

TASCA DE LABORATORI 2

DISSENY DE CONTROLADORS EN TEMPS DISCRET

MÈTODES BASATS EN FUNCIONS DE TRANSFERÈNCIA

Joan Sart Vizcaíno 43475924j

Marc Moranta Mas 43465965j

Grup 9

22419 Control por Computador

Curs 2020/2021

INDEX

C1. Definició del controlador en temps continu del servomotor $C\theta(s)$ com a $Km(s + \alpha)$ i valors de K i T_d del controlador estàndard PD equivalent $C'\theta(s) = K + K T_d s$.	3
C2. Funció de transferència $G'_1(z)$ de la planta ZOH i la seva simplificació de segon grau $G'_2(z)$.	3
C3. Referint-se a $C_x(z)$, obteniu el controlador P $C_1(z) = K$ que dona lloc a un rati d'amortiment $\delta = 0.7$ per al sistema compensat que implica $C_1(z)$ i $G_2(z)$. Determineu el valor de ω_n per al sistema estàndard de segon ordre equivalent i trobeu K .	4
C4. Calculeu la funció de transferència del sistema compensat $S_1(z)$ que implica $C_1(z)$ i $G'_1(z)$ [utilitzant el valor de K que es troba a C3].	6
C5. Representau gràficament la resposta de $S_1(z)$ amb un escaló unitari i proporcionau el temps de pic t_p , l'overshoot M_p , el temps d'establiment t_s (2%) i l'error d'estabilitat esp. [Feu ús de les ordres "step" i "stepinfo"].	6
C6a. Referint-nos a $C_x(z)$, trobau el controlador PD $C_2(z) = K_2^*(z + \alpha)/z$ que dóna lloc a un relació d'amortiment $\delta = 0,7$ per al sistema compensat que implica $C_2(z)$ i $G'_2(z)$.	7
C6b. Determineu els paràmetres K'_2 i T_d per al controlador PD estàndard equivalent $C_2' z = K_2' \cdot 1 + T_d T z - T_d / T z$.	9
C7. Calculeu la funció de transferència del sistema compensat $S_2(z)$ que implica $C_2(z)$ i $G'_1(z)$.	10
C8. Dibuixa	10
D1. Comproveu que el DDC pot ser aplicat per designar que $C_x(z) = C_3(z)$ a la vostra planta i simplifiqueu a segon grau.	11
D2. Cerqueu la funció de transferència del sistema de referència $G_R(z)$ per assegurar-vos que el sistema compensat es comporta de la següent manera: $t_p = 1.2s$, $t_s = 2s$ (2%), $\text{esp} = 0$.	12
D3. Comprovau la casualitat del controlador $C_3(z)$.	13
D4. Assegura que es coneix els requeriments del error estàtic per el sistema compensat.	13
D5. Troba la funció de transferència per $C_3(z)$.	13
D6. Troba la funció de transferència del sistema $S_3(z)$ amb C_3 i $G'_1(z)$.	14
D7. Plot	14
D8. Programa el controlador $C_3(z)$ en forma paral·lela i troba les equacions amb diferències.	15
E1. Simplifiqueu la planta fins a segon grau per obtenir $G'_2(z)$, tal com es fa a la tasca C2, i determineu de quin tipus de planta es tracta.	16
E2. Troba les equacions per resoldre el controlador dead-beat i determinar $C_x(z) = C_4(z)$.	17
E3. Resoldre les equacions	18
E4. Determina la funció de transferència de $C_4(z)$.	18
E5. Troba la funció de transferència per el $S_4(z)$ involucrant $C_4(z)$ i $G_1(z)$.	19
E6. Dibuixa la resposta de S_4 per un escaló unitari.	19
E7. Programa el controlador $C_4(z)$ in forma directa 2, troba les equacions en diferències.	20

C

C1. Definició del controlador en temps continu del servomotor $C\theta(s)$ com a $Km(s + \alpha)$ i valors de K i Td del controlador estàndard PD equivalent $C'\theta(s) = K + K \cdot Td s$.

$$Km(S + \alpha) = K + K \cdot Td s$$

$$150 \left(s + \frac{0,5^2}{0,009 \cdot 3,4} \right) = K + K \cdot Td s$$

$$150(s + 8,1699) = 150s + 1225,490 = K + K \cdot Td s$$

$$K = 1225,490 \quad Td = 0,1229$$

C2. Funció de transferència $G'_1(z)$ de la planta ZOH i la seva simplificació de segon grau $G'_2(z)$

$$G_m(s) = \frac{\frac{k_e}{J_{eq} * R}}{s(s + \frac{k_e^2}{J_{eq} * R})} = \frac{\frac{0,5}{0,009 * 3,4}}{s(s + \frac{0,25}{0,009 * 3,4})} = \frac{\frac{0,5}{0,0306}}{s(s + \frac{0,25}{0,0306})} = \frac{16,34}{s(s + 8,17)}$$

$$= \frac{P}{s(s + Q)}$$

$$G'_1(s) = \frac{C\theta(s) * G_m(s)}{1 + C\theta(s) * G_m(s)} * G_b$$

$$= \frac{(1225,490 + 150s) \left(\frac{P}{s(s + Q)} \right)}{1 + (1225,490 + 150s) \left(\frac{P}{s(s + Q)} \right)} * \frac{s(s + Q)}{s(s + Q)} * G_b$$

$$= \frac{(1225,490 + 150s)P}{s(s + Q) + (1225,490 + 150s)P} = \frac{(1225,490 + 150s)P}{s^2 + (Q + 150P)s + 1225,490P}$$

$$G'_1(s) = \frac{2451s + 20024,5}{s^2 + 2459s + 20024,5} * G_b = \frac{2451s + 20024,5}{s^2 + 2459s + 20024,5} * \frac{0,1864}{s^2 + 0,15s}$$

$$= \frac{456,8}{s^3 + 2451s^2 + 367,6s}$$

Transformam a z l'expressió obtinguda i ens queda:

$$G'_1(z) = \frac{0.0036753 (z + 0.9981) (z + 8.207 \cdot 10^{-6})}{z (z - 1) (z - 0.9704)}$$

Reduïm el resultat a ordre 2, considerant $8.207 \cdot 10^{-6}$ pràcticament 0

$$G'_2(z) = \frac{0.0036753(z + 0.9981)}{(z - 1)(z - 0.9704)}$$

C3. Referint-se a $C_x(z)$, obteniu el controlador P $C_1(z) = K$ que dona lloc a un rati d'amortiment $\delta = 0.7$ per al sistema compensat que implica $C_1(z)$ i $G_0(z)$. Determineu el valor de ω_n per al sistema estàndard de segon ordre equivalent i trobeu K .

$$G_\theta(s) = \frac{K_1 * \frac{0.0036753(z + 0.9981)}{(z - 1)(z - 0.9704)}}{1 + K_1 * \frac{0.0036753(z + 0.9981)}{(z - 1)(z - 0.9704)}}$$

$$= \frac{K_1 * 0.0036753(z + 0.9981)}{(z - 1)(z - 0.9704) + K_1 * 0.0036753(z + 0.9981)}$$

Coeficients de l'equació

$$z^2 - 1.9704z + K_1 * 0.0036753z + 0.9704 + K_1 * 0.0036753 * 0.9981 = 0$$

$$z^2 - 2 \cos(w_d T) e^{-\delta w_n T} z + e^{-2\delta w_n T} = 0$$

$$z_1: -1.9704z + K_1 * 0.0036753z = -2 \cos(w_d T) e^{-\delta w_n T} z$$

$$K_1 = \frac{1.9704 - 2 \cos(w_d T) e^{-\delta w_n T}}{0.0036753}$$

$$z_2: 0.9704 + K_1 * 0.0036753 * 0.9981 = e^{-2\delta w_n T}$$

$$K_1 = \frac{e^{-2\delta w_n T} - 0.9704}{0.0036753 * 0.9981}$$

```
wn = solve((1.9704-2*cos(x*sqrt(1-
0.7^2)*(1/5))*exp(-0.7*x*(1/5)))/0.0036753==
(exp(-2*0.7*x*(1/5))-
0.9704)/(0.003675*0.9981) , x);

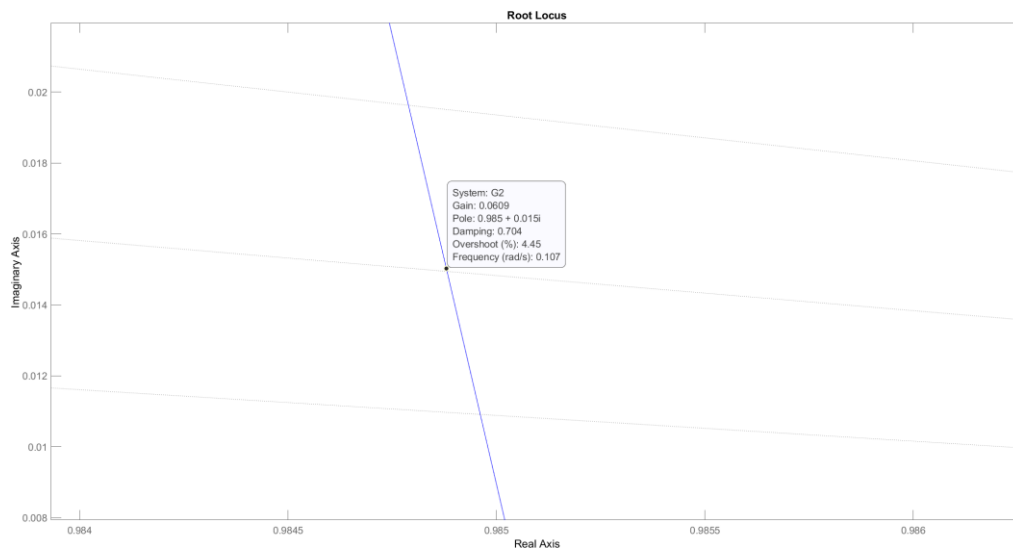
K1=double((1.9704-2*cos(wn*sqrt(1-
0.7^2)*(1/5))*exp(-
0.7*wn*(1/5)))/0.0036753);
```

CODI 1

$$w_n = 0.10648$$

$$K_1 = 0.0609$$

Amb figure(1); clf; hold on; zgrid; rlocus(G2);
Podem confirmar que:



GRÀFIC 1

C4. Calculeu la funció de transferència del sistema compensat $S1(z)$ que implica $C1(z)$ i $G'1(z)$ [utilitzant el valor de K que es troba a C3].

```
K1=double((1.9704-2*cos(wn*sqrt(1-
0.7^2))*exp(-0.7*wn*(1/5)))/0.0036753);
C1=tf([K1],[1]);
S1=minreal(feedback(C1*G1, 1),0.0001)
```

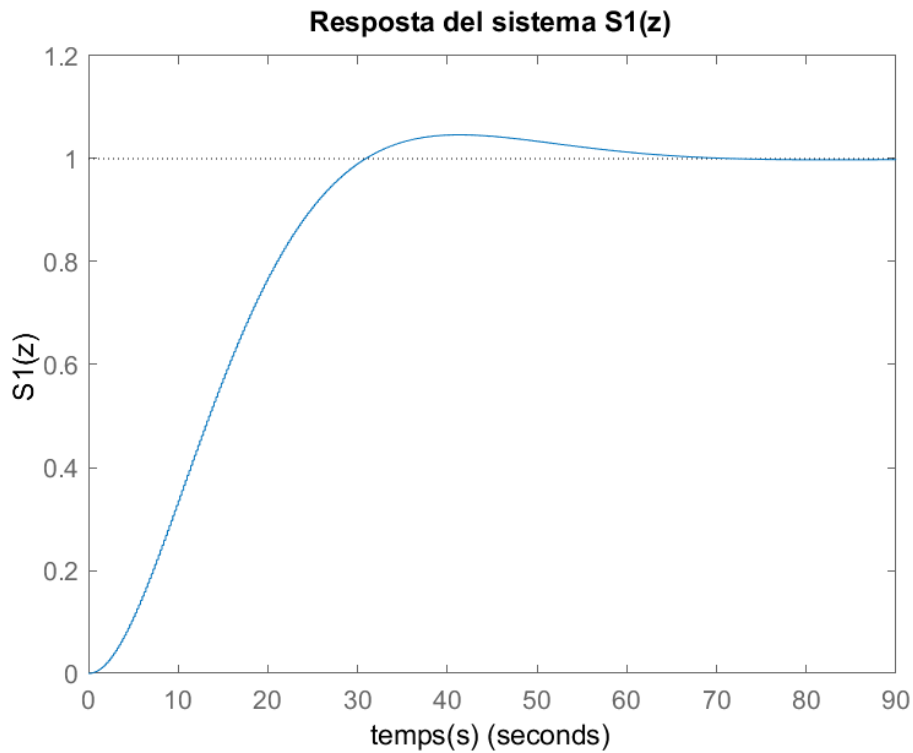
$$\frac{0.0025144 (z+0.9981)}{(z^2 - 1.968z + 0.973)}$$

CODI 2

C5. Representau gràficament la resposta de $S1(z)$ amb un escaló unitari i proporcioneu el temps de pic t_p , l'overshoot M_p , el temps d'establiment t_s (2%) i l'error d'estabilitat esp. [Feu ús de les ordres "step" i "stepinfo".]

```
step(S1);
xlabel('temps(s)');
ylabel('S1(z)');
title('Resposta del sistema S1(z)');
stepinfo(S1)
```

CODI 3



GRÀFIC 2

```

RiseTime: 20
SettlingTime: 56.2000
SettlingMin: 0.9028
SettlingMax: 1.0464
Overshoot: 4.6430
Undershoot: 0
Peak: 1.0464
PeakTime: 41.2000

```

Valors obtinguts:

- t_p : 41.2 s
- M_p : 4.643%
- t_s : 56.2
- e_{sp} : 0

C6a. Referint-nos a $C_x(z)$, trobau el controlador PD $C_2(z) = K_2^*(z + \alpha)/z$ que dóna lloc a un relació d'amortiment $\delta = 0,7$ per al sistema compensat que implica $C_2(z)$ i $G_2'(z)$:

- establir α mitjançant la cancel·lació del pol zero,
- donat $\delta = 0,7$, determineu ω_n per al sistema estàndard de segon ordre equivalent [feu servir Matlab com a assistent per resoldre l'equació subjacent]
- calculeu finalment K_2 .

$$\alpha = 0.9704$$

$$S_2 = \frac{C_2(z) \cdot G'_2(z)}{1 + C_2(z) \cdot G'_2(z)} = \frac{\frac{0.0036753(z + 0.9981)}{z(z - 1)} \cdot K_2}{1 + \frac{0.0036753(z + 0.9981)}{z(z - 1)} \cdot K_2}$$

$$= \frac{0.0036753(z + 0.9981) \cdot K_2}{(z - 1)z + 0.0036753(z + 0.9981)K_2}$$

Ens fixem amb el polinomi característic:

$$(z - 1)z + 0.0036753(z + 0.9981)K_2$$

$$= z^2 - z + 0.0036753 \cdot z \cdot K_2 + 0.0036753 \cdot 0.9981 \cdot K_2$$

$$= z^2 + (0.0036753 \cdot K_2 - 1)z + 0.0036753 \cdot 0.9981 \cdot K_2$$

Aquest polinomi ha de ser igual a 0, i també hem de tenir en compte el polinomi característic dels sistemes d'ordre 2.

$$z^2 - 2 \cos(\omega_d T) e^{-\delta \omega_n T} z + e^{-2\delta \omega_n T} = 0$$

Optenim les següents equacions:

$$z_0: 0.0036753 \cdot K_2 - 1 = -2 \cos(\omega_d T) e^{-\delta \omega_n T}$$

$$z_1: 0.0036753 \cdot 0.9981 \cdot K_2 = e^{-2\delta \omega_n T}$$

$$-2 \cos(\omega_d T) e^{-\delta \omega_n T} + 1 = \frac{e^{-2\delta \omega_n T}}{0.9981}$$


```

syms x
wn2 = double(solve( (-2*cos(x*sqrt(1-
0.7^2)/5)*exp(-0.7*x*1/5)+1)/0.0036753 == exp(-
2*0.7*x*1/5)/(0.9981*0.0036753) , x) );

K2 = double(exp(-
2*0.7*wn2*1/5)/(0.9981*0.0036753))

```

CODI 4

w_{n2} : 4.9909

K_2 : 67.3954

C6b. Determinau els paràmetres K'_2 i T_d per al controlador PD

estàndard equivalent $C'_2(z) = K'_2 \cdot \frac{\left(1 + \frac{T_d}{T}\right)z - T_d/T}{z}$.

$$C'_2(z) = K'_2 \cdot \frac{\left(1 + \frac{T_d}{T}\right)z - T_d/T}{z} = K'_2 \cdot \frac{z - \frac{\frac{T_d}{T}}{1 + \frac{T_d}{T}}}{\frac{z}{1 + \frac{T_d}{T}}}$$

Volem que $\frac{\frac{T_d}{T}}{1 + T_d/T}$ sigui 0.9704 per tal de simplificar el denominador

$$\frac{\frac{T_d}{T}}{1 + T_d/T} = 0.9704$$

$$T_d = \frac{0.9704}{0.148} = 6.5568$$

Trobarem K'_2 sabent que si hem de trobar el controlador equivalent $C'_2(z)$ ha de ser el mateix que $C_2(z)$.

$$C'_2(z) = C_2(z)$$

$$K'_2 \cdot \frac{z - \frac{\frac{T_d}{T}}{1 + \frac{T_d}{T}}}{\frac{z}{1 + \frac{T_d}{T}}} = K_2 * \frac{z + \alpha}{z}$$

Sabem que $z + \alpha$ és $z - \frac{\frac{T_d}{T}}{1 + \frac{T_d}{T}}$

$$K'_2 \cdot 1 + \frac{T_d}{T} = K_2$$

$$K'_2 = \frac{K_2}{1 + \frac{T_d}{T}} = \frac{0.5997}{1 + \frac{6.5568}{1/5}} = 1.9949$$

CODI 5

C7. Calculau la funció de transferència del sistema compensat $S2(z)$ que implica $C2(z)$ i $G'1(z)$.

```
C2p = K2p*tf([(1+(Td/(1/5)))-Td*5], [1 0], 1/5);
S2 = minreal(feedback(C2p*G1, 1), 0.0001)
```

El resultat és:

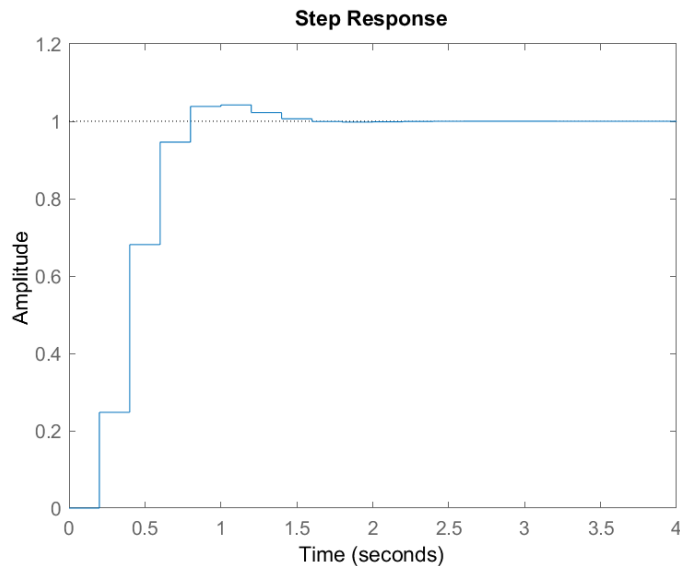
$$\frac{0.2477 z + 0.2472}{z^2 - 0.7524 z + 0.2472}$$

CODI 6

C8. Fes un Plot de la resposta de $S2(z)$ a un esglaió unitari.

```
step(S2);
xlabel('temps');
ylabel('S2(z)');
title('Resposta del sistema S2(z)');
stepinfo(S2)
```

CODI 7



GRÀFIC 3

Step info:

```

RiseTime: 0.4000
SettlingTime: 1.4000
SettlingMin: 0.9463
SettlingMax: 1.0422
Overshoot: 4.2136
Undershoot: 0
Peak: 1.0422
PeakTime: 1

```

- t_p : 1.0422 s
- M_p : 4.21%
- t_s : 1.4
- e_{sp} : 0

D

D1. Comproveu que el DDC pot ser aplicat per designar que $Cx(z)$ = $C3(z)$ a la vostra planta i simplifiqueu a segon grau.

Hem de mirar que el nostre sistema no té un pol més gran que 1:

$$G'_1(z) = \frac{0.0036753 (z + 0.9981) (z + 8.207 \cdot 10^{-6})}{z (z - 1) (z - 0.9704)}$$

Podem confirmar que el nostre sistema no te cap pol més gran que 1 i per tant podem dir que podem aplicar el mètode DDC. Simplificant a 2n grau ens queda la següent funció per la planta:

$$G'_2(z) = \frac{0.0036753(z + 0.9981)}{(z - 1)(z - 0.9704)}$$

Aquestes funcions s'han desenvolupat a l'apartat C2

D2. Cerqueu la funció de transferència del sistema de referència $G_R(z)$ per assegurar-vos que el sistema compensat es comporta de la següent manera: $t_p = 1.2s$, $t_s = 2s$ (2%), $esp = 0$

Per aconseguir G_R primer necessitam els paràmetres a partir de les especificacions.

$$t_s = \frac{4}{\delta \omega_n} = 2$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \delta^2}} = 1.2$$

$$\frac{4}{\delta \cdot 2} = \omega_n$$

$$\frac{\pi}{1.2 \sqrt{1 - \delta^2}} = \omega_n$$

$$\omega_n = 3.2945$$

$$\delta = 0.607$$

$$G_R(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \delta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} = \frac{3.2945^2}{s^2 + 3.9995 \cdot s + 3.2945^2}$$

Calculem les arrels del polinomi característic:

$$arrels = -\delta \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1 - \delta^2} = -2 \pm 2.6180j$$

Obtenim la G_R :

$$G_R(z) = \alpha \frac{Z + 1}{(Z - e^{R1})(Z - e^{R2})} = \alpha \frac{Z + 1}{(Z - e^{-2.0000 + 2.6180j})(Z - e^{-2.0000 - 2.6180j})}$$

$$= \alpha \frac{Z + 1}{z^2 - 1.161z + 0.4493}$$

Obtenim el valor de α :

$$\alpha = \frac{\lim_{s \rightarrow 0} G_R(s)}{\lim_{z \rightarrow 1} G_R(z)} = \frac{1}{69372} = 0,1442$$

Per tant, la funció de transferència final és la següent:

$$G_R(z) = \frac{0.1442(z + 1)}{z^2 - 1.161z + 0.4493}$$

D3. Comprovau la casualitat del controlador $C_3(z)$

Per verificar la causalitat del sistema s'ha de comprovar que

$$PZD[C_3(z)] = PZD[G_R(z)] - PZD[G'(z)] \geq 0$$

PZD és el valor dels pols (graú del denominador) menys els 0 (graú del numerador)

$$PZD[G_R(z)] - PZD[G_2'(z)] = 2 - 1 - (2 - 1) = 0$$

$PZD[G_R(z)] - PZD[G'(z)] = 2 - 1 - (2 - 1) = 0$, com que és igual que 0, podem assegurar la causalitat del controlador $C_3(z)$.

D4. Assegura que es coneix els requeriments del error estàtic per el sistema compensat.

Com que el dèficit de zero-pols de $G_R(z)$ és 1 (ja que hi ha un pol més que zero) que és el mateix que $G_2'(z)$ no hem d'afegir cap pol extra a 0.

Ara hem de mirar $G_R(1)$. Si aquest és 1 podem assegurar que el error estàtic:

$$G_R(1) = \frac{0.1442(1 + 1)}{1^2 - 1.161 \cdot 1 + 0.4493} = 1.0003 \cong 1$$

Per tant podem dir que l'error estàtic serà 0, ja que 1.0003 podem dir que és pràcticament 1 i el requeriment es compleix.

D5. Troba la funció de transferència per $C_3(z)$

Emprarem $G_{RF}(z) = G_R(z)$ per trobar el controlador.

$$C(z) = \frac{1}{G_2'(z)} \cdot \frac{G_{RF}(z)}{1 - G_{RF}(z)} = \frac{39.222 (z - 0.9704) (z + 1)}{(z + 0.9981) (z - 0.3052)}$$

```
C3=minreal((1/G2)*Grz/(1-Grz))
```

Codi 8

D6. Troba la funció de transferència del sistema $S_3(z)$ amb C_3 i $G_1'(z)$.

```
S3=minreal(feedback(C3*G1, 1), 0.0001)
```

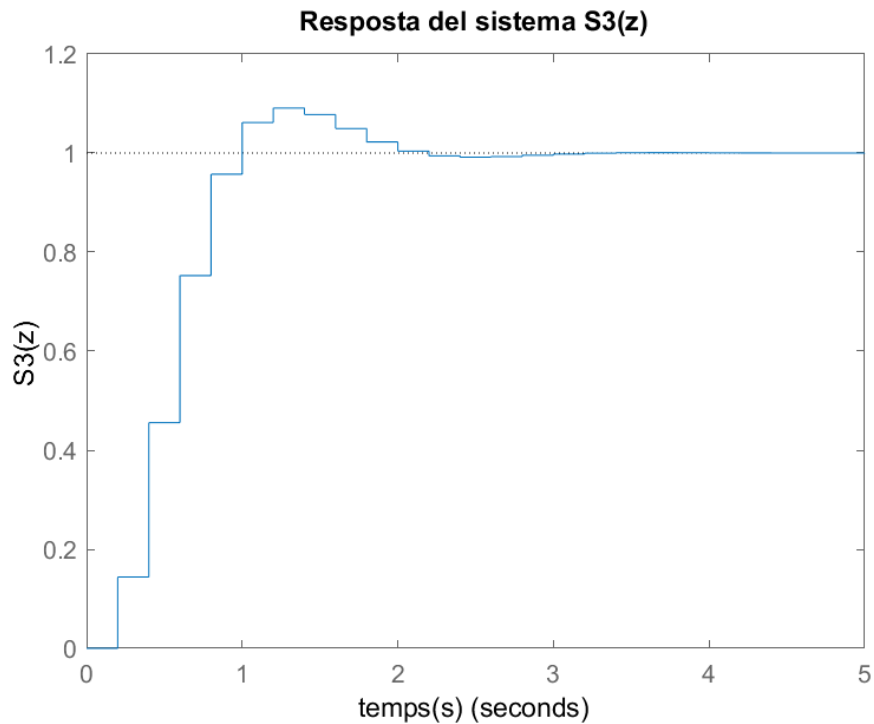
Codi 9

$$S_3 = \frac{0.14415(z+1)}{(z^2 - 1.161z + 0.4493)}$$

D7. Fes un Plot de la resposta de $S_3(z)$ a un esglaió unitari.

```
step(S3);  
xlabel('temps(s)');  
ylabel('S3(z)');  
title('Resposta del sistema S3(z)');  
stepinfo(S3)
```

Codi 10



GRÀFIC 4

```

RiseTime: 0.6000
SettlingTime: 2
SettlingMin: 0.9573
SettlingMax: 1.0907
Overshoot: 9.0722
Undershoot: 0
Peak: 1.0907
PeakTime: 1.2000

```

D8. Programa el controlador C3 (z) en forma paral·lela i troba les equacions amb diferències.

$$\begin{aligned}
 C(z) &= \frac{39.222 (z-0.9704) (z+1)}{(z+0.9981) (z-0.3052)} = \frac{39.222z^2 + 1.1610z - 38.0610}{z^2 + 0.6929z - 0.3046} = \\
 &39,222 + \frac{28.3379z - 50.008}{z^2 + 0.6929z - 0.3046} = 39,222 + \frac{28.3379z - 50.008}{(z-0.3052)(z+0.9981)} = \\
 &39,222 + \left(\frac{\alpha_1}{z - 0.3052} + \frac{\alpha_2}{z + 0.9981} \right)
 \end{aligned}$$

Calculem els valors de les α

$$\alpha_1 = (z - 0.3052) \frac{28.3379z - 50.008}{(z - 0.3052)(z + 0.9981)} \Big|_{z = 0.3052}$$

$$\alpha_1 = -\frac{41.3593}{1.3033}$$

$$\alpha_2 = (z + 0.9981) \frac{28.3379z - 50.008}{(z - 0.3052)(z + 0.9981)} \Big|_{z = -0.9981}$$

$$\alpha_2 = \frac{78.2840}{1.3033}$$

$$C(z) = 39,222 - \frac{41.3593}{1.3033(z - 0.3052)} + \frac{78.2840}{1.3033(z + 0.9981)}$$

$$= 39,222 - \frac{41.3593z^{-1}}{1.3033(1 - 0.3052z^{-1})} + \frac{78.2840z^{-1}}{1.3033(1 + 0.9981z^{-1})}$$

$$C(z) = \frac{U(z)}{E(z)} \rightarrow$$

$$U(z) = 39,222E(z) - \frac{41.3593z^{-1}}{1.3033(1 - 0.3052z^{-1})}E(z) + \frac{78.2840z^{-1}}{1.3033(1 + 0.9981z^{-1})}E(z)$$

Ens trobam que el segon i el tercer terme de $U(z)$ els direm u_1 i u_2 , i antitransformam aquest coeficient:

$$u_1[k] = \frac{0.3978}{1.3033}u_1[k-1] + \frac{41.3593}{1.3033}e[k-1]$$

$$u_2[k] = -\frac{1.3008}{1.3033}u_1[k-1] + \frac{78.2840}{1.3033}e[k-1]$$

Al final, l'equació amb diferències ens queda així:

$$u[k] = 39.222e[k] + u_1[k] + u_2[k]$$

E

E1. Simplifiqueu la planta fins a segon grau per obtenir $G_2'(z)$, tal com es fa a la tasca C2, i determineu de quin tipus de planta es tracta.

Tenim una planta de tipus 1 (cas B dels apunts) ja que ens trobam amb un pol igual a 1. La nova $G_2'(x)$ s'ha calculat emprant convertint a temps discret amb les següents comandes:

```
G1e = c2d (Gth*Gb, 1) ;

0.08862 (z+0.9528) (z+3.162e-07)
-----
z (z-1) (z-0.8607)

G2e=zpk (minreal (G1e, 0.00001) ) ;
```

CODI 11

La diferencia respecte al C1 és que el temps de mostreig ara és 1s i la $G_2'(z)$ queda:

$$G_2'(z) = \frac{0.08862(z + 0.9528)}{(z - 1)(z - 0.8607)}$$

E2. Troba les equacions per resoldre el controlador dead-beat i determinar $C_x(z) = C_4(z)$.

Com que tenim un zero i dos pols, tots dins el cercle unitat, podem emprar el **mètode de disseny de controlador deadbeat**

$$C_4(z) = K \cdot \frac{D(z)}{z^{n-1} + b_{n-2}z^{n-2} + \dots + b_0} = \frac{K(z - 0.8607)}{z + b_0}$$

$$G_2'(z) = \frac{a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_0}{(z - 1)D(z)} = \frac{0.08862(z + 0.9528)}{(z - 1)(z - 0.8607)}$$

$$\begin{aligned} L(z) = C_4(z) * G_2'(z) &= \frac{K(z - 0.8607)}{z + b_0} \cdot \frac{0.08862(z + 0.9528)}{(z - 1)(z - 0.8607)} \\ &= \frac{K}{z + b_0} \cdot \frac{0.08862(z + 0.9528)}{(z - 1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_L(z) + N_L(z) &= (z + b_0)(z - 1) + K \cdot 0.08862(z + 0.9528) = z^2 \\ z^2 + b_0z - z + K \cdot 0.08862 \cdot z - b_0 + K \cdot 0.08862 \cdot 0.9528 &= z^2 \end{aligned}$$

$$b_0 z - z + K \cdot 0.08862 \cdot z - b_0 + K \cdot 0.08862 \cdot 0.9528 = 0$$

Obtenim les següents equacions:

$$\begin{cases} b_0 - 1 + K \cdot 0.08862 = 0 \\ K \cdot 0.08862 \cdot 0.9528 - b_0 = 0 \end{cases}$$

E3. Resoldre les equacions

$$b_0 - 1 + K \cdot 0.08862 = 0$$

$$K \cdot 0.08862 \cdot 0.9528 - b_0 = 0$$

Si sumam les dues equacions:

$$K \cdot 0.08862 \cdot 0.9528 - 1 + K \cdot 0.08862 = 0$$

Obtenim que:

$$K = 5.749$$

$$b_0 = 0.4905$$

$$K4 = 1 / (0.08862 \cdot 0.9628 + 0.08862);$$

$$b0 = K4 \cdot 0.08862 \cdot 0.9628;$$

CODI 12

E4. Determina la funció de transferència de $C_4(z)$

$$C4 = \text{tf}([K4 \quad -K4 \cdot 0.8607], [1 \quad b0], 1);$$

CODI 13

$$C_4(z) = K \cdot \frac{(z - 0.8607)}{z + b_0} = 5.759 \cdot \frac{(z - 0.8607)}{z + 0.4905}$$

E5. Troba la funció de transferència per el $S_4(z)$ involucrant $C_4(z)$ i $G_1(z)$.

```
S4 = zpk(minreal(feedback(C4*G1e, 1), 0.0001));
```

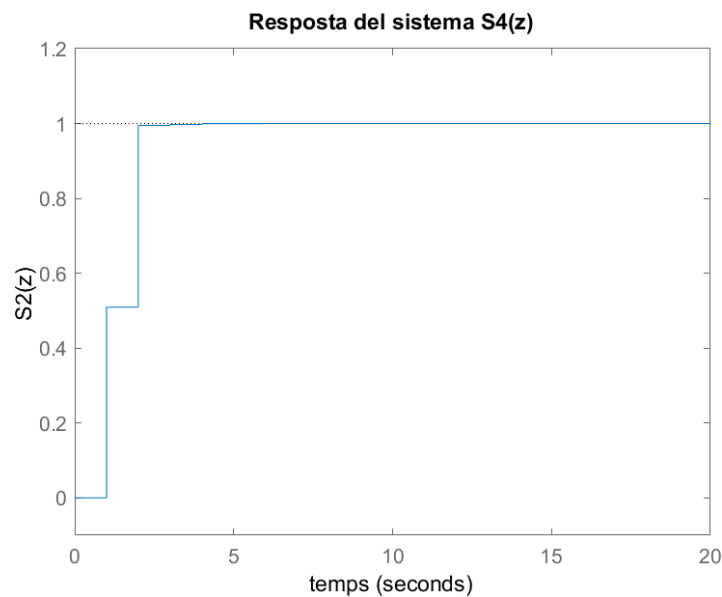
$$\frac{0.50948 (z+0.9528)}{(z+0.07145) (z-0.07143)}$$

Codi 14

E6. Dibuixa la resposta de S_4 per un escaló unitari.

```
step(S4);
xlabel('temps');
ylabel('S2(z)');
title('Resposta del sistema S4(z)');
stepinfo(S2)
```

Codi 15



GRÀFIC 5

E7. Programa el controlador $C_4(z)$ in forma directa 2, troba les equacions en diferències.

$$C_4(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{5.759(z - 0.8607)}{z + 0.4905} = \frac{5.759z - 5.759 \cdot 0.8607}{z + 0.4905}$$

$$= \frac{5.759 - 5.759 \cdot 0.8607z^{-1}}{1 + 0.4905z^{-1}} = \frac{U(z)}{F(z)} \cdot \frac{F(z)}{E(z)}$$

$$\frac{F(z)}{E(z)} = \frac{1}{1 + 0.4905z^{-1}} \Rightarrow E(z) = (1 + 0.4905z^{-1})F(z)$$

$$\frac{U(z)}{F(z)} = 5.759 - 5.759 \cdot 0.8607z^{-1} \Rightarrow U(z) = (5.759 - 5.759 \cdot 0.8607z^{-1})F(z)$$

$$e(k) = f(k) + 0.4905 \cdot f(k - 1) \Rightarrow f(k) = e(k) - 0.4905 \cdot f(k - 1)$$

$$u(k) = 5.759 \cdot f(k) - 5.759 \cdot 0.8606 \cdot f(k - 1) \Rightarrow f(k)$$

$$= u(k) + 5.759 \cdot 0.8606 \cdot f(k - 1)$$