

SUBSTITUIÇÃO TRIGONOMÉTRICA

1º CASO: $\sqrt{a^2 - u^2}$

$$u = a \cdot \sin \theta$$

$$du = a \cdot \cos \theta \, d\theta$$

$$\sqrt{a^2 - u^2} = a \cos \theta$$

2º CASO: $\sqrt{u^2 - a^2}$

$$u = a \cdot \sec \theta$$

$$du = a \cdot \sec \theta \cdot \tan \theta \, d\theta$$

$$\sqrt{u^2 - a^2} = a \cdot \tan \theta$$

3º CASO: $\sqrt{a^2 + u^2}$

$$u = a \cdot \tan \theta$$

$$du = a \cdot \sec^2 \theta \, d\theta$$

$$\sqrt{a^2 + u^2} = a \cdot \sec \theta$$

EXERCÍCIOS - SUBSTITUIÇÃO TRIGONOMÉTRICA

1º a) $\int \frac{dx}{1+x^2}$. A integral ao lado é trivial!

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C$$

/ /

$$3^{\circ} \int \frac{x \, dx}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

Pelo caso 2, temos:

$$\sqrt{u^2 - a^2} = \sqrt{x^2 - 1^2} = 1 \cdot \operatorname{tg} x$$

$$x = 1 \cdot \operatorname{sec} x$$

$$dx = 1 \cdot \operatorname{sec} x \cdot \operatorname{tg} x \, dx$$

Logo, temos:

$$\int \frac{x \, dx}{\sqrt{x^2 - 1}} = \int \frac{\operatorname{sec} x \cdot \operatorname{sec} x \cdot \operatorname{tg} x \, dx}{\operatorname{tg} x} = \int \operatorname{sec}^2 x \, dx$$

$$\int \operatorname{sec}^2 x \, dx = \operatorname{tg} x + C$$

$$d) \int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$$

• Pelo caso 3, temos:

$$\sqrt{a^2+u^2} = \sqrt{1^2+x^2} = 1 \cdot \sec x \quad dx$$

$$x = \operatorname{tg} x$$

$$dx = \sec^2 x \, dx$$

• Logo:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \int \frac{\sec^2 x \, dx}{\sec x} = \int \sec x \, dx = \ln |\sec x + \operatorname{tg} x| + C$$