Resistência dos Materiais

Centro de gravidade

O centro de gravidade é o ponto onde pode ser considerada a aplicação resultante da força gravitacional que atua sobre todos os pontos do corpo.

As fórmulas do centro de gravidade para figuras usuais são:

Figura	X_g	Y_g
Retângulo	$\frac{b}{2}$	$\frac{h}{2}$
Círculo	$r = \frac{d}{2}$	$r = \frac{d}{2}$
Triângulo	$\frac{b}{3}$	$\frac{h}{3}$

Para figuras não usuais usamos o teorema da decomposição, que consiste em dividir a figura não usual em figuras usuais e calcular o centro de gravidade resultante, a fórmulas para a decomposição de figuras são:

$$\boxed{X_g = \frac{X_1 S_1 + \cdots + X_n S_n}{S_1 + \cdots + S_n}}$$

$$\boxed{Y_g = \frac{Y_1 S_1 + \cdots + Y_n S_n}{S_1 + \cdots + S_n}}$$

Momento de Inércia e Raio de Giração

O momento de inércia expressa o grau de dificuldade em se alterar o estado de movimento de um corpo em torno de um determinado eixo de rotação e é definido como o produto da área do elemento pela distância ao quadrado que o separa de um eixo de referência.

$$\boxed{I = \int y^2 ds}$$

O momento de inércia em torno do centro de gravidade para formas usuais são:

Figura	I_X	I_Y
Retângulo	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{b^3h}{12}$
Círculo	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^4}{64}$

Assim como o teorema da decomposição para o centro de gravidade, há o teorema dos eixos paralelos no cálculo do momento de inércia para figuras não usuais, e suas fórmulas são:

$$\boxed{I'_X = \sum_{i=1}^{n} (I_X + d_i^2 S_i)}$$

$$\boxed{I'_Y = \sum_{i=1}^{n} (I_Y + \Delta_i^2 S_i)}$$

Onde d_i e Δ_i são as distâncias dos centros de gravidade de cada figura em relação ao eixo x e y respectivamente, que passa pelo centro de gravidade do sistema, e são definidos como:

$$\boxed{d_i = y_i - y_g}$$

$$\boxed{\Delta_i = x_i - x_g}$$

O momento de inércia máximo e mínimo de uma figura é:

$$\boxed{I_M = \frac{I_X + I_Y}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_X - I_Y}{2}\right)^2 + I_{XY}^2}}$$

$$\boxed{I_m = \frac{I_X + I_Y}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_X - I_Y}{2}\right)^2 + I_{XY}^2}}$$

Onde I_{XY} é o produto de inércia, definido como:

$$\boxed{I_{XY} = \sum_{i=1}^{n} d_i \Delta_i S_i}$$

A fórmula para os eixos principais de inércia é:

$$\boxed{\tan(2\alpha) = \frac{2I_{XY}}{I_Y - I_X}}$$

E as fórmulas para os raios de giração e os raios de giração máximo e mínimo são:

$$\boxed{i_X = \sqrt{\frac{I_X}{S_T}}}$$

$$\boxed{i_Y = \sqrt{\frac{I_Y}{S_T}}}$$

$$\boxed{i_M = \sqrt{\frac{I_M}{S_T}}}$$

$$\boxed{i_m = \sqrt{\frac{I_m}{S_T}}}$$

Classificação das estruturas

Cada vínculo plano apresenta uma quantidade de barras vinculares, e consequentemente um grau de liberdade baseado na quantidade de movimentos impedidos. A tabela a seguir apresenta o grau de liberdade de cada vínculo levando em conta que o plano tem 3 graus de liberdade (movimento vertical, horizontal e circular):

Vínculos planos	Barras vinculares	Movimentos impedidos	Grau de liberdade
Apoio móvel	1	1	2
Apoio fixo	2	2	1
Engastamento fixo	3	3	0
Engastamento móvel	2	2	1

Uma estrutura pode ser classificada de acordo com a quantidade de barras vinculares necessárias para que ela seja isoestática, por exemplo, se a quantidade de barras vinculares necessárias for menor que a quantidade real de barras, então classificamos a estrutura como hiperestática.

A fórmula para se conhecer o número de barras necessárias em uma estrutura é:

$$\boxed{b_n = 3c + 2n}$$

Onde c é a quantidade de chapas na estrutura e n a quantidade de nós (para treliças). Para a classificação das estruturas temos que se $b = b_n$ então a estrutura é isoestática, para $b > b_n$ ela é hiperestática, e se $b < b_n$ então ela é classificada como hipoestática.

Equilíbrio Externo

Uma estrutura está em equilíbrio externo se as quatro equações da estática são válidas para essa estrutura, as equações são:

$$\boxed{\sum F_H = 0}$$

$$\boxed{\sum F_V = 0}$$

$$\boxed{\sum M = 0}$$

Onde F_H é a força horizontal e F_V a força vertical, aplicadas externamente em um determinado ponto da estrutura.

O momento é uma grandeza que representa a magnitude de uma força aplicada a uma determinada distância de um eixo de rotação. A fórmula para o momento é:

$$\boxed{M = F \cdot d}$$

Sendo F a força aplicada e d a distância até um eixo de referência escolhido arbitrariamente sobre um ponto qualquer da estrutura.

Diagramas de Esforços Internos

Os diagramas de esforços internos facilitam a análise das reações que acontecem internamente na estrutura devido à aplicação de forças externas. Os diagramas mostram quais são os valores das forças cortantes, normais e dos momentos fletores em cada seção da peça analisada.

Para uma estrutura com carga distribuída temos que o momento fletor (parábola) apresenta o vértice:

$$\boxed{V = \frac{ql^2}{8}}$$

Onde q é o valor da carga distribuída e l o comprimento da carga. Não necessariamente V será o momento fletor máximo. No SI a unidade de momento é $[M] = Nm$.

Lei de Hooke e Deformações

$$\boxed{\sigma = \frac{P}{S}}$$

A Lei de Hooke nos dá a tensão que está sendo aplicada na seção de uma peça. O valor P é a força normal à seção e S é a área da seção transversal em m^2. A unidade de σ é o Pascal ($Pa = \frac{N}{m^2}$).

Toda estrutura se deforma ao ser submetida a uma força qualquer, e esta deformação está relacionada ao valor dessa força, ao formato da estrutura e do que ela é feita. Para facilitar o estudo, admitiremos estruturas de seções uniformes. Cada material apresenta um valor chamado de Módulo de Elasticidade (E), e ironicamente quanto maior esse valor menor será a sua Deformação Unitária (ε). As fórmulas para a Deformação Unitária e para o Módulo de Elasticidade são:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon}}$$

Onde ΔL é a variação de comprimento e L é o comprimento inicial.

Ainda no estudo das deformações temos o Módulo de Poisson que relaciona a deformação da área pela deformação do comprimento:

$$\boxed{\mu = \frac{\frac{\Delta a}{a}}{\frac{\Delta L}{L}}}$$

Tensão Normal

$$\boxed{\sigma_N = \frac{My}{I}}$$

A tensão normal σ_N em um determinado ponto de uma seção é dada pelo produto do momento fletor interno nessa seção pela distância do ponto até a linha neutra da peça, dividido pelo momento de inércia.

Tensão de Cisalhamento

$$\boxed{\sigma_{cis} = \frac{QM_S}{bI}}$$

$$\boxed{M_S = \int yds}$$

A tensão de cisalhamento máximo σ_{cis} a que uma estrutura está submetida é igual ao cortante máximo nessa estrutura vezes o momento estático sobre o produto da largura da seção pelo momento de inércia.

Tensão Admissível

$$\boxed{\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{limite}}{K} \qquad K > 1}$$

A tensão admissível σ_{adm} de determinado material é igual a tensão limite a qual ele se rompe sobre um coeficiente de segurança K.

Torção

$$\boxed{I_T = \frac{\pi r^4}{2}}$$

$$\boxed{\tau = \frac{M_T r}{I_T}}$$

$$\boxed{\varphi = \frac{M_T l}{I_T G}}$$

A tensão de cisalhamento máxima τ em uma barra de seção circular é dada pelo produto do momento torçor nessa barra pelo raio da seção, sobre o momento de inércia à torção.

Analisando o giro da barra temos que φ é igual ao produto do momento torçor pelo comprimento da barra, sobre o momento de inércia à torção vezes o módulo de elasticidade transversal G. A unidade de φ é o radiano.