Trabalho Avaliativo - Caps. 7b, 8, 9b, 11, 12, 13 e Álgebra de Boole

Instruções: Suas respostas devem ser devidamente justificadas.

1. Identificar qual das Regras de Inferência ou Equivalência justificam cada um dos argumentos.

   (a) $$\frac{(p \longrightarrow h) \wedge p}{p}$$

   (b) $$\frac{p \longrightarrow q \vee h}{\sim (q \vee h) \longrightarrow \sim p}$$

   (c) $$\frac{\begin{array}{l} h \longrightarrow (q \longleftrightarrow p) \\ k \longrightarrow h \end{array}}{k \longrightarrow (q \longleftrightarrow p)}$$

   (d) $$\frac{\sim [p \wedge (q \longrightarrow r)]}{\sim p \vee \sim (q \longrightarrow r)}$$

   (e) $$\frac{\begin{array}{l} \sim p \longrightarrow \sim h \\ \sim p \end{array}}{\sim h}$$

2. Demonstrar, mediante o uso de Regras de Inferência, o seguinte argumento:

$$\frac{\begin{array}{l} a \vee b \longrightarrow c \wedge d \\ a \end{array}}{c \wedge a}$$

3. Demonstrar, mediante o uso de Regras de Inferência, o seguinte argumento:

$$\frac{\begin{array}{l} h \longrightarrow p \\ (h \longrightarrow p) \longrightarrow h \vee k \\ \sim p \end{array}}{k}$$

4. Demonstrar, mediante o uso de Regras de Inferência e Equivalência, o seguinte argumento:

$$\begin{array}{l} h \vee (a \wedge b) \\ h \vee b \longrightarrow \sim (c \wedge \sim d) \\ \hline \sim c \vee d \end{array}$$

5. Demonstrar, mediante o uso de Regras de Inferência e Equivalência, o seguinte argumento:

$$\begin{array}{l} \sim a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow \sim b \\ \hline a \vee \sim c \end{array}$$

6. (Questão Bônus) Demonstrar, mediante o uso de Regras de Inferência e Equivalência, o seguinte argumento:

$$\begin{array}{l} a \longleftrightarrow (p \wedge \sim c) \\ \sim a \\ \hline p \longrightarrow c \end{array}$$

Resumo Esquemático das Regras de Inferência

(I) **Regra da Adição (AD)**: *Podemos adicionar uma proposição qualquer mediante o conectivo* $\vee$*.*

$$\frac{\square}{\square \vee \bigcirc}$$

(II) **Regra da Simplificação (SIMP)**: *Se tivermos duas proposições unidas pelo conectivo* $\wedge$*, podemos simplificá-las para uma das partes.*

$$\frac{\square \wedge \bigcirc}{\square}$$

(III) **Regra da Conjunção (CONJ)**: *Podemos unir duas hipóteses (proposições) por meio do conectivo* $\wedge$*.*

$$\frac{\begin{array}{l}\square \\ \bigcirc\end{array}}{\square \wedge \bigcirc}$$

(IV) **Regra da Absorção (ABS)**: *Numa condicional, podemos repetir a hipótese na conclusão por meio do conectivo* $\wedge$*.*

$$\frac{\square \longrightarrow \bigcirc}{\square \longrightarrow \square \wedge \bigcirc}$$

(V) **Regra de Modus Ponens (MP)**: *Se tivermos uma condicional, e a afirmação da hipótese, deduzimos a conclusão.*

$$\frac{\begin{array}{l}\square \longrightarrow \bigcirc \\ \square\end{array}}{\bigcirc}$$

(VI) **Regra de Modus Tollens (MT)**: *Se tivermos uma condicional, e a negação da conclusão, deduzimos a negação da hipótese.*

$$\begin{array}{c} \square \longrightarrow \bigcirc \\ \sim \bigcirc \\ \hline \sim \square \end{array}$$

(VII) **Regra do Silogismo Disjuntivo (SD)**: *Quando tivermos duas proposições unidas pelo conectivo* $\vee$ *e soubermos que uma delas é falsa, a outra passa a ser verdadeira.*

$$\begin{array}{c} \square \vee \bigcirc \\ \sim \square \\ \hline \bigcirc \end{array}$$

(VIII) **Regra do Silogismo Hipotético (SH)**: *Se tivermos duas condicionais, sendo que a conclusão da primeira é igual à hipótese da segunda, podemos deduzir uma nova condicional, no sentido das setas.*

$$\begin{array}{c} \square \longrightarrow \bigcirc \\ \bigcirc \longrightarrow \triangle \\ \hline \square \longrightarrow \triangle \end{array}$$

(IX) **Regra do Dilema Construtivo (DC)**: *Uma espécie de generalização de MP, como "MP ao quadrado".*

$$\begin{array}{c} \square \longrightarrow \bigcirc \\ \triangle \longrightarrow \heartsuit \\ \square \vee \triangle \\ \hline \bigcirc \vee \heartsuit \end{array}$$

(X) **Regra do Dilema Destrutivo (DD)**: *Uma espécie de generalização de MT, como "MT ao quadrado".*

$$\begin{array}{c} \square \longrightarrow \bigcirc \\ \triangle \longrightarrow \heartsuit \\ \sim \bigcirc \vee \sim \heartsuit \\ \hline \sim \square \vee \sim \triangle \end{array}$$

Resumo Esquemático das Regras de Equivalência

(I) **Regra de Idempotência (ID):** *Podemos excluir uma repetição de elementos iguais com o símbolo* $\wedge$ *e também com* $\vee$*.*

$$\Box \Longleftrightarrow \Box \vee \Box \qquad \text{e} \qquad \Box \Longleftrightarrow \Box \wedge \Box$$

(II) **Regra de Comutatividade (COM):** *Podemos comutar os elementos quando se tratar de* $\wedge$ *e* $\vee$*.*

$$\Box \wedge \bigcirc \Longleftrightarrow \bigcirc \wedge \Box \qquad \text{e} \qquad \Box \vee \bigcirc \Longleftrightarrow \bigcirc \vee \Box$$

(III) **Regra de Associatividade (ASSOC):** *Quando temos operações, seja* $\wedge$ *ou* $\vee$*, repetidindo o mesmo símbolo, podemos associar com parênteses livremente os termos envolvidos.*

$$\Box \wedge (\bigcirc \wedge \triangle) \Longleftrightarrow (\Box \wedge \bigcirc) \wedge \triangle \qquad \text{e} \qquad \Box \vee (\bigcirc \vee \triangle) \Longleftrightarrow (\Box \vee \bigcirc) \vee \triangle$$

(IV) **Regra de Distributividade (DISTR)**: *As operações de* $\wedge$ *e* $\vee$*, quando em frente a um parênteses com uma operação de* $\vee$ *e* $\wedge$*, respectivamente, se distribuem termo a termo.*

$$\Box \wedge (\bigcirc \vee \triangle) \Longleftrightarrow (\Box \wedge \bigcirc) \vee (\Box \wedge \triangle)$$

$$\Box \vee (\bigcirc \wedge \triangle) \Longleftrightarrow (\Box \vee \bigcirc) \wedge (\Box \vee \triangle)$$

(V) **Regra da Dupla Negação (DN):** *Podemos sempre cancelar, ou fazer aparecer, uma negação dupla.*

$$\sim\sim \Box \Longleftrightarrow \Box$$

(VI) **Regra de De Morgan (DM):** *A negação do* $\wedge$ *ou do* $\vee$*, na frente de um parênteses, nega cada um dos termos e trocar o símbolos de* $\wedge$ *por* $\vee$ *e vice-versa.*

$$\sim (\Box \wedge \bigcirc) \Longleftrightarrow \sim \Box \vee \sim \bigcirc \qquad \text{e} \qquad \sim (\Box \vee \bigcirc) \Longleftrightarrow \sim \Box \wedge \sim \bigcirc$$

(VII) **Regra da Condicional (COND):** *Uma condicional pode ser transformado na negação da sua hipótese ou a conclusão.*

$$\Box \longrightarrow \bigcirc \Longleftrightarrow \sim \Box \vee \bigcirc$$

(VIII) **Regra da Bicondicional (BICOND):** *Na primeira formulação quebramos a bicondicional $\longleftrightarrow$ em duas condicionais $\longrightarrow$ unidas pelo conectivo $\wedge$. Na segunda formulação, temos que vale ambos os lados ou a negação de ambos os lados da bicondicional.*

$$(\Box \longleftrightarrow \bigcirc) \Longleftrightarrow (\Box \longrightarrow \bigcirc) \wedge (\Box \longrightarrow \bigcirc)$$

$$(\Box \longleftrightarrow \bigcirc) \Longleftrightarrow (\Box \wedge \bigcirc) \vee (\sim \Box \wedge \sim \bigcirc)$$

(IX) **Regra da Contra-Posição (CP):** *Podemos inverter hipótese e conclusão na condicional, desde que neguemos ambas.*

$$\Box \longrightarrow \bigcirc \Longleftrightarrow \sim \bigcirc \longrightarrow \sim \Box$$

(X) **Regra de Exportação-Importação (EI):**

$$\Box \longrightarrow (\bigcirc \longrightarrow \triangle) \Longleftrightarrow \Box \wedge \bigcirc \longrightarrow \triangle$$