LISTA 02 - Sistemas de Equações Lineares :) !

usa pivô

$\begin{bmatrix} 1 & \\ 0 & \\ 0 & \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & b \\ 0 & \\ a & \end{bmatrix}$ deixa esse termo, deixa zero, deixa zero

1) Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

A) Mostre que A é linha equivalente a B.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -5 & 3 \\ 0 & -4 & -4 & 4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{5}{3} & -1 \\ 0 & -4 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$L_2 \rightarrow 2L_1 + L_2$ $L_2 = \frac{L_2}{-3}$

$L_3 \rightarrow L_3 - L_1$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} & 1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{3} & -1 \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{3} & 1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$L_1 = L_1 - L_2$ $L_3 \rightarrow L_3 / \frac{8}{3}$

$L_3 = L_3 + 4L_2$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{5}{3} & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = B$$

$L_1 \rightarrow L_1 - \left(\frac{1}{3}\right)L_3$ $L_2 \rightarrow L_2 - \frac{5}{3}L_3$

B) todas linhas não nulas estão acima de qualquer linha composta por zeros.
- O pivô de cada linha está numa coluna à direita do pivô da linha de cima
- todos os elementos de uma coluna abaixo de um pivô são zero

Reduzida
- o pivô de cada linha não nula é 1
- cada pivô é o único elemento não nulo de sua coluna.

C) $P(A) = 3$ e $N = 4 - 3 = 1$

2) Seja $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$ $R_1 \rightarrow R_2$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 6 & -4 \end{bmatrix}$$ $R_3 \rightarrow R_3 - R_1$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 2 & 6 & -4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$ $R_2 \leftrightarrow R_3$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 2 & 6 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ $R_3 \rightarrow R_3 - \frac{R_2}{2}$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -2 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ $R_1 \rightarrow R_1 - \frac{R_2}{2}$

$-2 - \frac{3}{2} = \frac{-7}{2}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{7}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

b) $P(A) = 2$

$N = 4 - 2 = 2$

3- $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow L_1 \leftrightarrow L_3$

$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow L_2 \rightarrow L_2 - \frac{L_1}{3}$

$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 0 & \frac{7}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \rightarrow L_4 \rightarrow L_4 - \frac{2L_1}{3}$

$L_4 \rightarrow L_4 + \frac{L_2}{7}$

$L_3 \rightarrow L_3 - \frac{6L_2}{7}$

$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 0 & \frac{7}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 0 & \frac{7}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 0 & \frac{7}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad L_1 \to L_2 + \frac{L_1}{3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & \frac{7}{3} & \frac{7}{3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad L_2 \to \frac{L_2}{\frac{7}{3}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad L_1 \to L_1 + (-1)L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

P(Matriz) = 2

Nulidade = 3-2 = 1

4) Considere o Sistema de equações lineares dados abaixo:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 11 \\ 4x - 3y + 2z = 0 \\ x + y + z = 6 \\ 3x + y + z = 4 \end{cases}$$

a) Determine a matriz ampliada

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 11 \\ 4 & -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

b) Encontre a matriz linha reduzida à forma escada

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 11 \\ 4 & -3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad L_1 \leftrightarrow L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 4 & -3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 11 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} L_2 &\leftarrow L_2 - 2L_3 \\ L_3 &\leftarrow L_3 - 2L_1 \\ L_4 &\leftarrow L_4 - 3L_1 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & -1 & -4 & -22 \\ 0 & -3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 & -14 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} L_2 &\leftarrow -1 \cdot L_2 \\ L_1 &\leftarrow L_1 - L_2 \\ L_3 &\leftarrow L_3 + 3L_2 \\ L_4 &\leftarrow L_4 + 2L_2 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -16 \\ 0 & 1 & 4 & 22 \\ 0 & 0 & 13 & 65 \\ 0 & 0 & 6 & 30 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} L_4 &\leftarrow \frac{1}{6} \cdot L_4 \\ L_3 &\leftarrow \frac{1}{13} L_3 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & -16 \\ 0 & 1 & 4 & 22 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} L_4 &\leftarrow L_4 - L_3 \\ L_1 &\leftarrow L_1 + 3L_3 \\ L_2 &\leftarrow L_2 - 4L_3 \end{aligned}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

c) Determine o posto da:

Matriz ampliada 3 linhas não nulas

P(B) = 3

Matriz de coeficientes 3 linhas não nulas

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad P(A) = 3$$

d) Classifique o sistema

Por terem postos iguais (da matriz A e B) então é possível e determinado, pois o número do posto é igual ao número de incógnitas → 1 solução

e) exiba o conjunto solução do sistema.

x = 1
y = 2
z = 5

S = {(1, 2, 5)}

5) a) $\{ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 1$

$A = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 3 & 1 \end{array} \right]$

$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

$P(A) = 1 \qquad P(B) = 1$

Solução possível indeterminada

q número de incógnitas > 1.

b) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 5y - 2z = 3 \end{cases}$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & -2 & 3 \end{bmatrix} \; L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -4 & -5 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -4 \end{bmatrix}$

$P(A) = 2 \qquad P(B) = 2$

Sistema possível indeterminado

c) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 5y - 2z = 3 \\ x + 7y - 7z = 5 \end{cases}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & -2 & 3 \\ 1 & 7 & -7 & 5 \end{bmatrix} \; \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{matrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -4 & -5 \\ 0 & 6 & -8 & 1 \end{bmatrix} \; L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2$

$A = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -4 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 11 \end{array} \right] \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$P(A) = 3 \qquad P(B) = 2$

Sistema Impossível

d) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + 5y + 6z = 0 \end{cases}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & 6 & 0 \end{bmatrix} \; L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$

$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$P(A) = 2 \qquad P(B) = 2$

Sistema possível indeterminado

$P(A) = P(B) <$ número de incógnitas

e) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -4 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \; \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{matrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -4 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \; \begin{matrix} L_2 \leftarrow \frac{1}{-2} \cdot L_2 \\ L_3 \leftarrow \frac{1}{-2} \cdot L_3 \\ L_4 \leftarrow \frac{1}{-2} \cdot L_4 \\ L_2 \leftrightarrow L_4 \end{matrix}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

N = incógnitas

$P(A) = 4 \qquad P(B) = 4$

Sistema Possível Determinado $P(A) = P(B) = N$

$x_4 = -2$; $x_3 = 2$; $x_2 = -1$ $x_1 = 1$ $S = \{(1, -1, 2, -2)\}$

1) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 2x + y + 3z = 0 \\ 3x + 2y + z = 0 \end{cases}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & -3 & 0 \\ 0 & -4 & -8 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 \cdot (-\frac{1}{3}) \\ L_3 \leftarrow L_3 \cdot \frac{1}{4} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 - L_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$P(A) = 3$ $\quad P(B) = 3$ $\quad$ 3 incógnitas

Sistema Possível Determinado

$z = 0,\ y = 0,\ x = 0$

$S = \{(0,0,0)\}$

9) $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 1 \\ x - y + 2z = 3 \\ x - y + 3z = -3 \\ 3x + 3y - 5z = 0 \\ -x + y + z = 1 \end{cases}$ $\quad L_1 \leftrightarrow L_5$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -3 & -3 \\ 3 & 3 & -5 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 + L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 + L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_2 \\ L_5 \leftarrow \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftrightarrow L_2$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad L_4 \leftarrow L_4 + L_3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -4 & 1 \end{bmatrix} \quad L_5 \leftarrow L_5 + 3L_1$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad L_5 \leftarrow L_5 - 5L_2$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 9 \end{bmatrix} \quad L_5 \leftarrow L_5 + 2L_3$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_5 \leftarrow 2L_5 - 5L_4 \\ L_3 \leftarrow L_3 \cdot \frac{1}{-2} \\ L_4 \leftarrow L_4 \cdot \frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$P(A) = 4$ $\quad P(B) = 3$

Sistema Impossível

6- Para quais valores de $k \in \mathbb{R}$, o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} kx + 2y = 6 \\ 3x - y = -2 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

é possível determinado? Para quais valores o sistema é impossível?

$$\begin{bmatrix} k & 2 & 6 \\ 3 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad L_1 \leftrightarrow L_3$$

- $x_4 - 2x_5 = 3$

$\boxed{x_4 = 3 + 2x_5}$

- $-3x^3 - 8x^4 + 19x_5 = -30$

$-3x^3 - 8(3+2x_5) + 19x_5 = -30$

$-3x^3 - 24 - 16x^5 + 19x_5 = -30$

$-3x^3 - 24 + 3x_5 = -30$

$-3x^3 = -6 - 3x_5$

$3x^3 = 6 + 3x_5$

$x^3 = \frac{3x^5+6}{3}$

$\boxed{x^3 = x_5 + 2}$

$\boxed{x_5 = x_5}$

$x_1 + 3x_2 + 2(x^5+2) + 3(3+2x^5) - 7x^5 = 14$

$x_1 + 3x_2 + 2x_5 + 4 + 9 + 6x^5 - 7x^5 = 14$

$x_1 + 3x^2 + x^5 + 13 = 14$

$\boxed{x_1 = 1 - 3x^2 - x^5}$ $\boxed{x_2 = x_2}$

$S = \{(1 - 3x_2 - x_5, x_2, x_5+2, 3+2x_5, x_5)\}$

9) Um sistema de equações lineares de m equações e n incógnitas é chamado homogêneo quando seus termos independentes b_i, são todos nulos.

a) um sistema homogêneo admite pelo menos uma solução. Qual é ela?

$x_1 = x_2 = x_3 = \ldots = x_n = 0$

em que todas as incógnitas possuem valor 0.

b) Encontre os valores de $k \in \mathbb{R}$, tais que o sistema homogêneo

$$\begin{cases} 2x - 5y + 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + 0y + kz = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & k & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_2 \leftarrow 2L_2 - 2L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & k-2 & 0 \end{bmatrix} L_3 \leftarrow 5L_2 - 7L_3$$

$-7(k-2)$

$-7k + 14$

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7k+14 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} L_3 \leftarrow -\frac{1}{7}L_3 \\ L_2 \leftarrow \frac{1}{7}L_2 \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k-2 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & k-2 \end{bmatrix}$$

$P(A) = 3$ $P(B) = 3$

$k - 2 = 0$

$k = 2$

Se k for igual a 2, então haverá 1 solução que é a trivial.

Se k for 2, então o posto de A e B será 2 < que o número de incógnitas, logo,

$y = 0$ $2x - 5 \cdot 0 + 2z = 0$

$2x = -2z$ $\boxed{z = z}$

$S = \{(-z, 0, z)\}$ $\boxed{x = -z}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -2 \\ k & 2 & 6 \end{bmatrix} \quad L_2 \leftarrow L_2 - 3L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -2 \\ k & 2 & 6 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow 2L_3 + L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -2 \\ 2k & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 \cdot \frac{1}{2} \\ L_2 \leftarrow L_2 \cdot -\frac{1}{2} \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ k & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 - KL_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -K & 5 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow 2L_3 + KL_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 10+K \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

possível $P(A) = 2$ $P(B) = 2$

K tem que ser -10.

Para ser impossível $K \in \mathbb{R}$ e $K \neq -10$.

7) Determine $K \in \mathbb{R}$, para que o sistema de equações lineares abaixo admite solução.

$$\begin{cases} -4x + 3y = 2 \\ 5x - 4y = 0 \\ 2x - y = K \end{cases} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ 5 & -4 & 0 \\ 2 & -1 & K \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_2 \leftarrow 5L_3 - 2L_2 \\ L_3 \leftarrow 2L_3 + L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 5K \\ 0 & 1 & 2K+2 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow 3L_3 - L_2 \quad \begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 5K \\ 0 & 0 & K+6 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 5K \\ 0 & 0 & K+6 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se $K+6=0$, então $K=-6$, logo o sistema terá solução única com $P(A) = P(B) = 2$, se $K=-6$.

Se $K \neq -6$, então o sistema é impossível.

8) - Determine o conjunto de todas as soluções do sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 7x_5 = 14 \\ 2x_1 + 6x_2 + x_3 - 2x_4 + 5x_5 = -2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 0x_4 + 2x_5 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 & -7 & 14 \\ 2 & 6 & 1 & -2 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & -1 & 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \\ L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 & -7 & 14 \\ 0 & 0 & -3 & -8 & 19 & -30 \\ 0 & 0 & -3 & -3 & 9 & -15 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 - L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 & -7 & 14 \\ 0 & 0 & -3 & -8 & 19 & -30 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -10 & 15 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow L_3 \cdot \frac{1}{5}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 & -7 & 14 \\ 0 & 0 & -3 & -8 & 19 & -30 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 & -7 \\ 0 & 0 & -3 & -8 & 19 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$P(A) = P(B) = 3$ $n > P(A)$

Sist. possível Indeterminado.

(10) Determine as matrizes X de ordem 4 x 1 tais que AX = B, onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -3 \\ 2 & -4 & -1 & 0 \\ 3 & -2 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$
$L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -6 & -1 & 6 \\ 0 & -5 & -1 & 11 \end{bmatrix} \quad L_3 \leftarrow 6L_3 - 5L_2$$

$$A \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & -6 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & 36 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 1 \\ -6x_2 - x_3 + 6x_4 = 0 \\ -x_3 + 36x_4 = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{x_4 = \frac{2 + x_3}{36}}$$

$$-6x_2 - x_3 + 6\left(\frac{2 + x_3}{36}\right) = 2$$

$$-6x_2 - x_3 + \frac{2 + x_3}{6} = 2$$

$$\frac{-36x_2 - 6x_3 + 2 + x_3}{6} = 2$$

$$-36x_2 - 5x_3 + 2 = 12$$

$$-36x_2 = 5x_3 + 10$$

$$\boxed{x_2 = \frac{-5x_3 - 10}{36}}$$

$$x_1 \frac{-5x_3 - 10}{36} - \frac{2 - x_3}{36} = 1$$

$$36x_1 - 5x_3 - 10 - 2 - x_3 = 36$$

$$36x_1 - 6x_3 - 12 = 36$$

$$36x_1 = 48 + 6x_3$$

$$\boxed{x_1 = \frac{48 + 6x_3}{36}}$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{48 + 6x_3}{36} \\ \frac{-5x_3 - 10}{36} \\ x_3 \\ \frac{2 + x_3}{36} \end{bmatrix}$$

(lista 3)

11 Resolva os sistemas de equações lineares abaixo, usando Regra de Cramer.

a) $\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 2x + 4 = 3 \\ 4 - 5 = 4 \end{cases}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{(-5+3+0)-(4+30+0)}{(-5+2+0)-(0+20+0)}$$

$$\frac{-36}{-23} = \frac{-36}{-23} = +\frac{36}{23}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{vmatrix}} \quad \frac{(-15+8+0)-(0-10+0)}{23}$$

$$\frac{-15+8+10}{-23} = \frac{3}{-23}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{vmatrix}} = \frac{(4+2+0)-(0-16+3)}{-23} = \frac{19}{-23}$$

$$S = \left\{\left(\frac{36}{23}, \frac{3}{-23}, \frac{19}{-23}\right)\right\}$$

lista 3

A 12 e as demais questões segue nesse estilo

$$\text{a incógnita} = \frac{\det\left(\text{matriz coeficientes } \left\{\begin{array}{l}\text{com a coluna} \\ \text{da incógnita} \\ \text{substituída} \\ \text{pela coluna} \\ \text{dos termos in-} \\ \text{dependentes}\end{array}\right.\right)}{\det \text{ matriz coeficientes}}$$