/ /

RESOLUÇÃO INTEGRAIS POR SUBSTITUIÇÃO

1º $\int \frac{x+5}{x^2+10x}\,dx$

Substituindo x^2+10x e derivando temos que:

$u = x^2 + 10x$

$du = 2x + 10\,dx$

$\frac{du}{2} = x + 5\,dx$

Dividi ambos os lados por 2

Agora, temos a seguinte integral:

$$\int \frac{\frac{du}{2}}{u} = \int \frac{du}{2u} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{2} \cdot \ln|u| + C$$

Como $u = x^2 + 10x$, temos que o resultado final é:

$$\frac{\ln|x^2+10x|}{2} + C$$

/ /

2: $\int \sqrt{t^2 - 2t^4}\, dt$

$$\int \sqrt{t^2 - 2t^4}\, dt = \int \sqrt{(1-2t^2)t^2}\, dt$$

$$\int t\sqrt{1-2t^2}\, dt$$

$u = 1 - 2t^2$

$du = -4t\, dt$

$\frac{du}{-4} = t\, dt$

Agora, temos a seguinte integral:

$$\int \sqrt{u}\, \frac{du}{-4} = -\frac{1}{4}\int \sqrt{u}\, du$$

Resolvendo a integral básica, ficamos com:

$$-\frac{1}{4} \frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{2\sqrt{u^3}}{3} = -\frac{\sqrt{u^3}}{6} + C$$

Como $u = 1 - 2t^2$, temos:

$$-\frac{\sqrt{(1-2t^2)^3}}{6} + C$$

/ /

3º $\int (x^3+x)^9 \cdot (3x^2+1)\,dx$

$u = x^3 + x$
$du = 3x^2 + 1\,dx$

$\int u^9\,du = \frac{u^{9+1}}{9+1} + C = \frac{u^{10}}{10} + C = \frac{(x^3+x)^{10}}{10} + C$

4º $\int \frac{\ln x}{x}\,dx$

$u = \ln x$
$du = \frac{1}{x}\,dx$

$\int u\,du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{\ln^2 x}{2} + C$

5º $\int \frac{\operatorname{arc\,tg} x}{1+x^2}\,dx$

A derivada de arc tg x é $\frac{1}{1+x^2}$

$u = \operatorname{arc\,tg} x$
$du = \frac{1}{1+x^2}\,dx$

$\int u\,du = \frac{u^2}{2} + C = \frac{(\operatorname{arc\,tg} x)^2}{2} + C$

/ /

6º $$\int \frac{3\cos x \, dx}{\sqrt{1+3\,\mathrm{sen}\, x}}$$

$u = 1 + 3\,\mathrm{sen}\, x$
$du = 3\cos x \, dx$

$$\int \frac{du}{\sqrt{u}} = \int u^{-\frac{1}{2}}\, du$$

$$\int u^{-\frac{1}{2}}\, du = \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = 2\sqrt{u} + C$$

$$2\sqrt{1+3\,\mathrm{sen}\, x} + C$$

7º $$\int \frac{2\,dx}{x\sqrt{1-4\ln^2 x}} = 2\int \frac{dx}{x\sqrt{1-4\ln^2 x}}$$

Temos que: $\sqrt{1-4\ln^2 x} = \sqrt{4(1/4-\ln^2 x)} = 2\sqrt{1/4-\ln^2 x}$

$$2\sqrt{1/4-\ln^2 x} = 2\sqrt{(1/2)^2-\ln^2 x}$$

Assim, ficamos com:

$$\cancel{2}\int \frac{dx}{x\cdot\cancel{2}\sqrt{(\frac{1}{2})^2-\ln^2 x}} = \int \frac{dx}{x\sqrt{(\frac{1}{2})^2-\ln^2 x}}$$

Substituindo: $u = \ln x$
$du = \frac{1}{x}\, dx$

$$\rightarrow \int \frac{du}{\sqrt{(\frac{1}{2})^2 - u^2}} = \frac{\mathrm{arc\,sen}\, u}{\frac{1}{2}} + C$$

$$\boxed{\mathrm{arc\,sen}\, 2\cdot\ln|x| + C}$$

Digitalizado com CamScanner

$$\frac{x}{\sqrt{x}} = x^{1-1/2} = x^{1/2} = \sqrt{x}$$

8º
$$\int \frac{dx}{x-\sqrt{x}} = \int \frac{dx}{\sqrt{x}\left(\frac{x}{\sqrt{x}} - 1\right)} = \int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \int \frac{dx}{x-\sqrt{x}}$$

$$u = \sqrt{x} - 1$$
$$du = \frac{1}{2\sqrt{x}}\, dx$$
$$2\,du = \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \int \frac{2\,du}{u} = 2\int \frac{du}{u} = 2\ln|u| + C$$

$$\boxed{2\ln|\sqrt{x}-1| + C}$$

* Na questão acima ocorreu uma manipulação algébrica difícil de identificar.

① denominador $x-\sqrt{x}$ $\left(\frac{dx}{x-\sqrt{x}}\right)$ virou $\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)$

Fizemos isso isso colocando $\sqrt{x}$ em evidência.