POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS - EEAr(2010 – 2021)

1. (EEAr - 2010) Se a maior das raízes da equação $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ é igual à soma das outras duas, então seu valor é divisor de

a) 10.
b) 16.
c) 18.
d) 20.

RELAÇÕES DE GIRARD

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$$

$$x_3 = x_1 + x_2$$

$$x_3 + x_3 = -\frac{(-6)}{1}$$

$$2x_3 = 6$$

$$\boxed{x_3 = 3}$$

D

Japa Math

Questão 1 - EEAr 2010

2. (EEAr – 2010) Seja A = {-2, -1, 1, 2} o conjunto formado pelas raízes de um polinômio P(x) do 4° grau. Se o coeficiente do termo de maior grau de P(x) é 1, então o termo independente é

a) 3.
b) 4.
c) 5.
d) 6.

$$\underset{1}{a}x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = \frac{e}{a}$$

$$-2 \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 2 = \frac{e}{1}$$

$$e = 4$$

B

GRAU ÍMPAR
↓
PRODUTO $= -\frac{\text{IND}}{a}$

GRAU PAR
↓
PRODUTO $= \frac{\text{IND}}{a}$

POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS - EEAr(2010 – 2021)

3. (EEAr – 2010) Sabe-se que a equação $x^4 - 2x^3 - 8x^2 + 18x - 9 = 0$ equivale a $(x - 1)^2.(x^2 - 9) = 0$. Assim, a raiz de multiplicidade 2 dessa equação é

↳ Quantidade de vezes.

a) -3

b) -1

c) 1

d) 3

$$a(x - x_1)(x - x_2)\ldots\ldots(x - x_n) = 0$$

2 → MULTIPLICIDADE

$$1 \cdot \underbrace{(x - 1)^2} \cdot (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) \cdot (x - 3)(x + 3) = 0$$

C

Questão 3 - EEAr 2010 ›

5. (EEAr – 2011) Se o polinômio P(x) = $ax^3 - 3x^2 - bx - 3$ é divisível por (x - 3)(x + 1), então o valor de a + b é

DIVIDENDO

DIVISOR

RESTO = 0

a) 10
b) 8
c) 7
d) 5

$ax^3 - 3x^2 - bx - 3 \;|\; (x-3)(x+1)$

TEOREMA DO RESTO

Resto = P(Raiz do Divisor)

$x - 3 = 0$

$x = 3$

$P(3) = \text{Resto}$

$P(3) = 0$

$27a - 27 - 3b - 3 = 0$

$27a - 3b = 30 \quad :(3)$

$\boxed{9a - b = 10}$

$x + 1 = 0$

$x = -1$

$P(-1) = 0$

$-a - 3 + b - 3 = 0$

$\boxed{-a + b = 6}$

$$\begin{cases} 9a - \cancel{b} = 10 \\ -a + \cancel{b} = 6 \end{cases}$$

$8a = 16$

$a = 2$

$-2 + b = 6$

$b = 8$

$a + b = 10$

A

POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS - EEAr(2010 – 2021)

6. (EEAr – 2012) Seja a equação polinomial $2x^3 + 4x^2 - 2x + 4 = 0$. Se S e P são, respectivamente, a soma e o produto de suas raízes, então

a) S = P
b) S = 2P
c) S = 2 e P = -4
d) S = 2 e P = -4

$S = -\frac{b}{a}$

$S = -\frac{4}{2}$

$S = -2$

$P = -\frac{4}{2}$

$P = -2$

A

Questão 6 - EEAr 2010

POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS - EEAr(2010 – 2021)

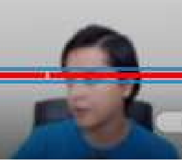
7. (EEAr – 2013) O resto da divisão de $4x^3 + 2x^2 + x - 1$ por $x^2 - 3$ é igual a

a) $13x + 5$
b) $11x - 3$
c) $2x + 5$
d) $6x - 3$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
\cancel{4x^3} & +\,2x^2 & +\,x & -\,1 & x^2 - 3 \\
\cancel{-4x^3} & & +\,12x & & 4x + 2 \\
\hline
& \cancel{2x^2} & +\,13x & -\,1 & \\
& \cancel{-2x^2} & & +\,6 & \\
\hline
& & \boxed{13x} & \boxed{+\,5} &
\end{array}
$$

Resto

(A)



POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS - EEAr(2010 – 2021)

8. (EEAr – 2014) A equação $(x^2 + 3)(x - 2)(x + 1) = 0$ tem ____ raízes reais.

a) 3
b) 2
c) 1
d) 0

$x^2 + 3 = 0$; $x - 2 = 0$; $x + 1 = 0$

$x^2 = -3$ $\quad$ $x = 2$ $\quad$ $x = -1$

$x = \underbrace{\sqrt{-3}}$

Complexo

B

Questão 8 - EEAr 2010

POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS - EEAr(2010 – 2021)

10. (EEAr – 2016) Dada a equação $3x^3 + 2x^2 - x + 3 = 0$ e sabendo que a, b e c são raízes dessa equação, o valor do produto a.b.c é

a) 1

~~b)~~ -1

c) $\frac{1}{3}$

d) $-\frac{1}{3}$

$P = -\frac{3}{3}$

$\boxed{P = -1}$

B

11) Um polinômio $q(x)$, do 2º grau, é definido por $q(x) = ax^2 + bx + c$, com a, b e c reais, $a \neq 0$. Dentre os polinômios a seguir, aquele que verifica a igualdade $q(x) = q(1 - x)$, para todo x real, é

a) $q(x) = a(x^2 + x) + c$

b) $q(x) = a(x^2 - x) + c$

c) $q(x) = a^2(x^2 - x) + c$

d) $q(x) = a^2(x^2 + x) + c$

e) $q(x) = a^2x + c$

$$q(1-x) = a(1-x)^2 + b(1-x) + c$$

$$q(1-x) = a(1 - 2x + x^2) + b - bx + c$$

$$q(1-x) = a - 2ax + ax^2 + b - bx + c$$

$$\boxed{q(x) = ax^2 + bx + c}$$

$$\boxed{q(1-x) = ax^2 + (-2a - b)x + a + b + c}$$

$$b = -2a - b$$

$$-2a = 2b$$

$$\boxed{b = -a}$$

$$a + b + \cancel{c} = \cancel{c}$$

$$b = -a$$

$$q(x) = ax^2 - ax + c$$

$$\boxed{q(x) = a(x^2 - x) + c}$$

B

Japa Math

20) Dado o polinômio q(x) que satisfaz a equação $1x^3 + ax^2 - x + b = (x - 1)\cdot q(x)$ e sabendo que 1 e 2 são raízes da equação $x^3 + ax^2 - x + b = 0$, determine o intervalo no qual $q(x) \leq 0$:

a) [-5, -4]
b) [-3, -2]
c) [-1, 2]
d) [3, 5]
e) [6, 7]

$\boxed{q(x) = mx^2 + px + q}$ ou $\boxed{q(x) = \underset{1}{m}(x - x_1)(x - x_2)}$

$\cancel{1} + a - \cancel{1} + b = 0$

$\boxed{a + b = 0}$

$8 + 4a - 2 + b = 0$

$\boxed{4a + b = -6}$

$$\begin{cases} a + \cancel{b} = 0 \;.(-1) \\ 4a + \cancel{b} = -6 \end{cases}$$

$3a = -6$

$\boxed{a = -2}$ $\boxed{b = 2}$

$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x - 1)\cdot q(x)$

$x^2(x - 2) - (x - 2) = (x - 1)\cdot q(x)$

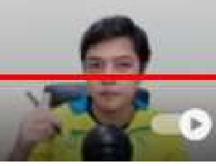
$(x^2 - 1)(x - 2) = (x - 1)\cdot q(x)$

$(x + 1)\cancel{(x - 1)}\cdot(x - 2) = \cancel{(x - 1)}\cdot q(x)$

$q(x) = (x + 1)(x - 2)$

$\boxed{q(x) \leq 0}$ C

Japa Math



4) Considere os polinômios $p(x) = x^{80} + 3x^{79} - x^2 - x - 1$ e $b(x) = x^2 + 2x - 3$. Sendo $r(x)$ o resto da divisão de $p(x)$ por $b(x)$, o valor de $r\left(\frac{1}{2}\right)$ é igual a

a) 0

b) $\frac{1}{2}$

c) 1

d) 2

e) $\frac{5}{2}$

DIVIDENDO DIVISOR

$\boxed{R(x) = ax + b}$

$b(x) = 0$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$x_1 = 1$; $x_2 = -3$

$\boxed{b(x) = (x+3)(x-1)}$

$\boxed{P(x) = b(x) \cdot Q(x) + R(x)}$

$P(x) = \cancel{(x+3)(x-1) \cdot Q(x)}^{0} + R(x)$

$P(-3) = R(-3)$; $P(1) = R(1)$

$(-3)^{80} + 3(-3)^{79} - (-3)^2 - (-3) - 1 = -3a + b$

$\cancel{3^{80}} - \cancel{3^{80}} - 9 + 3 - 1 = -3a + b$

$\boxed{-3a + b = -7}$

A

$1 + \cancel{3} - \cancel{1} - \cancel{1} - \cancel{1} = a + b$

$\boxed{a + b = 1}$

$a + \cancel{b} = 1$

$-3a + \cancel{b} = -7 \cdot (-1)$

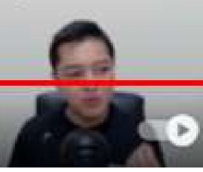
$4a = 8$

$\boxed{a = 2}$; $b = -1$

$R(x) = 2x - 1$

$R\left(\frac{1}{2}\right) = \cancel{2}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right) - 1$

$= 0$



11. (EEAr – 2016) Dado o polinômio: $ax^3 + \underbrace{(2a + b)}_{\neq 0}x^2 + cx + d - 4 = 0$, os valores de a e b para que ele seja um polinômio de 2º grau são

a) a = 0 e b = 0
b) a = 1 e b ≠0
c) a = 0 e b ≠0
d) a = -1 e b = 0

$a = 0$

$2\overset{0}{a} + b \neq 0$

$\boxed{b \neq 0}$

(c)

12. (EEAr – 2017) Considere $P(x) = 2x^3 + bx^2 + cx$, tal que $P(1) = -2$ e $P(2) = 6$. Assim, os valores de b e c são, respectivamente,

a) 1 e 2

b) 1 e -2

c) -1 e 3

~~d)~~ -1 e -3

$P(1) = 2 + b + c$

$b + c + 2 = -2$

$\boxed{b + c = -4}$

$P(2) = 16 + 4b + 2c$

$4b + 2c + 16 = 6$

$4b + 2c = -10 \ :(2)$

$\boxed{2b + c = -5}$

$\begin{cases} b + \cancel{c} = -4 \cdot (-1) \\ 2b + \cancel{c} = -5 \end{cases}$

$\boxed{b = -1}$

$-1 + c = -4$

$c = -3$

D

13. (EEAr – 2017) Ao dividir $3x^3 + 8x^2 + 3x + 4$ por $x^2 + 3x + 2$ obtém-se _____ como resto.

a) 6
b) 5
c) 4
d) 3

$$\begin{array}{l|l} \cancel{3x^3} + 8x^2 + 3x + 4 & x^2 + 3x + 2 \\ \hline \cancel{-3x^3} - 9x^2 - 6x & 3x - 1 \\ \cancel{-1x^2} - \cancel{3x} + 4 & \\ \cancel{x^2} + \cancel{3x} + 2 & \\ \hline \quad\quad 6 & \end{array}$$

A

POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS - EEAr(2010 – 2021)

14. (EEAr – 2018) Sejam os polinômios $A(x) = 1x^3 + 2x^2 - x - 4$, $B(x) = ax^3 - bx^2 - 4x + 1$ e $P(x) = A(x) - B(x)$. Para que $P(x)$ seja de grau 2, é necessário que

a) $a \neq -1$ e $b = -2$

b) $a = 1$ e $b = -2$

c) $a = 1$ e $b \neq -2$

d) $a \neq 1$ e $b \neq 2$

$$P(x) = (1 - a)x^3 + [2 - (-b)]x^2 + [-1 - (-4)]x - 5$$

$1 - a = 0$ $\qquad$ $2 + b \neq 0$

$\boxed{a = 1}$ $\qquad$ $\boxed{b \neq -2}$

(c)

Exercício 4 - Polinômio

POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS - EEAr(2010 – 2021)

15. (EEAr – 2019) Seja a equação polinomial $x^3 + bx^2 + cx + 18 = 0$. Se -2 e 3 são suas raízes, sendo que a raiz 3 tem multiplicidade 2, o valor de "b" é

a) 8
b) 6
c) –3
~~d)~~ –4

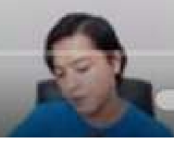
$$SOMA = -\frac{b}{1}$$

$$3 + 3 + (-2) = -b$$

$$-b = 4 \cdot (-1)$$

$$\boxed{b = -4}$$

(D)



Exercício 5 - Polinômio

POLINÔMIOS E EQUAÇÕES POLINOMIAIS - EEAr(2010 – 2021)

16. (EEAr – 2020) Da equação $x^3 + 11x^2 + kx + 36 = 0$, sabe-se que o produto de duas de suas raízes é 18. Assim, o valor de k é

a) 6

b) 8

c) 18

d) 36

Produto $= -\frac{36}{1}$

$\boxed{x_1 \cdot x_2} \cdot x_3 = -36$

$18 \cdot x_3 = -36$

$x_3 = -2$

$(-2)^3 + 11 \cdot (-2)^2 + K(-2) + 36 = 0$

$-8 + 44 - 2K + 36 = 0$

$2K = 72$

$K = 36$

D

7) Considere o polinômio $p(x) = x^6 - 2x^5 + 2x^4 - 4x^3 + x^2 - 2x$. Sobre as raízes de $p(x) = 0$, podemos afirmar que

6 raízes $\boxed{x_1 = 0}$

a) quatro raízes são reais distintas. ×

b) quatro raízes são reais, sendo duas iguais. ×

c) apenas uma raiz é real. ×

d) apenas duas raízes são reais e iguais. ×

~~e)~~ apenas duas raízes são reais distintas.

$$x\underbrace{(x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 + x - 2)}=0$$

$$x^4(x-2) + 2x^2(x-2) + 1.(x-2) = 0$$

$$(x-2).(x^4 + 2x^2 + 1) = 0$$

$x - 2 = 0$ ou $\underbrace{x^4 + 2x^2 + 1}=0$

$\boxed{x_2 = 2}$

$$(\underbrace{x^2+1}_{})^2 = 0$$

SOLUÇÕES IMAGINÁRIAS

(E)

Japa Math