Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Algoritmos e Programação 2
Prof. Dr. Anderson Bessa da Costa

Lista 8 - Algoritmos Recursivos

1. A sequência de Fibonacci recebeu o nome do matemático italiano Leonardo de Pisa, mais conhecido por Fibonacci, que descreveu, no ano de 1202, o crescimento de uma população de coelhos por meio desta sequência. Tal sequência já era, no entanto, conhecida na antiguidade. Escreva uma função que receba um inteiro n, e retorne o enésimo elemento da sequência.

$$f(n) = \begin{cases} 0 & \text{se } n = 0 \\ 1 & \text{se } n = 1 \\ f(n-1) + f(n-2) & \text{se } n > 1 \end{cases} \tag{1}$$

2. A definição recursiva da função que define elevar qualquer número x a uma potência inteira não negativa n é dada a seguir. Escreva uma função recursiva que implemente esta definição recursiva.

$$x^n = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ x \cdot x^{n-1} & \text{se } n > 0 \end{cases} \tag{2}$$

3. Escreva uma função recursiva `mdc(n, m)` que retorne o maior divisor comum de dois inteiros n e m, de acordo com a seguinte definição recursiva:

$$mdc(n, m) = \begin{cases} m & \text{se } m \leq n \text{ E } n \mod m = 0 \\ mdc(m, n) & \text{se } n < m \\ mdc(m, n \mod m) & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{3}$$

4. Definições recursivas são frequentemente usadas para definir funções e sequências de números.

   (a) Escreva uma função recursiva que implemente a seguinte definição recursiva:

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ f(n-1) + \frac{1}{f(n-1)} & \text{se } n > 0 \end{cases} \tag{4}$$

   (b) Qual o valor de f(10)?

5. Considere o seguinte código que imprime os números de 1 até 10 na tela, em ordem decrescente:

```c
void imprime_10_1() {
  int i;

  for(i = 10; i > 0; i++)
    printf("%d ");
}
```

Implemente uma versão recursiva para esse algoritmo.

6. Reescreva a função abaixo tornando-a recursiva. Esta função conta o número de algarismos (dígitos) que um número inteiro n possui. Assuma $n > 0$.

```
int digitos (int n) {
    int cont = 1;
    while (n > 9) {
        n = n / 10;
        cont += 1;
    }

    return cont;
}
```

7. Utilizando o valor de e como 2.71828..., a base para a função do logaritmo natural, nós temos a seguinte somatória para estimar o valor de e elevado a qualquer valor real x,

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ...$$

Implemente uma função recursiva chamada `e_exp` para dado um valor real x, estime o valor de e^x calculando a somatória da série para os 20 primeiros termos. Considere ainda que fora fornecido as funções `fatorial(n)` que retorna o cálculo de $n!$ e ainda a função `potencia(base, expoente)` que calcula o valor de $base^{expoente}$.

8. Escreva um método recursivo tal que para um inteiro positivo n imprima números ímpares:

   (a) entre 1 e n

   (b) entre n e 1