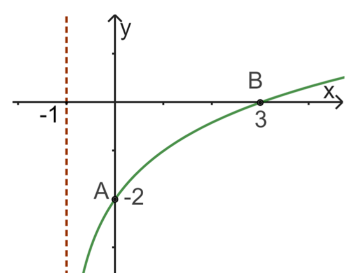
d) ___ $x_1 = -3, x_2 = 1$

**1.2.2.** En el $\triangle ABC$ la mediana relativa al lado $\overline{BC}$ lo interseca en el punto $C$ de coordenadas $(1,5; 1)$. Si el punto $C$ tiene coordenadas $(0; 2)$, entonces las coordenadas del punto $B$ son:

a) ___ $(1,5; 3)$ b) ___ $(3; 0)$ c) ___ $(0; 3)$ d) ___ $(1,5; -1)$

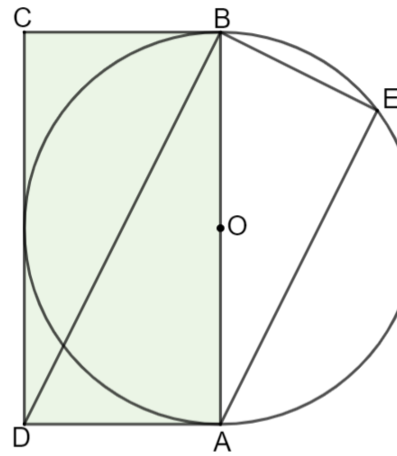
**1.3. Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

**1.3.1.** El gráfico corresponde a una función $g$ cuya ecuación es de la forma $g(x) = \log_2(x+a) + b$, definida para todo $\{x \in \mathbb{R} : x > -1\}$. Si los puntos $A$ y $B$ pertenecen al gráfico de $g$ entonces su ecuación es ______________.




**1.3.2.** Una fábrica produce bicicletas. El departamento de finanzas, utilizando la función costo $c(x) = 120x + 1600$, donde $x$ representa el número de bicicletas que se produce, llega a que el costo de producción de cinco mil bicicletas es de ______________ pesos.

**2** En la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AB}$, se tiene que:
- El $\triangle AEB$ está inscrito en la circunferencia,
- $ABCD$ es un rectángulo y $\overline{AE} \parallel \overline{DB}$.




a) Demuestra que los triángulos $AEB$ y $BCD$ son semejantes.

b) Si la longitud de la circunferencia es de $12,56\ cm$ y $\overline{BC} = 3,0\ cm$, determina el valor del perímetro del rectángulo.

c) Determina la longitud de $\overline{AE}$.

**3** Sean las expresiones:
$A(x) = \log_6(4\operatorname{sen}^2 x - 1)$, $B(x) = \log_6(2\operatorname{sen} x + 1)$ y $C(x) = \cos 2x + 2\operatorname{sen}^2 x$:

a) Determina para qué valores reales de $x$ se cumple $A(x) - B(x) = \log_6 C(x)$ en el intervalo $(0 < x \leq 2\pi)$.

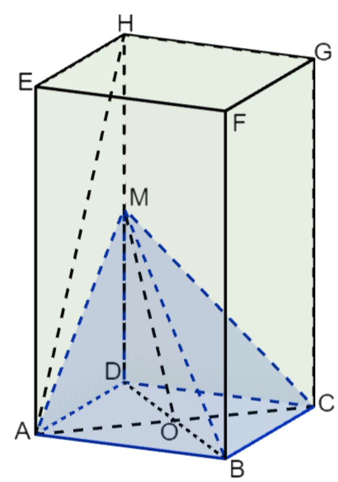
b) Calcula $A(x) + 999$ para $x = \dfrac{5\pi}{4}$.

**4** En un centro preuniversitario la matrícula del 12mo grado es de 360 estudiantes. En el diagnóstico de intereses profesionales todos los estudiantes se ubicaron en tres grupos de carreras: Ciencias Médicas (CM), Ciencias Técnicas (CT) y Ciencias Pedagógicas (CP). Si la cantidad de estudiantes que optaron por CM excede en 228 a la cantidad de estudiantes que optaron por CT y el 20 % de estos últimos a su vez representan los que optaron por CP.

a) ¿Qué cantidad de estudiantes se ubicó en cada grupo de carrera?

b) Si la escuela se comprometió a que 90 estudiantes optaran por CP, ¿Qué por ciento de ese compromiso le falta por cumplir?

**5** La figura representa el prisma recto $ABCDEFGH$ cuya base es el cuadrado $ABCD$ y en su interior se encuentra la pirámide oblicua $ABCDM$. Además:
- $O$ es punto de intersección de las diagonales de la base.
- $M$ es el punto medio de $\overline{HD}$.




a) Clasifica el triángulo $\triangle AOM$ según la amplitud de sus ángulos interiores.

b) Si $\overline{BC} = 4,0\ cm$ y el $\sphericalangle HAD = 60°$, ¿cuántos centímetros cúbicos es mayor el volumen del prisma que el volumen de la pirámide?

c) Determina la razón entre el volumen del prisma y el volumen de la pirámide.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2014 Cuarta Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

a) ___ La relación que se establece entre la temperatura $T$ °C que alcanza una sustancia y el tiempo $t$ (min) transcurrido durante el proceso de su calentamiento, es una función.

b) ___ La operación de extracción de raíces de índice impar, solo puede realizarse en el conjunto de los números racionales no negativos.

c) ___ La relación $2^{\frac{1}{x}} > 1$ se cumple para todo $\{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta con una (X) en cada caso.**

**1.2.1.** En la función $f$ definida para todo $\{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ por la ecuación $f(x) = \log_2(x-1)+1$ se cumple que:

a) ___ El cero de $f$ es $x_0 = 1$

b) ___ La función es negativa para todo $x \in \mathbb{R} : x < 1.5$

c) ___ El conjunto imagen de la función $f$ es $\{y \in \mathbb{R} : y > 1\}$

d) ___ El par $(3, 2)$ pertenece a la función

**1.2.2.** Si las coordenadas de los vértices de un rombo $ABCD$ son $A(-1; -2)$, $B(3; -5)$, $C(7; -2)$ y $D(3; 1)$; $M$ es el punto de intersección de las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$. Entonces se puede afirmar que:

a) ___ $m_{\overline{AD}} < 0$

b) ___ $\overline{AC} = \overline{BD}$

c) ___ $d(A, r_{\overline{AB}}) = 4,0\ u$

d) ___ Las coordenadas de $M$ son $(-2; 3)$

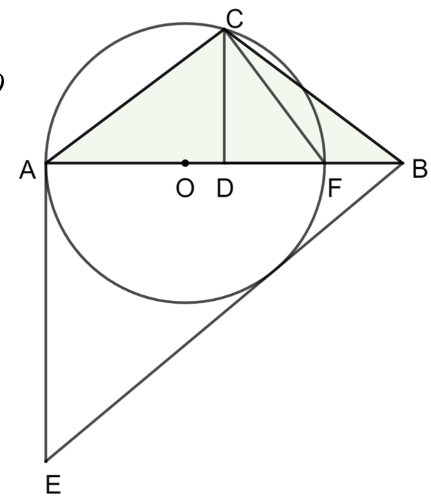
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso:**

**1.3.1.** La ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los extremos del $\overline{AB}$ de coordenadas $A(-3; 2)$ y $B(5; 2)$ es ______________.

**1.3.2.** Si las funciones $g$ y $h$ están definidas en $\mathbb{R}$ por las ecuaciones $g(x) = |x|$ y $h(x) = (x-1)^2 - 8$, entonces $(g \circ h)(x)$ es ______________.

**2** En la figura se ha trazado la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AF} = 20,0\ cm$. Además:
- $C$ es un punto de la circunferencia,
- $D$ es el punto medio de $\overline{AB}$,
- $A$, $O$, $D$, $F$ y $B$ puntos alineados,
- $\overline{AE}$ es tangente a la circunferencia en el punto $A$,
- $\overline{AB}$ es la bisectriz del $\sphericalangle CBE$ y $\overline{CD} \perp \overline{AB}$.

a) Prueba que $\overline{AF} = \dfrac{\overline{AC} \cdot \overline{EB}}{\overline{AB}}$.
b) Si $\overline{CF} = 12,0\ cm$, calcula el valor del área del $\triangle BCA$.




**3** Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = \dfrac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ y $B(x) = 2(3\cos 2x - 2\cos x) - 3$:

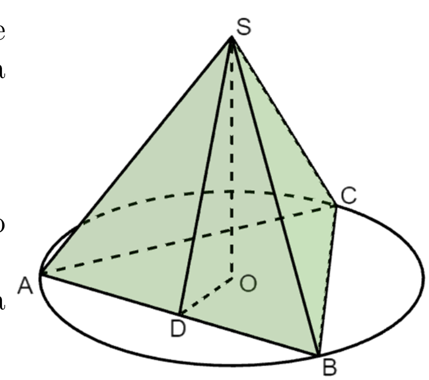
a) Demuestra que $A(x) = \cos 2x$ para todos los valores admisibles de la variable $x$.

b) Determina los valores reales de $x$ con $\left(\dfrac{\pi}{2} \leq x \leq \pi\right)$ para los cuales se cumple que $A(x) + B(x) = 0$.

**4** Una empresa consumió durante los meses de enero, febrero y marzo del año 2014 un total de 8 080 litros de combustible por diferentes razones; como consecuencia de la aplicación de medidas de ahorro, en febrero se consumieron 700 litros menos que en enero. Si en marzo se consumieron 100 litros más que el 60 % de lo consumido en febrero. ¿Cuál fue el consumo de combustible por meses?
a) ¿En cuántos litros se sobrepasó o se redujo el consumo de combustible en abril, con respecto al mes de marzo, si el promedio de consumo de combustible de los cuatro meses fue de 2 420 litros?

**5** En la figura se muestra la pirámide $ABCS$ regular de base triangular $ABC$ que está inscrita en una circunferencia de centro $O$ y radio $6,00\ cm$.
- Todas las aristas de la pirámide miden $6\sqrt{3}\ cm$.
- $D$ es el punto medio de $\overline{AB}$.

a) Prueba que $\overline{OD}$ está contenida en la mediatriz del lado $AB$ de la base de la pirámide.
b) Calcula el valor del volumen y el área lateral de la pirámide $ABCS$.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2014 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falso (F). Justifica las falsas.**

a) ___ La expresión $\log_{2x} 3$ está definida para todo número real.

b) ___ La función $f$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $f(x) = 3^{x+1} - 9$ es positiva para todo número real $x$ mayor que uno.

c) ___ Si $g$ es una correspondencia definida de $\{n \in \mathbb{N} : n > 1\}$ en $\mathbb{N}$, tal que a cada número se le hace corresponder su antecesor y su sucesor, entonces $g$ es una función.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** Si $A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 2\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$, se puede afirmar que:

a) ___ $0 \notin (A \cup B)$

b) ___ $A \cup B = B$

c) ___ $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2\}$

d) ___ $A \setminus B = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 0\}$

**1.2.2.** La distancia del origen del sistema de coordenadas a la recta $x - y - 1 = 0$ es:

a) ___ $1\ u$

b) ___ $\sqrt{2}\ u$

c) ___ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\ u$

d) ___ $-\dfrac{1}{2}\ u$

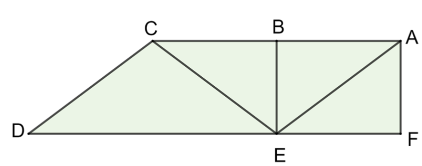
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso:**

**1.3.1.** Si las coordenadas de los vértices del triángulo $ABC$ son $A(-1;0)$, $B(2;-3)$ y $C(2;3)$, entonces se puede afirmar que el punto de intersección de la mediana relativa al lado $\overline{BC}$ con este, tiene como coordenadas ______________.

**1.3.2.** Entre la temperatura en grados Fahrenheit ($^\circ F$) y grados Celsius (℃) existe una relación que puede modelarse mediante una función lineal de manera que a 0 ℃ corresponden $32\,^\circ F$, y a 100 ℃, $212\,^\circ F$. Si $F$ denota la temperatura en $^\circ F$, y $C$, en ℃, la ecuación que describe la $F$ en función de $C$ es ______________.

2 En la figura:

- $ACDF$ es un trapecio de bases $\overline{DF}$ y $\overline{CA}$,
- $B \in \overline{CA}$, $E \in \overline{DF}$,
- $\frac{1}{2}\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{CB}$, $\overline{EB} \perp \overline{CA}$,
- El $\sphericalangle DFA = 90^\circ$ y el $\triangle CEA$ isósceles de base $\overline{CA}$.




a) Prueba que $\overline{DC} = \overline{EA}$.

b) Si $\overline{EF} = 2,4\ dm$ y $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{BA}} = \dfrac{3}{4}$, calcula el valor del perímetro del trapecio $ACDF$.

**3** Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = \operatorname{sen} x \cdot \cos^2 x + \operatorname{sen}^3 x - \operatorname{sen} x$ y $B(x) = \operatorname{sen} x(\cos^2 x - \cos 2x) + \dfrac{1}{8}$.

a) Demuestra que $A(x) = 0$ para todo número real $x$.

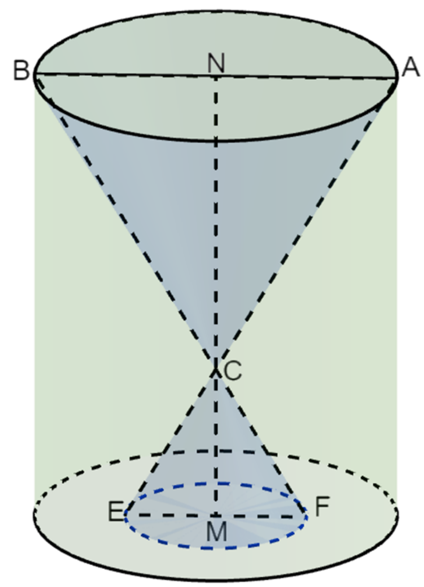
b) Determina los valores reales de $x$ con $\left(\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{3\pi}{2}\right)$ para los cuales se cumple que $B(x) = A(x)$.

**4** Dos líneas de producción de tejas de fibrocemento de la empresa "Ernesto Guevara" desarrollaron una emulación fraternal por el Día del Constructor. En el primer conteo, la primera línea había terminado el 40 % de lo que produjo durante toda la competencia y la segunda el 30 % de lo que reportó al cierre de esta. Se conoce que hasta ese momento la producción conjunta de las dos líneas era de 400 tejas. En el conteo final de la producción realizada, lo producido por la segunda línea era igual a las dos terceras partes de la producción conjunta de ambas líneas, por lo que ganó la emulación. ¿Cuántas tejas produjo cada línea de producción durante la competencia?

**5** La figura representa una pieza en forma de cilindro circular recto con dos perforaciones en forma cónica, una en cada base. Se conoce además que:

- $N$ y $M$ son los centros de las bases superior e inferior del cilindro respectivamente,
- $C \in \overline{MN}$, donde $C$ es el vértice de ambas perforaciones,
- $\overline{BA}$ es el diámetro de la base superior del cilindro y a la vez de la base de uno de los conos,
- $E$ y $F$ son puntos de la base inferior del cilindro, tales que $B$, $C$ y $F$ son puntos alineados y $A$, $C$ y $E$ también lo son,
- $\overline{EF}$ es diámetro de la base de centro $M$ del otro cono, $\overline{BC} = 2\overline{CF}$,
- $\overline{CN} = 6,00\ cm$ y el $\sphericalangle ABF = 60°$.

a) Calcula el valor del volumen de la pieza.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2014 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.**

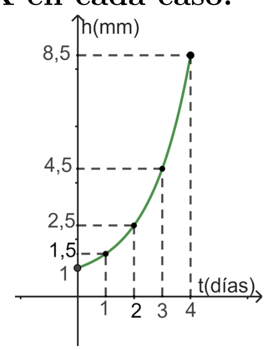
a) ___ Si $C$ y $D$ son dos conjuntos de números fraccionarios tales que $C \cap D = \left\{\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}; 2; 3; 4\right\}$, entonces a $C$ pertenece 6 elementos o más.

b) ___ El dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular $P(\sqrt{2}-3)$, en $P(x) = (x+3)^2 - 4$ es el dominio de los números naturales.

c) ___ La función $f$ definida de $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$ en $\{y \in \mathbb{R} : y \neq 2\}$ por la ecuación $y = \frac{1}{x} + 2$, es impar.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** Al estudiar una especie de alga marina, se pudo apreciar que su longitud puede ser descrita aproximadamente en los primeros cuatro días de vida a través de la curva que se representa en la figura. Esta se corresponde con el gráfico de una función $h$, cuya ecuación tiene la forma $h(t) = 2^{t+a} + 0,5$ en la cual $h(t)$ designa la longitud que alcanza el alga en un tiempo $t$ determinado. Entonces la ecuación que describe la longitud estudiada en un tiempo $t$, puede describirse como:




a) ___ $h(t) = 2^{t+1} + 0,5$

b) ___ $h(t) = 2^{t} + 0,5$

c) ___ $h(t) = 2^{t-2} + 0,5$

d) ___ $h(t) = 2^{t-1} + 0,5$

**1.2.2.** Para la función $g$ definida para todo $\{x \in \mathbb{R}\}$ por la ecuación $g(x) = \sqrt{x-2} - 1$, se cumple que:

a) ___ El conjunto imagen de $g$ es $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -1\}$.

b) ___ El gráfico de $g$ interseca el eje de las abscisas en el punto $(2; 0)$.

c) ___ $g(x) \geq 0$ para $x \in [3; +\infty)$.

d) ___ $g$ es monótona decreciente en todo su dominio.

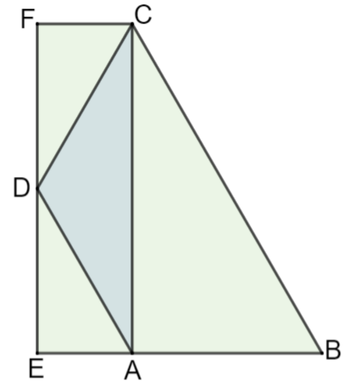
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

Los puntos $A(2; 0)$, $B(3; -1)$, $C(4; 0)$ y $D(x; y)$, son los vértices de un cuadrado $ABCD$:

a) Si el punto donde se interceptan las diagonales tiene como coordenadas $(3; 0)$, entonces $D$ tiene como coordenadas el punto ______________.

b) Cualquier recta $r$ de ecuación $ax + by + c = 0$ que pase por el origen de coordenadas y sea paralela a la recta que contiene al lado $\overline{AB}$ tiene como ecuación ________________.

**2** En la figura:




- $CFEB$ es un trapecio rectángulo en $E$ de bases $\overline{EB}$ y $\overline{FC}$.
- $D$ es el punto medio de $\overline{FE}$, $\angle CDA = 120°$.
- $ABCD$ es un trapecio isósceles de bases $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$,
- Los puntos $E$, $A$ y $B$ están alineados.

a) Demuestra que el $\triangle CDA$ es isósceles.

b) El $\triangle CAB$ es rectángulo. Prueba que esta afirmación es verdadera.

**3** Sean las expresiones trigonométricas:

$$A(x) = \frac{1}{2}\tan^2 x + \frac{2\cos 2x}{\cos^2 x} \text{ y } B(x) = 2\,\mathrm{sen}^2\, x + 3\,\mathrm{sen}\, x.$$

a) Comprueba que $A(x) = \frac{1}{2}$ para todos los valores admisibles de la variable $x$.

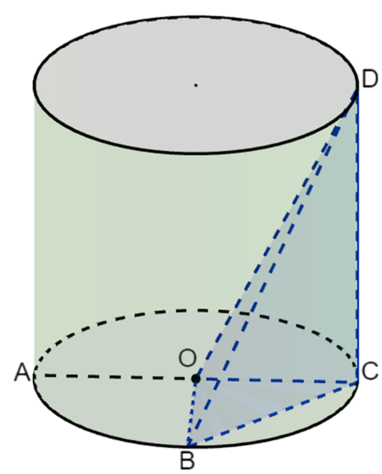
b) Determina el conjunto solución de la siguiente ecuación para $x \in (0; \pi)$ de $\log_2 A(x) - \log_{\frac{1}{2}} B(x) = 0$.

**4** Las cooperativas de producción agropecuarias $A$ y $B$ están dedicadas al cultivo del arroz. La cooperativa $A$ sembró 62 hectáreas de arroz y la cooperativa $B$, 58 hectáreas. Entre ambas recolectaron 6 890 quintales de arroz. Se sabe que el rendimiento medio (en quintales de arroz por hectáreas) de la cooperativa $A$ excedió en 31 quintales al 40 % del rendimiento de la cooperativa $B$.

a) ¿Cuál fue el rendimiento medio (en quintales de arroz por hectárea) de la cooperativa $B$?

b) ¿Cuántos quintales de arroz cosechó cada una de las cooperativas?

**5** La figura muestra el cilindro circular recto y la pirámide oblicua $COBD$ que tiene como base el triángulo $COB$, se sabe que:




- $\overline{CD}$ es una de las generatrices del cilindro.
- $O$ es el centro de la circunferencia que limita la base inferior del cilindro.
- $\overline{AC}$ es un diámetro de la base inferior del cilindro.
- $\overline{BO} \perp \overline{AC}$ y $\overline{CD} = \overline{AC}$.

a) Demuestra que $\overline{DO}$ es altura relativa al lado $\overline{BO}$ de la cara $DOB$ de la pirámide $COBD$.

b) Si el área de la base $COB$ de la pirámide es $4,5\ dm^2$, calcula el valor de su área total.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2014 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica cada una de las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.**

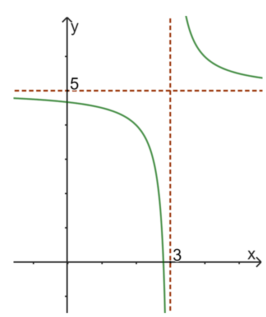
a) ___ Sean $A$ y $C$ conjuntos tales que $x \in A$ y $x \notin C$, entonces se cumple que $x \in (A \cup C)$.

b) ___ Una recta $r$, perpendicular a la recta representada por la ecuación $y = -\frac{1}{2}x + 6$ es también perpendicular a la recta $s$ determinada por los puntos de coordenadas $(2; 1)$ y $(4; 5)$.

c) ___ El resultado de calcular $\sqrt{\dfrac{\sqrt{64}}{\left(\sqrt[3]{4}\right)^3}}$ es un número racional.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** El gráfico corresponde a la función $f$, definida en un subconjunto de $\mathbb{R}$ por una ecuación de la forma $y = \dfrac{1}{x-a} + b$ con $a, b \in \mathbb{R}$. Entonces la función $f$ se cumple que:




a) ___ Es par

b) ___ Su ecuación es $y = \dfrac{1}{x-2} + 3$

c) ___ Su dominio es $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 3\}$

d) ___ Es decreciente para $x > 3$

**1.2.2.** El ángulo de elevación del sol en un punto determinado, es el que forman los rayos solares con la superficie de la tierra. En un momento del día, la longitud de la sombra de un poste es mayor que la altura de este. Si $\alpha$ denota el ángulo de elevación del sol en ese momento, se puede afirmar que:

a) ___ $\tan \alpha$ es el cociente entre la longitud de la sombra y la altura del poste.

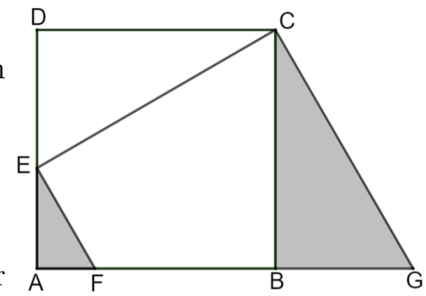
b) ___ $\tan \alpha > 1$ c) ___ $45° < \alpha < 90°$ d) ___ $\cos \alpha > \operatorname{sen} \alpha$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

**1.3.1.** Los valores de $x$ reales que anulan la expresión trigonométrica $G(x) = \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{\cos^2 x}$ son ______________.

**1.3.2.** La ecuación de la función inversa de $h$, definida en $\mathbb{R}$ por $h(x) = 8x^3 - 1$ es ______________.

**2** En la figura:




• $ABCD$ es un cuadrado de lado igual a $3,0\ cm$.
• $CEFG$ es un trapecio de bases $\overline{EF}$ y $\overline{CG}$, rectángulo en $E$ y $C$.
• Los puntos $A$, $F$, $B$ y $G$ están alineados.

a) Demuestra que $\triangle CDE = \triangle CBG$.

b) Si $\overline{AF} = 0,73\ cm$ y el $\sphericalangle BCE = 60°$, calcula el valor del área de la región sombreada.

**3** Sean las expresiones algebraicas $A(x) = \dfrac{3-x}{2-x}$ y $B(x) = \dfrac{8}{x+1}$.

a) Determina los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales se cumple que $\log_2 A(x) + \log_2 B(x) = 5^{\log_5 3}$.

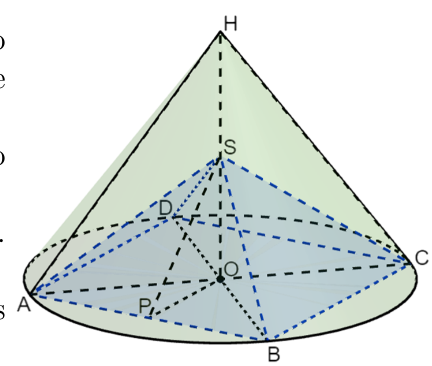
b) Determina el valor numérico de $\log_{\sqrt[3]{2}}\left(\dfrac{1}{A(x)}\right) + \log_3 2 \cdot \log_3\left(\dfrac{1}{A(x)}\right)$ para $x = 1$.

**4** En una tienda prepararon cestas de tres tipos con diferentes productos para vender con motivo del Día de las Madres. El precio de las cestas del tipo 1, 2 y 3 es de $\$\,102,50$, $\$\,115,00$ y $\$\,147,50$, respectivamente. La composición de las cestas es la que se muestra en la tabla.

| Productos/Tipos de cestas | Tabletas de chocolates | Paquetes de galletas | Botellas de vino |
|---|---|---|---|
| Tipo 1 | 1 | 2 | 1 |
| Tipo 2 | 2 | 2 | 1 |
| Tipo 3 | 1 | 1 | 2 |

a) ¿Cuál es el precio de cada producto?
b) ¿Cuántas botellas de vino se necesitan para llenar 100 cestas del tipo 1, 80 del tipo 2 y 60 del tipo 3?

**5** La figura representa una pieza maciza en forma de cono circular recto, en la que se ha excavado una pirámide. De ella se conoce que:




• La pirámide recta $ABCDS$ tiene como base el cuadrado $ABCD$ inscrito en la base del cono y su altura es $\overline{SO}$.
• $O$ es el punto de intersección de las diagonales de $ABCD$.
• $P$ es el punto medio de $\overline{AB}$.
• El área lateral del cono es de $188,4\ cm^2$ y sus generatrices miden $10\ cm$.

a) Prueba que el triángulo $SPB$ es rectángulo.

b) Sabiendo que $\dfrac{h_{\text{pirámide}}}{h_{\text{cono}}} = \dfrac{1}{2}$, calcula el volumen de la pirámide $ABCDS$ excavada.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2013 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.**

a) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ que a cada número real se le hace corresponder su módulo aumentado en 5, es una función.

b) ___ El conjunto solución de la inecuación $-4y + 3 < 2$ es $\left\{y \in \mathbb{R} : y > \dfrac{1}{4}\right\}$.

c) ___ Si $A$ es el conjunto de los números naturales pares y $B$, el conjunto formado por los números naturales mayores que 7, entonces $B \subset A$

d) ___ La función $g$ definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > 4\}$ por la ecuación $y = \log_{\frac{2}{3}}(x-4)$ es monótona creciente en todo su dominio.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso**.

**1.2.1.** Si $y = 3^{x+4} - 9$ corresponde a la ecuación de una función $h$ definida en $\mathbb{R}$, entonces sobre la función se puede afirmar que:

a) ___ No es inyectiva

b) ___ El conjunto imagen es $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -9\}$

c) ___ Es positiva en todo su dominio

d) ___ Tiene un cero y es $x_0 = -2$

**1.2.2.** Sean $E(0,0)$, $F(1,0)$ y $G(0,1)$ los vértices de un triángulo rectángulo en $E$. Puede afirmarse que la mediatriz relativa a la hipotenusa contiene al punto $P$ de coordenadas:

a) ___ $(2,2)$ b) ___ $\left(\dfrac{3}{4}, \dfrac{1}{4}\right)$ c) ___ $(-1,-2)$ d) ___ $(1,2)$

**1.2.3.** Si $r$ y $s$ son dos rectas de un plano que se cortan perpendicularmente y una ecuación de la recta $r$ es $2x - 3y + 5 = 0$, entonces una ecuación de la recta $s$ es:

a) ___ $2x - 3y + 22 = 0$

c) ___ $3x + y - 2 = 0$

b) ___ $3x + 2y + 23 = 0$

d) ___ $2x + 3y - 2 = 0$

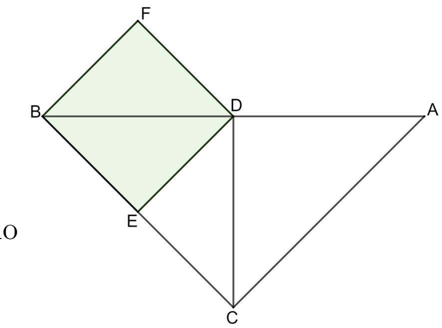
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera en cada caso:**

De las funciones $f$ y $g$ definidas en $\mathbb{R}$ por las ecuaciones $f(x) = \sqrt{x^2 + 6}$ y $g(x) = 2x + 1$ se puede afirmar que:

a) La función $f$ es positiva para ______________.

b) Existe la función compuesta $(g \circ f)$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación ______________.

**2** En la figura:




- El $\triangle BCA$ es isósceles de base $\overline{AB}$, $E \in \overline{BC}$.
- $\overline{CD}$ es la altura del $\triangle BCA$ relativa al lado $\overline{AB}$.
- $BEDF$ es un cuadrado y $\overline{BD}$ una de sus diagonales.

a) Demuestra que $\overline{CD} = \overline{BD}$.

b) Si $\overline{CD} = 5,0\ cm$, calcula el valor del área del cuadrado $BEDF$.

**3** Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = 2^{4+\cos 2x} - 2^{-4\cos^2 x}$ y $B(x) = 4^{(\cos x+1)^2+1}$.

a) Determina los valores reales de $x$ con $(0 \leq x \leq 2\pi)$ para los cuales se cumple que $A(x) = B(x)$.

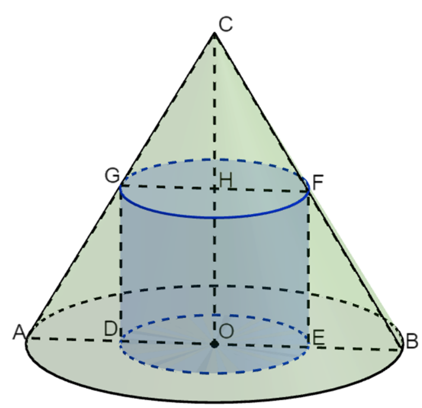
b) Verifica que $\left[B\left(\dfrac{\pi}{3}\right)\right]^4 = 1024$.

**4** En una tienda se invirtió inicialmente cierta cantidad de dinero para la compra de determinados artículos para su posterior comercialización. Lo invertido permitió vender la mercancía durante dos semanas. Con la venta en la primera semana, la tienda recibió la cantidad de dinero invertido inicialmente aumentado en un 30 %. El resultado de la venta en la segunda semana fue igual al doble de la cantidad de dinero de la venta de la primera semana disminuido en un quinto del dinero invertido inicialmente. Si en la segunda semana la tienda recaudó 8 964 pesos.

a) ¿Qué cantidad de dinero invirtió inicialmente la tienda?

b) ¿En cuántos pesos se incrementó la cantidad de dinero recibido por la venta en la segunda semana respecto a la primera?

**5** La figura muestra una pieza maciza de madera en forma de cono circular recto que tiene una perforación en forma de cilindro recto, de la cual se conoce que:




- $\overline{DE}$ es uno de los diámetros de la circunferencia de centro $O$, que limita la base inferior del cilindro y $\overline{AB}$ es el diámetro de la circunferencia, también de centro $O$ que limita la base del cono.
- $G$ y $F$ son los puntos medios de las generatrices $\overline{CA}$ y $\overline{CB}$ respectivamente.
- La base superior del cilindro tiene centro $H$, y los puntos $G$, $H$ y $F$ están alineados.
- Los puntos $A$, $D$, $O$, $E$ y $B$ están alineados.
- $\sphericalangle ABC = 60°$ y el perímetro del $\triangle ABC$ es de 12 $cm$.

a) Calcula la longitud del radio del cono.

b) Si $\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OE}} = 4$, calcula el valor del volumen de la pieza.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2013 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.**

a) ___ Si $A$ y $B$ son dos conjuntos de números reales y $A \subseteq B$, entonces $A \cap B = \emptyset$.

b) ___ El gráfico de la función $h$ definida en $\{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$ por la ecuación $y = \log_2(x-2) + 1$, interseca al eje de las ordenadas.

c) ___ El valor de la pendiente $m$ de cualquier recta paralela a la recta de ecuación $y = 7$ es $m = 0$.

d) ___ El conjunto imagen de la función $g$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $y = |x| - 5$ es $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 5\}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** Para la función $g$ definida en $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$ por la ecuación $y = \sqrt{x} + 1$, se cumple que:

a) ___ $g(3) < g(2)$. b) ___ Es par. c) ___ Es Inyectiva.

d) ___ Existe un valor $x_1$ del dominio de $g$ para el cual $g(x_1) = 0$.

**1.2.2.** Si $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ $(\alpha \neq \beta)$, entonces se cumple que:

a) ___ $\operatorname{sen}\alpha = -\cos\beta$ c) ___ $\operatorname{sen}\alpha = \operatorname{sen}\beta$

b) ___ $\cos\alpha = \cos\beta$ d) ___ $\operatorname{sen}\alpha = \cos\beta$

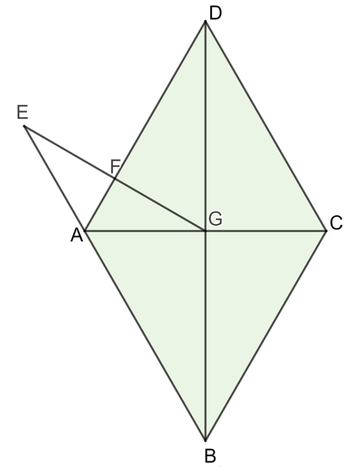
**1.2.3.** Sea $f$ una función definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ por la ecuación $y = 1 + 3x$. Entonces la ecuación de la función inversa de $f$ es:

a) ___ $y = \dfrac{x+1}{3}$ b) ___ $y = -\dfrac{3}{x-1}$ c) ___ $y = \dfrac{x-1}{3}$ d) ___ $y = -\dfrac{3}{x} - 1$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

**1.3.1.** Sea $f$ una función definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ por $f(x) = x^3 - 5$. Entonces $f(x) \geq 3$ para todas las $x \in \mathbb{R}$ tales que $x \geq$ ________________.

**1.3.2.** El centro $O$ de la circunferencia de diámetro $\overline{AB}$ con $A(2,3)$ y $B(-4,5)$ tiene por coordenadas ________________.



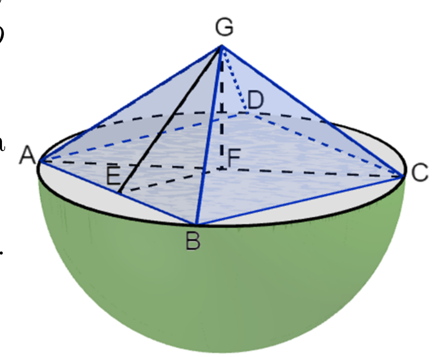

**2** En la figura $ABCD$ es un rombo, el $\sphericalangle BCD = 120°$. $G$ es el punto donde se intersecan las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ del rombo $ABCD$, $\overline{AD} \perp \overline{EG}$ con $\overline{AD} \cap \overline{EG} = \{F\}$. Los puntos $E$, $A$ y $B$ están alineados.

a) Demuestra que $\dfrac{\overline{FA}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{EF}}{\overline{BG}}$.

b) Si $\overline{AG} = 1,4\ cm$, calcula el valor del perímetro del rombo $ABCD$.

**3** Sean las expresiones trigonométricas $A(x) = \dfrac{\operatorname{sen}^2 x + \cos 2x}{2\cos x}$ y $B(x) = \dfrac{\cos^2 x + 1}{4}$.
a) Determina los valores reales de $x$ con $(0 \leq x \leq 2\pi)$ para los cuales se cumple que $2^{\log A(x)} \cdot 5^{\log A(x)} = B(x)$.
b) Verifica que $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + A\left(\dfrac{3\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

**4** Una Dirección Municipal de Educación quiso estimar a estudiantes destacados de tres institutos preuniversitarios $A$, $B$ y $C$, con la entrega de 340 ejemplares del libro "Diario del Che en Bolivia". Se conoce que el doble de la cantidad de ejemplares entregados al preuniversitario $C$ excede en 50 al número de los que se entregaron al $B$; mientras que el 45 % de la cantidad de ejemplares correspondientes al preuniversitario $C$ es igual a la mitad de la cantidad de ejemplares entregada al $A$.
a) ¿Cuántos ejemplares del libro "Diario del Che en Bolivia" se entregaron a cada uno de los preuniversitarios?
b) Si la Dirección Municipal de Educación dispone de un total de 500 ejemplares, ¿qué tanto por ciento de este total, representó el número de ejemplares que fueron entregados al preuniversitario $B$?




**5** En la figura se muestra una pieza maciza de madera, formada por una semiesfera de centro $F$ y diámetro $\overline{AC}$, y una pirámide recta $ABCDG$, cuya base es el cuadro $ABCD$ y altura $\overline{GF}$. Además, se conoce que:

- La base de la pirámide está inscrita en la circunferencia que limita al círculo máximo de la semiesfera.
- $\overline{GE}$ es altura de la cara $BGA$ de la pirámide $ABCDG$.
- El triángulo $EFG$ es isósceles de base $\overline{EG}$.

a) Demuestra que el triángulo $AEF$ es rectángulo.
b) Calcula el valor del volumen de la pieza si $\overline{AC} = 8,00\ cm$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2013 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.**

a) ___ Si $E$ y $F$ son dos conjuntos tales que $E = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ y $F = \{x \in \mathbb{R} : x < 1\}$, entonces $E \cap F = \{x \in \mathbb{Z} : -2 \leq x \leq 0\}$.

b) ___ El valor de $\sqrt{\sqrt[3]{-27}}$ es un número real.

c) ___ La función $h$ definida en un subconjunto de $\mathbb{R}$ en $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 2\}$, por la ecuación $y = |x+2|$, tiene inversa.

d) ___ Si $x - 2y + 4 = 0$ es la ecuación de una recta, entonces la ecuación de una recta paralela a ella que pasa por el punto $M(0; -3)$ es $x - 2y - 6 = 0$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** Para la función $f$, definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $y = (x-3)^2 - 1$, donde uno de sus ceros es $x_0 = 2$, se cumple que:

a) ___ Es monótona creciente en el intervalo $(-\infty; 2]$

b) ___ Su valor máximo es $y_1 = -1$

c) ___ Es negativa para $\{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 4\}$

d) ___ $f(x_2) = 0$ para $x_2 = -2$

**1.2.2.** El dominio de definición de la expresión $\sqrt{4x-5} - 2$ es:

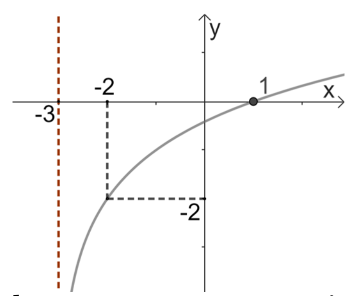
a) ___ $\left\{x \in \mathbb{R} : x \leq \frac{5}{4}\right\}$

c) ___ $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq \frac{5}{4}\right\}$

b) ___ $\left\{x \in \mathbb{R} : x \geq \frac{5}{4}\right\}$

d) ___ $\left\{x \in \mathbb{R} : x > \frac{5}{4}\right\}$

**1.2.3.** El gráfico que corresponde a una función $g$ definida en $(-3; \infty)$ por una ecuación de la forma $y = \log_2(x+a)+b$; entonces para los valores $a$ y $b$ se cumple que:




a) ___ $a < b$

c) ___ $a = b$

b) ___ $a > b$

d) ___ $a = -3$ y $b = 2$

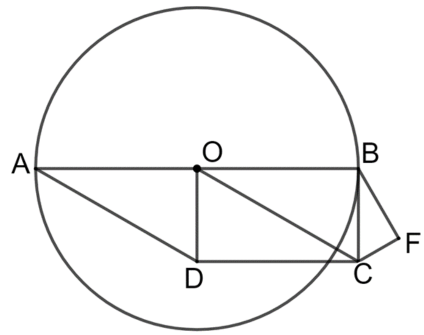
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

**1.3.1.** El valor de $x \in \mathbb{R}$, para el cual se cumple que $7^{\frac{x}{2}} = \log_3 3^7$ es ______________.

**1.3.2.** Si $M(-4; -2)$, $N(-1; 2)$ y $L(-4; 6)$ son los vértices de un triángulo isósceles de base

$\overline{ML}$, entonces el valor de la pendiente de la mediana relativa a la base es ________________.

**2** En la figura aparece representada la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AB}$.




- $ODCB$ es rectángulo.
- $\overline{AD} \parallel \overline{OC}$, el $\sphericalangle FBO = 120°$.
- $\overline{CF} \perp \overline{FB}$ y el $\sphericalangle DCO = 30°$.

a) Demuestra que $\triangle DOA \sim \triangle CFB$.
b) Si $\overline{BC} = 3,0\ cm$, calcula el área del cuadrilátero $ADCB$.

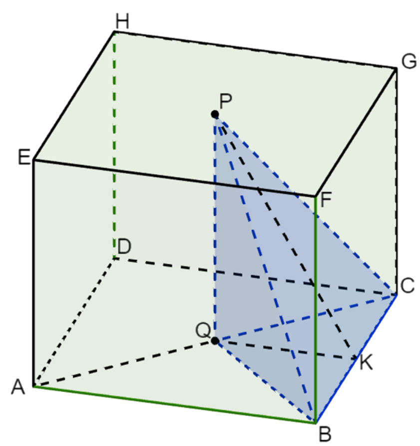
**3** Sean las expresiones trigonométricas $P(x) = \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{2\cos x}$ y $Q(x) = \cos 2x$.
a) Determina los valores reales de $x$ con $(0 \leq x \leq \pi)$ para los cuales se cumple que $P(x) - Q(x) = 0$.
b) Determina el dominio numérico más restringido al que pertenece el resultado de calcular $\log_2 \left[1 + Q\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right]$.

**4** En la finalizada Feria Internacional del Libro (febrero de 2013), en el kiosco dedicado a la venta de libros infantiles, se utilizaron dos estantes $A$ y $B$ para la muestra de estos. En un inicio había en el estante $A$ el doble de la cantidad de libros que en el $B$. Por problemas de seguridad se trasladaron después 8 libros del estante $A$ para el $B$, lo que trajo como consecuencia que en este último estuviera ubicada una cantidad de libros igual al 80 % de los que quedaron finalmente en el estante $A$.

a) ¿Cuántos libros había al principio en cada estante?

b) ¿Qué tanto por ciento del total de libros exhibidos en un inicio en el estante $A$ representan los que deben trasladarse al estante $B$ para que ambos estantes tengan la misma cantidad de libros?

**5** La figura representa una pieza maciza de madera que se ha formado al excavarle al prisma recto $ABCDEFGAH$, la cuña en forma de pirámide $BCQP$. Además, se conoce que:




- El cuadrado $ABCD$ es la base inferior del prisma.
- $Q$ y $P$ son los puntos donde se intersecan las diagonales de las bases $ABCD$ y $EFGH$ del prisma respectivamente.
- $\overline{PQ}$ es altura del prisma y de la pirámide.
- $K$ es el punto medio de $\overline{BC}$.

a) Demuestra que $\overline{PK}$ representa una de las alturas del $\triangle CPB$.
b) Si $\operatorname{sen} \sphericalangle KPQ = \dfrac{1}{2}$ y $\overline{AB} = 4,0\ cm$, calcula el volumen de la pieza.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2012 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica en verdadera (V) o falsa (F) las siguientes proposiciones. Justifica las falsas.**

a) ___ La función constante de ecuación $y = 5$ es inyectiva.

b) ___ La función definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $g(x) = (x+5)^2 - 2$ es monótona creciente para $x \geq -5$.

c) ___ El dominio de la función de ecuación $y = \sqrt{x^2+2}$ es $x \in \mathbb{R}$.

d) ___ La función $h$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $h(x) = 2^{x+2}$ es par.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** Si $A = \{-1; -\frac{1}{4}; 0; \sqrt{2}; 2\}$ y $B = \{-1; 0; 1; 2\}$ entonces el conjunto $C = A \cap B$ es:

a) ___ $C = \{-\frac{1}{4}; \sqrt{2}\}$

b) ___ $C = \{-1; -\frac{1}{4}; \sqrt{2}\}$

c) ___ $C = \{-1; 1\}$

d) ___ $C = \{1\}$

**1.2.2.** El conjunto imagen de la función de ecuación $y = |x-1| - 3$, definida en el conjunto de los números reales es:

a) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 3\}$

b) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 1\}$

c) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -3\}$

d) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y > -3\}$

**1.2.3.** La ecuación de la función inversa de $f$, de ecuación $f(x) = (x+1)^3 - 1$ es:

a) ___ $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} - 1$

b) ___ $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1} - 1$

c) ___ $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} + 1$

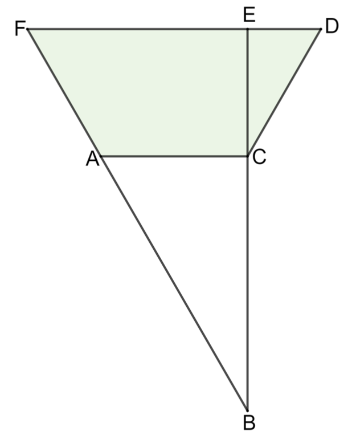
d) ___ $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1} + 1$

**1.3. Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

Sea un triángulo $ABC$ con vértices en $A(-2;0)$, $B(0;2)$ y $C(x_0;y_0)$.

a) El valor de la pendiente de cualquier recta perpendicular a la recta que contenga a los puntos $A$ y $B$ es $m =$ ______________.

b) Si $C$ tiene coordenadas $C($____$;0)$ entonces el triángulo $ABC$ es rectángulo en $B$.




**2** En la figura:

- $ACDF$ es un trapecio isósceles de bases $\overline{AC}$ y $\overline{DF}$
- $A$ y $C$ pertenecen a $\overline{FB}$ y $\overline{EB}$ respectivamente,
- $E \in \overline{DF}$ y $\overline{AC} \perp \overline{EB}$.

a) Demuestra que $\triangle CED \sim \triangle ACB$.
b) Si el $\sphericalangle ABC = 30°$, $\overline{AB} = 4,0\ cm$ y $\overline{EF} = 3,0\ cm$, calcula el valor del perímetro del trapecio $ACDF$.

**3** Dadas las expresiones $A(x) = 2^{\log_2 \operatorname{sen} 2x - \log_2 \tan x}$, $B(x) = \cos 2x$ y $C(x) = \operatorname{sen} 2x$.

a) Demuestra que $A(x) - B(x) = 1$ para todos los valores admisibles de la variable.

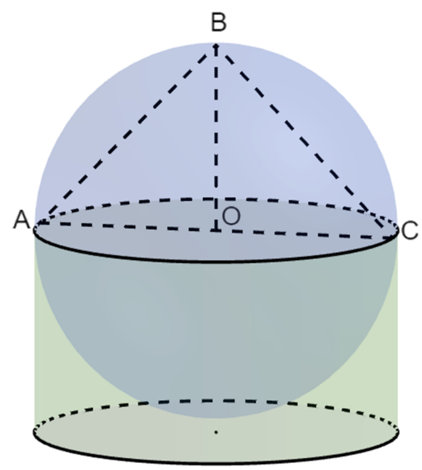
b) Calcula $\dfrac{B\left(\frac{\pi}{6}\right)}{C\left(\frac{5\pi}{6}\right)}$.

**4** En el curso 2011-2012 se hizo un estudio sobre la procedencia preuniversitario u otras fuentes de ingreso de los 150 estudiantes de Primer Año de Ciencias de la Computación de la Universidad de la Habana. Se sabe que la mitad de la cantidad de estudiantes de la fuente que procede de los preuniversitarios coincide con el 75 % del número de estudiantes de otras fuentes de ingreso.

a) ¿Cuántos estudiantes de 1er año provienen de preuniversitarios?

b) ¿Qué tanto por ciento de la matrícula de 1er año representa la cantidad de estudiantes de otras fuentes de ingreso?

**5** Se tienen dos piezas macizas, una en forma de esfera y otra en forma de cilindro circular recto. Se perfora la base superior del cilindro hasta hacerle una hendidura semiesférica de igual radio que la base del cilindro. En la hendidura se introduce una esfera resultando el cuerpo que se muestra en la figura. Además, se conoce que:
- $\overline{AC}$ es uno de los diámetros de la esfera de la base superior del cilindro.
- $O$ es el centro de la figura de la esfera y de la base superior del cilindro.
- $B$ es un punto de la esfera.
- La altura del cilindro es $40,0\ cm$, $\overline{BC} = 30\sqrt{3}\ cm$,
- El triángulo $ABC$ es isósceles de base $\overline{AC}$.




a) Calcula el valor del volumen de material que se desecha al perforar la base superior del cilindro.

b) Calcula el valor del área total del cuerpo resultante.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2012 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.**

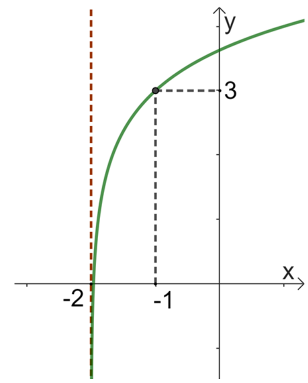
a) ___ Todo número real pertenece al conjunto de los números racionales.

b) ___ El conjunto imagen de la función $y = (x+5)^2 - 2$ definida en el conjunto de los números reales es $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -2\}$.

c) ___ La función $g$ definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $g(x) = |x-1|$ es inyectiva.

d) ___ El cero de la función $h$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $h(x) = 4x - 3$ es $x_0 = \dfrac{3}{4}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**




**1.2.1.** Si el gráfico que se muestra corresponde a una función cuya ecuación es de la forma $y = \log_3(x+b)+c$, entonces su ecuación es:

a) ___ $y = \log_3(x+2)+3$ c) ___ $y = \log_3(x+2)-3$

b) ___ $y = \log_3(x-2)+3$ d) ___ $y = \log_3(x-2)-2$

**1.2.2.** El dominio de la función de ecuación $y = \sqrt{x+4}+1$ es:

a) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x > -4\}$ c) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$

b) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -4\}$ d) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -4\}$.

**1.3. Completa los espacios en blanco de manera que obtengas una proposición verdadera en cada caso:**

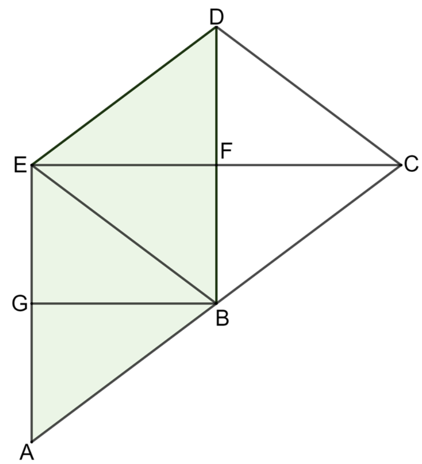
Los vértices del rectángulo $ABCD$ son $A(0;0)$, $B(0;3)$, $C(4;3)$ y $D(4;0)$:

a) Las coordenadas del punto medio del lado $\overline{CD}$ son ______________.

b) La distancia desde $A$ hasta $C$ es ______________unidades.

c) La ecuación de la recta que contiene al lado $\overline{BC}$ es ______________.

**2** En la figura, $EBCD$ es un rombo, $ABDE$ es un paralelogramo y $ABE$ es un triángulo isósceles de base $AE$.




- $A$, $B$ y $C$ son puntos alineados, $\overline{GB} \perp \overline{EA}$.
- $F$ es el punto de intersección de las diagonales del rombo.

a) Prueba que $\triangle BGA = \triangle DFC$.

b) Si se conoce que $\overline{CF} = 8,0\ cm$ y el área del rombo es de $96\ cm^2$, calcula el valor del perímetro del paralelogramo $ABDE$.

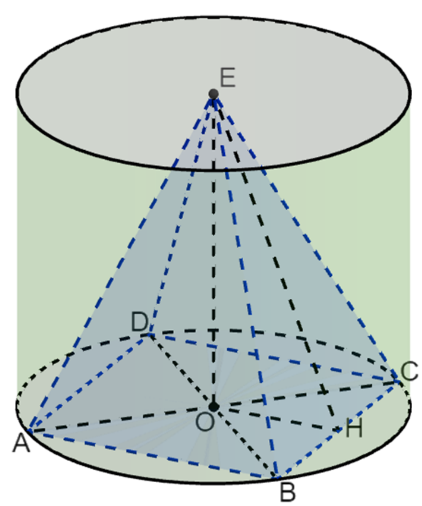
**3** Sean las expresiones $A(x) = \dfrac{\cos^2 x}{\operatorname{sen} x} \cdot \tan x + \dfrac{\operatorname{sen} 2x}{2 \operatorname{sen} x \cdot \cos^2 x}$ y $B(x) = 2\cos x$:

a) Determina el conjunto de valores admisibles de la expresión $A(x)$.

b) Demuestra que para todos los valores admisibles de la variable $x$, se cumple que $A(x) = B(x)$.

**4** En un instituto preuniversitario fue seleccionado un grupo de 50 estudiantes para presentar trabajos en el evento de Sociedades Científicas Estudiantiles a nivel municipal. Se verificó que las asignaturas escogidas por los estudiantes para realizar sus trabajos fueron Matemática, Química y Biología. La razón entre las cantidades de estudiantes que realizaron trabajos en las asignaturas de Química y Biología es dos tercios. Se conoce, además, que el duplo de la cantidad de estudiantes que realizaron trabajos en Química disminuido en 5, representa el 60 % de la cantidad de estudiantes que realizaron trabajos en Matemática.
a) ¿Cuántos estudiantes de los seleccionados realizaron trabajos en la asignatura Matemática?

**5** La figura muestra una pieza maciza en forma de cilindro circular recto y en su interior se presenta una pirámide $ABCDE$ recta de base cuadrada $ABCD$. Además:




- $A$, $B$, $C$ y $D$ son puntos de la circunferencia de centro $O$.
- $\overline{AC}$ y $\overline{DB}$ son las diagonales del cuadrado $ABCD$.
- $\overline{EO}$ es la altura del cilindro y de la pirámide.
- $H$ es el punto medio de $\overline{BC}$.
- El $\sphericalangle EBO = 60°$ y $\overline{DB} = 6,00\ cm$.

a) Demuestra que el triángulo $EHC$ es rectángulo.

b) Calcula el valor del volumen de material que se desecha, si se talla la pieza maciza hasta obtener la pirámide.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2012 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1 Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.**

a) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ que a cada número real le asocia el número 3 es una función.

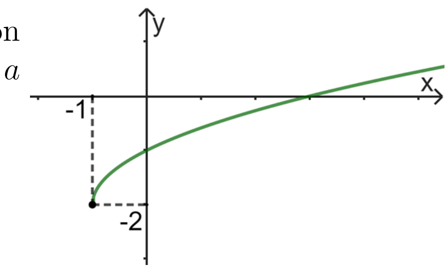
b) ___ El conjunto imagen de la función $h$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $h(x) = 2^{x-3} - 8$ es $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -8\}$.

c) ___ La función $g$ definida en el conjunto $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$ por la ecuación $g(x) = \dfrac{1}{x-2}$, es impar.

d) ___ Si para $m, n \in \mathbb{R}$: $m > 0$ y $n > 0$ se cumple que $(0,3)^m > (0,3)^n$, entonces $m < n$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** El gráfico corresponde a la función $f$, cuya ecuación tiene la forma $f(x) = \sqrt{x+a} + b$. Entonces los valores de $a$ y $b$ son:




a) ___ $a = -1$ y $b = -2$ c) ___ $a = 1$ y $b = -2$

b) ___ $a = -1$ y $b = 2$ d) ___ $a = 1$ y $b = 2$

**1.2.2.** El conjunto solución de la inecuación $\dfrac{x-1}{x^3-1} \geq 0$ es:

a) ___ $S = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$ c) ___ $S = \{x \in \mathbb{R}\}$

b) ___ $S = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ d) ___ $S = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso:**

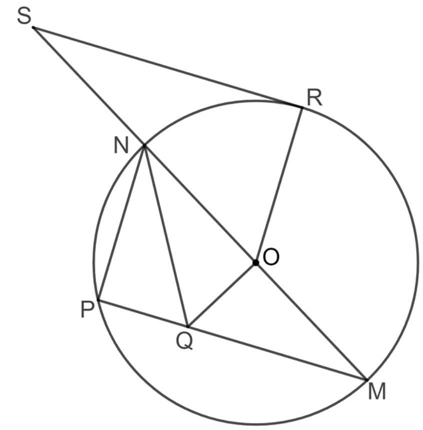
Si los puntos $A(-2;4)$, $B(1;4)$ y $C(5;0)$ corresponden a los vértices de un triángulo, entonces:

a) La mediana relativa al lado $\overline{BC}$ lo interseca en el punto de coordenadas ________________.

b) El valor de la pendiente de una recta perpendicular al lado $\overline{AC}$ es ________________.

c) La longitud del lado $\overline{AB}$ es ________________ unidades.

**2** En la figura $P$ y $R$ son puntos de la circunferencia de centro en $O$ y diámetro $\overline{MN}$, además se conoce que:




- $\overline{NQ}$ es la bisectriz del $\sphericalangle MNP$.
- El $\sphericalangle NPQ = 60°$.
- $\overline{RS}$ es tangente a la circunferencia en el punto $R$.
- $Q \in \overline{PM}$, $\overline{OR} \parallel \overline{NP}$.

a) Prueba que en el triángulo $NQM$ se cumple que $\overline{QM} = \overline{QN}$.

b) Demuestra que los triángulos $NPQ$ y $ORS$ son semejantes.

**3** Sean las expresiones $A(x) = \cos 2x + \operatorname{sen} x$ y $B = \dfrac{-5 \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2} + 2 \cos \frac{\pi}{3}}{\tan \frac{7\pi}{6}}$.

a) Determina el conjunto solución de la ecuación $A(x) = (2 \operatorname{sen} x)^2$ en el intervalo $(0 \leq x \leq \pi)$.

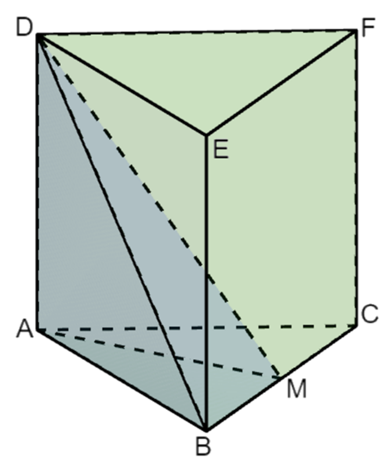
b) Verifica que $\sqrt{3} \cdot B = 18$.

**4** En una fábrica de conservas, para envasar la producción, se utilizan como recipientes latas y frascos de cristal. La cantidad de frascos excede en 794 a la cantidad de latas existentes. Al concluir la primera etapa productiva se habían utilizado tres quintos de la cantidad de frascos y el 25 % del número de latas para un total de 1 102 recipientes.

a) ¿Cuántos recipientes de cada tipo había en la fábrica para envasar la producción?

b) En los recipientes sobrantes de la primera etapa se deben envasar 1 104 litros de conservas. Si el costo de las latas es menor que el de los frascos y ambos recipientes tienen 2,0 litros de capacidad, ¿cuántos recipientes de cada tipo deben utilizarse para que el costo de los envases que se emplearían sea el menor posible?

**5** En la figura se muestra el prisma recto $ABCDEF$, cuyas bases son triángulos equiláteros, en su interior una pirámide $ABMD$ de base $ABM$ y altura $\overline{AD}$ que coincide con una de las aristas laterales del prisma, $M$ es el punto medio de $\overline{BC}$, el $\sphericalangle ABD = 45°$ y $\overline{AB} = 8,0\ cm$.




a) Demuestra que la cara $BMD$ de la pirámide es un triángulo rectángulo.

b) Calcula el valor del área lateral del prisma.

c) Calcula el valor del volumen de la pirámide $ABMD$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2011 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:
**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.**

a) ____ El número 0,123 pertenece al conjunto de los números racionales positivos.

b) ____ Si al número 2 lo elevamos al logaritmo en base 2 de 5, el resultado es un número par.

c) ____ La correspondencia definida de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{N}$ donde a cada número natural $n$ entre 10 y 99, se le hace corresponder sus divisores es una función.

d) ____ La función de variable real $f$ definida por $f(x) = \sqrt{x-1}$ tiene como imagen el conjunto de los números reales mayores o iguales que cero.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**
**1.2.1.** Los valores reales de $x$ que satisfacen la inecuación $\dfrac{3}{x} \geq 1$ son:

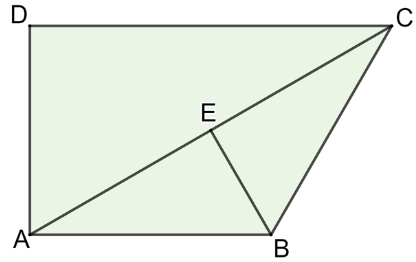
a) ____ $x \geq 3$ b) ____ $0 < x \leq 3$ c) ____ $0 \leq x < 3$ d) ____ $x \neq 0$

**1.2.2.** La pendiente de la mediatriz del segmento cuyos extremos son los puntos de coordenadas $(2;0)$ y $(0;4)$ es:

a) ____ $m = -\dfrac{1}{2}$ b) ____ $m = \dfrac{1}{2}$ c) ____ $m = -2$ d) ____ $m = 2$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**
**1.3.1.** Las coordenadas del vértice de la parábola de ecuación $y = (x-3)^2 - 7$ son ______________.
**1.3.2.** Los valores reales de $a$ para los cuales la función $g$ de ecuación $g(t) = a^t$ es monótona decreciente son ______________.
**1.3.3.** Si los vértices de un rectángulo $ABCD$ tienen coordenadas $A(1;0)$, $B(2;3)$, $C(-1;4)$ y $D(-2;1)$, entonces la longitud de sus diagonales es ____ unidades.

2 En la figura $ABCD$ es un trapecio de bases $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ y altura $\overline{AD}$. Además, se conoce que:
- $\overline{AC}$ es diagonal del trapecio.
- $\overline{AB} = \overline{BC}$, $E \in \overline{AC}$.
- $\overline{AC} \perp \overline{BE}$, $\overline{EC} = 4,0\ cm$.
- El $\sphericalangle BCD = 60°$.




a) Prueba que los triángulos $CDA$ y $CEB$ son semejantes.
b) Calcula el valor del área del trapecio $ABCD$.

**3** Dadas las expresiones $A(x) = \left(\sqrt[3]{2}\right)^{\cos 2x+2}$ y $B(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\operatorname{sen} x \cdot \cot x}$:

a) Comprueba que $A(\pi) = 2$.

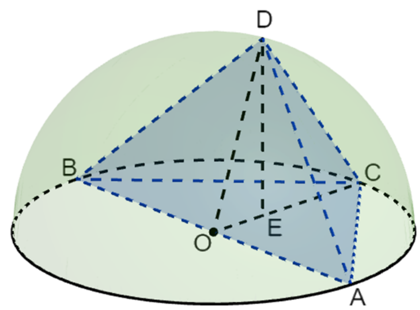
b) Determina los valores reales de $x$ para los cuales se cumple que $A(x) = B(x)$.

**4** En una fábrica se produce harina y se envasa en paquetes de 20 y 25 $kg$. En el primer trimestre del año 2010, se produjo un total de 45 000 $kg$ de harina, mientras que, en el segundo trimestre del propio año debido a un aumento en la demanda de paquetes de 20 $kg$, se decidió incrementar la cantidad de estos en un 40 % y reducir en un quinto la cantidad de paquetes de 25 $kg$. Si en este segundo trimestre se produjeron 2 200 paquetes.

a) ¿Cuántos paquetes de cada tipo se produjo en el primer trimestre del 2010?

b) ¿Qué cantidad de harina se envasó en paquetes de 20 $kg$ durante el semestre?

**5** A partir de una pieza maciza en forma de semiesfera de centro $O$ y diámetro $\overline{AB}$ de volumen igual a $56,52\ dm^3$ se quiere obtener la pirámide de base triangular $ACBD$ como se muestra en la figura, de la cual se conoce que:




- $D$ es un punto de la superficie esférica, $E \in \overline{OC}$.
- El triángulo $ACB$ es isósceles de base $\overline{AB}$ y está inscrito en la circunferencia de centro $O$.
- $\overline{DE}$ es la altura de la pirámide.

a) Demuestra que $\overline{DO}$ es altura del triángulo $ABD$, relativa al lado $\overline{AB}$.

b) Calcula el valor del volumen del material que se desecha luego de obtener la pirámide de la pieza maciza inicial si $\overline{OE} = 1,0\,dm$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2011 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.**

a) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{Z}$, donde a cada número entero $n$ se le hace corresponder su valor absoluto es una función.

b) ___ La función $f$ definida en $\mathbb{R}$ a través de la ecuación $f(x) = x^2 + 1$ es inyectiva.

c) ___ El conjunto de las raíces cuadradas de los números enteros es un subconjunto del conjunto de los números reales.

d) ___ La operación de sustracción no siempre puede realizarse en el conjunto de los números naturales.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en cada caso.**

**1.2.1.** La función definida en el intervalo $[0; 2\pi]$ por la ecuación $y = \operatorname{sen} x$ es decreciente y positiva en el intervalo:

a) ___ $(0; \pi)$ b) ___ $(0; 2\pi]$ c) ___ $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ d) ___ $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

**1.2.2.** El conjunto imagen de la función $h$, definida para $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$ por la ecuación $h(x) = \dfrac{1}{x-2} + 1$ es:

a) ___ $\{y \in \mathbb{R}\}$

b) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y \neq 2\}$

c) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y \neq 1\}$

d) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y \neq -1\}$

**1.2.3.** Sean $A(1; 1)$, $B(4; 2)$, $C(5; 5)$ y $D(2; 4)$ los vértices del paralelogramo $ABCD$. Se puede afirmar que el paralelogramo es un:

a) ___ Rectángulo b) ___ Rombo c) ___ Cuadrado

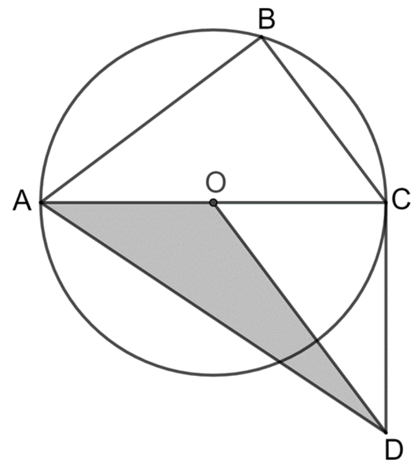
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma que obtengas una proposición verdadera en cada caso.**

**1.3.1.** Sea la recta $r$ de ecuación $ax + by - 1 = 0$. El valor que debe tomar "$a$" para que el punto $M(1; 0)$ pertenezca a la recta $r$, es ______________.

**1.3.2.** Los valores reales para los cuales se cumple la condición $(0,25)^x > 1$ son ______________.

**2** En la figura se muestra la circunferencia de centro en $O$ y diámetro $d$. Además, se conoce que:

- $A$, $B$ y $C$ pertenecen a la circunferencia, $\overline{AC} = d$.
- $\overline{DC}$ es tangente a la circunferencia en el punto $C$ y $\overline{BC} \parallel \overline{OD}$.




a) Prueba que $d = \dfrac{\overline{OD} \cdot \overline{AB}}{\overline{CD}}$.

b) Si la longitud de la circunferencia es igual a $31,4\ cm$ y $\overline{BC} = 6,0\ cm$, calcula el valor del área sombreada.

**3** Sean las expresiones $A = \log_6 3,6 + \log_6 10 - \dfrac{\cos 4\pi}{2}$ y $B(x) = 3^{\log_3 \operatorname{sen} 2x}$:

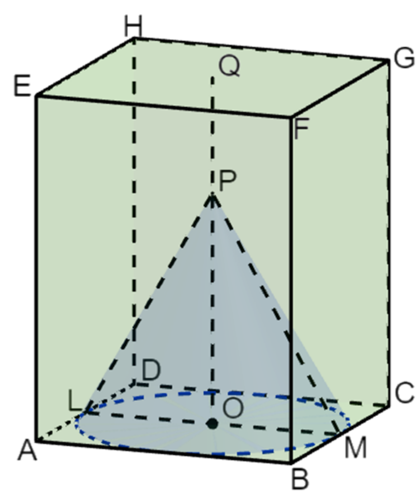
a) Comprueba que $A = 1,5$.

b) Determina los valores de $x \in \mathbb{R}$ tal que $B(x) - \cos x = 0$.

**4** En un concurso de conocimientos y habilidades participaron dos equipos $A$ y $B$ integrados por estudiantes de dos institutos preuniversitarios. La puntuación obtenida por el equipo $A$ excede en 100 al duplo de la obtenida por el equipo $B$. Si consideramos el 40 % del total de los puntos alcanzados por los dos equipos, entonces la diferencia de esa cantidad con la puntuación obtenida por el equipo $B$, es igual a 50. ¿Cuántos puntos más obtuvo el equipo ganador con respecto al perdedor?

**5** La pieza maciza de madera, representada en la figura, es un prisma recto de base cuadrada, en el cual se hará una perforación en forma de cono circular recto, que cumple las condiciones siguientes:

- La base del cono está inscrita en la base inferior del prisma.
- Los puntos $Q$ y $O$ son los centros de las bases del prisma.
- $P \in \overline{QO}$, $\overline{LM}$ es diámetro.
- El $\sphericalangle LPM = 60°$.
- La longitud de cualquiera generatriz del cono es $2,0\ dm$.
- La longitud de la altura $\overline{OP}$ del cono es $\dfrac{2}{3}$ de la longitud de la altura $\overline{QO}$ del prisma.




a) Calcula el volumen de la pieza de madera antes de la perforación.

b) Si el área total del prisma antes de la perforación es $28,78\ dm^2$, calcula el valor del área total de la pieza que se obtiene después de realizar la perforación.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2011 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde.

**1.1. Diga verdadero (V) o falso (F) y justifique la falsa.**

a) ____ Toda expresión decimal no periódica representa un número irracional.

b) ____ Las funciones decimales en $\mathbb{R}$ definida por la ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$ donde $a$, $b$ y $c$ son números reales y $a < 0$, alcanza el valor mínimo en la abscisa del vértice $V(x_v; y_v)$ de la parábola.

c) ____ El gráfico de la función $f$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $f(x) = x^3 + 8$ interseca al eje de las abscisas en el punto de coordenadas $(-2; 0)$

d) ____ La expresión $\log_{0,2} 3x$ está definida para todo $\{x \in R : x \neq 0\}$

**1.2. Marca con una X la respuesta correcta.**

**1.2.1.** La función de ecuación $y = 3^{x+2}$ cumple con la siguiente propiedad:

a) ____ Es par

b) ____ Es inyectiva

c) ____ Tiene imagen $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 0\}$

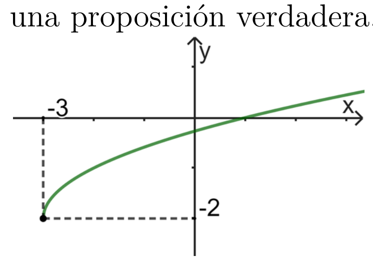
d) ____ Es monótona decreciente

**1.2.2.** Sea la función $A(t) = \dfrac{4(t-1)(t^2+4)}{t-4}$ entonces la solución gráfica de $A(t) \leq 0$ es:


a) ____ b) ____ c) ____ d) ____

**1.3.** Completa los espacios en blanco de manera que se obtenga una proposición verdadera.

**1.3.1.** Sea la función definida por la ecuación $y = \sqrt{x+3} - 2$. El intervalo en el que la función es negativa es ______________.



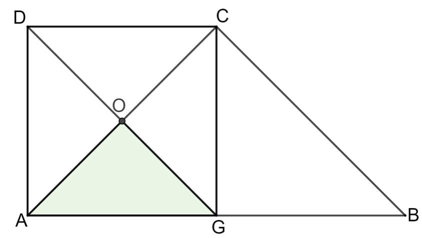

**1.3.2.** Los vértices de un cuadrado son $A(1; 1)$, $B(5; 3)$, $C(3; 7)$ y $D(-1; 5)$.

a) El perímetro del cuadrado es ______________.

b) La pendiente de la recta que contiene al lado $\overline{AD}$ es $m =$ ______________.

2 En la figura $AGCD$ es un cuadrado, $O$ es el punto de intersección de las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{DG}$. Además:

- $A$, $G$ y $B$ son puntos alineados y $\overline{DG} \parallel \overline{BC}$.




a) Prueba que los triángulos $DAG$ y $BCA$ son semejantes.

b) Si el área del cuadrilátero $ABCD$ es de $72\ cm^2$, calcula el valor del área del triángulo $AOG$.

3 Sean las expresiones trigonométricas:

$A(x) = \dfrac{\operatorname{sen} 2x \cdot \cos^2 x - \operatorname{sen}^3 x \cdot \cos\ x}{\operatorname{sen} 2x}$ y $B(x) = \cos 2x$.

a) Demuestra que $A(x) = B(x)$.

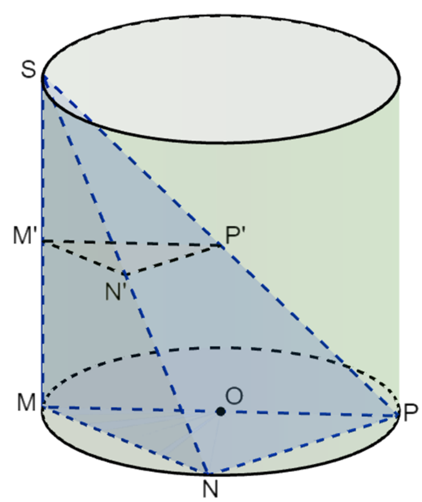
b) Halla los valores de $x \in [0; \pi]$ tal que $\sqrt{1 - B\,(x)} = 1$.

4 Entre dos brigadas de trabajo tienen que recolectar en un día un total de 360 cajas de tomates. A las 10:00 AM, la primera brigada había recogido el $40\,\%$ de la cantidad de cajas de tomates que debían recoger para cumplir su norma y la segunda brigada el $20\,\%$ de las que le correspondía recoger, por lo que faltaría por recoger entre ambas las dos terceras partes del total de cajas que debían recolectar en el día.

a) ¿Cuántas cajas de tomates recolectó cada brigada en el día?

b) Si cada caja contiene como promedio un total de 50 libras de tomate, ¿es posible cumplir con un pedido de $2\,540\ kg$ de tomate para una fábrica de conserva, solamente con la cantidad recolectada por la segunda brigada? ($1\ kg \approx 2,17\ lb$)

5 En la figura se muestra un cilindro circular recto de altura $\overline{SM}$ y en su interior una pirámide $MNPS$ de base triangular tal que:




- $N$ es un punto de la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{MP}$ .
- $\triangle MNP$ es isósceles de base $\overline{MP}$.
- $\sphericalangle NSP = 30°$.
- $\overline{SN} = 12\ cm$.
- $M'$, $N'$, $P'$ son puntos medios de $\overline{MS}$, $\overline{NS}$ y $\overline{PS}$ respectivamente.

a) Prueba que el triángulo SNP es rectángulo.

b) Calcula el volumen del cuerpo $MNPM'N'P'$

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2010 Cuarta Convocatoria**

1 Lee detenidamente

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdadero (V) o falsa (F). Justifique las que sean falsas.**

a) ___ La unión del conjunto de los números racionales con el conjunto de los números irracionales es el conjunto de los números reales.

b) ___ La razón entre las longitudes de la circunferencia se puede expresar como la razón entre las longitudes de sus radios.

c) ___ El único número entero negativo para el cual está definida la expresión $\log(x+3)$ es $-1$.

d) ___ La función $f$, definida por $f(x) = a^{x+16}$ ($a \in \mathbb{R}$; $a > 1$) es decreciente en todo su dominio.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta:**

**1.2.1.** El conjunto imagen de la función $g$, definida en el conjunto de los números reales por $g(x) = (x-7)^2 + 3$ es:

a) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y > 3\}$

b) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y > 7\}$

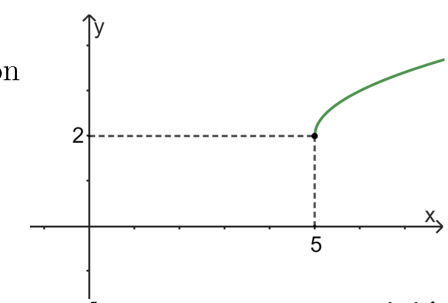
c) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 3\}$

d) ___ $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -3\}$

**1.2.2.** Si $a = \log_2 3$, $b = \sqrt[3]{8}$ y $c = \dfrac{1}{3}$, se puede afirmar que:

a) ___ $a < b < c$ b) ___ $b < a < c$ c) ___ $c < a < b$ d) ___ $b < c < a$

**1.2.3.** El gráfico corresponde a una función cuya ecuación tiene la forma $y = \sqrt{x+a} + b$, entonces su ecuación es:




a) ___ $y = \sqrt{x-5} + 2$

b) ___ $y = \sqrt{x+3} + 2$

c) ___ $y = \sqrt{x+2} + 3$

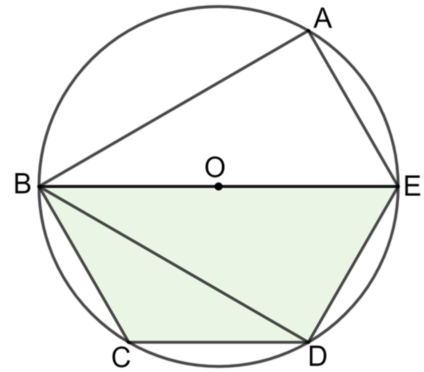
d) ___ $y = \sqrt{3x} + 2$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma que se obtenga una proposición verdadera para cada caso.**

**1.3.1.** Si los vértices del rombo $PQRS$ tienen como coordenadas $P(-1;-2)$, $Q(2;-1)$, $R(3;2)$ y $S(0;1)$, entonces las coordenadas del punto de intersección de las diagonales $\overline{PR}$ y $\overline{QS}$ son: ______________.

**1.3.2.** Cualquier recta de ecuación $Ax+By+C=0$ paralela al lado $\overline{PS}$ tiene como pendiente ______________.

**2** En la figura $ABCDE$ pentágono inscrito en la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{BE}$.




- $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$.
- $\overline{BE} = 4,0\ cm$.
- $\sphericalangle EDC = 120°$.
- $\overline{CD} = \dfrac{1}{2}\overline{BE}$ .

a) Demostrar que $\overline{AB} = \overline{BD}$.

b) Calcula el área del cuadrilátero $BCDE$.

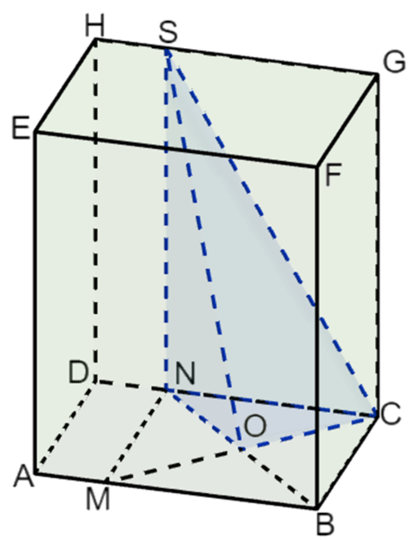
**3** Sea $A(x) = 3^{1-\cos^2 x} \cdot 81^{\operatorname{sen} x}$ y $B(x) = 3^{8-3\operatorname{sen} x}$.

a) Verifica que $A\left(\dfrac{3\pi}{2}\right) = \dfrac{1}{27}$.

b) Halla los valores de $x$ para los cuales se cumple que $A(x) = B(x)$.

**4** Durante la cosecha de papas, una brigada de la FEEM compitió con una brigada de la FEU y recogieron conjuntamente 1 165 sacos de papas. La brigada de la FEEM recogió como promedio 19 sacos por estudiante y los de la FEU, 16 sacos por cada uno. Si al finalizar el trabajo la brigada de la FEEM había recolectado 445 sacos más que el 25 % de lo recogido por la brigada de la FEU, ¿con cuántos estudiantes representó cada brigada a su organización?

**5** En la figura se muestra una pieza maciza en forma de prisma recto $ABCDEFGH$ de base rectangular $ABCD$, con una perforación en forma de pirámide $NOCS$. $\triangle NOL$ es un triángulo determinado por las diagonales del cuadrado $MBCN$ contenido en el plano de la base inferior del prisma.




- La altura $\overline{SN}$ de la pirámide tiene la misma longitud que la altura del prisma,
- $M$ y $N$ son puntos de $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ respectivamente.
- $O$ es el punto de intersección de las diagonales $\overline{NB}$ y $\overline{MC}$ del cuadrado $MBCN$.
- $S \in \overline{HG}$; $\overline{DN} = 2,0\ cm$, $\overline{AB} = 8,0\ cm$; $\sphericalangle NCS = 60°$.

a) Demuestra que el ángulo $SOC$ es recto.

b) Calcula el volumen de la pieza y exprésalo en decímetros cúbicos.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2010 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Diga verdadero (V) o falso (F) y justifique la falsa.**

a) ___ Si $a$ es un número real cualquiera, entonces $\frac{1}{a}$ siempre está definida en $\mathbb{R}$.

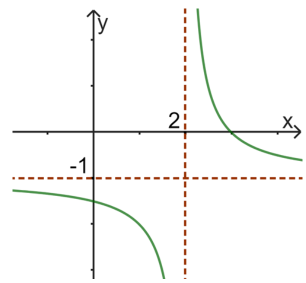
b) ___ Sean $A = \{0;1;2;8\}$ y $A = \{0;2;4;16\}$. Si $g = \{(0;0);(1;2);(2;4);(8;16)\}$ representa una correspondencia de $A$ en $B$, entonces $g$ es una función.

c) ___ La función definida en $\mathbb{R}$ por la expresión $f(x) = 2\cos x$ es inyectiva.

d) ___ La función $f$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $y = |x| + 2$ es par.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** Si el gráfico corresponde a una función cuya ecuación tiene la forma $y = \frac{1}{x-a} + b$, entonces su ecuación es:




a) ___ $y = \frac{1}{x+2} + 1$ c) ___ $y = \frac{1}{x+2} + 3$

b) ___ $y = \frac{1}{x-2} - 1$ d) ___ $y = \frac{1}{x-2} + 1$

**1.2.2.** Los ceros de la función definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $y = x^2 + 3x - 10$ son:

a) ___ $x_1 = 2$ y $x_2 = 5$ c) ___ $x_1 = -2$ y $x_2 = 5$

b) ___ $x_1 = -2$ y $x_2 = -5$ d) ___ $x_1 = 2$ y $x_2 = -5$

**1.2.3.** La función algebraica dada por $M = \frac{x^2+5}{x^3+x^2-4x+6}$ está definida por:

a) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq -3\}$ c) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq -3\}$

b) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 3\}$ d) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq -2\}$

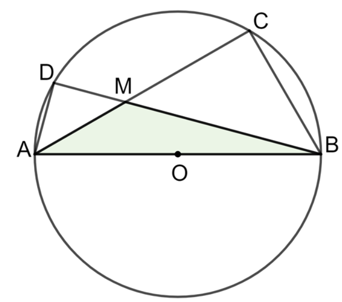
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera.**

Si los vértices de un trapecio isósceles $ABCD$, de bases $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ tiene como coordenadas: $A(-2;0)$; $B(0;-2)$; $C(4;0)$ y $D(0;4)$ entonces:

**1.3.1.** La longitud de la base mayor es de ____________ unidades.

**1.3.2.** La paralela media corta al lado $\overline{BC}$ en el punto $B$ de coordenadas ____________.

**2** En la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AB} = 10\ cm$ se tiene que:




- $C$ y $D$ son puntos de la circunferencia.
- $M$ punto de intersección de $\overline{AC}$ y $\overline{DB}$.
- $\sphericalangle CAB = 30°$.
- Triángulo $BCM$ es isósceles de base $\overline{MB}$.

a) Prueba que los triángulos $MDA$ y $BCM$ son semejantes.

b) Calcula el área sombreada.

c) Verifica que $M$ divide a $\overline{AC}$ en la razón $0,73$.

**3** Sean $A(x) = \log_5(\cos 2x + 2\operatorname{sen} x + 3)$ y $B(x) = 2\log_{25}(2 - \operatorname{sen} x)$.

a) Calcula $5^{A(x)}$ para $x = \dfrac{5\pi}{2}$.

b) ¿Para qué valores de $x \in [0; 2\pi]$ se cumple: $A(x) = B(x)$?

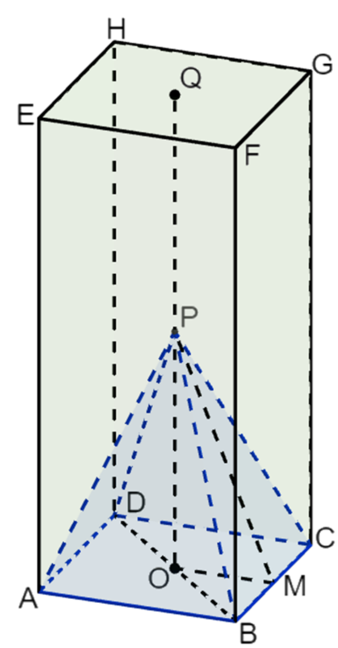
**4** En un CDR de 36 núcleos familiares, clasificados en pequeños y grandes, se organizó la despedida de los jóvenes que ingresaban al Servicio Militar Activo (SMA). Para la actividad se recogieron 280 pesos. Las familias pequeñas aportaron 5 pesos cada una y las grandes contribuyeron con 15 pesos por núcleo.

a) ¿Cuántos núcleos familiares de cada tipo integraron el CDR?

b) Si a cada joven se le entregó un ejemplar de "Ché Guevara habla a la juventud", los que se compraron con el 35 % del dinero recaudado por los familiares de los núcleos pequeños por un valor de 9,10 pesos cada libro, ¿cuántos jóvenes del CDR se incorporaron al SMA?

**5** La pieza maciza de madera representada en la figura es un prisma recto de base cuadrada, donde $O$ y $Q$ son centros de las bases y $\overline{DB} = 8,0\ cm$ es la diagonal de la base inferior. De la pieza se extrae una parte en forma de pirámide recta $ABCDP$ que cumple las siguientes condiciones:

- La base coincide con la base inferior del prisma.
- $P$ es punto medio de $\overline{OQ}$.
- $\sphericalangle DBP = 60°$.
- El triángulo $OMB$ es rectángulo en $M$.




a) Verifica que $\overline{PM}$ es la altura relativa al lado $\overline{BC}$ de la cara $CPB$ de la pirámide.

b) Calcula el volumen del cuerpo que se obtiene al extraer la pirámide de la pieza maciza de madera.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2010 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Diga verdadero o falso y justifique la proposición falsa:**

a) ____El dominio de la función $h$ con $h(x) = \sqrt{x}$ es $\{x \in \mathbb{R}\}$.

b) ____La expresión $\dfrac{1}{x-1} + 1$ es positiva para $\{x \in \mathbb{R} : x < 0 \text{ ó } x > 0\}$.

c) ____El conjunto imagen de la función $g$ definida en el conjunto de los números reales para $g(x) = 0,2^{x-1}$ es $\{y \in \mathbb{R} : y > 0\}$.

d) ____La función $f$ definida en $\mathbb{R}$ por $f(x) = |x| - 1$ no tiene ceros.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta con una cruz X en el espacio dado.**

**1.2.1.** El conjunto numérico más restringido al cual pertenece $-1,5$ es:

a) ___ $\mathbb{Q}_+$  b) ___ $\mathbb{Z}$  c) ___ $\mathbb{Q}$  d) ___ $\mathbb{R}$

**1.2.2.** Sean las rectas $r_1$: $(\beta + 2)x - y - 1 = 0$ y $r_2$: $y = \beta^2 x + 2$. Para que las rectas $r_1$ y $r_2$ no tengan puntos comunes en el plano, los valores que puede tomar $\beta$ son:

a) ____$2$ ó $1$  b) ____$2$ ó $-1$  c) ____$-1$ ó $-2$  d) ____$-2$ ó $1$

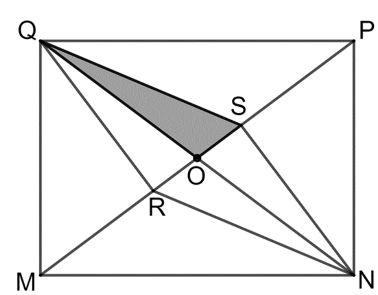
**1.3. Completa los espacios en blanco para que se obtenga una proposición verdadera en cada caso.**

**1.3.1.** Sean $A$ y $B$ dos puntos del plano $\alpha$. Si la distancia de $A$ a $B$ es $2\sqrt{2}\ u$, el punto $A(0;3)$ y $B(x;1)$ en el punto que pertenece al primer cuadrante, entonces las coordenadas del punto $B$ son ________________.

**1.3.2.** Los valores de $x$ para los cuales está definida la expresión $\log_x 5$ son: ________________.

**1.3.3.** Si $m = \log_2(n-1)$ para $n > 1$, entonces al despejar $n$ se obtiene: ________________.

2 En la figura $MNPQ$ es un rectángulo y $RNSQ$ es un cuadrilátero. Los puntos $M$, $R$, $O$, $S$ y $P$ están alineados. $\overline{QR} \perp \overline{MP}$ y $\sphericalangle PSN = 90°$.




a) Prueba que $RNSQ$ es un paralelogramo.

b) Si el perímetro del rectángulo es $28\ cm$, $\overline{MQ} = 6,0\ cm$, $\overline{MR} = 3,6\ cm$ y $\overline{QR} = 4,8\ cm$, calcula aproximadamente el área sombreada.

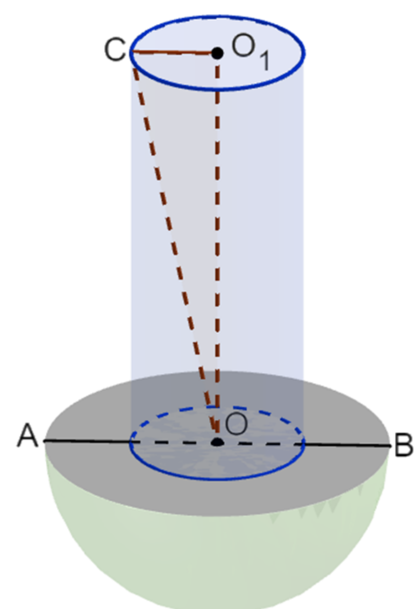
3 Determina los valores de $x \in \mathbb{R}$ que cumple la siguiente relación:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{\cos x} \cdot 5^{\frac{0,5 \operatorname{sen} 2x}{\cos x}} = 1$$

4 La reducción de la demanda del consumo de energía de las empresas $A$ y $B$ resultó imprescindible para la economía actual de un municipio. En el mes de enero el duplo del consumo de la empresa A excedió en $1\,000$ $kw$ a lo consumido por la empresa $B$. El cumplimiento estricto de las medidas de ahorro hizo que en el mes de febrero la empresa $A$ disminuyera su consumo en un $10\,\%$, mientras que la B lo disminuyó en $2\,000$ $kw$ con respecto al mes anterior. En este último mes el consumo entre ambas empresas fue de $8\,600$ $kw$.
a) ¿Cuál fue el consumo de cada empresa en el mes de enero?
b) ¿Qué tanto porciento representa la disminución del consumo conjunto de las empresas en febrero con respecto al que consumieron entre ambas en el mes de enero?

5 La figura muestra una pieza con forma de remache macizo compuesto por una semiesfera de centro $O$ y diámetro $\overline{AB}$ sobre la que se ha superpuesto un cilindro circular recto.

- $O_1$ es el centro de la base superior del cilindro y $\overline{O_1C}$ un radio.
- $\overline{OO_1} \perp \overline{AB}$,
- $\overline{OB} = 2\overline{O_1C}$.
- $\sphericalangle OCO_1 = \alpha$




Si el radio de la semiesfera $\overline{OB} = 6,0$ $mm$:

a) Halla el volumen del remache.

b) Di si es posible producir mil remaches con estas dimensiones si se dispone de 1 $dm^3$ de aluminio fundido. Fundamenta tu respuesta a través del cálculo.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2010 Primera Convocatoria**

**1 Lee detenidamente y responde.**

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F) en la línea dada y justifica las falsas.**

a) ___ El conjunto de los números irracionales es un subconjunto de los números reales.

b) ___ La función $g$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $f(t) = -t + 1$ es creciente en todo su dominio.

c) ___ La función $g$ definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $g(x) = 2x^3$ es impar.

d) ___ Toda función de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ tiene al menos una solución real.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** Los valores reales de $x$ que cumplen la condición $\left(\frac{1}{4}\right)^{x+1} - 1 \leq 0$ son:

a) ___ $x \geq -1$ b) ___ $x \leq -1$ c) ___ $-1 \leq x \leq 0$ d) ___ $-1 \leq x < 1$

**1.2.2.** El valor numérico de $k$, si $k = \frac{1}{x} + 1$ para $(-1 < x < 0)$, es necesariamente:

a) ___ $k > 0$ b) ___ $k > 1$ c) ___ $k < 0$ d) ___ $-1 < k < 0$

**1.2.3.** Si $r_1$ y $r_2$ son rectas paralelas, $P_1$ un punto de $r_1$ y $P_2$ un punto de $r_2$, entonces la distancia entre $r_1$ y $r_2$ es necesariamente:

a) ___ Igual a la distancia de $P_1$ a $P_2$

b) ___ Menor o igual que la distancia de $P_1$ a $P_2$

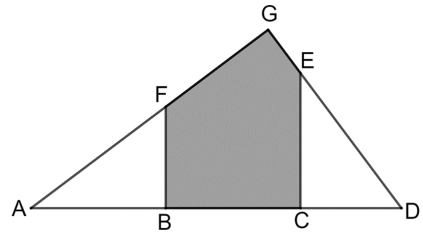
c) ___ Mayor que la distancia de $P_1$ a $P_2$

d) ___ Mayor o igual que la distancia de $P_1$ a $P_2$

**1.3. Completa los espacios en blanco de manera que se obtenga una proposición verdadera en cada caso:**

**1.3.1.** El dominio de la función $f$ con $f(x) = \log|x|$ es: ______________

**1.3.2.** Sea $r_1$ una recta que pasa por los puntos $(0;-1)$ y $(2;1)$ y $r_2$, una recta que interseca a la recta $r_1$ en el punto $(2;1)$. Si $r_1 \perp r_2$ en el punto $(2;1)$, entonces la abscisa del punto de intersección de la recta $r_2$ con el eje de las $x$ es: ______________




**2** En la figura, $DGA$ es un triángulo rectángulo en $G$, en el cual $B$ y $C$ son puntos del lado $\overline{AD}$, $E \in \overline{GD}$ y $F \in \overline{AG}$. $\overline{FB} \parallel \overline{EC}$, $\overline{EC} \perp \overline{AD}$, $\sphericalangle CED = \alpha$, $\overline{EC} = \overline{BC}$, $\overline{EC} = 4,0\ cm$ y $B$ es punto medio de $\overline{AC}$. Los triángulos $ECD$ y $ABF$ son iguales.

a) Demuestra que los triángulos $DGA$ y $ABF$ son semejantes y calcula la razón de semejanza.

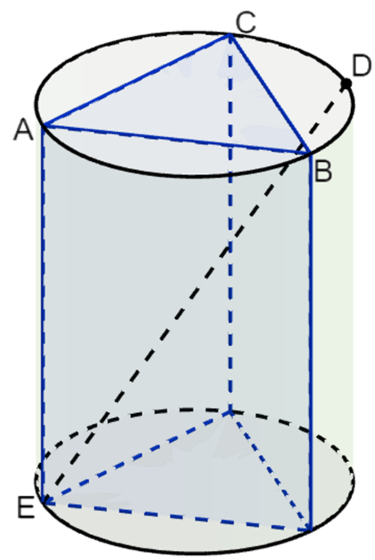
b) Halla el área del pentágono $BCEGF$.

**3** Halla el conjunto solución de la ecuación:
$\log\left(4 - \cos^2 x - 6\cos x \cdot \tan x\right) = 1$ en el intervalo $[0; 2\pi]$

**4** El precio de una tonelada de cierta materia prima en el mercado mundial al cierre del año 2009 era el doble que en enero de 2002. De enero de 2010 hasta la fecha ha aumentado en 20 dólares más. La tonelada de esa materia prima, producida en Cuba, cuesta solo una vez y medio el precio que tenía en enero de 2002 en el mercado mundial. Si en lugar de comprar 225 $t$ en el mercado mundial a precios actuales, se compra la tercera parte de esa cantidad en este mercado, y el resto se produce en Cuba, se gastan 7 500 dólares menos.

a) ¿Cuál era el precio de la tonelada de esa materia prima en enero de 2002?

b) Halla en cuánto aumentó el precio de la tonelada de dicha materia prima en el mercado mundial, de enero de 2002 a la fecha.




**5** La figura representa una pieza cilíndrica maciza de $3,0\ cm$ de radio, de la cual se quiere obtener un prisma recto, cuyas bases son triángulos equiláteros inscritos en las bases del cilindro. La base superior del prisma es el triángulo $ABC$.

- $E$ es la proyección de $A$ en la base inferior del prisma.
- $D$ es el punto medio del arco $\overset{\frown}{BC}$.
- $\overline{ED} = 10\ cm$.

a) Halla el volumen del prisma.

b) Calcula cuántos centímetros cúbicos de material se desperdician al obtener el prisma.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2009 Quinta Convocatoria**

1 Lee y responde:

**1.1. Clasifica en verdadero (V) o falso (F). Justifique las falsas.**

a) ___ El número $\sqrt{-2} \in \mathbb{R}$.

b) ___ Si un mol de $Cu$ tiene $m = 64\ g$, entonces $0,2\ mol$ de esta sustancia tiene una masa de $12\,800\ mg$.

c) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$, donde a cada número natural $n$ se le hace corresponder su sucesor es una función.

d) ___ La función $F$ definida en $\{x \in \mathbb{R},\ x \geq -2\}$ por la ecuación $f(x) = \sqrt{x+2} - 1$ es positiva en todo su dominio.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta con una X.**

**1.2.1.** El dominio de $g(x) = \log_2\left(-\dfrac{1}{2}x + 1\right)$ es:

a) ___ $\{x \in \mathbb{R}; x > 0\}$

b) ___ $\{x \in \mathbb{R}; x < 2\}$

c) ___ $\{x \in \mathbb{R}; x \neq 2\}$

d) ___ $\{x \in \mathbb{R}; x > 2\}$

**1.2.1.** Una función $h$ definida en $\mathbb{R}$, que cumple a la vez las propiedades de no tener ceros, ser par y creciente en el intervalo $[0; \infty)$, puede tener como ecuación:

a) ___ $h(x) = (x+1)^2 - 1$

b) ___ $h(x) = x^2 - 2x + 1$

c) ___ $h(x) = x^2 - 1$

d) ___ $h(x) = x^2 + 1$

**1.2.2. ¿Cuál de los siguientes valores está más próximo al $\dfrac{1}{10}$?**

a) ___ $0,25^{\frac{1}{2}}$ b) ___ $\log 0,1$ c) ___ $\log_{0,2} 1$ d) ___ $\cos 15°$

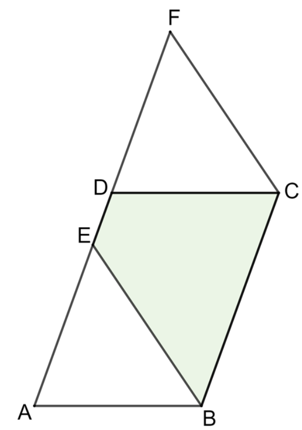
**1.3. Completa los espacios en blanco para que la proposición sea verdadera.**

De un rombo $ABCD$ cuyas diagonales son $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$, se conocen los vértices $A(2;2)$, $B(-1;1)$ y $C(-2;-2)$. Se puede afirmar que:

**1.3.1.** Las coordenadas del vértice $D$ son: ______________.

**1.3.2.** La distancia del vértice $D$ a la diagonal $\overline{AC}$ es: ______________.

**2** En la figura $ABCD$ es un paralelogramo. Los puntos $A$, $E$, $D$ y $F$ están alineados, $\overline{AD} = \overline{EF}$.




a) Prueba que $\overline{BE} = \overline{CF}$.

b) Si el $\sphericalangle ABC = 110°$ y $\sphericalangle ABE = \sphericalangle EAB - 14°$, calcula $\angle DEB$.

c) Si el perímetro de $ABCD$ es $27,8\ cm$, $\overline{AB} = 5,9\ cm$, $\overline{AE} = 3\overline{DE}$ y la distancia de $D$ al lado $\overline{BC}$ es $5,5\ cm$, calcula el área sombreada.

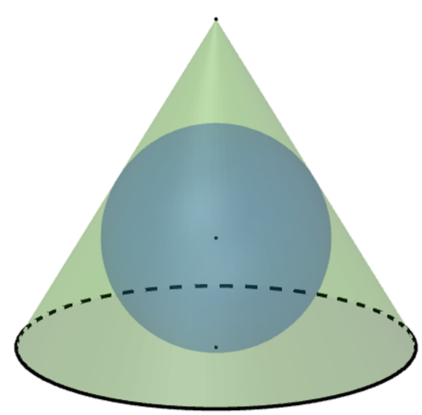
**3** Sean las expresiones trigonométricas:
$M(x) = 1 - \cos 2x$, $N(x) = 1 + \cos 2x$ y $P(x) = 2\operatorname{sen} x + 2$

a) ¿Para qué valores reales x se cumple $4^{M(x)} - 2^{P(x)} = 0$?

b) Demuestra que para todos los valores admisibles de $x$ se cumple que: $\dfrac{M(x)}{N(x)} + 1 = \dfrac{1}{cos^2 x}$

**4** Debido a la crisis económica actual, las empresas estadounidenses “CATERPILLAR” y la “HOME DEPORT” anunciaron el despido de más de 25 000 trabajadores entre ambas empresas. La cantidad de trabajadores que tiene previsto despedir la “CATERPILLAR” excede en 400 al duplo de lo que prevee despedir la “HOME DEPORT”. El 75 % de los despidos previstos por la primera y la mitad de lo previsto por la segunda hacen un total de 1 900 trabajadores. ¿Cuántos en total prevee despedir cada empresa?

**5** Una esfera se inscribe en un cono circular recto cuya área lateral es de $18,84\ cm^2$. El ángulo que forma la generatriz con su proyección sobre el plano de la base es de $60°$. La razón entre el radio de la esfera y el radio del cono es $\dfrac{r_1}{r_2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.



a) Calcule el volumen de la esfera.

b) ¿A qué distancia se encuentra el vértice del cono de la esfera?

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2009 Cuarta Convocatoria**

1 Lee detenidamente las preguntas y responde:

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe V o F en la línea dada. Justifica las que sean falsas.**

a) ___ La función $f$ definida en $\mathbb{R}$ de ecuación $f(x) = (3^{-1})^{x+2}$ es creciente en todo su dominio.

b) ___ La siguiente igualdad es cierta: $\cos x = \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$.

c) ___ La recta de ecuación $x = 1$ corresponde al gráfico de una función.

d) ___ El conjunto imagen de la función de ecuación $y = \dfrac{1}{x} - 2$ es $\{y \in \mathbb{R}; y \neq -2\}$.

e) ___ Si dos triángulos tienen sus tres ángulos respectivamente iguales, entonces dichos triángulos son iguales.

f) ___ La función $g$ definida en $\mathbb{R}$ de ecuación $g(x) = 3\,\text{sen}\,x$ es impar.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una $x$ en la línea dada.**

**1.2.1.** Si $f(x) = 0.01(10)^x$, entonces $\log(f(x))$ es igual a:

a) ___ $2x$ b) ___ $\dfrac{x}{2}$ c) ___ $x - 2$ d) ___ $x + 0,002$

**1.2.2.** El gráfico de la función $f$ definida en $\mathbb{R}$ de ecuación $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2$, corta al eje de las abscisas en cuatro puntos. Uno de ellos tiene como coordenadas:

a) ___ $(4, 0)$ b) ___ $(-\sqrt{2}, 0)$ c) ___ $(3, 0)$ d) ___ $(-2, 0)$

**1.2.3.** Las rectas $r_1$ y $r_2$ de ecuaciones $y = 8px + 4$, y $y = p^5x + 5$ respectivamente, son perpendiculares si:

a) ___ $p = 2$ b) ___ $p = -2$ c) ___ $p = -1$ d) ___ $p = -\dfrac{1}{2}$

**1.2.4.** Sean los puntos $A(2; 8)$ y $B(6; 4)$. El punto medio $M$ del segmento $\overline{AB}$ tiene coordenadas:

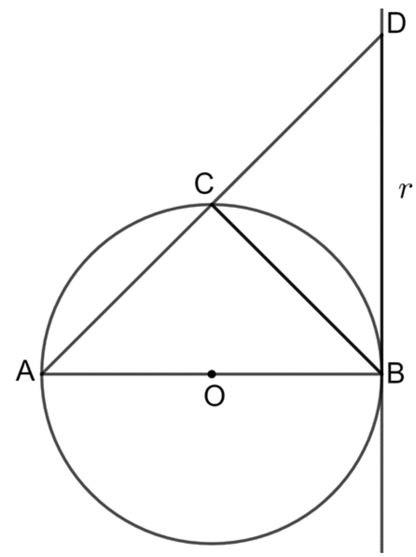
a) ___ $(4; 6)$ b) ___ $(3; 6)$ c) ___ $(7; 3)$ d) ___ $(5; 5)$

**2** Sean las expresiones trigonométricas:

$A = \dfrac{\cos x}{2\operatorname{sen} x} - 0,5\tan x,\ B = \cot 2x$ y $C = \tan x - \dfrac{1}{\tan 2x}$

a) Muestra que $A = B$ para todo valor admisible de la variable.

b) Halla el conjunto solución de la ecuación $(B + C)^2 - 1 = 0$.

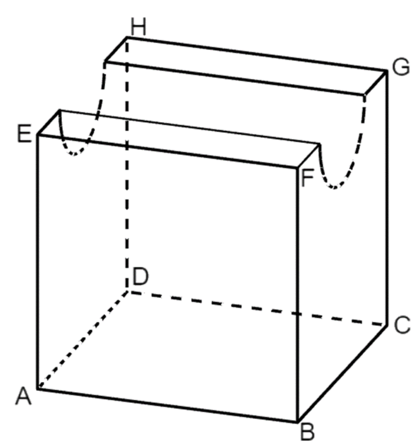



**3** En la figura se tiene una circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AB}$.
La recta $r$ es tangente en el punto $B$ a la circunferencia dada.
La cuerda $\overline{AC}$ forma un ángulo de 45° con $\overline{AB}$.
Se prolonga la cuerda $\overline{AC}$ por $C$ hasta cortar a la recta $r$ en el punto $D$.
Se sabe que la longitud del diámetro es $4\sqrt{2}\ cm$.

a) Hallar el perímetro del $\triangle ABC$.

b) Prueba que $\triangle BCA = \triangle BCD$.

**4** Un taller artesanal confecciona cintos de dos tipos: $A$ y $B$. Las hebillas que lleva cada cinto no se diferencian entre sí y el ancho de los dos tipos de cintos también es igual. Se cuenta con 750 hebillas en total. Cada cinto tipo $A$ utiliza $0,7\ m$ de cuero, mientras que los tipo $B$ necesitan sólo $0,8\ m$. Se cuenta con un rollo de cuero de $570\ m$ de largo cuyo ancho es exactamente el mismo de los dos tipos de cintos.
a) Averigua cuántos cintos pudieron confeccionarse de cada tipo, sabiendo que se utilizó todo el material y las hebillas disponibles.
b) Los cintos tipo $A$ se venden a 5 cuc y su costo de producción es de 3 cuc. Se conoce, además, que por cada cinto tipo $B$ vendido, la ganancia es de 5 cuc. ¿Cuál es la ganancia total obtenida de la confección de los dos tipos de cintos?




**5** La figura representa un cuerpo que se obtuvo al extraer del cubo macizo $ABCDEFGH$ un pedazo con forma de semicilindro.
La medida del lado del cubo es $a$ y la del radio del cilindro es $\dfrac{1}{4}a$. Las diagonales del cubo miden $4\sqrt{3}\ cm$.

a) Calcula el volumen del cuerpo.

b) Halla el área de la parte superior del cuerpo.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2009 Tercera Convocatoria**

**1** Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe V o F en la línea dada. Justifica las que sean falsas.

a) ___ Sea la función $p$ definida en el conjunto de los números reales a través de la ecuación $p(x) = \left(\frac{3}{7}\right)^{2x}$, entonces la función $p$ es monótona creciente.

b) ___ El gráfico de la función $q$ de ecuación $q(x) = 2\cos^2 x - 1$ definida en el intervalo $[0, 2\pi]$, corta al eje $x$ en dos puntos.

c) ___ Sea $E = \left\{\frac{3t+1}{t^3+2t^2-t-2} \mid t \in \mathbb{R}; t \neq 1; t \neq 2\right\}$, el dominio de definición de $E$ es $\{t \in \mathbb{R}; t \neq 1; t \neq 2\}$.

d) ___ La imagen de la función $s$ definida en el conjunto de los números reales a través de la ecuación $s(x) = -\frac{2x^3+7}{4}$ es el conjunto de los números reales.

e) ___ El gráfico de la función $m$ cuya ecuación es $m(x) = 3\cos^2 x - 4$ corta al eje de las ordenadas en el punto $(0, -1)$.

f) ___ Si $A(1,4)$, $B(-3,-2)$ y $A(1,-2)$ son los vértices de un triángulo $ABC$, entonces $3x - y + 1 = 0$, es una ecuación de la recta que contiene a la mediana relativa al lado $\overline{BC}$.

g) ___ Se sabe que $A = \frac{1}{2}(a+b+c)r$, entonces $c = \frac{2A}{r} - a - b$.

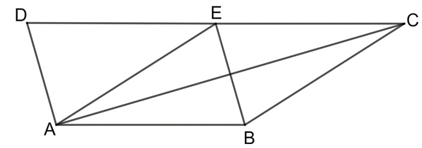
h) ___ La función $n$ definida en el conjunto de los números reales por la ecuación $n(x) = 2\operatorname{sen} x$ es una función par.

**2** Dada la función $f$ de ecuación $f(x) = \log_a(2x+1)$.

a) Si el punto de coordenadas $(62; 3)$ pertenece al gráfico de $f$, determina el valor de $a$ y escribe la ecuación de la función $f$.

b) Si $g(x) = \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{x^2+5x-3}\right)$, halla todos los valores reales de $x$ para los cuales se cumpla que $f(x) = g(x)$.

**3** En la figura:




- $ABCDE$ es un rombo de $1,0\ m$ de perímetro.
- $C$, $D$ y $E$ son puntos alineados.
- $\triangle AED$ isósceles de base $\overline{AD}$.
- $\overline{AD} = 14\ cm$.

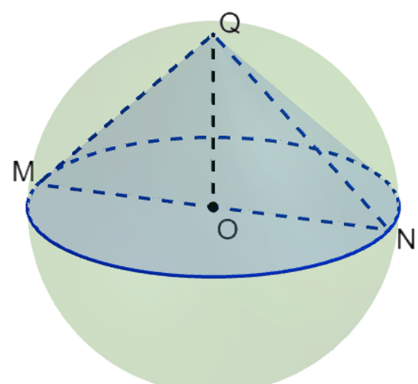
a) Prueba que los triángulos $BCE$ y $AED$ son iguales.

b) Calcula la longitud de $\overline{AC}$.

c) Halla el área del trapecio $ABCD$.

**4** En días pasados se realizó una convocatoria para participar en un trabajo voluntario en la agricultura. Tanto el sábado como el domingo, el $60\,\%$ del total de los participantes eran hombres. Se sabe que el sábado participaron 25 hombres más que mujeres. Si el domingo participaron 10 mujeres menos que el sábado, ¿cuántas personas más participaron el sábado que el domingo?

**5** En la figura se muestra un cuerpo representado por una esfera maciza a la cual se le ha perforado un cono circular recto cuya altura es $\overline{OQ}$.




- $O$ es el centro de la esfera y el punto medio de $\overline{MN}$.
- $M$, $N$ y $Q$ son puntos de la esfera.
- La generatriz del cono tiene una longitud de $3\sqrt{2}$ cm.

a) Determina la amplitud del ángulo formado por la generatriz del cono y su proyección sobre su base.

b) Calcula el volumen del cuerpo.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2009 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifique las siguientes proposiciones en verdadero (V) o falsa (F). Justifique las que sean falsas.**

a) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ en $\mathbb{N}$, donde a cada $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ se le hace corresponder sus divisores es una función par.

b) ___ La función definida en $\mathbb{R}$ por la ecuación $f(x) = 3\cos x$ es una función par.

c) ___ El conjunto imagen de la función $h$ cuya ecuación es $h(x) = \dfrac{1}{x-2}$ es $\{y \in \mathbb{R} : y \neq 0\}$.

d) ___ La función real $g$ definida por la ecuación $g(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x - 1$ es monótona decreciente y positiva para todo valor real $x$, tal que $x. > 0$

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** Los ceros de la función $f$ de ecuación $f(x) = \log_2(-x^2+3) - 1$ son:

a) ___ $x_0 = \sqrt{3}$ y $x_1 = -\sqrt{3}$

b) ___ $x_0 = 0$

c) ___ $x_0 = 1$

d) ___ $x_0 = 1$ y $x_1 = -1$

**1.2.2.** El dominio de la función $t$ de ecuación $t(x) = \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$ es:

a) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$

b) ___ $\{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 1\}$

c) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x < 0 \text{ o } x \geq 1\}$

d) ___ $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 1\}$

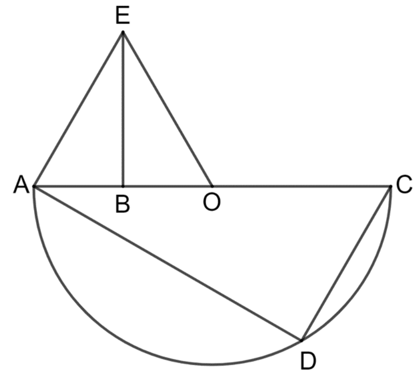
**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que obtengas una proposición verdadera.**

De un triángulo $ABC$ cuyos vértices son $A(2;-3)$, $B(5;-2)$ y $C(4;-1)$ se puede afirmar que:

**1.3.1.** Según sus ángulos el triángulo $ABC$ se clasifica como ________________.

**1.3.2.** La recta que contiene a la mediana relativa al lado $\overline{AC}$ interseca a este lado en el punto de coordenadas ________________.

**2** En la figura se muestra un semicírculo de centro $O$ y diámetro $\overline{AC}$ en que se ha inscrito el triángulo $ABC$.




- El triángulo $AOD$ es isósceles de base $\overline{AO}$.
- $E$ es el punto medio de $\overline{AO}$.
- $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$.

a) Demuestra que: $\triangle ABC \sim \triangle DEO$.

b) Prueba que $\overline{EO} = \frac{1}{2}\sqrt{\overline{BC} \cdot \overline{DO}}$.

c) Si $\sphericalangle CAB = 30^\circ$ y el área del triángulo $AOD$ es de $4\sqrt{3}\ cm^2$, calcula el perímetro del semicírculo.

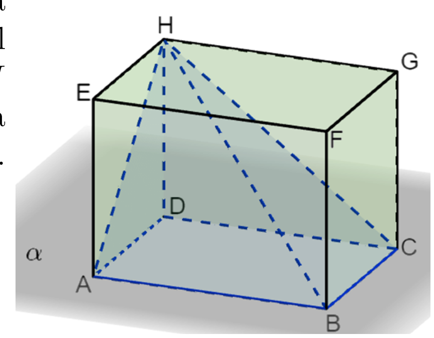
**3** Sea la expresión trigonométrica $A = \dfrac{\cos x - \operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \operatorname{sen} x - 1}$.

a) Determina los valores reales de $x$ para los cuales la expresión $A$ está definida.

b) Prueba que para todos los valores admisibles de la variable $x$ se cumple que $A = \cot x$.

**4** Los trabajadores sociales María, Luis y José visitaron cierto número de viviendas durante dos jornadas de trabajo con la finalidad de actualizar el cobro de los efectos electrodomésticos entregados como parte de los proyectos de la Revolución. Del trabajo realizado en la primera jornada se sabe que fueron visitadas por los tres un total de 100 viviendas, y que María visitó 5 casas menos que las que visitó Luis, sin embargo en la segunda jornada con respecto a la primera, la cantidad de viviendas visitadas por Luis disminuyó en un 10 %, mientras que José aumentó en 5 la cantidad de viviendas visitadas. Si en esta última jornada se visitaron por ellos dos el 77 % del total de viviendas visitadas por los tres durante la primera jornada. ¿Cuántas viviendas visitó Luis y cuántas José en esta última jornada?

**5** La figura muestra un prisma recto $ABCDEFGH$ cuya base inferior es el paralelogramo $ABCD$ situado sobre el plano $\alpha$. En su interior se observa la pirámide $ABCDH$ cuya base coincide con la del prisma. La cara $ABH$ de la pirámide es un triángulo rectángulo cuya hipotenusa es $\overline{HB}$. Además, de la pirámide se conoce que:




- El perímetro de su base es 14 $cm$.
- El volumen es 12 $cm^3$.
- $\overline{AD} < \overline{AB}$.
- El ángulo que forma $\overline{HA}$ con su proyección es de 45°.

a) Demuestre que la base de la pirámide es un rectángulo.

b) Calcule el área total del prisma.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2009 Primera Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Diga verdadero (V) o falso (F) y justifique la proposición falsa.**

a) ___ El conjunto imagen de la función $h$ definida por la ecuación $h(x) = 3^{x-4} - 9$ es $\{y \in \mathbb{R} : y \geq -9\}$.

b) ___ La función $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ es decreciente en todo su dominio.

c) ___ La función definida por la ecuación $g(x) = (x-1)^2 + 3$ es par.

d) ___ La función definida por la ecuación $f(x) = \dfrac{1}{x} + 2$ es negativa para todo $\{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** El valor numérico de $a$ en la ecuación de la función $f$ definida en el conjunto de los números reales por $f(x) = ax^2 - 2x + a$ siendo $f(2) = 3$ es:

a) ___ $-3$ b) ___ $\dfrac{7}{5}$ c) ___ $\dfrac{5}{7}$ d) ___ $-2$

**1.2.2.** Los valores de $x \in \mathbb{R}$ para los cuales se cumple que $2^{3x-2} \geq 1$ son:

a) ___ $x < \dfrac{3}{2}$ b) ___ $x \geq \dfrac{3}{2}$ c) ___ $x \geq \dfrac{2}{3}$ d) ___ $x \geq -\dfrac{2}{3}$

**1.2.3.** El punto de intersección entre la recta $r$, de ecuación $3x - 2y - 5 = 0$, con el eje "$y$" es: es:

a) ___ $\left(0; \dfrac{5}{2}\right)$ b) ___ $\left(-\dfrac{5}{2}; 0\right)$ c) ___ $\left(\dfrac{5}{2}; 0\right)$ d) ___ $\left(0; -\dfrac{5}{2}\right)$

**1.2.4.** El dominio de la función $p$ definida por la ecuación $p(x) = \dfrac{3}{x-1}$ es:

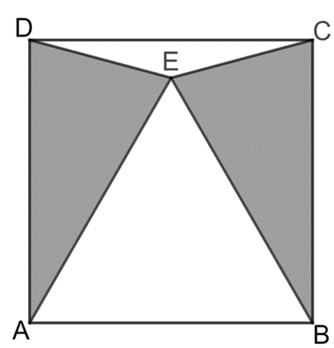
a) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \text{ o } x > 1\}$

b) ___ $x \in \mathbb{R}$

c) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$

d) ___ $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 1\}$

2 En la figura, $ABCD$ es un cuadrado de $8,0\ cm$ de lado. $E$, punto interior de $ABCD$ formándose el triángulo $ABE$ equilátero.




a) Demuestra que $\overline{DE} = \overline{CE}$.

b) Calcula el área sombreada.

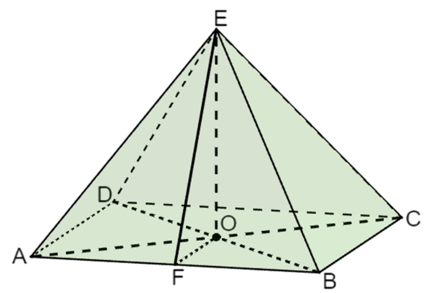
3 Sean $P(x) = \operatorname{sen} 2x \cos x + 2\operatorname{sen}^3 x$ y $Q(x) = 2 \operatorname{sen} x$.

a) Demuestra que $P(x) = Q(x)$ es una identidad para los valores admisibles de la variable.

b) Calcula $P(x) = 2 \cos 2x$ en el intervalo $[0; 2\pi]$

4 En los meses de agosto y septiembre del año pasado nuestro país fue azotado por los huracanes Gustav y Ike. Debido a las afectaciones provocadas se decidió, por parte de la dirección del país, asignar materiales de construcción en las zonas más afectadas como parte del programa para la recuperación. En un Consejo Popular de la provincia La Habana se asignaron 3 $t$ más de cemento que de arena. Al transcurrir una semana, se determinó que aún faltaban por descargar el 20 % de la cantidad de toneladas de cemento y el 70 % de la cantidad de toneladas de arena, lo que equivale a que se tendrán que entregar $6,9$ $t$ más de arena que de cemento. ¿Cuántas toneladas de cada material se entregaron?

5 Sea $ABCDE$ una pirámide recta de vértice $E$, cuya base es el cuadrado $ABCD$.
$O$ punto de intersección de las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ del cuadrado $ABCD$ y la proyección del vértice $E$ sobre el plano que contiene a la base de la pirámide.
$F$ punto medio de $\overline{AB}$, $\sphericalangle AEB = 60°$ y $\overline{EF} = 12,0$ $cm$.




a) Clasifica el triángulo $EFB$ según la amplitud de sus ángulos interiores. Justifica tu respuesta.

b) Calcula el volumen de la pirámide.

c) Halla el área lateral de la pirámide.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2008 Cuarta Convocatoria**

1 Lee detenidamente la pregunta y responde:

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe (V o F) en la línea dada. Justifica las que sean falsas.**

a) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{R} \to \mathbb{Z}$, donde a cada número real $x$ se le hace corresponder su opuesto, es una función.

b) ___ Si $r_1$ y $r_2$ son dos rectas paralelas, entonces sus pendientes son iguales.

c) ___ Si $x \in \mathbb{R}$ y $x > 0$, entonces $\log_8 x = \dfrac{1}{3}\log_2 x$.

d) ___ La operación de radicación siempre se puede realizar en el conjunto de los números reales.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta y márcala con una cruz (X) en la línea dada.**

**1.2.1.** El gráfico que se muestra corresponde a la ecuación:

a) ___ $y = \log_{\frac{1}{3}}(x-2)+1$

b) ___ $y = \log_3(x-2)+1$

c) ___ $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)-2$

d) ___ $y = \log_3(x+1)-2$

**1.2.2.** En un triángulo $ABC$ se conoce que el lado $\overline{AB} = 2\sqrt{5}\ u$, el lado $\overline{BC} = 5\sqrt{2}\ u$ y dos de sus vértices son los puntos $A(1;1)$ y $C(6;-4)$. Este triángulo se puede clasificar, según la longitud de sus lados, en:

a) ___ Equilátero

b) ___ Isósceles

c) ___ Escaleno

**1.2.3.** Los valores reales negativos para los cuales se cumple la desigualdad $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2-4} > 1$, son:

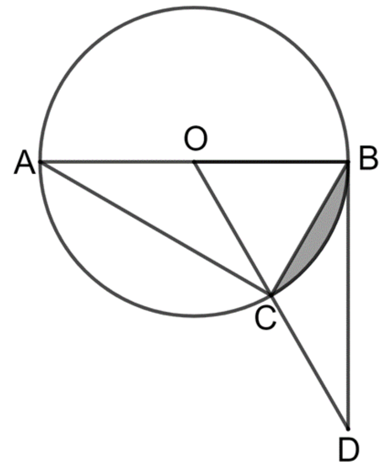
a) ___ $-2 < x < 2$

b) ___ $x < -2$ o $x > 2$

c) ___ $-2 < x < 0$

d) ___ $0 < x < 2$

**2** En la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AB}$ igual a 24 $cm$, se ha trazado el segmento $\overline{BD}$ tangente a la circunferencia en el punto $B$.




- $\overline{BC} = \overline{OA}$
- $O$, $C$ y $D$ puntos alineados.

a) Prueba que los triángulos $DBO$ y $ACB$ son iguales.

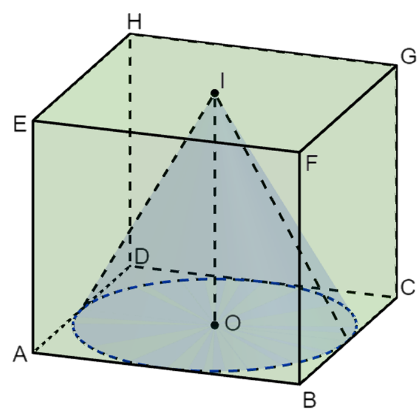
b) Calcula el área de la región sombreada.

**3** Determina el conjunto solución de la siguiente ecuación para $0 < x < 2\pi$; $x \in \mathbb{R}$.

$$2^{\cos^2 x + 3\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x} = \frac{1}{4} \cdot 32^{\operatorname{sen} x}$$

**4** Dos brigadas de estudiantes de un IPUEC se propusieron recoger conjuntamente en un día 280 cajas de tomates. Después de terminar la jornada de la mañana, la Brigada 1 había recogido las dos quintas partes de lo que se propuso y la Brigada 2 el 60 %, quedando por recoger entre las dos 142 cajas. ¿Cuántas cajas de tomates le faltan por recoger a cada brigada en la jornada de la tarde para completar el total de cajas que se propusieron?

**5** En la figura se tiene un prisma recto $ABCDEFGH$ de base cuadrada $ABCD$ y altura $\overline{AE}$ en el cual se ha inscrito un cono circular recto.




a) El área total del cono es $235,5\ cm^2$ y el ángulo $\varphi$, que forma la generatriz del cono con la altura, es $30°$.

b) Calcula el volumen del prisma.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2008 Tercera Convocatoria**

1 Lee detenidamente la pregunta y responde:

**1.1. Selecciona la respuesta correcta y la marcas con una X.**

**I)** Si los $\frac{3}{25}$ de un número es 2 400. Los $\frac{3}{5}$ de ese mismo número es:

a) ___ 172,8 b) ___ 288 c) ___ 12 000 d) ___ 20 000

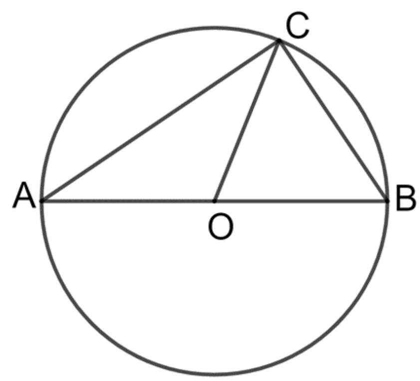
**II)** Si $\log_a 9 = 4$, el valor de $a$ es:

a) ___ 3 b) ___ $\sqrt[4]{3}$ c) ___ $3^{-1}$ d) ___ $\frac{1}{81}$

**III)** Se tienen tres puntos en el plano $L(-3;2)$, $M(0;6)$ y $N(x;3)$. ¿Cuál es el valor que debe tomar $x$ para que las rectas $LM$ y $MN$ sean perpendiculares?

a) ___ 5 b) ___ 4 c) ___ 3 d) ___ $\sqrt{7}$

**1.2. Completa los espacios en blanco.**




a) En la circunferencia de centro $O$; $A$, $B$ y $C$ son puntos de la circunferencia y los puntos $A$, $O$ y $B$ están alineados. Si $\sphericalangle BAC = 34°$, entonces ______________.

I) Se tiene que $\sphericalangle BOC = 68°$ por ______________.

II) La amplitud del $\sphericalangle ABC$ es igual a ______________ por ser complementario con el ángulo $BAC$.

b) Sean los triángulos $ABC$ y $DEF$ dos triángulos semejantes con $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} = 3$; si por $A_{ABC}$ y $A_{DEF}$ se denotan las áreas de los triángulos $ABC$ y $DEF$ respectivamente, entonces la razón $\frac{A_{DEF}}{A_{ABC}}$ es igual a ___.

2 Dadas las funciones reales $f$, $g$ y $h$ cuyas ecuaciones son:

$$f(x) = x^2 - 9x + 14; \quad g(x) = 3x - 9; \quad h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

a) ¿Cuál es el dominio de la función $h$?

b) Calcula los ceros de la función $h$.

c) Determina la imagen de la función $f$.

d) ¿Para qué valores de su dominio la función $g$ es negativa?

**3** Sean las expresiones trigonométricas:

$$C = 2\,\text{sen}^2 x - 1, \quad D = \tan x \cdot \cos x - \frac{\text{sen}\,2x}{\text{sen}\,x} + \text{sen}^2 x - 1 \quad y \quad P = D + 2\cos x + \cos^2 x$$

a) Prueba que $P = \text{sen}\,x$ para todos los valores admisibles de $x$.

b) Determina todas las $x \in \mathbb{R}$, con $x \in [0; 2\pi]$, tales que $C = P$.

**4** El terreno cercado que se tiene para pastar las reses de una vaquería tiene la forma de un rombo de 10 $km$ de lado. Se quiere ampliar dicho terreno y para ello se prolongan en la misma dirección y sentido las cercas de dos de sus lados opuestos hasta formar un trapecio. Si las prolongaciones de los lados opuestos están en la razón $\frac{1}{2}$, la razón entre la altura del rombo y el lado menor del trapecio es $\frac{1}{3}$ y la razón entre la altura del rombo y el lado mayor del trapecio es $\frac{1}{4}$. Calcula el área en que se amplió dicho terreno.

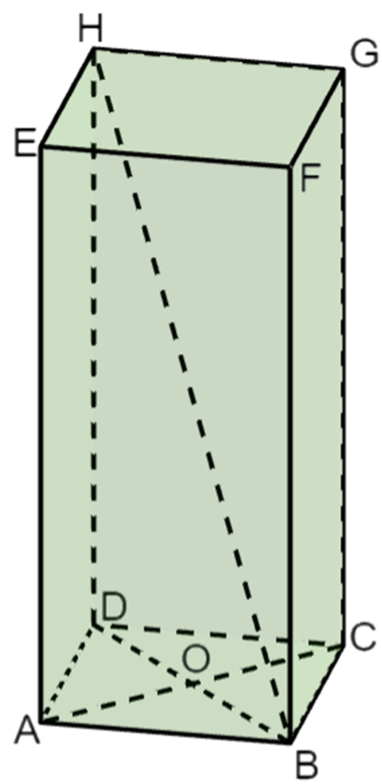
**5** La figura $ABCDEFGH$ es un prisma recto cuya base es el cuadrado $ABCD$, de diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ que se cortan en $O$.

- $\overline{BH} = 10\sqrt{2}\ cm$ es la diagonal del prisma.
- $\overline{AB} = 5,0\ cm$.

a) Determina la amplitud del ángulo $\sphericalangle DBH$.

b) Halla el área lateral del prisma.

c) Halla el volumen del prisma.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2008 Segunda Convocatoria**

1 Selecciona la respuesta correcta marcando con una X sobre la línea dada.

**1.1.** Si $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ y $\alpha \in$ III cuadrante, entonces:

a) ____ $\tan\alpha = \frac{4}{5}$ b) ____ $\tan\alpha = -\frac{4}{3}$ c) ____ $\tan\alpha = \frac{4}{3}$ d) ____ $\tan\alpha = \frac{3}{4}$

**1.2.** El conjunto imagen de la función $f$, dada por su ecuación $f(x) = -(x+3)^2 - 2$ es:

a) ____ $\text{Im}f = \{y \in \mathbb{R} : y > -2\}$ c) ____ $\text{Im}f = \{y \in \mathbb{R} : y \leq -2\}$

b) ____ $\text{Im}f = \{y \in \mathbb{R}\}$ d) ____ $\text{Im}f = \{y \in \mathbb{R} : -3 \leq y \leq -2\}$

**1.3.** Si $\log_5 x + \log_5(3x-1) = \log_5 2$, entonces la solución de la ecuación es:

a) ____ $x_0 = 1$ o $x_1 = -\frac{2}{3}$ c) ____ $x_0 = \frac{1}{3}$

b) ____ $x_0 = 1$ d) ____ $x_0 = -1$ o $x_1 = \frac{1}{3}$

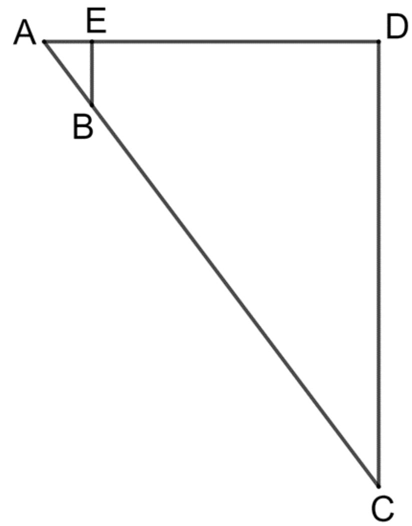
**1.4.** La pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(-2;4)$ y $B(1;-3)$ es:

a) ____ $m = \frac{7}{3}$ b) ____ $m = -1$ c) ____ $m = -\frac{3}{7}$ d) ____ $m = -\frac{7}{3}$

**1.5.** El conjunto dominio de la función $f$, dada por ecuación $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-2x}}$, es:

a) ____ $x \in (-\infty; 2)$ b) ____ $x \in (2; +\infty)$ c) ____ $x \in (-\infty; 2]$ d) ____ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\}$

2 En el torneo NORCECA de voleibol femenino que se celebró en el mes de Diciembre del 2007 en la ciudad de Monterrey, México; el equipo cubano debutó con victoria de 3 tiempos a 0 frente al equipo de Canadá, con los siguientes marcadores en cada tiempo: $(25-20)$, $(25-23)$ y $(25-23)$. La principal anotadora por el equipo cubano fue Zoila Barros, le siguieron Nancy Carrillo y Yumilka Ruiz, las que anotaron, cada una, un punto menos que Zoila y le siguió Rosir Calderón que anotó dos puntos menos que "la Barros". Si entre las cuatro anotaron el 64 % de los puntos del equipo, ¿cuántos puntos anotaron cada una de estas atletas?




**3** En la figura, triángulo $ACD$, rectángulo en $D$. $E$, punto que pertenece a $\overline{AD}$. $B$, punto que pertenece a $\overline{AC}$, $\overline{BE} \perp \overline{AD}$, $\overline{BE} = \frac{2}{9}\overline{DE}$, $\overline{BC} = 30\ cm$ y $\operatorname{sen}\sphericalangle ACD = \frac{3}{5}$.

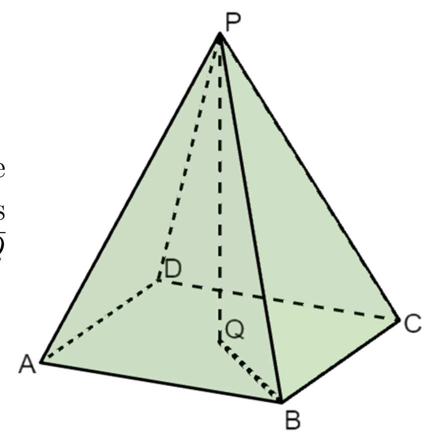
a) Demuestra que el triángulo $ACD$ es semejante al triángulo $ABE$.

b) Halla el área del triángulo $ACD$.

**4** Sean $f$, $g$ y $h$ las funciones tales que:
$f(x) = \frac{1}{\cos x} + \tan x$, $g(x) = \frac{1}{1 - \operatorname{sen} x}$ y $h(x) = \cos x$.

a) Prueba que $\frac{f(x)}{g(x)} = h(x)$ es una identidad para todos los valores admisibles de la variable $x$.

b) Halla todas las soluciones de la ecuación $\frac{f(x)}{g(x)} = (h(x))^2$ $(x \in \mathbb{R})$.




**5** En la figura se muestra una pirámide recta $ABCDP$ de base cuadrada $ABCD$ con un volumen de $36\sqrt{6}\ cm^3$; las aristas laterales forman un ángulo de $60°$ con la base y $\overline{PQ}$ es su altura. Calcula el área lateral de dicha pirámide.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2008 Primera Convocatoria**

**1** Lee detenidamente la pregunta y responde:

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe (V o F) en la línea dada. Justifica las que sean falsas.**

a) ___La correspondencia definida de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ donde a cada número real $x$ se le hace corresponder $\frac{1}{x}$ es una función.

b) ___La función real $f$ dada por la ecuación $f(x) = \sqrt{x} + 3$ no tiene ceros.

c) ___La función $g$ definida en los reales cuya ecuación es $g(x) = 1 - 2x$ es monótona decreciente en todo su dominio.

d) ___El conjunto imagen de la función $h$ dada por la ecuación $h(x) = 2^{3x} - 1$ es $\{y \in \mathbb{R} : y \geq 1\}$.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** La expresión $\log \frac{3-x}{x}$ está definida para todo:

a) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\}$

b) ___ $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 3\}$

c) ___ $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 3\}$

d) ___ $\{x \in \mathbb{R} : x < 0 \text{ o } x > 3\}$

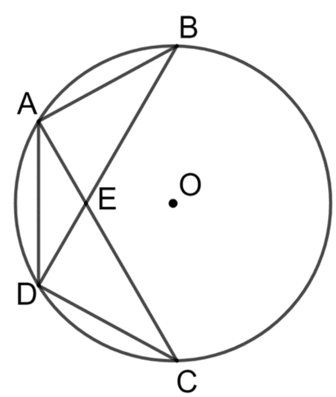
**1.2.2.** Sean las rectas $r_1$ y $r_2$ de ecuaciones $r_1 : \alpha x - y + 3 = 0$ y $r_2 : y = -4x + 2$. El valor de $\alpha$ para el cual las rectas $r_1$ y $r_2$ se cortan perpendicularmente es:

a) ___ $-4$ b) ___ $-\frac{1}{4}$ c) ___ $-4$ d) ___ $-\frac{1}{4}$

**1.2.3.** Si ordenamos en forma ascendente las variables $x, y, z$ para:
$x = \operatorname{sen} 15°$, $y = \log 0{,}1$ y $z = \sqrt[4]{16^{-1}}$ se obtiene que:

a) ___ $x < y < z$ b) ___ $y < z < x$ c) ___ $z < x < y$ d) ___ $y < x < z$

**2** En la circunferencia $C(O, u)$ $A$, $B$, $C$ y $D$ puntos que pertenecen a la circunferencia, $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ se intersecan en el punto E.
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ y $\overset{\frown}{AB} = 60°$.




a) Prueba que $\overline{BE} = \overline{EC}$.

b) Calcula la amplitud del $\sphericalangle BEC$.

3 Resuelva la siguiente ecuación, para $0 \leq x \leq 2\pi$; $(x \in \mathbb{R})$

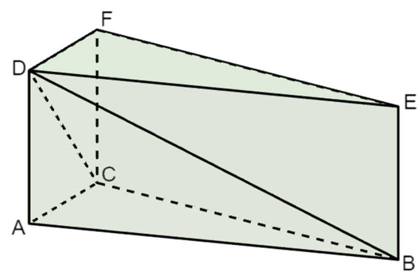
$$4^{\log_4 \sqrt{4\cos 2x - \cos x - 1}} - 2 = 0$$

4 En las pasadas elecciones del poder popular realizadas en nuestro país, en una circunscripción asistió a las urnas el 96 % del total de electores. En dicha circunscripción fueron propuestos tres candidatos, María, Luis y José. Al realizar el conteo, se comprobó que todos los votos emitidos fueron válidos, que María obtuvo las dos quintas partes del total de votos, que Luis obtuvo 120 votos más que José y que María obtuvo el doble de los votos obtenidos por José.

a) ¿Cuántos votos fueron válidos en esa circunscripción?

b) ¿Cuántos electores tenía esa circunscripción?

5 La figura muestra un prisma rectángulo $ABCDEFG$ cuya base inferior es el triángulo $ACB$ rectángulo en $C$ el cual se encuentra sobre el plano $\alpha$. La distancia entre los planos que contienen a las bases del prisma es de $8,0\ cm$, la oblicua $\overline{DC}$ forma con la base inferior del prisma un ángulo $\varphi$ tal que $\tan\varphi = \dfrac{4}{3}$ y el perímetro de la cara rectangular $ABED$ del prisma es igual a $8(2+\sqrt{2})\ cm$ .




a) Prueba que el triángulo $DCB$ es rectángulo en $C$.

b) Calcula el volumen de la pirámide $ABCD$, la cual está inscrita en el interior del prisma.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2007 Segunda Convocatoria**

1 Lee detenidamente y responde:

**1.1. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las que sean falsas. Escribe V o F en la línea dada.**

a) ___ Las expresiones decimales infinitas no periódicas son números irracionales.

b) ___ La operación de extracción de raíces cuadradas de índice par siempre puede realizarse en el conjunto de los números reales.

c) ___ La correspondencia definida de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{N}$, donde a cada número natural $n$ se le hace corresponder sus múltiplos, es una función.

d) ___ La función $f$ definida en $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$, por la ecuación $f(x) = x^2$, es inyectiva en todo su dominio.

**1.2. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.**

**1.2.1.** De la expresión algebraica $M(a) = \dfrac{a-3}{a^2-9}$ se puede afirmar que:

a) ___ No tiene ceros

c) ___ Los ceros son $a_0 = 3$ y $a_1 = -3$

b) ___ El cero es $a_0 = 3$

d) ___ El cero es $a_0 = -3$

**1.2.2.** De la función $h$ cuya ecuación es $h(x) = \log_{0,3}(x+1)$ se puede decir que:
a) ___ Su dominio es $\{x \in \mathbb{R} : x > -1\}$
b) ___ Es una función impar
c) ___ Es positiva en todo su dominio
d) ___ Es monótona decreciente

**1.2.3.** Los valores reales de $k$ para los cuales se cumple que $\dfrac{1}{k} \geq 2$ son:

a) ___ $k \geq \dfrac{1}{2}$

b) ___ $0 < k \leq \dfrac{1}{2}$

c) ___ $k < 0$ ó $k \geq \dfrac{1}{2}$

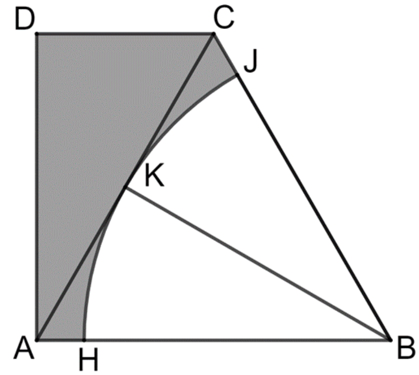
d) ___ $0 < k \leq \dfrac{1}{2}$

**1.3. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera para cada caso.**

De un triángulo $ABC$ se conocen los vértices $A(0;5)$, $B(0;1)$ y $C(4;1)$. Se puede afirmar que:

**1.3.1.** Según sus lados el triángulo se clasifica como: ______________.

**1.3.2.** La ecuación de la recta que contiene a la mediana relativa al lado $\overline{AC}$ es: ______________.




**2** En la figura, $ABCD$ es un trapecio rectángulo en $A$ y $D$. El triángulo $ABC$ es isósceles de base $\overline{AC}$. $\sphericalangle ABC = 60°$. La circunferencia de centro $B$ y $r = \overline{BK}$ es tangente a $\overline{AC}$ en el punto $K$, $J \in \overline{BC}$ y $H \in \overline{AB}$, $\overline{BC} = 10\ cm$.

a) Prueba que los triángulos $ADC$ y $AKB$ son iguales.

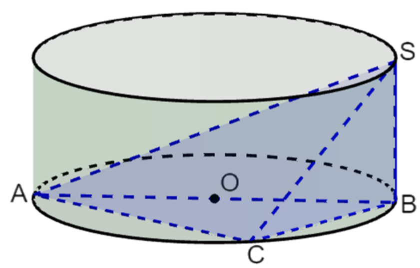
b) Calcula el área sombreada.

**3** Sean las expresiones: $A(x) = 4^{\tan x \cos x} \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^{\operatorname{sen} x}$ y $B(x) = 4^{\operatorname{sen} 2x}$

a) Calcula $A\left(\frac{\pi}{6}\right) + \log_4 8$

b) Halla los valores reales de $x$ tales que $x \in [\pi, 2\pi)$ para que se cumpla que $A(x) = B(x)$

**4** La directora del Gremio Nacional de Abogados de Estados Unidos denunció la publicación, por reporteros pagados por el gobierno, de artimañas engañosas y despectivas acerca de los cinco héroes antiterroristas cubanos. La coordinadora del Comité Nacional Estadounidense para la liberación de los cinco, mencionó al periodista Wilfredo Cancio, del diario “El nuevo Herald” que recibió 825 dólares más que el 75 % de lo recibido por Enrique Encinosa, director de Radio Mambi. También mencionó a Ariel Ramos del diario de las Américas que recibió 11 700 dólares, es decir 1 775 dólares más que lo recibido en total por los dos primeros que mencionó. ¿Cuántos dólares recibió cada uno de estos dos periodistas por su trabajo?




**5** La figura muestra un cilindro circular recto de acero macizo, que será rebajado hasta obtener una pieza con la forma de pirámide $ABCS$ de vértice $S$ y base triangular $ABC$ inscrita en la circunferencia de la base inferior del cilindro. $S$ pertenece a la base superior del cilindro y $C$ es su proyección sobre el plano de la base de la pirámide. La longitud de la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AC}$ es $31,4\ cm$. $\overline{BC} = 6,00\ cm$ y $\tan \sphericalangle SBC = 1,50$.

a) Prueba que el triángulo $ABS$ es rectángulo.

b) Calcula el volumen de la pieza resultante.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2007 Primera Convocatoria**

**1** Se tiene la expresión $A(x) = \dfrac{x-4}{x+5}$.

a) Resuelve la ecuación $4^{A(x)} = 16^x$ ($x \in \mathbb{R}$).

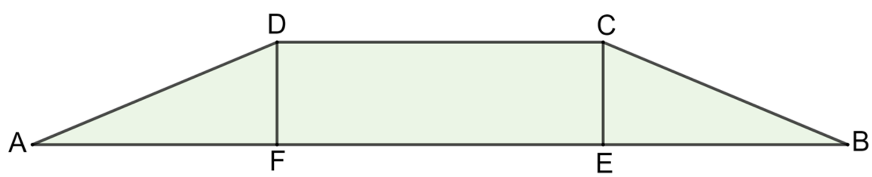
b) Determina para qué valores reales de la variable $x$ se cumple que $A(x) \geq x$.

**2** En la figura aparece $ABCD$ que es un trapecio isósceles de bases $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$, $\overline{BC} = 13\ cm$, $\overline{AB} = 4,0\ dm$.

- $E$ y $F$ son puntos de $\overline{AB}$ con $\overline{CE} \perp \overline{AB}$.
- $\overline{CE} \,||\, \overline{DF}$.
- La altura de $ABCD$ es de $5,0\ cm$.

a) Prueba que los triángulos $CEB$ y $AFD$ son iguales.

b) Halla el área del trapecio $BCDF$.



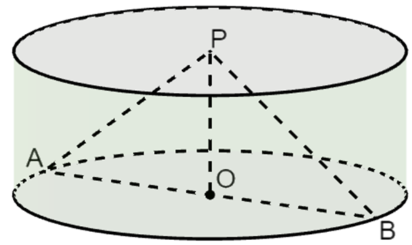

**3** Sean $p$ y $q$ dos funciones reales con $p(\alpha) = \cos 2a + sen\alpha + \cot\alpha$ y $q(\alpha) = \cot\alpha + 1$.

a) Determina el domínio de la función $q$.

b) Halla, si existen, las coordenadas de los puntos donde se cortan los gráficos de las funciones $p$ y $q$ en el intervalo $(0 \leq \alpha \leq 2\pi)$.

**4** En los Concursos Nacionales de Matemática, Física, Química e Informática las provincias que obtuvieron los tres primeros lugares, en ese orden, fueron Ciudad de la Habana con 105 puntos, Las Tunas con 74 puntos y Villa Clara con 65 puntos. En Matemática y Física la provincia ganadora resultó ser Ciudad de la Habana con 34 puntos en cada una de estas asignaturas; en matemática, Villa Clara logró 15 puntos y Las Tunas 5, pero en Física Las Tunas alcanzó 32 puntos y Villa Clara , 3 puntos. En Informática la provincia ganadora fue Villa Clara con 4 puntos más que Las Tunas y esta 4 puntos más que Ciudad de la Habana. Si el total de puntos de estas tres provincias en Informática fue de 57 puntos, determina cuántos puntos obtuvo cada una de estas tres provincias en Informática y Química.

**5** En la figura se tiene un cilindro circular recto donde $O$ y $P$ representan los centros de los círculos bases. $\overline{AB}$ es un diámetro de la circunferencia de centro en $O$, $\overline{BP} = 15\ cm$ y sen $\sphericalangle OPB = \dfrac{3}{5}$.




a) Calcula el área total del cilindro.

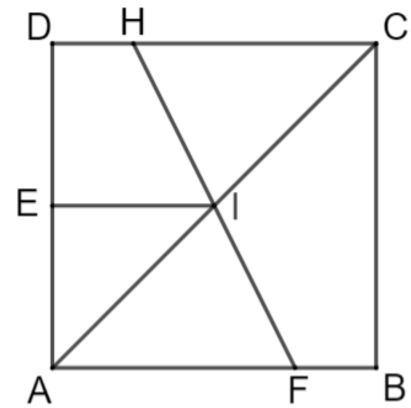
b) Si al cilindro se le hace una perforación y se le extrae el cono de diámetro $\overline{AB}$ y altura $\overline{OP}$, halla el volumen resultante.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2006 Segunda Convocatoria**

**1** Resuelve la siguiente ecuación:

$$25 = 5^{\cos 2x} \cdot 125^{\operatorname{sen} x}$$

**2** En la figura:




- $ABCD$ es un cuadrado de $16,0\ cm^2$ de área.
- $\overline{DH} = \overline{FB} = 1,00\ cm$.
- $\overline{AC}$ y $\overline{HF}$ se cortan en el punto $I$.

a) Prueba que $I$ es el punto medio de $\overline{AC}$.

b) Halla el área del trapecio $EIHD$ de bases $\overline{EI}$ y $\overline{DH}$.

**3** Dada la función $f$ definida por la ecuación $f(x) = \log \dfrac{x^3+1}{x^3+4x^2-x-4}$.

a) Determina su dominio de definición.

b) ¿Para qué valores reales de la variable $x$ se cumple que $f(x) = \log 50 - 2\log\sqrt{5} - 1$?

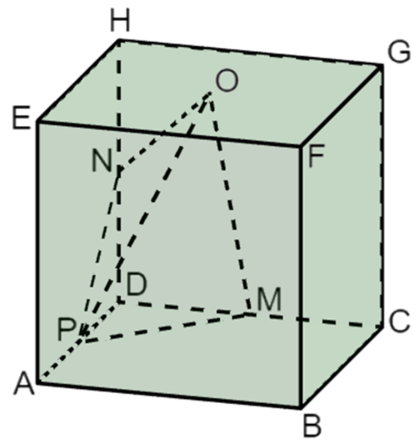
**4** La siguiente tabla muestra las tarifas aplicadas antes y después de las medidas tomadas para el ahorro de electricidad.

| Grupos | I | | II | | III | | IV | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Consumos | Hasta 100 kWh | | Más de 100 hasta 150 kWh | | Más de 150 hasta 200 kWh | | Más de 200 hasta 300 kWh | |
| | Precio del kWh | | Precio del kWh por el consumo adicional por encima del consumo máximo del grupo anterior. | | | | | |
| | Antes | Después | Antes | Después | Antes | Después | Antes | Después |
| | $ 0,09 | $ 0,09 | $ 0,20 | $ 0,30 | $ 0,20 | $ 0,40 | $0,20 | $ 0,60 |

Una familia que estaba en el cuarto grupo de consumo eléctrico, en el último mes de pago con la vieja tarifa, analizó que para seguir pagando lo mismo por el consumo eléctrico con la nueva tarifa debía consumir 61 $kWh$ menos, quedando así en el tercer grupo. ¿Cuál fue el costo del consumo de esa familia en el último mes pagado con la vieja tarifa?

5 En la figura:

- $ABCDEFGH$ es un cubo.
- $M$, $N$, $P$ son los puntos medios de las aristas $\overline{CD}$, $\overline{DH}$ y $\overline{AD}$ respectivamente.
- $O$ es el punto de intersección de $\overline{HF}$ y $\overline{EG}$.




a) Si el volumen del cubo es $V = 64\ cm^3$, calcula su área total.

b) Si $\overline{ON} = 2\sqrt{3}\,cm$, $\overline{NP} = 2\sqrt{2}\,cm$, clasifica el triángulo $ONP$ según la longitud de sus lados y la amplitud de los ángulos interiores.

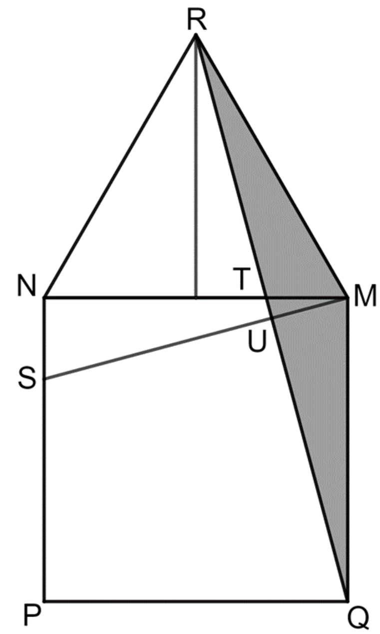
c) Si $\overline{ON} \perp \overline{MN}$, calcula el volumen de la pirámide $ONPM$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2006 Primera Convocatoria**

1 Resuelve la siguiente ecuación, para $(0 \leq x \leq 2\pi)$

$$\log\left(\cos^2 x + \operatorname{sen} x\right) - \log\cos 2x = \log_3 1$$

2 En la figura:




- $MNPQ$ es un cuadrado.
- $T$ y $S$ son puntos de $MN$ y $NP$ respectivamente.
- $MNR$ es un triángulo equilátero.
- $\overline{RQ}$ y $\overline{MS}$ se cortan en $U$.
- $\sphericalangle SMQ = \sphericalangle PQT$.

a) Prueba que $\overline{NS} = \overline{MT}$.

b) Halla la amplitud del ángulo $\sphericalangle MRQ$.

c) Si el perímetro del cuadrado $PQMN$ es 32 $cm$, halla el área del triángulo $MRQ$.

3 En un Instituto Preuniversitario en el Campo participaron en el curso anterior todos sus alumnos en la Brigadas Estudiantiles de Trabajo. Si la cantidad de hembras participantes excedió en 70 al 40 % de la cantidad de varones, y la razón entre la cantidad de hembras y varones es 3 : 4. ¿En cuánto supera la cantidad de varones a la cantidad de hembras?

4 Sean las funciones reales $f$, $g$ y $h$, definidas por las ecuaciones: $f(x) = 3^{2+\sqrt{x+5}}$, $g(x) = 4^{3x}$ y $h(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2+5}$.

a) Determina el dominio y la imagen de la función $f$.

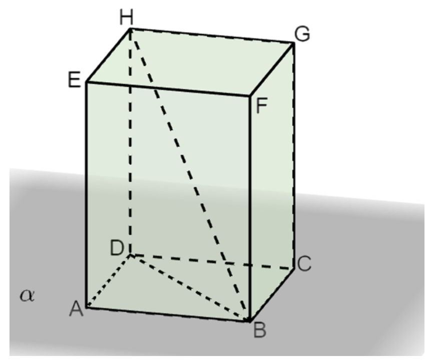
b) Calcula los valores reales para los cuales se cumple que $g(x) = h(x)$ .

c) Halla las coordenadas del punto en que el gráfico de la función $h$ corta al eje "$y$".

d) Calcula los valores reales para los cuales se cumple que $g(x) \geq h(x)$.

e) Analiza si el par $\left(\log_2\sqrt{2}; 8\tan\dfrac{5\pi}{4}\right)$ pertenece a la función $g$.

**5** En la figura se muestra un prisma recto $ABCDEFGH$, situado en el plano $\alpha$. La base del prisma es el cuadrado $ABCD$ y la diagonal $\overline{HB}$ del prisma, forma con el plano que contiene la base, un ángulo de $45°$.




a) Prueba que el triángulo $BCH$ es rectángulo.

b) Si el volumen del prisma es $125\sqrt{2}\ cm^3$, halla su área total.

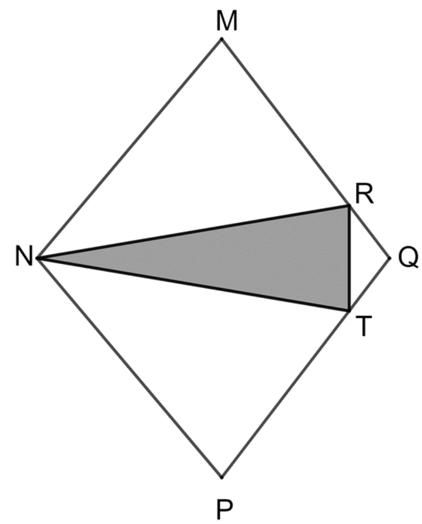
c) Calcula $\cos(\sphericalangle DBH + \sphericalangle BHC)$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2005 Segunda Convocatoria**

1 Resuelve la siguiente ecuación:

$$\left(9^{\operatorname{sen} 2x}\right)^{\cot x} : 3^{\cos 2x} = 3^{\cos x + 2}$$

2 En la figura:




- $MNPQ$ es un rombo, $R$ y $T$ pertenece a $\overline{MQ}$ y $\overline{QP}$ respectivamente.
- $\sphericalangle MNT = \sphericalangle RNP$.

a) Prueba que el $\triangle RNT$ es isósceles de base $\overline{RT}$.

b) Si el área del triángulo $MNR$ es igual a $10,5\ cm^2$, la altura $h$, relativa al lado $\overline{NR} = 35\ mm$ y la razón entre las longitudes de los lados $\overline{NR}$ y $\overline{RT}$ es igual a 3, calcula el perímetro del triángulo $RNT$.

3 Sea $f$ una función real definida por la ecuación:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 16}}{-x + 7} + 2^{\log_2\left(\frac{1}{5}x + 1\right)}$$

a) Determina el dominio de la función $f$.

b) ¿Será posible calcular $f(1)$? Justifica tu respuesta.

c) Calcula $f(a)$ si $a = \dfrac{1}{2}\log_3 100 + \log_3 24,3$

4 En febrero una casa de vivienda consumió en el mes, durante el período nocturno el doble de la electricidad que consumió durante el período diurno. Medidas internas aplicadas en ese núcleo familiar hicieron que en marzo, durante el período nocturno, el consumo eléctrico del mes disminuyera en un 25 % y durante el período diurno se ahorra un 20 %, lo que hizo que el consumo eléctrico de la vivienda este mes fuese de 184 $Kwh$ ¿En qué tanto por ciento disminuyó el consumo de energía de un mes a otro, una vez aplicadas las medidas?

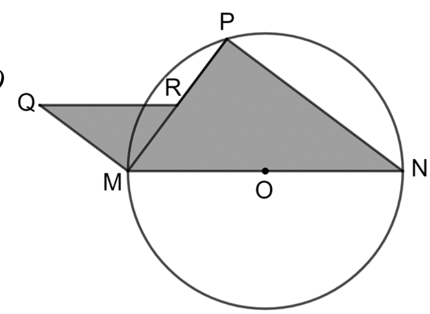
**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2005 Primera Convocatoria**

1 Sean las funciones reales $f$ y $g$ dadas por las ecuaciones:
$f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+3x-15}{x+5}+3}$ y $g(x) = \log_3(x - \sqrt{x-1})$.

a) Determina el dominio de $f$.

b) Halla los valores de $x$ para los cuales se cumple que $g(x) = 1$.

2 En la figura:




- $M$, $N$ y $P$ son puntos de la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{MN}$.
- $\overline{QM} \perp \overline{MP}$.
- $\overline{QR} \,||\, \overline{MN}$.
- $R \in \overline{MP}$.

a) Demuestra que: $\overline{NP} \cdot \overline{MR} = \overline{QM} \cdot \overline{MP}$.

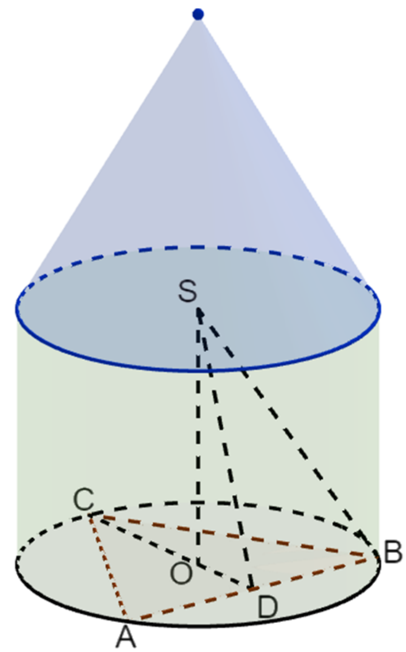
b) Si se conoce que: $\overline{ON} = 5,0\ cm$, $\overline{PN} = 8,0\ cm$ y la razón de semejanza entre los lados homólogos de los triángulos $MNP$ y $QMR$ es igual a 2, calcula el perímetro del pentágono $MNPRQ$.

3 Dadas las expresiones trigonométricas, $A = \dfrac{\cot x \operatorname{sen} x + \cos 2x}{2\cos x + 1}$ y $B = 2\cos x - 1$.

a) Determina para qué valores de la variable no está definida la expresión $A$.

b) Prueba que para todos los valores admisibles de la variable, se cumple que $A = B$.

4 En una cooperativa de producción agropecuaria se sembraron $40,5$ hectáreas más de ajos que de cebolla. Al terminar la recolección de las $\frac{3}{5}$ partes de las hectáreas de ajo y el $30\,\%$ de las hectáreas de cebolla se concluyó que se había recolectado un total de $97,2$ hectáreas ¿Cuántas hectáreas de ajo y de cebollas fueron sembrada en la cooperativa?




**5** En la figura se muestra un cuerpo formado por un cilindro circular recto, de altura $\overline{SO}$. Sobre su base superior se ha superpuesto un cono cuya base coincide con la del cilindro. En la circunferencia de la base inferior con centro en $O$ y radio $\overline{OC}$ está inscrito un triángulo equilátero $ABC$ de lado $4\sqrt{3}$ $cm$. Además se conoce que:

- $\overline{CD}$ es la mediana relativa al lado $\overline{AB}$.
- $\overline{SD}$ oblicua al plano $ABC$ y $\overline{OD}$ es su proyección.
- El ángulo que forma la oblicua con su proyección es de $71{,}6°$.

a) Clasifica el $\triangle SDB$ según la amplitud de sus ángulos. Justifica tu respuesta.

b) Calcula el volumen del cono si se conoce que: $\dfrac{h_{\text{cilindro}}}{h_{\text{cono}}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

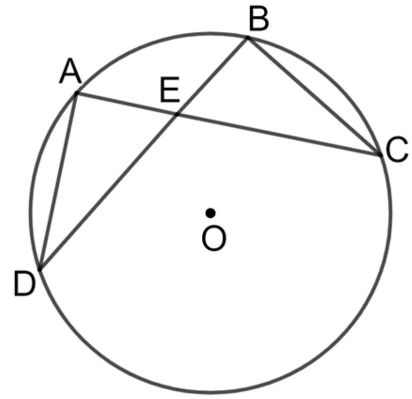
c) Halla la distancia del punto $C$ al plano $ABS$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2004 Segunda Convocatoria**

1 Halla las soluciones de la siguiente ecuación en el intervalo $0 < x \leq 2\pi$:

$$\cos^3 x + \cos 2x - \operatorname{sen}^2 x - \cos x - 1 = 0$$

2 Dada la circunferencia de centro $O$ y radio $\overline{OA}$, en la cual, las cuerdas $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ se cortan en el punto $E$.




a) Prueba que $\triangle ADE \sim \triangle BEC$.

b) Calcula el área del triángulo $BEC$ si además se conoce que:

- $\overline{OA} = 2\sqrt{3}\ dm$, $\overline{DE} = 4,0\ dm$.
- $\dfrac{\overline{AE}}{\overline{EB}} = 1$ y $\sphericalangle AOB = 60°$.

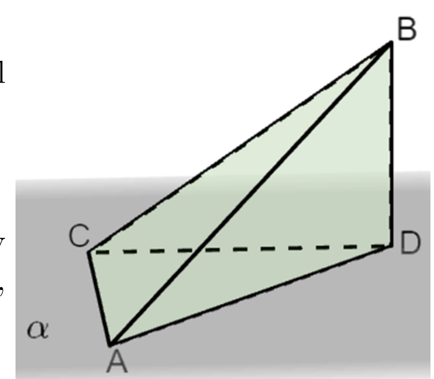
3 En el curso 2004-2005, de los alumnos egresados de la Universidad de la Habana, 305 corresponden a las carreras Ciencias Empresariales, Biología y Derecho, los cuales recibieron su posterior ubicación laboral. El total de ubicados en Derecho coincide con el triple de los ubicados en Biología aumentados en 22, y el 20 % de los ubicados entre Ciencias Empresariales y Derecho excede en 7 al total de ubicados en Biología. ¿Cuántos egresados fueron ubicados en cada una de estas carreras?

4 Dada la función $f$, cuya ecuación es $\log\left(\dfrac{x^2-36}{48+22x-5x^2}\right)$,

a) Halla los valores reales de la variable $x$ para los cuales la función $f$ está definida.

b) Determina los ceros de $f$.

5 En al figura el triángulo $ACD$ es la proyección sobre el plano $\alpha$ del triángulo $ACB$ rectángulo en $C$.




a) Prueba que el triángulo $ADC$ es rectángulo.

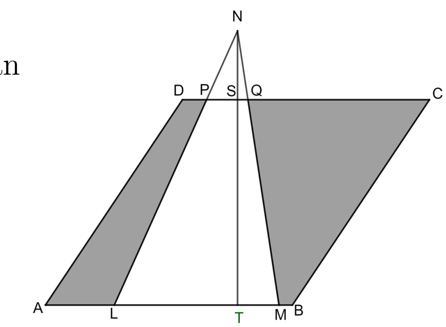
b) Si el perímetro del triángulo $ABC$ es $20(2+\sqrt{2})\ cm$ y se conoce además que $\sphericalangle BAC = 45°$ y $\sphericalangle BAD = 30°$, calcula el volumen de la pirámide $ADCB$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2004 Primera Convocatoria**

1 Sean las expresiones $C = 2a^3 + 5a^2 - 14a - 8$ y $D = 5a^3 + 10a^2 - 40a$, siendo a un número real. Si $E = \dfrac{C}{D}$, halla los valores reales de $a$ para los cuales se cumple que $E \geq 0$.

2 En la figura, $ABCD$ es un rombo cuyo perímetro es 72 $cm$. $L$ y $M$ son puntos sobre $\overline{AB}$ de manera que $\overline{LM} = 12\ cm$.

- $N$ es un punto exterior al rombo, tal que $\overline{LN}$ y $\overline{MN}$ cortan a $\overline{CD}$ en $P$ y $Q$ respectivamente.
- $\overline{LN} = 5\overline{NP}$
- $T$ es un punto sobre $\overline{AB}$ tal que $\overline{NT} = 20\ cm$.
- $\overline{NT} \perp \overline{AB}$.
- $S$ es el punto donde se cortan $\overline{NT}$ y $\overline{CD}$.




a) Demuestra que $\triangle LMN \sim \triangle PQN$.

b) Halla el área de la región sombreada.

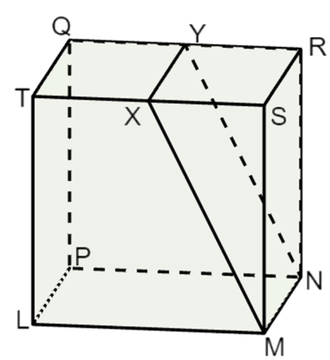
3 Dos camiones distribuyeron cierta cantidad de materiales, de modo que cada uno transportó la mitad. El primer camión realizó 17 viajes, transportando siempre el máximo de su capacidad, excepto en el último viaje que solo utilizó el 50 % de su capacidad. El segundo camión dio un viaje más y en cada viaje transportó una tonelada menos que la capacidad máxima del primer camión. ¿Cuántas toneladas de materiales transportaron entre los dos camiones?

4 Se dan las funciones $f(x) = \dfrac{\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)}{\tan(2\pi - x)}$ y $g(x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$.

a) Prueba que para todos los valores admisibles de la variable se cumple que $f(x) = -cosx$.

b) Resuelve la ecuación $2\left[g(x)\right]^2 + 3g(x) = 2$.

5 En la figura, $LMNPQRST$ es un cubo, $X$ e $Y$ son los puntos medios de $\overline{ST}$ y $\overline{QR}$ respectivamente. Si el área total del cuerpo $MNRSXY$ es $(200 + 50\sqrt{5})\ dm^2$. Calcula el volumen del cubo.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2003 Tercera Convocatoria**

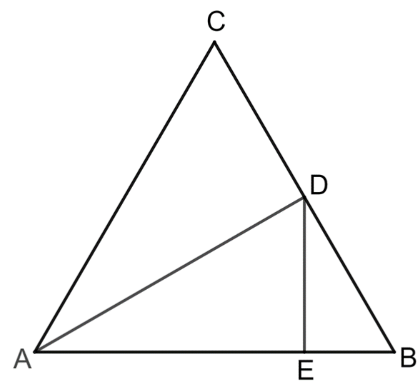
1 Sean las expresiones algebraicas $P = m^3 - m^2 - 17m - 15$, $Q = 3m^2 - 75$ y $R = \dfrac{2}{m+5}$.

a) Determina el dominio de definición de la expresión $R$.

b) Halla los cero de la expresión $P$.

c) Si $N = \dfrac{P}{Q} : R$, calcula los valores reales de $m$ para los cuales se cumple que $N \geq 0$.

2 En el triángulo $ABC$ se han trazado $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ y $\overline{DE} \perp \overline{AB}$. Los puntos $D$ y $E$ están situados sobre los lados $\overline{BC}$ y $\overline{AB}$ respectivamente.




- $\overline{AD}$ es la bisectriz del $\sphericalangle BCA$.
- $\overline{AD} = 6\ cm$ y $\sphericalangle ACB = 60°$.

a) Prueba que el triángulo $ABC$ es equilátero.

b) Demuestra que $\triangle BDE \sim \triangle ADC$.

c) Calcula el perímetro del triángulo $ADE$.

d) Halla el área del triángulo $ABC$.

3 Halla los valores reales de $x$ para los cuales $3^{\operatorname{sen}^2 x} = 9^{\cos(2\pi - x)+1}$.

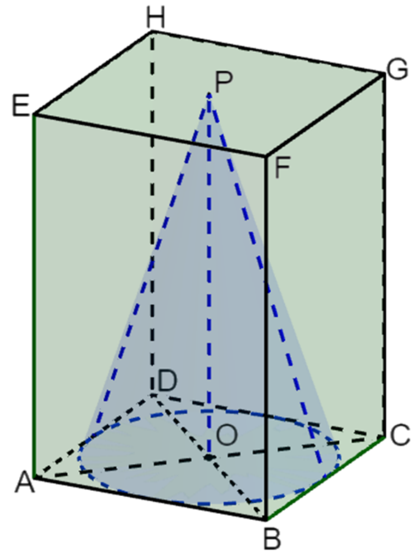
a) Sean $a$ y $b$ dos números reales positivos tales que $a + b = \dfrac{\pi}{2}$, $\dfrac{\operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} b} = \dfrac{15}{8}$, halla el valor numérico de $\operatorname{sen} a$.

4 El equipo de baloncesto de Ciego de Ávila, el pasado campeón nacional, había promediado 87 puntos en los primeros partidos. En el siguiente partido anotó 105 puntos y su promedio aumentó a 90 puntos por partidos.

a) ¿Cuántos partidos había celebrado el equipo hasta promediar 90 puntos?

b) ¿Cuántos puntos había anotado el equipo cuando su promedio era de 87 puntos?

**5** La figura representa un cuerpo macizo formado por un prisma recto, cuya base es el paralelogramo $ABCD$, al cual se le ha perforado un cono cuya base es la circunferencia inscrita a $ABCD$ y $OP$ es la altura de ambos cuerpos. $O$ es el punto de intersección de las diagonales del paralelogramo, $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$, $\overline{OP} = \overline{AB} + 2\ dm$ y la distancia del punto $A$ al punto $P$ es $2\sqrt{11}\ dm$.




a) ¿Es el paralelogramo $ABCD$ un cuadrado? Justifica tu respuesta.

b) Calcula el área total del prisma $ABCDEFGH$.

c) Halla el volumen del cuerpo macizo.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2003 Segunda Convocatoria**

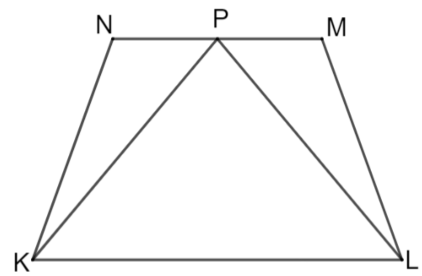
1 Sean las expresiones $A = \dfrac{m^3 + 4m^2 - 5m}{m^3 + 125}$ y $B = \dfrac{3 - 3m^2}{m^3 - 4m^2 + 20m + 25}$.

a) Prueba que para todos los valores admisibles de la variable se cumple que $\dfrac{A}{B} = -\dfrac{m}{3}$.

b) Halla todos los valores reales de la variable m para los cuales se cumple que: $\dfrac{A}{B} \geq m^2 + \dfrac{4}{3}m - \dfrac{2}{3}$.

2 En el pasado campeonato nacional de pelota en nuestro país, después que cada equipo había celebrado la misma cantidad de juegos, los jugadores $A$ y $B$ habían conectado la mayor cantidad de jonrones, en ese orden. El triplo de los jonrones conectados por $B$ era superior en 16 al duplo de los conectados por $A$. Si el cuadrado de los jonrones conectados por $B$ lo dividimos por los conectados por $A$, el cociente es 20 y el resto es 16. ¿Cuántos jonrones conectó cada jugador?

3 En la figura, $KLMN$ es un trapecio de bases $\overline{KL}$ y $\overline{MN}$. El triángulo $KLP$ es isósceles de base $\overline{KL}$ y $P$ es el punto medio $\overline{MN}$.




a) Prueba que el trapecio $KLMN$ es isósceles.

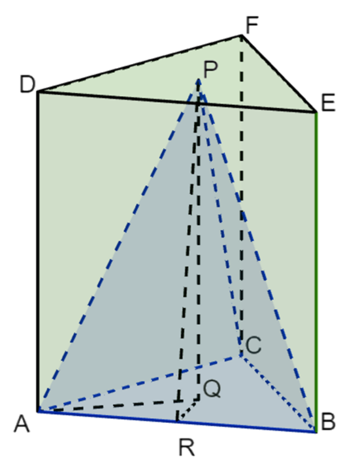
b) Si $\sphericalangle KLP = 50°$ y $\sphericalangle NKP = 20°$, calcula la amplitud del $\sphericalangle LMP$.

4 Se dan las funciones: $f(x) = \dfrac{\cos 2x}{\tan^2 x + 1} + \cos^2 x$ y $g(x) = 2\cos^4 x$.

a) Prueba que $f(x) = g(x)$ para todos los valores admisibles de la variable.

b) Resuelve la ecuación $g(x) = \operatorname{sen}^2 x$

5 Se tiene un prisma recto d altura $\overline{PQ} = 20\ cm$, cuya base es un triángulo equilátero $ABC$. En su interior está inscrito una pirámide recta $ABCP$, como se muestra en la figura. La oblicua $\overline{AP}$ forma con el plano de la base el $\sphericalangle PAQ = 60°$ y $\overline{QR} \perp \overline{AB}$.



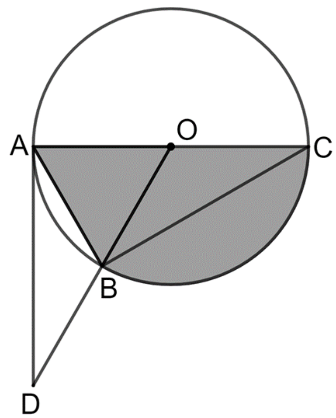

a) Calcula el área total del prisma.

b) Calcula el volumen de la pirámide.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2003 Primera Convocatoria**

**1** Resuelve la ecuación:

$$\frac{1}{3} \cdot 27^{\operatorname{sen} x} = 3^{\cos 2x}$$




**2** En la figura, los puntos $A$, $B$ y $C$ pertenecen a la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AC} = 5,0\ cm$. Se tiene además que $\sphericalangle AOB = 60°$, $\overline{AD}$ es tangente a la circunferencia en $A$ y los puntos $O$, $B$ y $D$ están alineados.

a) Prueba que $\triangle ABC = \triangle AOD$.

b) Halla el perímetro de la región sombreada.

**3** En un grupo de duodécimo grado todos sus alumnos eligieron en la primera opción una carrera de los grupos de humanidades, ciencias técnicas o ciencias naturales, comportándose las cifras de este modo: El $20\,\%$ de la matrícula optó por carreras de humanidades, las $\frac{3}{4}$ partes del resto de los alumnos prefirieron carreras técnicas, mientras que 8 alumnos optaron por ciencias naturales.

a) Halla la matrícula del grupo.

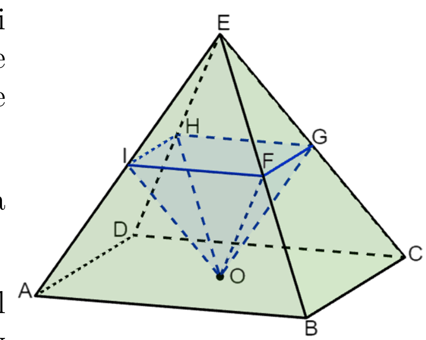
b) ¿Cuántos alumnos optaron por las carreras técnicas en la primera opción?

**4** Dadas la funciones $f(x) = \log_2(x-3)$ y $g(x) = \log_{0,5}\frac{x}{4}$.

a) Calcula $f(32\sqrt{2}+3)$.

b) Halla los valores de $x$ para los cuales las imágenes de la función $f$ son menores o iguales que las imágenes de la función $g$.

**5** Se tienen dos pirámides rectas de base cuadrada, una inscrita dentro de la otra, como se muestra en la figura. Si la diferencia de las áreas de las bases de las pirámides es de $12\ cm^2$ y las aristas de la base de la pirámide $ABCDE$ mide $4,0\ cm$.




a) Calcula el volumen de la pirámide $FGHIO$ si su altura es de $\sqrt{3}\ cm$.

b) Halla el área lateral de la pirámide $ABCDE$ si el ángulo de inclinación de una de las caras laterales y la base es de $60°$.

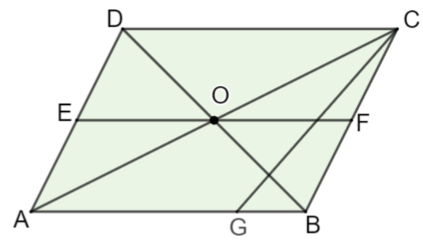
**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2002 Segunda Convocatoria**

1 Sea la función real definida para todos los valores reales de $t$ por la ecuación: $f(t) = 2^t$

a) Verifica que se cumple: $\dfrac{f(\log_2 50)}{\log_2 160 - \log_2 5} = \dfrac{5}{\left(\sqrt{2}\right)^{-2}}$

b) Determina para qué valores de $t$ se cumple: $2f\left(\sqrt{3}t - 2\right) = 2^{2t}$

2 En la figura $ABCD$ es un paralelogramo y $O$ el punto de intersección de sus diagonales, $E$ y $F$ puntos situados sobre los lados $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ respectivamente, distintos de sus extremos, $E$, $O$ y $F$ puntos alineados.
a) Demuestra que $\overline{OE} = \overline{OF}$.



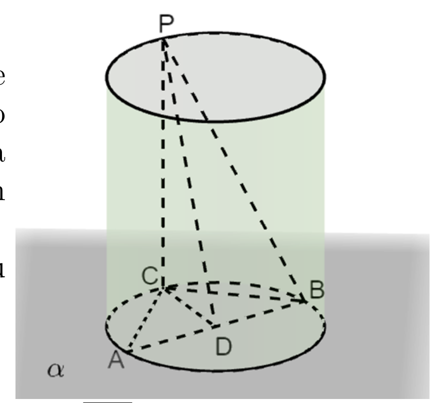

b) Si $G$ es el punto del segmento $\overline{AB}$, tal que $\overline{BG} = \dfrac{1}{2}\overline{AG}$, prueba que el área del triángulo $BCG$ es igual a $\dfrac{1}{6}$ del área del paralelogramo $ABCD$.

3 Halla el conjunto solución de la ecuación:

$$\cos 2x - \cos x \cdot \tan x = 0$$

4 Entre dos Institutos Preuniversitarios en el Campo había a principios de curso 62 alumnos de duodécimo grado que manifestaron interés por estudiar carreras pedagógicas. A mediados de curso, el número de interesados en el IPUEC 1 se incrementó en un 20 %, y en el IPUEC 2, en un 25 %, de modo que entre ambos centros hay ahora 76 alumnos que desean estudiar una carrera pedagógica. ¿Cuántos alumnos de grado 12 aspiran en estos momentos a una carrera pedagógica en cada escuela?

5 En un plano $\alpha$, sea $ABC$ un triángulo isósceles de base $\overline{AB}$. Por $C$ se traza el segmento $\overline{CP}$, perpendicular al plano $\alpha$. Además, sea $\overline{CD}$ bisectriz del ángulo $ACB$ y $\overline{DP}$ una oblicua al plano $\alpha$, cuya proyección sobre $\alpha$ coincide con $\overline{CD}$.
b) ¿Cuál es la amplitud del ángulo $PDB$? Justifica tu respuesta.




b) Halla el área total en $cm^2$ del cilindro circular recto de altura $\overline{CP}$, que tiene al triángulo $ABC$ inscrito en su base inferior, sabiendo que: $\pi = 3,14$, $\sphericalangle ACB = 90°$, $\sphericalangle CPD = 21,8°$ y que el área de la base inferior de dicho cilindro es de 640 $mm^2$. Justifica cada uno de los pasos, siempre que sea posible.

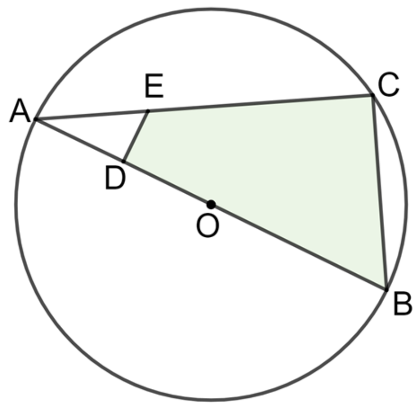
**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2002 Primera Convocatoria**

**1** Sean $f$ y $g$ dos funciones reales dadas por las ecuaciones:
$f(t) = \sqrt{t-2} + 10^{\log(t+3)}$ y $g(t) = \sqrt{(t-1)^2 - 21} + t + 3$

a) Halla el dominio de la función $f$.

b) Determina para qué valores de $t$ se cumple que $f(t) = g(t)$.

**2** En la figura: $A$, $B$, $C$ son puntos de la circunferencia con centro en $O$ y diámetro, $E$ y $D$ son puntos de $\overline{AC}$ y $\overline{AO}$ respectivamente y $\overline{ED} \perp \overline{AO}$. El área del círculo de centro en $O$ y diámetro $\overline{AB}$ es igual a $16\pi\ cm^2$.




a) Prueba que $\overline{AC} \cdot \overline{ED} = \overline{CB} \cdot \overline{AD}$

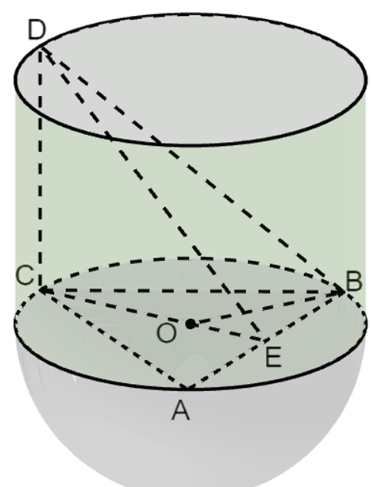
b) Si $\sphericalangle CAB = 30°$ y el área de $\triangle ADE = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\ cm^2$. Determine el área del cuadrilátero $EDBC$

**3** Determine el con junto solución de la ecuación

$$2\operatorname{sen}^2 x + \cos 2x + \frac{2}{\cos x} = \cos x$$

**4** En una UBPC se plantaron 2 caballerías más de papas que de boniatos. Después de una semana de trabajo en la recolección, los trabajadores de la UBPC verificaron que aun quedaba por recoger el 21 % de la plantación de papas y el 75 % de la de boniatos, lo que implicaba que faltaba por recoger 3,9 caballerías más de boniatos que de papas. ¿Cuántas caballerías de cada cultivo se habían plantado?

**5** En la figura se muestra un cuerpo formado por un cilindro circular recto de altura $\overline{CD}$ cuya base inferior tiene centro en $O$ y radio $r = \overline{OB}$, y una semiesfera con centro en $O$ y de radio igual al del cilindro. El $\triangle ABC$ es equilátero de perímetro $9\sqrt{3}\ m$ e inscrito en la base inferior del cilindro. $\overline{CE}$ es la mediana del $\triangle ABC$ relativa al lado $\overline{AB}$ y proyección de la oblicua $\overline{DE}$.




a) ¿Cuál es la amplitud de $\sphericalangle DEB$? Justifica.

b) Determina la altura del cilindro si el volumen del cuerpo es $63\pi\ m^3$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2001 Primera Convocatoria**

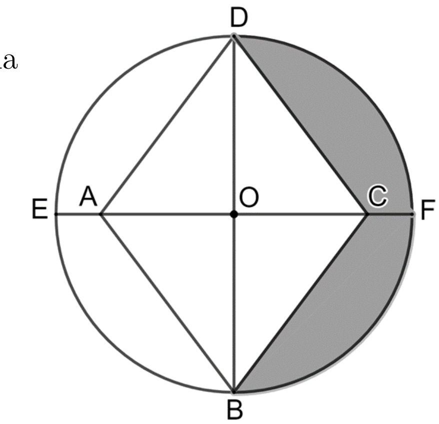
**1** Dadas las funciones $f$ y $g$ definidas por $f\left(x\right)=\sqrt{6-4x}$ y $g\left(x\right)=\sqrt{x^3-3x^2+x+3}$

a) Halla el dominio de la función $f$.

b) Determina los valores reales de $x$ tales que $f(x)-g(x)=0$

**2** En la figura:

- El rombo $ABCD$ tiene sus vértices $D$ y $B$ sobre la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{EF}$.
- $A$ y $C$ son puntos de $\overline{EF}$.
- $O$ es un punto de $\overline{BD}$.
- $\overline{BD}=32\ cm$ y $\overline{AC}=24\ cm$.




a) Calcula el perímetro del rombo $ABCD$.

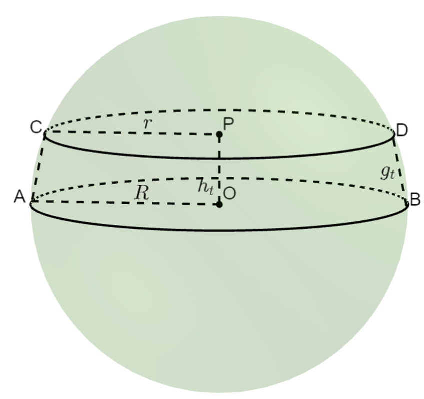
b) Calcula el área de la región sombreada.

**3** Determine el con junto solución de la ecuación

$$\frac{\operatorname{sen} 2x-2\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen}^2 x+(\operatorname{sen} x+\cos x)^2}=1$$

**4** Una empresa de la industria electrónica produce teclados y pantallas para calculadoras gráficas en dos plantas: en la $A$ y en la $B$. En la planta $A$ se fabrican 14 teclados y 9 pantallas por hora y en cada jornada de 8 horas se desechan como promedio 2 teclados y 2 pantallas. En la planta $B$, de más moderna tecnología, se producen 55 teclados y 55 pantallas por hora. ¿Cuántas jornadas de 8 horas debe trabajar cada planta para que conjuntamente produzcan 1 210 teclados y 1 090 pantallas?

**5** En el interior de una esfera de radio $R=1,6\ cm$ está situado un cono truncado resultante de haber realizado un corte transversal paralelo a su base de radio precisamente $R$; mientras que el radio de la circunferencia resultante del corte es $r=9,2\ mm$. La distancia que separa a esta de la base del cono es $h_t=0,6\ cm$.




a) Halla la altura ($h$) del cono original.

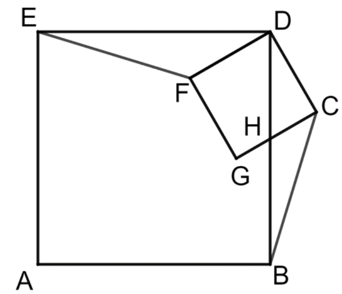
b) Calcula el volumen del cono truncado ($V_t$) sombreado en la figura. ($\pi=3,14$).

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 2000 Primera Convocatoria**

1 Determina los valores reales de $x$ que satisfacen la ecuación:

$$3^{\left(-2x^2\right)} \cdot 9^{\left(-2x^2-3\right)} = \left(\frac{1}{27}\right)^{6x-2}$$

2 En la figura:




- $ABDE$ y $CDFG$ son cuadrados $\sphericalangle FDB = 60°$.
- $H$ es la intersección de $\overline{BD}$ y $\overline{CG}$.

a) Calcula la amplitud del ángulo $BHC$.

b) Prueba que $\triangle EFD = \triangle BCD$.

3 Sean las funciones $f$ y $g$: $f(x) = \dfrac{(x-1)\sqrt{x+3}+2x+1}{x+2}$ y $g(x) = x$

a) Halla el dominio de la función $f$.

b) Encuentra los valores reales de $x$ para los cuales se cumple la ecuación $f(x) = g(x)$.

4 Alejandro hizo dos llamadas de larga distancia desde Ciudad de la Habana, una a Santiago de Cuba y la otra a Matanzas. La operadora al final le informa que habló en cada ocasión más de tres minutos y que en total estuvo conversando 15 minutos por lo que debe pagar \$ 7,40. Más tarde, Alejandro consultó la siguiente tabla para saber lo que le cobraron por cada llamada:

| Desde Ciudad de la Habana a los siguientes territorios | Tres minutos | Minuto adicional |
|---|---|---|
| Pinar del Río, Isla de la Juventud, Matanzas | 1,00 | 0,25 |
| Las Tunas, Holguín, Granma, Santiago de Cuba, Guantánamo | 2,40 | 0,60 |

a) ¿Cuántos minutos estuvo hablando Alejandro con cada provincia?

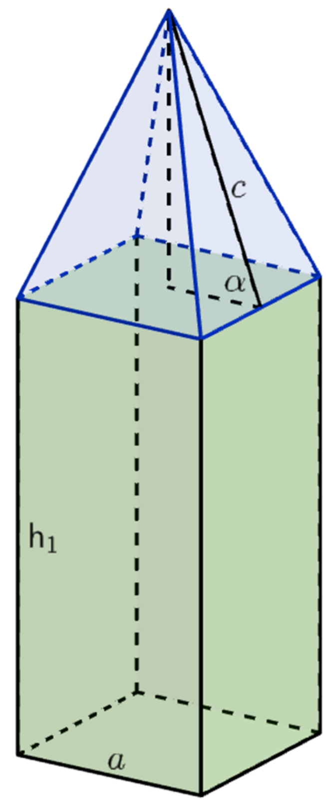
b) ¿Cuánto pagó por cada llamada?

5 En la figura aparecen representados un prisma de base cuadrada de lado ($a$) y una pirámide recta cuya base coincide con una de las bases del prisma. Se sabe que:

- El área lateral del prisma es $A_L = 28,8\ cm^2$
- La longitud de la altura del prisma es $h_1 = 0,4\ dm$.
- La longitud de la altura de cada cara de la pirámide es $c = 2,6\ cm$.
- La amplitud del ángulo formado por esa altura ($c$) y su proyección sobre la base de la pirámide es $\alpha = 69,8°$.

a) Calcula el volumen de la pirámide ($V_{\text{pirámide}}$)

b) ¿En que proporción deberán estar $h_1$ y $h_2$ (altura de la pirámide) para que $\dfrac{V_{\text{pirámide}}}{V_{\text{prisma}}} = \dfrac{2}{3}$?

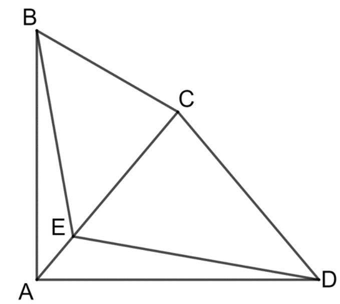


**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1999 Segunda Convocatoria**

1 Resuelve la inecuación

$$\frac{x}{x-5} - \frac{1}{x-4} \leq \frac{x}{x^2-9x+20}$$

2 En la figura $A$, $E$ y $C$ están alineados $\sphericalangle BAD = 90°$ , $\sphericalangle BCA = 80°$, $\sphericalangle CDE = \sphericalangle BAC = 40°$, $\sphericalangle EDA = 10°$.




.

a) Demuestra que los triángulos $ABC$ y $DEC$ son iguales.

b) Calcula la amplitud del ángulo $ABE$.

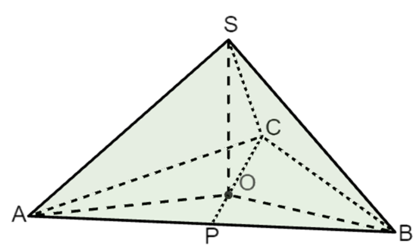
3 En un centro deportivo hay 400 atletas varones más que hembras. Se decidió trasladar para otro centro al 70 % de los varones y al 20 % de las hembras, quedando en el centro inicial 100 hembras más que varones. ¿Cuántos atletas de cada sexo se quedaron en el centro deportivo?

4 Dada la igualdad $\dfrac{A^2+\cos 2x}{\operatorname{sen} 2x} = A\cot x$:

a) Demuestre que para $A = 1$ la igualdad que se obtiene es una identidad para todos los valores admisibles de la variable $x$.

b) En la igualdad toda considera $A = \dfrac{1}{2}$ y resuelve la ecuación obtenida.

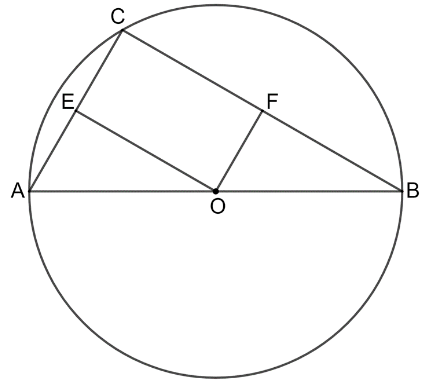
5 Sea $ABCS$ una pirámide regular cuya base es un triángulo equilátero $ABC$. El punto $O$ es la proyección de $S$ sobre la base. $\overline{OP}$ es perpendicular a $\overline{AB}$. Las aristas laterales miden $5,0$ *cm* y sus proyecciones respectivas miden $4,0$ *cm*. Calcule el volumen de la pirámide.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1999 Primera Convocatoria**

1 Dadas las expresiones: $A = \sqrt{36 - x^2}$ y $B = \sqrt{x^2 - 3x - 28}$. Determina para qué valores de $x$ están definidas simultáneamente ambas expresiones.

2 El triángulo $ABC$ está inscrito en la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AB} = 8,0\ cm$. $\overline{EO} \parallel \overline{BC}$, $\overline{OF} \parallel \overline{AC}$ y $\overline{AC} = \overline{AO}$.




a) Calcula la razón $\dfrac{\text{Área del rectángulo } EOFC}{\text{Área del círculo de centro } O \text{ y diámetro } \overline{AB}}$.

b) Determine la amplitud del $\sphericalangle ABC$.

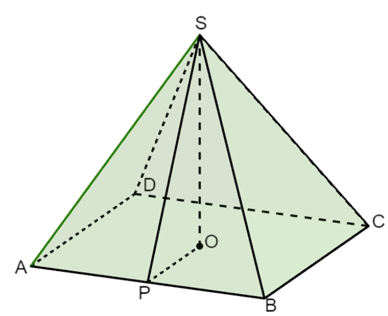
3 Dos grupos de estudiantes de un IPUEC están recogiendo papas. Al inicio de la jornada se le entregó a cada uno cierta cantidad de sacos vacíos. La tercera parte de los sacos entregados al grupo $B$ excede en 4 a la cuarta parte de los entregados al grupo $A$. Al terminar la sesión de campo, entre los dos grupos lograron llenar todos los sacos pero el grupo $A$, llenó 30 sacos menos que los que le habían sido entregados y la cantidad de sacos que logró llenar el grupo $B$ excede en dos al duplo de los que llenó el grupo $A$. ¿Cuántos sacos vacíos se entregaron al inicio de la jornada a cada grupo?

4 Sea $f(x) = \dfrac{1 + \operatorname{sen} Ax}{\cos Ax}$ y $g(x) = \dfrac{A - 1 + \tan x}{A - 1 - \tan x}$.

a) Demuestre que si $A = 2$, la igualdad $f(x) = g(x)$ es una identidad para todos los valores admisibles de la variable $x$.

b) Considera $A = 1$ y resuelve la ecuación $f(x) = -1$.

5 En la figura $ABCDS$ es una pirámide recta de base cuadrada de $4,0\ cm$ de lado. El punto $O$ es la proyección de $S$ sobre la base, $\sphericalangle SAP = 60°$ y $P$ punto medio de $\overline{AB}$. Calcula el volumen de la pirámide.

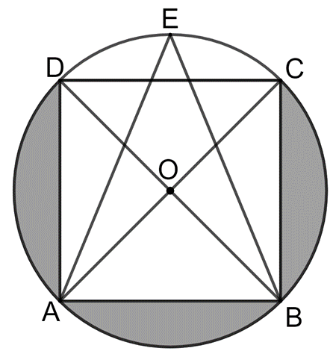


**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1998 Segunda Convocatoria**

1 Resuelve la ecuación:

$$\sqrt{\sqrt{12x}+x}=3$$

2 En la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AC}=4,0\ cm$. $B$ y $D$ son puntos de la circunferencia. $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ y $E$ punto medio de $\overset{\frown}{DC}$.




a) Pruebe que: $\triangle ADE$ y $\triangle BCE$ son iguales.

b) Halla el área de la parte sombreada.

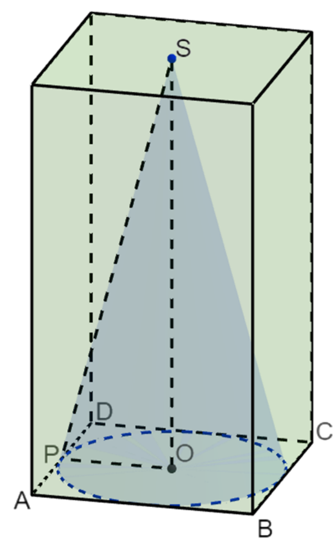
3 En un centro escolar hay dos terrenos de forma cuadrada para desarrollar las actividades de Educación Física, la suma de sus áreas es igual a 41 unidades cuadradas y la mitad del perímetro del terreno más grande excede en 6 unidades al lado del otro terreno. ¿Qué longitud total de cerca metálica se necesita para cercar los terrenos?

4 Sea $A$ un número real dado. Considera la ecuación: $\cos x+\cos 2x+A=0$

a) Resuelve la ecuación para $A=2$.

b) ¿Para qué valores de A una de las soluciones de la ecuación es $x=\dfrac{3\pi}{2}$?

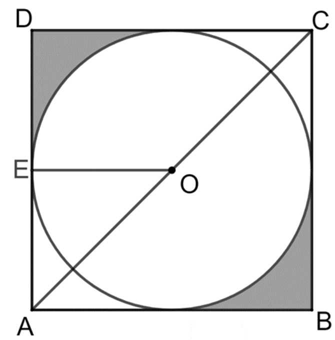
5 La base de un cono circular recto está inscrita en la base cuadrada $ABCD$ de un prisma recto, como se muestra en la figura. Los puntos $S$ y $O$ son los centros de los bases del prisma, $S$ es el vértice del cono y $P$ es el punto en el cual $\overline{AD}$ es tangente a la circunferencia de la base del cono. La diagonal $\overline{BD}$ mide $6,0\ cm$, $\sphericalangle SPO=75,3°$. Calcula el volumen del cono.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1998 Primera Convocatoria**

1 Halla la abscisa $x \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ del punto donde se cortan los gráficos de las funciones dadas por las ecuaciones: $f(x) = \sqrt{10 + \frac{9}{2}\cos x}$ y $g(x) = 3 + \cos x$

2 La circunferencia de centro $O$ y radio $\overline{OE} = 4,0\ cm$ se ha inscrito en el cuadrado $ABCD$ de modo que $\overline{AD}$ es tangente a la circunferencia en $E$.




a) Demuestre que $\triangle ABC$ y $\triangle AEO$ son semejantes.

b) Calcula el área de la parte sombreada.

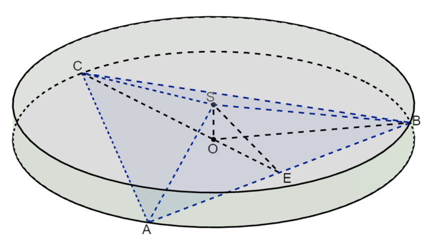
3 En cierto país, el precio que hay que pagar por enviar un telegrama se calcula de la siguiente manera: Si el telegrama tiene 10 palabras o menos se paga un precio fijo. Si tiene más de 10 palabras, entonces se paga el precio fijo (por las primeras diez palabras) más una cierta cantidad extra por cada palabra adicional. Un telegrama de 15 palabras cuesta 11,65 pesos y un telegrama de 19 palabras cuesta 14,57 pesos. ¿Cuál es el precio fijo y cuál es la cantidad extra por cada palabra adicional?

4 Sea la función definida por $f(x) = \log\left(3^{2x} - A \cdot 3^{x} + 10\right)$

a) Halla el valor de $A$ para el cual se cumple $f(1) = 0$.

b) Considerando que $A = 10$, halla todos los valores de $x$ que satisfacen la ecuación $f(x) = 0$.

5 En la figura el triángulo equilátero $ABC$ está inscrito en una de las bases del cilindro circular recto. Los puntos $O$ y $S$ son los centros de las bases del cilindro.




- $E$ es punto medio de $\overline{AB}$, $\overline{EB} = 3,0\ cm$ y $\sphericalangle OSB = 79,1°$.

a) Calcula el volumen del cilindro.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1997 Tercera Convocatoria**
**Cursos de trabajadores**

1. Si $f(x) = x - 2 + \dfrac{1}{x}$ y $g(x) = x - 2 + \dfrac{2x-1}{x}$, calcula y simplifica $q(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

2. Dadas $f(x) = 3x^2 - kx + 3$, $g(x) = 2x - 4$ y $h(x) = 1 - x$.

   a) Calcula los valores de $k$ para los cuales la función $f$ tiene dos ceros diferentes.

   b) Calcula los ceros de $f$ para $k = 7$.

   c) Representa gráficamente la función $g$ en un sistema de coordenadas.

   d) Determina los valores de $x$ que satisfacen la inecuación $g(x) < h(x)$.

3. Una CPA con cierta cantidad de dinero puede comprar 6 sacos de fertilizantes y 15 de semillas, o 12 sacos de fertilizantes y 10 de semillas. Si los sacos de semillas valen $ 10,00 más que los de fertilizantes. ¿Qué precio tienen los sacos de semilla y cuál los de fertilizantes? ¿De qué dinero dispone la CPA?

4. Resuelve:

$$\sqrt{x+1} + \frac{13}{\sqrt{x+1}} = 6, \ (x > -1)$$

5. Calcula el valor de $\alpha$ si $(0° \leq \alpha \leq 360°)$ y $\tan\alpha = \dfrac{\operatorname{sen} 330° \cdot \tan 120°}{\cos 240° \cdot \cot(-30°)} \cdot \tan 390°$

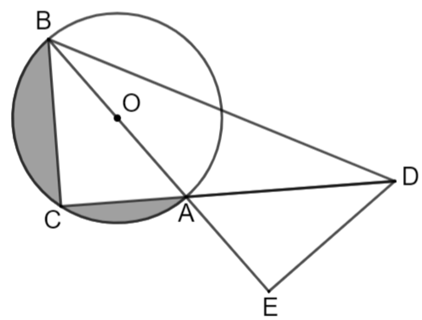
**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1997 Segunda Convocatoria**

1 Sean: $f(x) = 3 - \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2x \tan x$ y $g(x) = 1 + \operatorname{sen} x$.

a) Calcula $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

b) Halla los valores de $x$ para los cuales se cumple que $f(x) = g(x)$.

2 En la figura $A$, $B$ y $C$ son puntos de la circunferencia de centro $O$ y radio $r = 1,0\ cm$.




- $A$ punto de intersección de las rectas $\overline{CE}$ y $\overline{BD}$.
- $O$ punto de $\overline{BD}$.
- $\overline{ED} \perp \overline{BD}$.
- $\triangle ABE$ es isósceles de base $\overline{BE}$.

a) Demuestra que $\triangle ABC = \triangle ADE$.

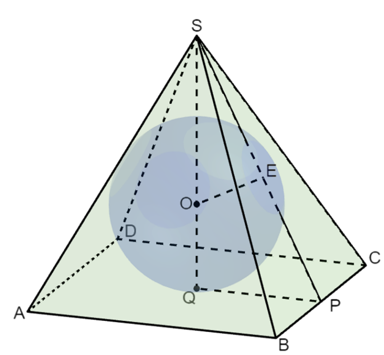
b) Calcula el área sombreada sabiendo que $\overline{DE} = 1,6\ cm$.

3 Se tienen dos planchas una de zinc y otra de aluminio, de igual área y se recorta un cuadrado en cada plancha de manera tal que sobran $4\ m^2$ en la plancha de zinc y $11\ m^2$ en la de aluminio. Si la longitud del lado del cuadrado recortado en la plancha de aluminio es igual al 75 % de la longitud del lado del cuadrado que se recortó en la plancha de zinc ¿Cuál es el área de cada cuadrado recortado?

4 Halle los valores de $a$ para los cuales $x = 18$ es solución de la ecuación:

$$\sqrt{\sqrt{ax} - a} = 2$$

5 Sea $ABCDS$ un pirámide de base cuadrada, la altura $\overline{SP}$ de la cara lateral $SDC$ forma con su proyección $\overline{QP}$ sobre el plano de la base y el $\sphericalangle SPQ = 60°$. En la pirámide está inscrita una esfera de centro $O$ y volumen $V_{\text{esfera}} = \frac{32\pi}{3}\ cm^3$. Se traza $\overline{OE}$ perpendicular a la cara $SDC$ de tal manera que el punto $E$ pertenece a la altura $\overline{SP}$ de esta cara. La altura $\overline{SQ}$ de la pirámide forma con $\overline{OE}$ el $\sphericalangle SOE = 60°$. Halle el volumen de la pirámide.

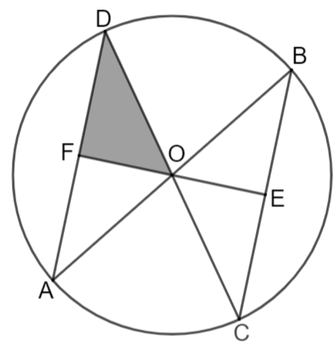


**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1997 Primera Convocatoria**

**1** Si la función definida por $f(x) = \frac{1}{2}x + 5$. Halle los valores de $x$ para los cuales se cumple:

$$f(x) = \sqrt{2f(x) - 1}$$

**2** $A$, $B$, $C$ y $D$ puntos de la circunferencia de centro $O$ y radio $r = 4,0\ cm$. $\overline{AD} \parallel \overline{CB}$ y $\overline{EF} \perp \overline{AD}$




a) Demuestre que $\triangle BEO = \triangle DFO$.

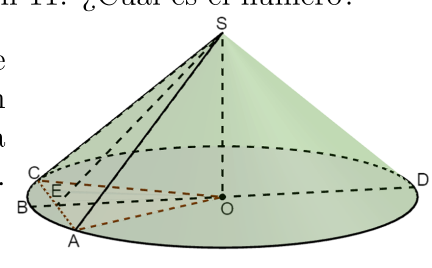
b) Calcule el área del $\triangle DFO$ si $\overline{AD} = 6,4\ cm$.

**3** Resuelve la siguiente inecuación:

$$\log_3\left[5^{(x-3)^2}\right] \geq \log_3 5^{2x-7} + \log_3 5^{x+2}$$

**4** Un número de cuatro cifras es mayor que 1 000 pero menor que 2 000. La cifra de las unidades es igual a la cifra de las decenas disminuida en 2. La cifra de las centenas es igual a la cifra de las unidades aumentada en 2. La suma de la cifra de las decenas y la cifra de las centenas es igual a la cifra de las unidades aumentada en 11. ¿Cuál es el número?

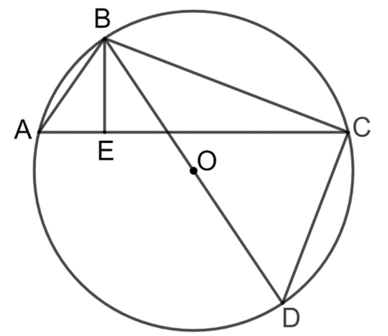
**5** Sean $A$, $B$, $C$ y $D$ puntos de la circunferencia de la base del cono de altura $S$. La oblicua $\overline{SE}$ forma con su proyección $\overline{OE}$ sobre el plano de la base del cono el $\sphericalangle SEO = 45°$. La cuerda $\overline{AC}$ es perpendicular al diámetro $\overline{BD}$ en el punto $E$. $\overline{AC} = 4,0\ cm$ y $\sphericalangle AOC = 60°$. Halla el volumen del cono.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1996 Segunda Convocatoria**

1 Resuelve la ecuación:

$$\sqrt{\sqrt{4x+16}-x} \;=\; 1$$




2 En la figura $A$, $B$, $C$ y $D$ puntos de la circunferencia. $\overline{DB}$ diámetro y $\overline{AC} \perp \overline{BE}$.

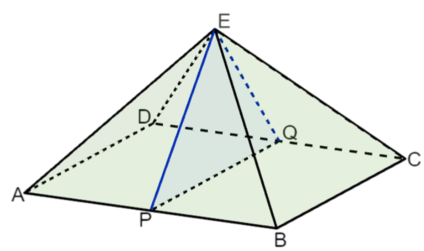
a) Demuestre que $\triangle BCD \sim \triangle ABE$.

b) Demuestre que $\overline{AB} \cdot \overline{BC} = \overline{BD} \cdot \overline{BE}$

3 Halle los valores de $x\,(0 \leq x \leq \pi)$ que satisfacen la ecuación:

$$\log_{(\operatorname{sen} x - \cos x)}(\cos 2x - \operatorname{sen} 2x + 7\cos x + 5) = 2$$

4 En un taller de piezas de repuesto había en total 120 piezas de dos tipos. Una empresa adquirió la mitad de las piezas del tipo $I$ y tres cuartos de las piezas del tipo $II$. Si lo que quedó es el 40 % de las piezas que había inicialmente, calcula cuántas piezas de cada tipo había al principio.



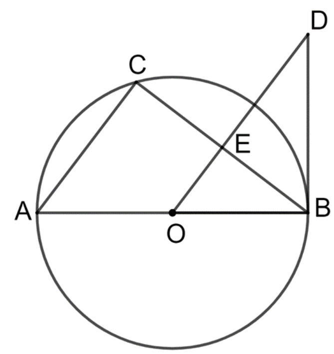

5 La pirámide $ABCDE$ es de base cuadrada de lado $a$ y altura $h$. $P$ y $Q$ son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ respectivamente, se conoce que $\sphericalangle EPQ = 68,2^\circ$ y que el triángulo $PQE$ tiene un área de $90,0\ cm^2$. Calcule el volumen de la pirámide.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1996 Primera Convocatoria**

1 Demuestra la siguiente identidad para los valores admisibles de la variable:

$$\frac{\cos 2x + 2\cos x + 1}{\cos x\,(\cos x + 1)} = 2$$

2 En la figura $A$, $B$ y $C$ son puntos de la circunferencia de centro O. $\overline{AB}$ es diámetro y $\overline{OD} \perp \overline{CB}$ en $E$. $\overline{DB}$ es tangente a la circunferencia en $B$.




a) Demuestra que $\triangle ABC$ y $\triangle DBO$ son semejantes.

b) Demuestra que $\overline{CB} \cdot \overline{OB} = \overline{AC} \cdot \overline{DB}$.

3 Sean las funciones: $f(x) = 4^{\log\sqrt{2x^2+7x} - \log\sqrt{x}}$ y $g(x) = 16^{\log\sqrt{x+2}}$.

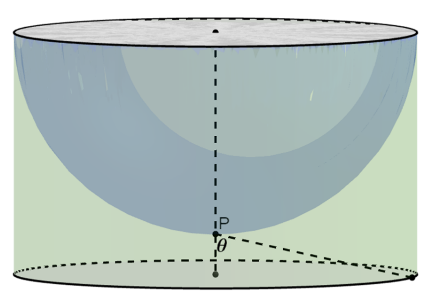
a) Determina los valores de $x$ para los cuales ambas funciones alcanzan el mismo valor.

4 Dos fábricas debían producir entre ambas, según sus respectivos planes de producción, 360 bicicletas. La primera de ellas cumplió su plan al 112 % y la segunda al 110 % y entre las dos produjeron 400 bicicletas.

a) ¿Cuál era el plan de producción de cada fábrica?

b) ¿Cuántas bicicletas produjo cada fábrica?

5 En la figura se representa un cuerpo formado por un cilindro circular recto de altura $H$, un cono de altura $h$ y una semiesfera de radio $r$. Las bases del cilindro son las bases del cono y la semiesfera respectivamente. El vértice del cono es un punto de la semiesfera. El volumen del cilindro es 471 $cm^3$. La generatriz del cono y la altura forman un ángulo $\theta = 78,7°$. Calcula el volumen del cono.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1995 Segunda Convocatoria**

**1** Resuelve la ecuación:

$$\log_2\left(3^{k-1}-11\right)=1+\log_2\left(3^{k-1}-1\right)$$

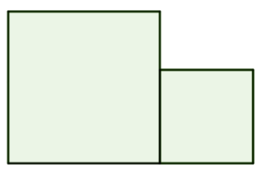
**2** En un sistema de coordenadas en el plano se ha representado el rectángulo $ABCD$. Se conoce que $A(0,-1)$, $B(3,-2)$ y $C(4,1)$.

a) Demuestra que $ABCD$ es un cuadrado.

b) Escribe una ecuación de la recta $\overline{AD}$.

c) Halla las coordenadas del vértice $D$.

**3** Con dos cuadrados se forma una figura de seis lados como se muestra en el dibujo. Calcula las longitudes de los lados de los cuadrados sabiendo que la figura obtenida tiene 233 $cm^2$ de área y 68 $cm$ de perímetro.

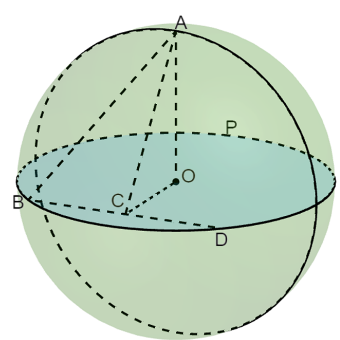


**4** Halla todos los pares $(x,y)$ con $\left(0\leq x\leq\dfrac{\pi}{2}\right)$; $\left(\dfrac{\pi}{2}\leq y\leq\pi\right)$ que satisfacen el sistema:

$$\begin{cases} y-2x=0 \\ \operatorname{sen}x+\cos y=1 \end{cases}$$

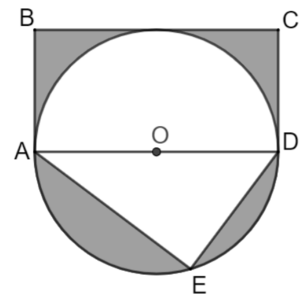
**5** En la figura $\overline{AO}$ es radio de la esfera de centro $O$ y es perpendicular al plano que pasa por $O$ determinado por los puntos $B$, $P$ y $D$ de la esfera. $C$ es un punto de $\overline{BD}$, $\overline{OC}\perp\overline{BD}$ y $\sphericalangle BAC=30°$. Demuestre que:

$$\frac{\text{Áreal del círculo que pasa por } B,\ P \text{ y } D}{\text{Área del } \triangle ABC}=\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$$



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1995 Primera Convocatoria**

1 Dada la función $f(x) = \dfrac{x^3+5x^2+8x+4}{x^2-4}$. Determina los valores los valores reales de $x$ para los cuales se cumple que $f(x) \geq 0$.



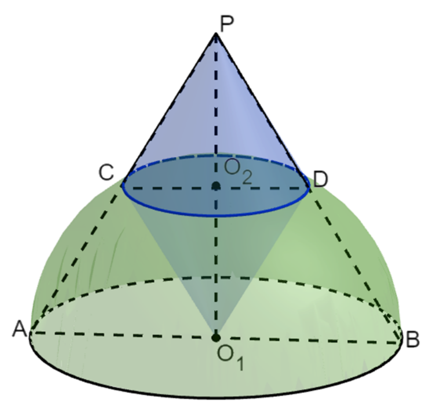

2 En la figura, $\overline{AD}$ es el diámetro y $E$ es un punto de la circunferencia de centro $O$. La recta $\overline{BC}$ es tangente a la circunferencia en $F$ y $ADCB$ es un rectángulo. Calcula el área de la región sombreada, conociendo que; $\overline{AE} = 16\ cm$ y $\overline{DE} = 12\ cm$.

3 En un mercado agropecuario hay dos sacos que contienen 174 $kg$ de arroz. Si del saco más pesado se saca el 25 % del arroz que contiene y se echa en el otro, entonces ambos sacos tendrían la misma cantidad de arroz. ¿Cuántos $kg$ de arroz contiene cada saco?

4 Sea la ecuación $4\operatorname{sen}^2 x - 2(k+1)\operatorname{sen} x + 1 = 0$; $(0^\circ \leq x \leq 90^\circ)$.

a) Halla las soluciones de la ecuación para $k = \dfrac{3}{2}$.

b) ¿Para qué valores positivos de $k$, la ecuación tiene una sola solución?



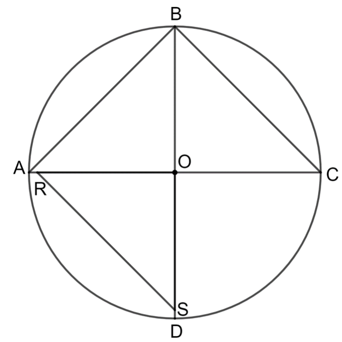

5 Una semiesfera de diámetro $\overline{AB}$ es cortada por un plano paralelo al plano de la base con centro en $O_1$ y diámetro $\overline{AB}$. El plano determina, sobre la semiesfera, un círculo de centro $O_2$ y diámetro $\overline{CD}$. Tomando como base el círculo de centro en $O_2$, se construyen dos conos: uno de vértice en $O_1$ y otro en el punto $\{P\} = \overline{AC} \cap \overline{BD}$. El círculo que tiene centro en $O_1$ y diámetro $\overline{AB}$ tiene un área de 314 $m^2$ y $\sphericalangle O_2O_1D = 30^\circ$. Calcula el volumen del cono con vértice en $O_2$ y altura $\overline{PO_2}$

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1994 Tercera Convocatoria**

**1** Resuelve la ecuación: $2\operatorname{sen}2x\cot x - \cos 2x = 3\cos x$

**2** En la figura los arcos $\overset{\frown}{AB}$ y $\overset{\frown}{BC}$ son iguales y $\overline{RS} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ son diámetros de la circunferencia de centro $O$. $R$ es un punto de $\overline{AC}$ y $S$ es un punto de $\overline{BD}$ tales que $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{RO}} = \dfrac{3}{2}$.

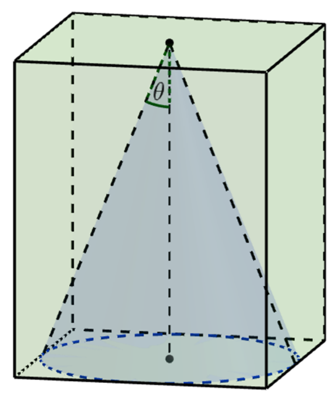
Demuestra que $\dfrac{\text{Área del } \triangle ROS}{\text{Área del } \triangle ABC} = \dfrac{4}{9}$




**3** Un terreno rectangular tiene 30 $m$ de ancho y 50 $m$ de largo. ¿En cuántos metros debe disminuirse el ancho y en cuántos aumentarse el largo para que el perímetro aumente en 30 $m$, sin cambiar el área?

**4** Sean: $A = \dfrac{x^3 - x^2 + x - 1}{x+8}$ y $B = \dfrac{1}{x^4 - 1}$. Halle el mayor número entero negativo $x$ para el cual se cumple $A \cdot B \leq 0$.

**5** En la figura se tiene un prisma recto de base cuadrada en el cual se ha inscrito un cono. El área total del prisma es 112 $dm^2$ y el ángulo que $\theta = 21,8°$. Calcule el volumen del cono.

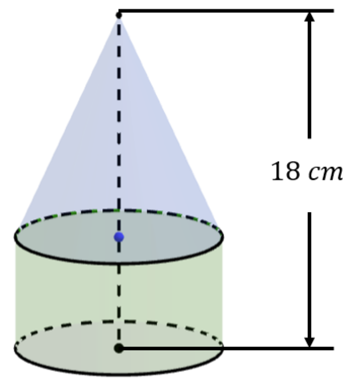


**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1994 Segunda Convocatoria**

**1** Resuelve la ecuación:

$$\log \sqrt[3]{x-4} = 0$$

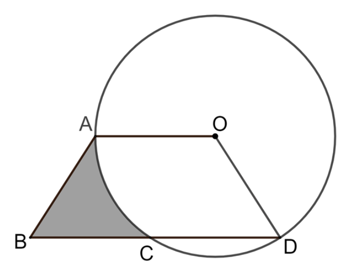
**2** En la figura aparece representado un cuerpo formado por un cilindro circular recto y un cono circular recto, cuyas bases tienen igual radio. La altura total del cuerpo es 18 *cm*. Halla la altura que tiene que tener el cono para que se cumpla: $\dfrac{\text{Volumen del cilindro}}{\text{Volumen del cono}} = \dfrac{3}{2}$.




**3** Sean las funciones: $f(x) = 2^{3\operatorname{sen} x - \cos^2 x}$ y $g(x) = 3x - 4$. Determina los valores de $x$ para los cuales se cumple que $f(x) = g(4)$.

**4** Las tres cifras de un número suman 13. Si del número se resta 270 se obtiene otro número de tres cifras en el cual resultan intercambiadas la cifra de las centenas y de las decenas, pero se conserva la cifra de las unidades. El número de dos cifras formado por la cifra de las decenas y la de las unidades del número original es igual a 6 veces la cifra de las centenas. ¿Cuál es el número?

**5** En la figura $A$, $C$ y $D$ son puntos de la circunferencia de centro O y radio $r = 12$ *cm*. El cuadrilátero $ABDO$ es un trapecio isósceles y $\sphericalangle ODC = 60°$. Calcula el área sombreada.

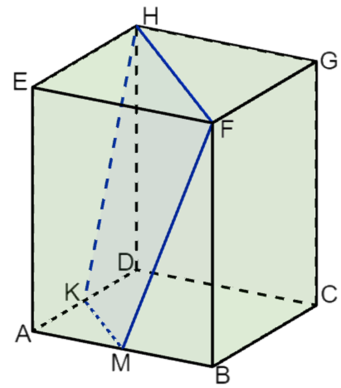


**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1994 Primera Convocatoria**

1 Demuestre la siguiente identidad para los valores admisibles de la variable $x$

$$\left(1-\tan^2 x\right)\left(1-\operatorname{sen}^2 x\right)=\left(1-\sqrt{2}\operatorname{sen} x\right)\left(1+\sqrt{2}\operatorname{sen} x\right)$$

2 El cuerpo ABCDEFGH que se muestra en la figura es un prisma recto de base cuadrada. $\overline{KM}$ es la intersección con una base del prisma de un plano que pasa por la diagonal $\overline{FH}$ de la otra base, ($\overline{KM} \parallel \overline{DB}$).
Demuestra que $\triangle KDH = \triangle MBF$.




3 Sea: $f(x) = \sqrt{x+1}$. Halla todos los valores de $t$ para los que se cumple que:

$$f(2t)-f(t-1)=f(t-4)$$

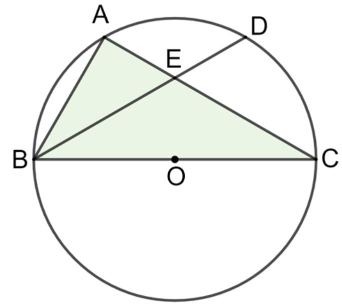
4 De un trapecio de 49 $cm^2$ de área se conoce que la base menor mide $4,0$ $cm$ y que la base mayor excede en $3,0$ $cm$ a la altura. Calcula el área que tendría el trapecio si la base mayor fuese $2,0$ $cm$ más corta.

5 El cuadrilátero $PQRS$ se encuentra situado en el plano "$xy$" y es la base de una pirámide recta cuyo vértice superior se encuentra sobre la parte positiva del eje $z$ de un sistema de coordenadas cartesianas en el espacio. Los vértices $P$ y $R$ son simétricos respecto al origen de coordenadas y lo mismo sucede con los vértices $Q$ y $S$. Se conoce que $P(0,-3,0)$ y $S(-5,0,0)$ y que el volumen de la pirámide es de 90 $u^3$. Calcula las coordenadas del vértice superior.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1993 Segunda Convocatoria**

**1** Halla los valores de $x$ para los cuales se cumple: $f(x) = \sqrt{\dfrac{10 - f(x)}{3}}$ siendo $f\,(x) = 3x - 4$.

**2** En la figura $A$, $B$ y $C$ son puntos de la circunferencia de centro $O$ y radio $r$; $O \in \overline{BC}$, $\overline{AB} = r$, $\overline{BD}$ bisectriz del $\sphericalangle ABC$ y $E$ es el punto de intersección de $\overline{BD}$ con $\overline{AC}$. Calcula $\overline{EO}$ en función del radio $r$.



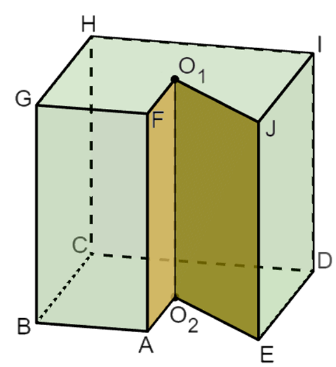

**3** Resuelve la ecuación:

$$\log_{3x}\left(16x^2 + 13x - 2\right) - \log_7 49 = 0$$

**4** Dos fábricas producen el mismo tipo de piezas. Juan trabaja en una de ellas y David en la otra. Entre ellos tiene lugar el siguiente diálogo:
**Juan**: Si mi fábrica lograse aumentar su producción diaria en 19 piezas, entonces produciría cada día el doble de lo que tu fábrica produce diariamente.
**David**: ¿Tú conoces la producción diaria del país?
**Juan**: Sí, es de 87 piezas.
**David**: Pues si tu fábrica produjese diariamente 2 piezas menos, entonces el cuadrado de esa producción sumado con lo que el país produce diariamente sería 8 veces lo que nuestras dos fábricas juntas producen al día en estos momentos.

a) ¿Cuántas piezas producen diariamente cada fábrica?

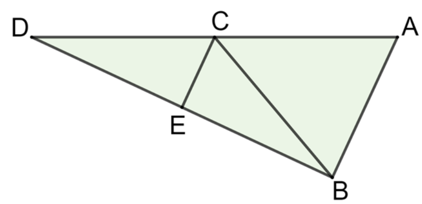
**5** En la figura se representa un cuerpo que se obtuvo de un cubo de madera al que se le dio un corte de manera: $O_1$ y $O_2$ centros de las bases del cubo. El cuadrilátero $AFO_1O_2$ pertenece al plano que contiene a $\overline{O_1O_2}$ y que es paralelo al que pertenece la cara $JIDE$. El cuadrilátero $JEO_1O_2$ pertenece al plano que contiene las aristas $\overline{HC}$ y $\overline{JE}$. Sabiendo que $\overline{ED} = 2,0\ cm$, calcula el área total del cuerpo representado.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1993 Primera Convocatoria**

1 Halla los valores de $x$ para los cuales las funciones definidas por $f(x) = 3 - 3\cos 2x$ y $g(x) = 10 \operatorname{sen} x - 7$ alcanzan el mismo valor.

2 En la siguiente figura el punto $C$ pertenece a $\overline{AD}$ y equidista de los vértices del $\triangle BAD$. $\overline{CE}$ es la altura correspondiente al lado $\overline{DB}$ del $\triangle CDB$.



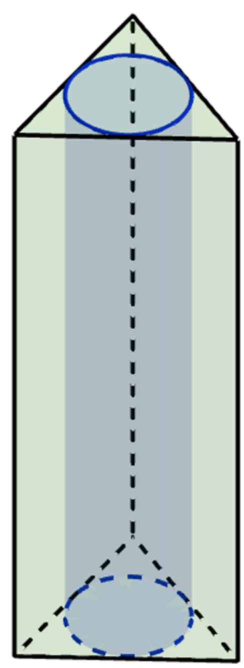

a) Demuestra que $\triangle CDE$ y $\triangle ADB$ son semejantes.

b) Calcula el área del $\triangle CDE$ si se conoce que el área del $\triangle ADB$ es 216 $cm^2$.

3 Dos ciclistas se entrenaban para una competencia y en ese momento la suma de los cuadrados de sus pesos era igual a 6 100 $kg$. Se conoce que uno de los ciclistas pesaba 10 $kg$. más que el otro. Finalmente, uno de los ciclistas no pudo participar en la competencia. Durante el evento el ciclista participante bajó de peso la misma cantidad de kilogramos que aumentó el ciclista que no participó, alcanzando así ambos el mismo peso. Calcula el peso de los ciclistas después de celebrada la competencia.

4 Sean $f(x) = \dfrac{2x-5}{x+5}$ y $g(x) = \dfrac{1}{x-3}$. Determina para qué valores de $x$ se cumple: $3^{f(x)} \geq 3^{g(x)}$

5 Una pieza metálica, cuya forma es un prisma recto de base triangular, se rebaja en un torno hasta obtener una pieza cilíndrica, como se muestra en la figura. Calcula el volumen de esta pieza cilíndrica si:



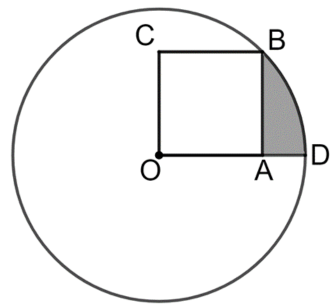
- Las bases del prisma son triángulos equiláteros, cuyos lados tienen $2,0$ $dm$ de longitud;
- La altura del prisma es 60 $cm$;
- Las bases del cilindro están inscritas en las bases del prisma.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1992 Tercera Convocatoria**

1 Halla los valores de $x$ que satisfacen la ecuación:

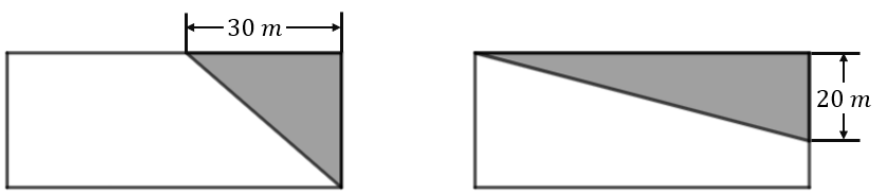
$$9^{\frac{1}{2}+\log_9\sqrt{x+4}} - 3^{\log_3\sqrt{x+1}} = 5$$

2 Calcula el área de la región sombreada, conociendo que la circunferencia de centro $O$, dada en la figura, tiene radio de longitud $1,0\ m$. $OABC$ es un cuadrado, $B$ y $D$ son puntos de la circunferencia y $A$ pertenece a $\overline{OD}$.

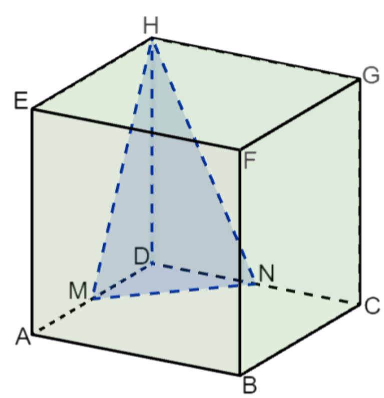



3 La función $f$ cuyo dominio es $\mathbb{R}$, satisface la ecuación: $2\cos 2f(x)+3\,\mathrm{sen}\, f(x)=3$ y para todo $x\in\mathbb{R}$ se cumple que $\left(\frac{\pi}{2}<f(x)<\pi\right)$. Verifica que $f$ es una función constante.

4 Una empresa tiene un terreno rectangular de $1\,500\ m^2$ de superficie. Por necesidad de una obra social le piden que done una parte del mismo en una de las siguientes opciones: La empresa escogió la primera variante ya que así cedía $50\ m^2$ menos. Determine las dimensiones originales del terreno.




5 En la figura, $ABCDEFGH$ es un cubo, $M$ y $N$ son puntos medios de $\overline{AD}$ y $\overline{CD}$ respectivamente. Si el área total del cubo es $24\ dm^2$. Calcula el volumen de la pirámide $MNDH$.

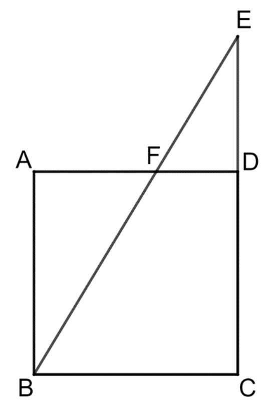


**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1992 Segunda Convocatoria**
**Olimpiada Barcelona**

1 Hallar las soluciones de la ecuación $\log(cos2x + \cos x) - \log(\operatorname{sen} x + \cos x) = 0$ en el intervalo $[0; \pi]$.

2 En un viaje de 930 $km$ en bicicleta, un muchacho recorrió en los dos primeros días la misma distancia, el tercer día solo pudo recorrer la mitad de lo recorrido el día anterior y el cuarto, la tercera parte de lo recorrido el tercer día. Antes de proseguir el viaje, el quinto día, se sorprende cuando vio que solo le quedaba por recorrer $5,0$ $km$ y 200 $m$. ¿Qué distancia recorrió diariamente?

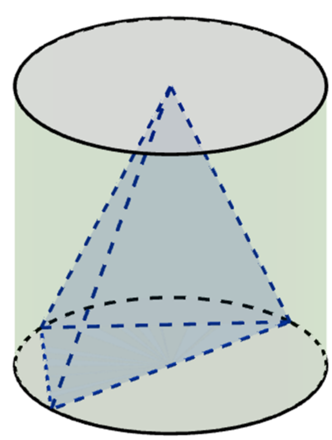
3 En la figura, $ABCD$ es un cuadrado, $\overline{CE}$ y $\overline{BF}$ se cortan en el punto E, $F \in \overline{AD}$ y $5\overline{DE} = 3\overline{CE}$. Si llamamos $A_T$ al área del $\triangle ABF$ y $A_C$ al área del cuadrilátero $BCDF$, calcula $k = \dfrac{A_T}{A_C}$.




4 Dadas las funciones definidas por las siguientes ecuaciones: $f(x) = 3 - \sqrt{1-x^2}$ y $g(x) = \sqrt{3}\,x + 3 - \sqrt{3}$. Determina los puntos de intersección de los gráficos de $f$ y $g$ cuyas abscisas son menores que las soluciones de la ecuación

$$3^{3x} + 1 = 27^x + 5^{(0{,}75-x)}$$

5 En el interior de un cilindro circular recto se encuentra una pirámide cuya base está inscrita en la base del cilindro, como se muestra en la figura. La base de la pirámide es un triángulo rectángulo de catetos $8,0$ $cm$ y $6,0$ $cm$. Si el volumen de la pirámide es igual a 80 $cm^3$ y su altura es igual a la del cilindro, halla el volumen del cilindro.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1992 Primera Convocatoria**

1 Resuelve

$$2^{\log x} \cdot 2^{\log(2x+7)} = 4^{\log(x+2)}$$

2 Un terreno, como se muestra en la figura, tiene forma de trapecio rectángulo. Calcular su área y perímetro conociendo que $\overline{MQ} = 3,00\ hm$, $\overline{MN} = 12,0\ hm$ y $\overline{NP} = 5,00\ hm$.

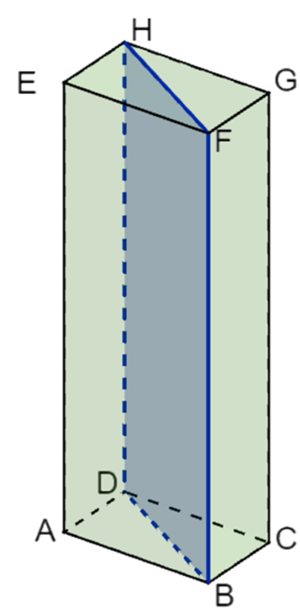

3 Sea $A(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2 - 4}$. Determina el conjunto de números reales no negativos para los cuales $A(x) \leq 0$.

4 El promedio de las notas de un estudiante en Física, Química y Matemática es 88 puntos. Si hubiera obtenido 100 puntos en Matemática el promedio sería 92 puntos; pero si en lugar de obtener 100 puntos en Matemática los hubiera alcanzado en Química, el promedio sería 94 puntos.¿Qué promedio hubiera alcanzado obteniendo 100 puntos en Física?

5 El ortoedro $ABCDEFGH$ ha sido intersecado por un plano que pasa por los puntos $B$, $D$, $H$ y $F$, como se muestra en la figura. El volumen del prisma ABDEFH es de $34,6\ m^3$ y su altura es de $10\ m$. El ángulo $DBA$ mide $60°$.

a) Halla las dimensiones del ortoedro.

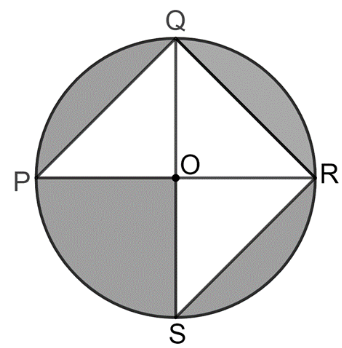
b) Halla el área del cuadrilátero $BDHF$.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1991 Tercera Convocatoria**

1 El largo de un terreno rectangular excede en $4,0\ m$ al ancho. Si su área es $221\ m^2$, calcula el perímetro del terreno.

2 En la circunferencia de centro $O$ y radio $\overline{OR}$, los diámetro $\overline{PR}$ y $\overline{QS}$, son perpendiculares,




a) Prueba que $\triangle PQR \sim \triangle ROS$.

b) Clasifica el $\triangle PQR$ según sus lados y justifica la respuesta.

c) Si la longitud de la circunferencia es $62,8\ m$. Halla el área de la superficie sombreada.

3 Halla los puntos donde el gráfico de la función $f(x) = \cos 2x + \operatorname{sen}^2 2x - 1$ corta al eje de las $x$.

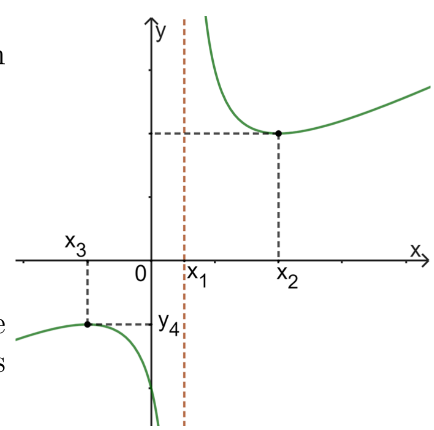
4 Los puntos $A(5;4)$, $B(-3;2)$, $C(-5;-6)$ y $C(3;-4)$ son vértices consecutivos de un paralelogramo.

a) Escribe una ecuación cartesiana de la diagonal $\overline{AC}$.

b) Determina el punto de intersección de las diagonales del paralelogramo.

c) Muestra que $ABCD$ es un rombo.

5 En la figura aparece el esbozo del gráfico de la función $f(x) = \dfrac{x^2+2}{2x-1}$.




a) Determina los valores de $y_4$, $x_1$, $x_2$, y $x_3$.

b) Analiza la monotonía de $f$ para $x < -3$.

c) ¿Para qué valores de $x$, el ángulo de inclinación de la recta tangente a la curva en el punto $(x; f(x))$ es obtuso?

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1991 Segunda Convocatoria**
**Juegos Panamericanos HAB'91**

1 Resuelve la ecuación:

$$\frac{x^2+5x}{x^2+x-12}+\frac{x}{x-3}=1$$

2 Una de las obras que se construyen para los Juegos Panamericanos es abastecida de arena por camiones de $8,0\ m^3$ y $4,5\ m^3$ de capacidad. Si en un día llegaron 33 camiones que transportaron $187\ m^3$ de arena. ¿Cuántos viajes de cada tipo llegaron a la obra ese día?

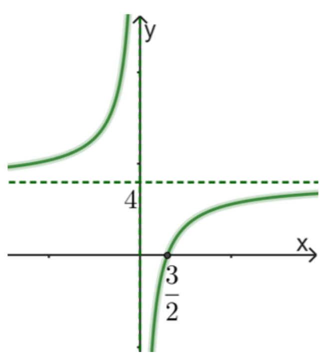
3 El ángulo de inclinación de las caras de una pirámide, de base cuadrada, es de 60°. Si el área de la base de la pirámide es $A_B = 144\ cm^2$; halla su altura y calcula el volumen $V$ y el área total $A_T$ de la misma.

4 Dada la función definida por: $h(x)=\dfrac{(2x-3)^2}{x^2}$.

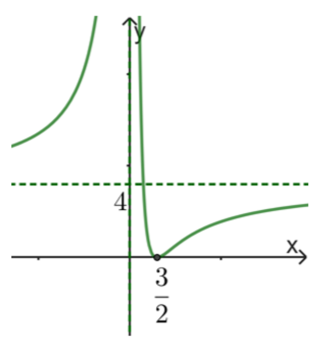
a) Halla las coordenadas del punto donde corta al eje "$x$".

b) Analiza la existencia de extremos locales.

c) ¿Cuál es el gráfico que corresponde a la función $h$?




a) ____




b) ____

5 Dados los puntos: $A(5;5)$ y $B(-5;5)$, extremos del diámetro de la circunferencia de ecuación $x^2+(y-5)^2=25$.

a) Halla la pendiente de la recta $\overline{AB}$.

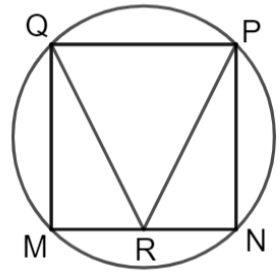
b) Escribe la ecuación cartesiana de la tangente a la circunferencia en el punto $A$.

c) Calcula las coordenadas de los puntos de intersección entre la circunferencia y la recta que pasa por el punto $(10;0)$ y es paralela al diámetro $\overline{AB}$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1991 Primera Convocatoria**

1 Sean: $A = \dfrac{2x^2 + 11x + 5}{x^3 + 5x^2 - 4x - 20}$ y $B = x^2 - 4$. Verifica que la expresión $A \cdot B + x^2$ se hace cero para un único valor de $x$.

2 En la figura aparece el cuadrado $MNPQ$ inscrito en la circunferencia. $\overline{MQ} = 7,0\ cm$, $M$, $R$ y $N$ puntos alineados.




a) Calcula la longitud de la diagonal $\overline{NQ}$.

b) Calcula la razón $\dfrac{A}{B}$, donde $A$ es el área del círculo y $B$ la del $\triangle PQR$.

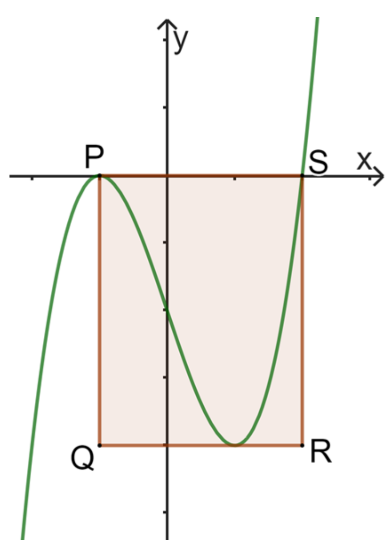
3 Sean las funciones: $f(x) = \sqrt{3x^2 - 13x + 4}$ y $h(x) = x - 4$

a) Determina el dominio de $f$.

b) Calcula las coordenadas de los puntos de intersección de los lados gráficos de las funciones $f$ y $h$.

4 En el triángulo $ABC$ rectángulo en $A$ se conoce que $B(1;1)$ y que las rectas que contienen a los lados $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ son: $r_{\overline{BC}} : 3x - y - 2 = 0$ y $r_{\overline{AC}} : x - 2y + 11 = 0$. Halla las coordenadas de los vértices $A$ y $C$.

5 En la figura aparecen un esbozo del gráfico de la función $f(x) = x^3 - 3x - 2$ del rectángulo PQRS, cuyo lado $\overline{PS}$ está contenido en el eje "$x$". Si los puntos $P$ y $S$ pertenecen al gráfico de $f$ y las rectas que contienen a lo segmentos $\overline{PS}$ y $\overline{QR}$ son tangentes a la curva. Calcula el área del rectángulo $PQRS$.



**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1990 Segunda Convocatoria**
**Cursos de trabajadores**

1 Simplifica la expresión $\frac{(a+b)^2-(ab+1)^2}{a^2-1}$. Evalúa el resultado para $b=-0,5$.

2 Dada la función definida por $f(x)=x^2+2x-3$.

a) Calcula los ceros de $f$.

b) Halla el vértice de la parábola y represéntala gráficamente.

3 Demuestra que para todos los valores de la variable  se cumple que:

$$\frac{2\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\cos\left(\pi+\alpha\right)\cdot\tan\left(\pi-\alpha\right)}{\operatorname{sen}(\pi+\alpha)\cdot\operatorname{sen}(\pi-\alpha)}=-2$$

4 Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 15(x+2)-20y=50 \\ 20(x-3)-40(x-y)=20 \end{cases}$$

5 Halla el conjunto solución de la ecuación

$$\sqrt{2x+\sqrt{6x^2+1}}=x+1$$

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1990 Primera Convocatoria**

1 Dados: $A = \dfrac{2x^2 - 9x - 18}{x^2 - 36}$ y $B = \dfrac{x^2 + 12x + 36}{4x^2 + 6x}$.

a) Calcula simplifica el cociente $B$.

b) Halla el valor de $x$ para el cual el valor numérico del resultado del inciso $a$) es $-1$.

2 Resuelve la siguiente ecuación:

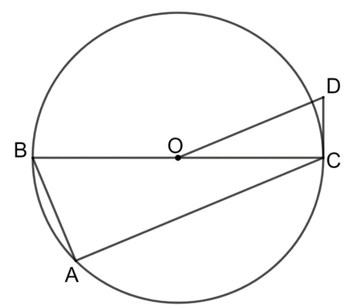
$$\cos 2x - 3\cos x + \operatorname{sen}^2 x = -2$$

3 Dados los puntos $A(-1; -8)$ y $B(3; 8)$.

a) Halla una ecuación no paramétrica de la recta "$r$" que pasa por $B$ y $A$.

b) Determina las coordenadas de los puntos de intersección de "$r$" con $y^2 - 8x = 0$.

4 En la circunferencia de centro $O$ y diámetro $\overline{AC}$, $B$ punto de la circunferencia, $\overline{CB} \parallel \overline{OD}$, $\overline{OC} \perp \overline{DC}$




a) Prueba que $\triangle ABC$ y $\triangle OCD$ son semejantes.

b) Si $\overline{OD} = 13\ cm$ y $\overline{CD} = 5,0\ cm$. Calcula el área del círculo.

5 Dada la función: $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$

a) Calcula sus ceros.

b) Determina en qué intervalos la función es creciente y en cuál es decreciente.

c) Halla los valores de $x$ para los cuales la función tiene extremos locales.

d) Especifica, según el caso, si hay máximo o mínimo local.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1989 Cuarta Convocatoria**

**1** Dados los polinomios: $M = 25x^2 - 9$, $P = 5x^2 + 3x$, $Q = x^2 + 8x + 16$ $R = 5x^2 + 17x - 12$ y $S = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

a) Descompón en factores dada uno.

b) Calcula y simplifica: $\dfrac{M}{P} \cdot \dfrac{Q}{R} - \dfrac{x+5}{x-1}$.

**2** Dadas las rectas $r_{\overline{AB}} : x + y - 2 = 0$, $r_{\overline{BC}} : 7x - y - 46 = 0$ y $r_{\overline{AC}} : x - 3y + 2 = 0$.

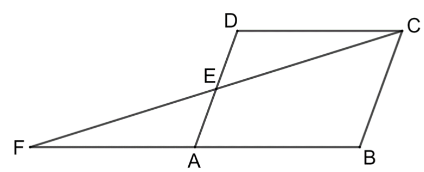
a) Determina loa coordenadas de $B$.

b) Halla la pendiente de $r_{\overline{AC}}$.

c) Halla la pendiente de una recta paralela a $r_{\overline{AC}}$ y las coordenadas de un vector director.

d) Escribe una ecuación paramétrica de una recta perpendicular a $r_{\overline{AC}}$.

**3** En la figura, $\{F\} = \overline{AB} \cap \overline{EC}$, $ABCD$ es un paralelogramo y $E$ es el punto medio de $\overline{AD}$.




a) Prueba que $\triangle AEF \sim \triangle CDE$.

b) Si, $\overline{AB} = 40\ cm$, $\overline{BC} = 30\ cm$ y $\overline{CE} = 50\ cm$.

c) Halla el perímetro del $\triangle AEF$.

**4** Resuelve la ecuación:

$$\sqrt{2x+5} - \sqrt{2x} = \sqrt{2x-3}$$

**5** Dada la función definida por $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x + 12$. Determina:

a) Monotonía y extremos de la función $f$.

b) Ecuación cartesiana de la recta tangente a la curva de $f$ en el punto $x = 1$.

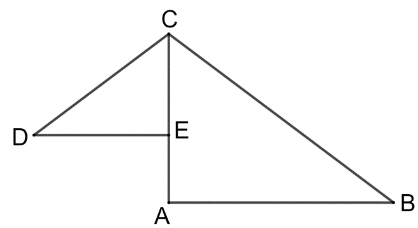
**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1989 Tercera Convocatoria**

1 Dados: $A = 6x^2 - 18x$, $B = x^2 - 4x + 4$, $C = x^2 - 6x + 8$, $D = 3x^2 - 4x - 20$ y $E = 4x^5 - 37x^3 + 9x$.

a) Descompón en factores cada una de las expresiones dadas.

b) Efectúa y simplifica: $\left(\dfrac{A}{2x\,(x-2)} - \dfrac{x-2}{B}\right) : \dfrac{D}{C}$

2 En la figura, $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DE} \perp \overline{CA}$, $E \in \overline{CA}$ y $\overline{CA}$ es la bisectriz del $\sphericalangle BCD$.




a) Prueba que $\triangle ABC \sim \triangle DEC$.

b) Si, $\overline{AB} = 12,0\ cm$, $\overline{BC} = 15,0\ cm$ y $\overline{DE} = 9,00\ cm$.

c) Halla el área del $\triangle CDE$.

3 Sean $f(x) = 2x^2 - x$, $g(x) = \sqrt{11x - 6}$ y $h(x) = \sqrt{4x - 5} - \sqrt{x - 1}$. Determina:

a) ¿Para qué valores de $x$ se cumple que $f(\operatorname{sen} x) = 1$?

b) Los valores de $x$ tales que $g(x) = h(x)$.

4 Sea $p(x) = \dfrac{x^2 - 5x}{2}$. Halla:

a) Dominio de la función $p$.

b) Intervalos donde las imágenes de $p$ son positivas.

c) Puntos de intersección del gráfico de $p$ con los ejes de coordenadas.

d) Extremos locales de la función $p$.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1989 Segunda Convocatoria**

1 Dados: $A = 49x^2 - 9$, $B = 7x^2 - 3x$, $C = 7x^2 + 32x - 15$, $D = x^2 + 8x + 15$ y $E = x^3 + 4x^2 - 19x + 14$.

a) Descomponga completamente en factores cada una de las expresiones anteriores.

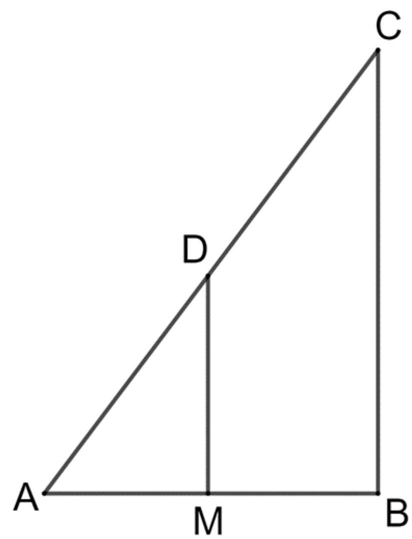
b) Calcula y simplifica $\left(\frac{1}{B} - \frac{6}{A}\right) \cdot \frac{C}{D}$.

2 Dados $A(-4; -1)$ y $B(-8; -5)$

a) Escriba una ecuación no paramétrica de la recta que pasa por $A$ y $B$.

b) Halla las coordenadas de los puntos de intersección de la recta $\overline{AB}$ con la circunferencia $x^2 + y^2 = 17$.

3 En la figura:




- $\triangle ABC$ es rectángulo en $B$.
- $D$ pertenece al segmento $\overline{AC}$.
- $M$ es el pie de la perpendicular trazada desde $D$ hasta $\overline{AB}$.

a) Pruebe que $\triangle ABC \sim \triangle ADM$ y escriba la proporcionalidad entre sus lados homólogos.

b) Si sabemos que $\overline{AB} = 9,0\ cm$, $\overline{AC} = 15\ cm$ y el área del triángulo $AMD$ es $13\ cm^2$, calcula la longitud de $\overline{BC}$ y el área del cuadrilátero $MBCD$.

4 Resuelve la ecuación: $\cos 2x - \frac{1}{2}\cos x + \operatorname{sen}^2 x = 0$ para $(0 \leq x \leq 2\pi)$

5 Dada $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x + 1}$.

a) Determina el dominio de $f$.

b) Analiza la monotonía de $f$ para $x > 1$. Justifica.

c) Determina los valores de $x$ para los cuales la función tiene extremos locales y halla las imágenes correspondientes.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1989 Primera Convocatoria**

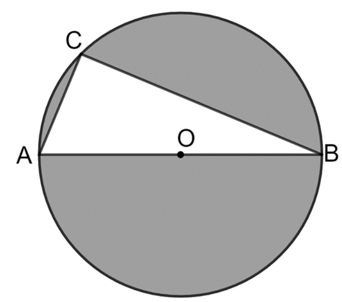
1 Comprueba que: $\dfrac{A}{B} : \dfrac{C}{D} = \dfrac{3x+1}{x-4}$
Si $A = 9x^2 - 1$, $B = x^2 + x - 20$, $C = 3x^2 + 14x - 5$ y $D = x^2 + 10x + 25$.

2 Dadas las rectas: $r_1 : 3x - 4y = 10$ y $r_2 : 2x - y = -5$

a) Calcula el punto de intersección de $r_1$ y $r_2$.

b) Di si son o no perpendiculares. Justifica.

3 En la figura el $\triangle ABC$ está inscrito en la circunferencia de centro en $O$ y diámetro $\overline{AB}$. Si $\overline{AC} = 12\ cm$ y $\overline{BC} = 5,0\ cm$, determina el área de la región sombreada.




4 Resuelve: $2\cos^2 x + 5\,\text{sen}\, x + 1 = 0$

5 Sea $f(x) = \dfrac{x^2-4}{4x^2+1}$.

a) Determíne los ceros de $f$.

b) Analiza la monotonía de $f$.

c) Determina los extremos de $f$. Justifica.

d) Diga si existe algún $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(x) \geq \dfrac{1}{4}$.

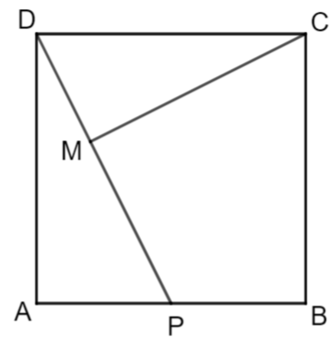
**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1988 Tercera Convocatoria**

1 Dados: $A = x^2 - 14x + 49$, $B = x^2 - x - 42$, $C = x^2 - 49$, $D = 2x^2 + 14x$ y $E = 8x^5 - 6x^3 - 27x$.

a) Descompón en factores cada una de las expresiones.

b) Calcula y simplifica $\left(\dfrac{1}{C} - \dfrac{1}{D}\right) \cdot \dfrac{A}{B}$

2 En la figura, $ABCD$ es un cuadrado, $P$ es el punto medio de $\overline{AB}$ y $\overline{CM} \perp \overline{DP}$.




a) Prueba que $\triangle ADP \sim \triangle DMC$.

b) Si, $A_{ABCD} = 36\ cm^2$, halla la longitud de $\overline{PD}$.

3 Determina la posición relativa entre la recta $2x+y+1 = 0$ y la circunferencia de ecuación $(x+3)^2 + y^2 = 5$.

4 Dada la función definida por: $p(x) = \dfrac{9x^2 + 4}{4x^2 - 9}$

a) Determina su dominio.

b) Determina para qué valores de $x$ los puntos correspondientes al gráfico de "$p$" están por debajo del eje "$x$".

c) Analiza la monotonía.

d) Halla los valores extremos de la función.

5 Dadas $f(x) = \sqrt{2x-3} + 1$, $g(x) = \sqrt{x+2}$ y $h(x) = \tan x + \cot x - 4\cos 30°$.

a) Halla los valores de $x$ para los cuales $f(x) = g(x)$.

b) Halla los ceros de la función $h$ en el intervalo $\left(0 < x < \dfrac{3\pi}{2}\right)$

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1988 Segunda Convocatoria**
**EIDE**

**1** Dados: $M = 9x^2 + 12x + 4$, $P = 6x^2 + x - 2$, $R = 3x\,(a-b) + a - b$, $N = 3x^3 + 2x^2$ y $Q = 4x^2 - 1$.

a) Descompón en factores cada una de las expresiones dadas.

b) Calcula y simplifica: $\left(\dfrac{2x^2}{N} - \dfrac{1}{M}\right) : \dfrac{Q}{P}$

**2** Dados los puntos $A(-3;5)$, $B(5;-1)$ y $C(-5;-6)$.

a) Representa el $\triangle ABC$ en un sistema de coordenadas rectangulares.

b) Halla la ecuación paramétrica de la recta "$r_1$" que pasa por los puntos $A$ y $B$.

c) Halla la ecuación de la recta "$r_2$" que pasa por el vértice $C$ y es perpendicular a "$r_1$".

d) Determina las coordenadas del punto de intersección de "$r_1$" y "$r_2$".

**3** Del $\triangle ABC$ se conoce $\sphericalangle ABC = 71°$ y $\sphericalangle BCA = 64°$ y en el $\triangle HIJ$, $\sphericalangle HIJ = 64°$ y $\sphericalangle JHI = 45°$.

a) Prueba que $\triangle ABC$ y $\triangle HIJ$ son semejantes.

b) Expresa la proporcionalidad de los lados de ambos triángulos.

**4** Resuelve la ecuación:

$$\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+2} + 1 = 0$$

**5** Dada la función $f\,(x) = 4x^3 + 15x^2 - 72x + 1$

a) Analiza su monotonía.

b) Determina los valores de $x$ para los cuales $f(x)$ tiene un extremo local, hallando en cada caso el tipo de extremo.

**Examen de Ingreso a la Educación Superior**
**Año: 1988 Primera Convocatoria**

**1** Descompón en factores las siguientes expresiones: $M = 2x^2 + 7x + 6$, $P = 4x^2 - 9$, $S = x^5 - 13x^3 + 36x$, $R = 2x^2 + 4x$ y $Q = 4x^2 + 12x + 9$. Calcula y simplifica

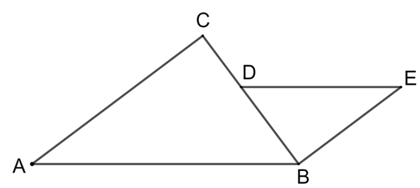
$$\frac{M}{P} : \frac{R}{Q}$$

**2** En un sistema de coordenadas rectangulares se dan los puntos $A(2; 6)$, $B(5; -9)$ y $C(-2; 0)$.

a) Representa gráficamente el triángulo $ABC$.

b) Halla una ecuación paramétrica de la recta $\overline{AC}$.

**3** En la figura, $\overline{BE} \parallel \overline{AC}$ y $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$




a) Prueba que $\triangle ABC \sim \triangle BED$.

b) Si $\overline{AC} = 8{,}0\ cm$, $\overline{DE} = 6{,}0\ cm$ y $\overline{BE} = 4{,}8\ cm$. Halla la longitud de $\overline{AB}$.

**4** Resuelve:

$$4\cos^2 x + 8\ \operatorname{sen} x + 1 = 0$$

**5** Dada la función definida por $f(x) = \dfrac{2x}{x^2 + 1}$

a) Halla $f'(x)$.

b) Halla el punto donde $f$ tiene extremos locales.