• Obtenha a FND e FNC de $\neg(P \wedge Q) \rightarrow$

P	Q	R	$\neg(P \wedge Q \rightarrow R$	
T	T	T	T	(Fmd)
T	T	F	T	
T	F	T	T	
F	T	T	T	
F	F	T	T	
F	T	F	F	(Fmc)
T	F	F	F	
F	F	F	F	

(Fmd) extação das linhas que interpretam H como "T"

$\{ I[P]=T, I[Q]=T, I[R]=T \}$

• $P \wedge Q \wedge R$

$\{ I[P=T, I[Q]=T, I[R]=F \}$

• $P \wedge Q \wedge \neg R$

$\{ I[P]=T, I[Q]=F, I[R]=T$

• $P \wedge \neg Q \wedge R$

$\{ I[P]=F, I[Q]=T, I[R]=T$

• $\neg P \wedge Q \wedge R$

$\{ I[P]=F, I[Q]=F, I[R]=T$

• $\neg P \wedge \neg Q \wedge R$

• Obtenção da (Fmd):

$$(P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$$

(Fmc) extração das linhas que intepretam H como "F"

$\{ I[P]=F, I[Q]=T, I[R]=F \}$

• $P \vee \neg Q \vee R$

$\{ I[P]=T, I[Q]=F, I[R]=F \}$

• $\neg P \vee Q \vee R$

$\{ I[P]=F, I[Q]=F, I[R]=F \}$

• $P \vee Q \vee R$

$(P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee R)$

↳ Obtenção da (Fmd)

FND de G

$\{ I[P] = F,\ I[Q] = F,\ I[R] = T \}$

- $P \vee Q$ [illegible]

$\{ I[P] = F,\ I[Q] = F,\ I[R] = F \}$

- $P \vee Q$ [illegible]

FND de G:

$(P \wedge Q$ [illegible]$) \vee (P \wedge Q \wedge$ [illegible]$) \vee (P \wedge \neg Q$ [illegible]$) \vee (P \wedge \neg Q \wedge$ [illegible]$) \vee (\neg P \wedge Q$ [illegible]$)$
$\vee (\neg P \wedge Q \wedge$ [illegible]$)$

FNC de G:

$(P \vee Q \vee$ [illegible]$) \wedge (P \vee Q \vee$ [illegible]$)$

FNC de G

$(P \vee Q)$

Prove o teorema abaixo:

Hipótese: Hoje não é domingo ou manuel está feliz.
Se manuel está feliz, ele é amoroso.
maria está feliz ou manuel não é amoroso.
Hoje é domingo.

Regra de inferência modus ponens
teorema: maria está feliz.

P = "Hoje é domingo".
Q = "manuel está feliz".
R = manuel é amoroso".
S = maria está feliz {S é o que queremos}

$H1 = (\neg P \vee Q)$
$H2 = (Q \to R)$
$H3 = (S \vee \neg R)$
$H4 = P$

$H1 = (\neg P \vee Q)$ (Aplicar Propriedade sub) =
$H5 = P \to Q$
$H6 = Q$ (resultado de mp H4 e H5)
$H7 = R$ (resultado de mp H6 e H2)
- aplicado da P. comutativa 'v' em H3 temos:
$H8 = \neg R \vee S$
Aplicado a Propriedade sub de $\to$ em H8 temos

$H9 =$ ~~...~~ $R \to S$
$H10 = S$ (resultado de mp H7 e H9)

{c.q.d}

Verifique se as afirmações a seguir são verdadeiras, justificando

• ($\neg P$) Pode ser expresso equivalentemente utilizando apenas o conectivo $\vee$ e P

• ($P \vee Q$) Pode ser expressa equivalentemente usando apenas o conectivo $\rightarrow$, P e Q

• ($\neg P$) Não é possível, porque não estaria semanticamente correto, e nem equivalente

• ($P \vee Q$) É possível ($P \rightarrow Q$) $\rightarrow Q$, é equivalente.

____.____.____

Considere as formulas

$H = (P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg(R \wedge P)$

$G = (P \leftrightarrow \neg Q) \rightarrow (P \vee Q)$

Determine as FND'S e FNC'S associados a H e G.

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$R \wedge P$	$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg(R \wedge P)$	...
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	F	~~F~~
T	F	F	F	F	T	T
F	T	T	T	F	F	T
F	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	F	F	F
F	F	F	T	F	F	F

(FND) H =

$\{I[P] = T, I[Q] = T, I[R] = T\}$

• $P \wedge Q \wedge R$

$\{I[P] = T, I[Q] = F, I[R] = F\}$

• $P \wedge \neg Q \wedge \neg R$

$(P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$

(FND) G = $\{I[P] = T, I[Q] = T, I[R] = T\}$

• $P \wedge Q$

$\{I[P] = T, I[Q] = T, I[R] = F\}$

• $P \wedge Q$

$\{I[P] = T, I[Q] = F, I[R] = F\}$

$P \wedge \neg Q \wedge R)$

• $P \wedge \neg Q$

$\{I[P] = F, I[Q] = T, I[R] = T\}$

• $\neg P \wedge Q$

$\{I[P] = F, I[Q] = T, I[R] = F\}$

• $\neg P \wedge Q$

(FNC) H = $\{I[P] = T, I[Q] = T, I[R] = F\}$

• $\neg P \vee \neg Q \vee R$

$\{I[P] = T, I[Q] = F, I[R] = T\}$

• $\neg P \vee Q \vee \neg R$

$\{I[P] = F, I[Q] = T, I[R] = T\}$

• $P \vee \neg Q \vee \neg R$

$\{I[P] = F, I[Q] = T, I[R] = F\}$

• $P \vee \neg Q \vee R$

$\{I[P] = F, I[Q] = F, I[R] = T\}$

• $P \vee Q \vee \neg R$

$\{I[P] = F, I[Q] = F, I[R] = F\}$

• $P \vee Q \vee R$

(FNC) de H = $(\neg P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R) \wedge (P \vee Q \vee R)$.

A partir das hipóteses abaixo e utilizando apenas a modus ponens
(mp) com a regra de inferência, prove P (faça uma prova por
absurdo).

$B = \{\neg S \to P, R \vee \neg P, \neg S\}$

Passos (hipótese)

H1: $\neg S \to P$ (hipotese)
H2: $R \vee \neg P$ (hipotese)
H3: $\neg S$ (hipotese)
H4: $\neg P$ (negação do teorema)
H5: $\neg P \to S$
H6: S (resotado de mp em H5 e H4)

como (H6) contradiz (3), conclui-se que a suposição inicial ($\neg P$) é falsa. Logo $B \vdash P$ c.q.d

Prove que $A \to B, B \to C, A \vdash C$

$B \{A \to B, B \to C, A\} \vdash C$

H1: A (hipotese)
H2: $A \to B$ (hipotese)
H3: B (resotado de mp H1 e H2)
H4: $B \to C$ (hipotese)
H5: C (resotado de mp H3 e H4)

Portanto $B \vdash C$

• utilizando um sistema axiomático sem hipótese e apenas com o modus ponens, prove que $\vdash (P \vee \neg P)$.

Ax3: $(H \to G) \to (E \vee H) \to (E \vee G)$ onde $H = (P \vee P)$, $E = \neg P$ e $G = P$.

com isso temos:

(1) $(((P \vee P) \to P) \to (\neg P \vee (P \vee P)) \to (\neg P \vee P))$

Ax1: $(H \vee H) \to H$ com $H = P$, temos:

(2) $(P \vee P) \to P$

utilizando MP em (2) e (1), temos:

(3) $(\neg P \vee (P \vee P)) \to \neg(P \vee Q)$

Ax2: $H \to (G \vee H)$ com $H = P$ e $G = P$, temos:

$P \to (P \vee P) \equiv \neg P \vee (P \vee P)$ (4)

utilizando MP (4) e (3) temos

$(\neg P \vee P)$ P. comutativas

$(P \vee \neg P)$ {c.q.d}

Com isso, precisaremos provar que dois casos

$C[(\neg G)]$ e $C[(G \subset H)]$ são verdade?

caso 1

$C[(\neg G)]$ é verdade?

$\beta[((\neg G))] = 2\alpha((\neg G))$?

$\beta[((\neg G))] = \beta(G) + 2$

$\alpha[((\neg G))] = \alpha(G) + 1$

$$\begin{aligned}\beta[((\neg G))] &= \beta(G) + 1 \\ &= 2 \cdot \alpha(G) + 1 \\ &= 2(\alpha(G) + 1)\end{aligned}$$

$\beta[((\neg G))] = 2 \cdot \alpha((\neg G))$

caso 2

$C[(G \subset H)]$ é verdade?

$\beta[((G \subset H))] = 2\alpha((G \subset H))$?

$\beta[((G \subset H))] = (\beta(G) + \beta(H)) + 2$

$\alpha[((G \subset H))] = (\alpha(G) + \alpha(H)) + 1$

$$\begin{aligned}\beta[((G \subset H))] &= (\beta(G) + \beta(H)) + 2 \\ &= 2\alpha(G) + 2\alpha(H) + 2 \\ &= 2\alpha(G) + 2\alpha(H) + 2 \\ &= 2(\alpha(G) + \alpha(H) + 1)\end{aligned}$$

$\beta[((G \subset H))] = 2 \cdot \alpha((G \subset H))$ //

• Verifique a validade do argumento abaixo:

"se chove hoje, então hoje nós não teremos churrasco. Se não tivermos churrasco hoje, então teremos churrasco amanhã. Portanto se chover hoje, então nós teremos churrasco amanhã"

O argumento é valido. Pois a verdade das premissas são suficiente para garantir a verdade da conclusão.

• mostre que as hipoteses "se me envia um email, eu termino de escreve o programa", "se você não me enviam um email então vou dormi cedo" e "se eu dormi cedo eu vou acordar revigorado", levam a conclusão: se eu não termino de escrever o programa, então eu vou acordar revigorado".

P = envia o email
R = escrevo o programa
q = dormi cedo
s = acordar revigorado.

Com isso, concluimos que: $C[(\neg G)]$ e $C[(G \circ H)]$ é verdade sempre que a hipotese de indução for verdade. Como o caso base e o passo de indução são verdade, $C[E]$ $\forall$ formula E.