



Lista 3 – Determinante e Matriz Inversa

1. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, calcule

(a) $\det A + \det B$.

(b) $\det(A + B)$.

2. Encontre todos os valores de $t \in \mathbb{R}$ tais que $\det A = 0$, onde:

(a) $A = \begin{bmatrix} t-7 & t-7 \\ 5 & t \end{bmatrix}$.

(b) $A = \begin{bmatrix} t-1 & 5 \\ 3 & t+1 \end{bmatrix}$.

(c) $A = \begin{bmatrix} t-2 & 5 & 9 \\ 0 & t+3 & -6 \\ 0 & 0 & t-5 \end{bmatrix}$.

3. Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ calcule:

(a) A_{23} .

(b) $|A_{23}|$.

(c) Δ_{23} .

(d) $\det A$.

4. Calcule $\det A$, onde

(a) $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.

$$(b) \ A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 19 & 18 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & \pi & -5 & 0 & 0 \\ 4 & \sqrt{2} & \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 6 & -1 \end{bmatrix}.$$

5. Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ calcule:

(a) $\text{adj } A$.

(b) $\det A$.

(c) A^{-1} .

6. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} t & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & s & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, com $t, s \in \mathbb{R}$ fixados tais que $t \neq 3$ e $s \neq 0$, calcule o determinante de:

(a) $A^{-1}B^T$.

(b) $B^{-1}A^2$.

7. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Existe A^{-1} ? Justifique sua resposta. Em caso afirmativo, determine A^{-1} .

8. Calcule o determinante da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}.$$

9. Seja $a \in \mathbb{R}$ de modo que a matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & a \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ não seja invertível. Então o valor de a é:

(a) -18 .

(b) 18 .

(c) 6 .

(d) -6 .

(e) 3.

10. Seja $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & a & 4 \end{bmatrix}$. Para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ a matriz A é invertível?

(a) Para todo $a \in \mathbb{R}$ diferente de -7 .

(b) $a = -7$, apenas.

(c) $a = -14$, apenas.

(d) Para todo $a \in \mathbb{R}$ diferente de -14 .

(e) Não existe $a \in \mathbb{R}$ com essa propriedade.

11. Resolva os sistemas de equações lineares abaixo, usando a Regra de Cramer:

$$(a) \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x + y = 3 \\ y - 5z = 4 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ 2x + 3y - z = -2 \\ 3x + 2y + z = 2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 4z = 4 \\ x + 3y + 9z = 9 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 2x + 3y = z + 1 \\ 3x + 2z = 8 - 5y \\ 3z - 1 = x - 2y \end{cases}$$

12. Considere o sistema de equações lineares abaixo:

$$\begin{cases} x + 3y + 4z = -5 \\ 3x + 2y + z = 8 \\ 2x + 4y + 3z = 4 \end{cases}$$

Resolva-o:

(a) Usando operações elementares.

(b) Usando o Método de Gauss.

(c) Usando a Regra de Cramer.

13. Considere o sistema de equações lineares abaixo:

$$\begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ x + y + kz = 1 \end{cases}$$

Encontre os valores de $k \in \mathbb{R}$ tais que o sistema seja

- (a) Possível e determinado.
- (b) Possível e indeterminado.
- (c) Impossível.

14. Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$. Encontre A^{-1} :

- (a) Usando a matriz dos cofatores.
- (b) Usando operações elementares.

15. Usando operações elementares, encontre A^{-1} , onde:

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$.

(b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

(c) $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.