

**Tytuł ćwiczenia:** Jednostka 7 - Paradygmat funkcyjny (cz. 2)

**Autor:** Joanna Dagil

**Grupa:** TCH-1

**Data:** 25.11.2025

## 1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z rekurencją i leniwą ewaluacją (przy użyciu generatorów) w paradygmacie funkcyjnym.

## 2 Przebieg ćwiczenia

W tym ćwiczeniu posłużę się językiem Python w edytorze Visual Studio Code. W celu wykonania zadań zapoznaję się z tutorialami, a następnie przechodzę do stworzenia pliku:

### 123.py

```
1 import time
2
3 def suma_lista(lista, i=0):
4     if i == len(lista):
5         return 0
6     return lista[i] + suma_lista(lista, i+1)
7
8 def fib(n):
9     if n <= 1:
10        return n
11    return fib(n-1) + fib(n-2)
12
13 def fib_tail(n, last=1, lastlast=0):
14     if n == 1: return last
15     return fib_tail(n-1, last+lastlast, last)
16
17 def liczby_pierwsze():
18     n = 2
19     while True:
20         ok = True
21         for i in range(2,n):
22             if n % i == 0:
23                 ok = False
24                 break
25         if ok: yield n
26         n += 1
27
28 if __name__ == "__main__":
29     print("----- ZADANIE 1 -----")
30     lista = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]
31     print("lista: ", lista)
32     print("suma_lista(lista): ", suma_lista(lista))
33     print("----- ZADANIE 2 -----")
34     time3 = time.time()
35     res = fib_tail(35)
36     time4 = time.time()
37     print("fib_tail(35): ", res, ", time: ", (time4-time3) * 1000000)
38     time1 = time.time()
39     res = fib(35)
40     time2 = time.time()
41     print("fib(35): ", res, ", time: ", (time2-time1) * 1000000)
42     print("----- ZADANIE 3 -----")
43     gen = liczby_pierwsze()
44     for _ in range(20):
45         print(next(gen), end=" ")
46     print()
```

### 4.py

```

1 def gen_fib():
2     yield 0
3     yield 1
4     last = 1
5     lastlast = 0
6     while True:
7         lastlast, last = last, last + lastlast
8         yield last
9
10 def even(seq):
11     for x in seq:
12         if x % 2 == 0: yield x
13
14 def sqrt(seq):
15     for x in seq: yield x*x
16
17 if __name__ == "__main__":
18     print("----- ZADANIE 4 -----")
19     gen = gen_fib()
20     res = sqrt(even(gen))
21     for _ in range(10):
22         print(next(res), end=" ")
23     print()

```

Programy uruchamiam poleceniem

```
1 python {nazwa}.py
```

### 3 Wyniki działania

Dla przykładowych danych

```

1 ----- ZADANIE 1 -----
2 lista: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]
3 suma_lista(lista): 55
4 ----- ZADANIE 2 -----
5 fib_tail(35): 9227465 , time: 8.821487426757812
6 fib(35): 9227465 , time: 1142055.7498931885
7 ----- ZADANIE 3 -----
8 2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71
9 ----- ZADANIE 4 -----
10 0 4 64 1156 20736 372100 6677056 119814916 2149991424 38580030724

```

## 4 Wnioski

### 4.1 Porównanie rekurencji i iteracji na problemie sumowania listy elementów z zadania 1.

W podejściu iteracyjnym, aby obliczyć sumę elementów listy, używamy pętli (np. `for` lub `while`), która kolejno przechodzi po wszystkich elementach i dodaje je do akumulatora. Taki kod jest bezpośrednio związany z tym, jak komputer wykonuje obliczenia krok po kroku.

W podejściu rekurencyjnym, zastosowanym w funkcji:

```

1 def suma_lista(lista, i=0):
2     if i == len(lista):
3         return 0
4     return lista[i] + suma_lista(lista, i+1)

```

problem jest opisany bardziej deklaratywnie: "suma listy to pierwszy element plus suma reszty listy". Funkcja ma wyraźnie wydzielony przypadek bazowy (`i == len(lista)`) i krok rekurencyjny (wywołanie `suma_lista` dla następnego indeksu).

Dla krótkich list oba podejścia zachowują się bardzo podobnie pod względem czasu wykonania. Różnica pojawia się przy dużych strukturach danych: pętle są zwykle bardziej wydajne i nie grozi im przepelenie stosu, natomiast wersja rekurencyjna zużywa dodatkową pamięć na kolejne ramki stosu i przy bardzo długich listach może zakończyć się błędem.

W podejściu iteracyjnym możliwa jest również automatyczna optymalizacja pętli przez kompilator.

Natomiast z problemem przepełniania się ramek stosu w podejściu funkcyjnym można sobie poradzić stosując rekurencję ogonową.

Z punktu widzenia paradygmatu funkcyjnego rekurencja jest jednak bardziej naturalna i lepiej oddaje matematyczną definicję problemu.

## 4.2 Diagram drzewa wywołań dla rekurencji

Rozpatrując funkcję `fib(n)`:

```
1 def fib(n):
2     if n <= 1:
3         return n
4     return fib(n-1) + fib(n-2)
```

drzewo wywołań dla przykładowego `fib(5)` ma strukturę rozgałęzającą się: w każdym kroku powstają dwa kolejne wywołania (`fib(n-1)` i `fib(n-2)`). W efekcie te same argumenty (np. `fib(2)`, `fib(3)`) są obliczane wielokrotnie, a liczba wywołań rośnie w przybliżeniu wykładniczo wraz ze wzrostem `n`.

Na diagramie drzewa wywołań widać:

- wielokrotne pojawianie się tych samych podproblemów,
- szybkie “puchnięcie” drzewa przy większych `n`,
- że przypadki bazowe (`n == 0` lub `n == 1`) stanowią liście drzewa.

W przeciwnieństwie do tego, funkcja `fib_tail(n, last, lastlast)` ma tylko jedno wywołanie rekurencyjne w każdym kroku — jej drzewo wywołań jest de facto liniowym łańcuchem. Zmienia to złożoność obliczeniową z wykładniczej na liniową (liczba wywołań jest proporcjonalna do `n`), chociaż w Pythonie nadal każde wywołanie zajmuje jedno miejsce na stosie, ponieważ nie ma optymalizacji rekurencji ogonowej.