

ESTUDO E RESOLUÇÃO DO CICLO DE RANKINE COM MODIFICAÇÕES

João Alex Arruda da Silva

Hanna Rodrigues Ferreira

Fevereiro, 2025

Resumo

Este trabalho analisa o ciclo de Rankine, muito utilizado na geração de energia nas usinas termelétricas que operam com vapor. São abordados seus processos básicos e modificações que aumentam a eficiência térmica, como superaquecimento, reaquecimento, regeneração e entre outras. A metodologia inclui uma revisão teórica e um estudo de caso em que realizamos cálculos de eficiência térmica, trabalho das turbinas e bombas, vazão mássica e construção dos diagramas T-s. Além disso, é realizado uma análise paramétrica do desempenho do ciclo. Os resultados nos mostram que tais modificações melhoram a eficiência, mas que é necessário um estudo aprofundado.

Palavras-chave: Ciclo de Rankine. Eficiência térmica. Superaquecimento. Diagrama T-s.

1 Introdução

Segundo ([MORAN et al., 2018](#)), o ciclo de Rankine é a estrutura fundamental das usinas termelétricas que operam com vapor. Este é um dos principais ciclos termodinâmicos utilizados na engenharia mecânica para conversão de calor em trabalho, sendo a base para o funcionamento de usinas termelétricas e outras instalações de geração de energia. Esse ciclo opera com um fluido de trabalho, geralmente água, que passa por processos de aquecimento, expansão, resfriamento e compressão.

Para melhorar a eficiência do Ciclo de Rankine, diversas modificações são adotadas, como o superaquecimento, o reaquecimento e o uso de ciclos supercríticos. Essas modificações têm o objetivo de aumentar a eficiência térmica e reduzir perdas energéticas, tornando as plantas de geração mais sustentáveis e econômicas.

Este trabalho pretende analisar detalhadamente o ciclo de Rankine e suas variações, visando aprofundar o conhecimento sobre sistemas térmicos voltados à produção de energia.

Para isso, será realizada uma revisão teórica robusta dos princípios termodinâmicos envolvidos, seguida da aplicação desses conceitos em um estudo de caso prático, que abordará técnicas como reaquecimento, expansão em dois estágios e regeneração térmica.

2 Revisão bibliográfica

2.1 Definição do ciclo de Rankine

O Ciclo de Rankine é um ciclo termodinâmico idealizado que descreve o funcionamento de uma usina termelétrica convencional. Esse ciclo é composto por quatro processos termodinâmicos: compressão, aquecimento, expansão e resfriamento. A Figura 2.1 ilustra o diagrama de um ciclo de Rankine básico.

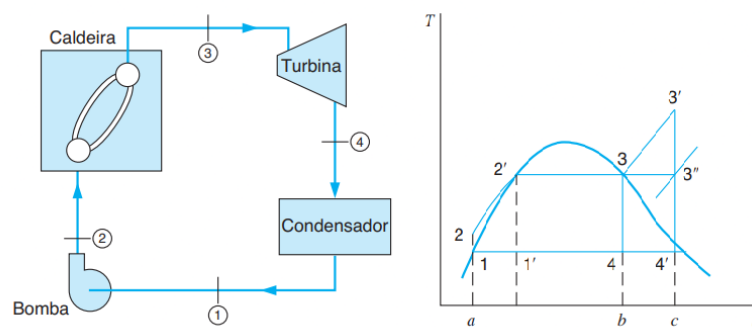


Figura 1 – Esquema simplificado e o diagrama T-S do ciclo Rankine

Fonte: Adaptado de (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

O fluido de trabalho fica sujeito à seguinte sequência de processos reversíveis internamente: (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

- **Processo 1-2:** Processo de bombeamento adiabático reversível na bomba.
- **Processo 2-3:** Transferência de calor a pressão constante na caldeira.
- **Processo 3-4:** Expansão adiabática reversível na turbina (ou em outra máquina motora, tal como a máquina a vapor).
- **Processo 4-1:** Transferência de calor a pressão constante no condensador.

Ao desconsiderar as variações de energia cinética e potencial, as trocas de calor e o trabalho líquido do sistema podem ser visualizados como áreas específicas no diagrama temperatura-entropia (T-s). O calor absorvido pelo fluido de trabalho corresponde à área delimitada pelos pontos a-2-2'-3-b-a, enquanto o calor rejeitado pelo fluido é representado pela área a-1-4-b-a. Aplicando a primeira lei da termodinâmica, conclui-se que o trabalho líquido é equivalente à diferença entre essas duas áreas, ou seja, corresponde à região 1-2-2'-3-4-1 no diagrama (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020).

Na análise do ciclo Rankine, é útil considerar que o rendimento depende da temperatura média na qual o calor é fornecido e da temperatura média na qual o calor é rejeitado. Qualquer variação que aumente a temperatura média na qual o calor é fornecido,

ou que diminua a temperatura média na qual o calor é rejeitado, aumentará o rendimento do ciclo Rankine.

2.2 Componentes Básicos

Independentemente de um modelo detalhado ou simplificado de usina a vapor baseada no ciclo Rankine, os fundamentos termodinâmicos (conservação de massa/energia, segunda lei e dados termodinâmicos) aplicam-se tanto aos componentes individuais (turbinas, bombas, trocadores de calor) quanto ao ciclo global.

Focando no subsistema mostrado na Figura 2.2, modelam-se os quatro componentes principais: turbina, condensador, bomba e caldeira, com água como fluido de trabalho. Usinas a combustíveis fósseis são analisadas como referência, mas os princípios valem para outros tipos.

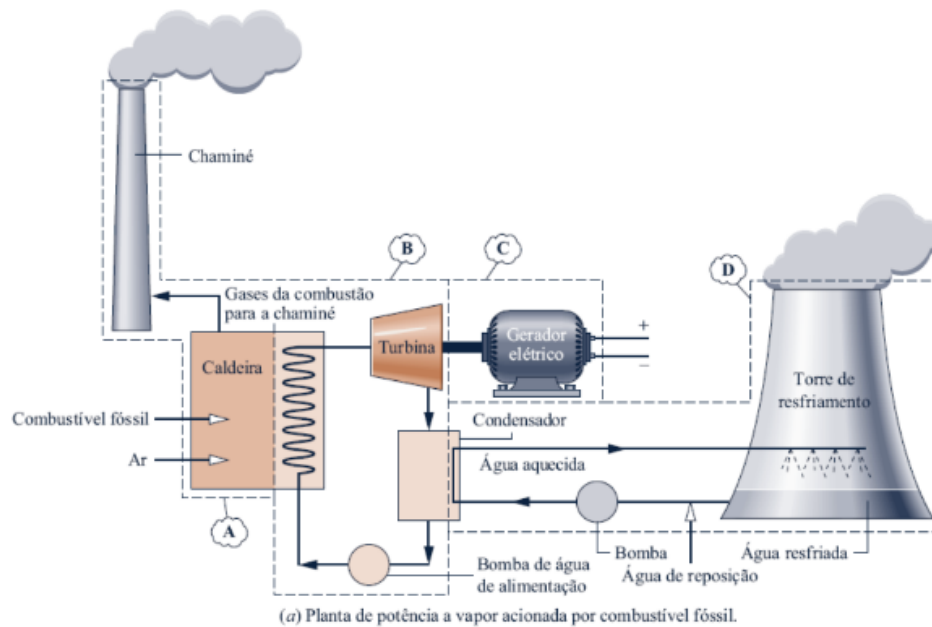


Figura 2 – Planta de potência a vapor acionada por combustível fóssil

Fonte: (MORAN et al., 2018)

No diagrama da Fig. 2, trabalho e calor são positivos conforme as setas, para simplificar a análise usamos algumas hipóteses frequentes, conforme descrito abaixo:

- R. P. em todos os componentes.
- Energia potencial e cinética desprezível.
- Perdas de pressão na caldeira e no condensador desprezíveis.
- Bombas e turbinas são consideradas isentrópicas.

Será mostrado a seguir a modelagem do ciclo para cada componente do ciclo Rankine, conforme é exibido por Moran et al. (2018)

2.2.1 Turbina

A turbina é o componente que converte a energia térmica do vapor em trabalho mecânico. O vapor entra na turbina com uma pressão e temperatura elevadas e sai com pressão e temperatura menores. O trabalho líquido da turbina é a diferença entre o trabalho de entrada e saída, conforme a equação 1.

$$\dot{W}_{\text{turbina}} = \dot{m}(h_1 - h_2) \quad (1)$$

2.2.2 Condensador

O condensador é o componente que converte o vapor em água líquida, rejeitando calor para o ambiente. O calor rejeitado pelo condensador é a diferença entre o calor de entrada e saída, conforme a equação 2.

$$\dot{Q}_{\text{condensador}} = \dot{m}(h_2 - h_3) \quad (2)$$

2.2.3 Bomba

A bomba é o componente que comprime a água líquida, aumentando sua pressão. O trabalho líquido da bomba é a diferença entre o trabalho de entrada e saída, conforme a equação 3.

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{m}(h_4 - h_3) \quad (3)$$

2.2.4 Caldeira

A caldeira é o componente que converte a água líquida em vapor, absorvendo calor do ambiente. O calor absorvido pela caldeira é a diferença entre o calor de entrada e saída, conforme a equação 4.

$$\dot{Q}_{\text{caldeira}} = \dot{m}(h_1 - h_2) \quad (4)$$

2.3 Parâmetros de Desempenho

2.3.1 Eficiência Térmica

A eficiência térmica do ciclo Rankine é dada pela razão entre o trabalho líquido produzido e o calor fornecido na caldeira, conforme a equação 5.

$$\eta = \frac{\dot{W}_{\text{turbina}}}{\dot{Q}_{\text{caldeira}}} \quad (5)$$

2.3.2 Taxa de Calor

A taxa de calor representa a quantidade de energia térmica fornecida ao sistema (geralmente medida em Btu) necessária para gerar uma unidade de trabalho útil produzido pelo ciclo (normalmente expresso em kWh). Por isso, ela é definida como a razão entre a energia térmica consumida e o trabalho líquido gerado, com unidades de Btu/kWh. Essa taxa tem uma relação inversa com a eficiência termodinâmica do ciclo: quanto maior a

eficiência, menor a quantidade de calor requerida para produzir a mesma quantidade de trabalho.

2.3.3 Back work ratio

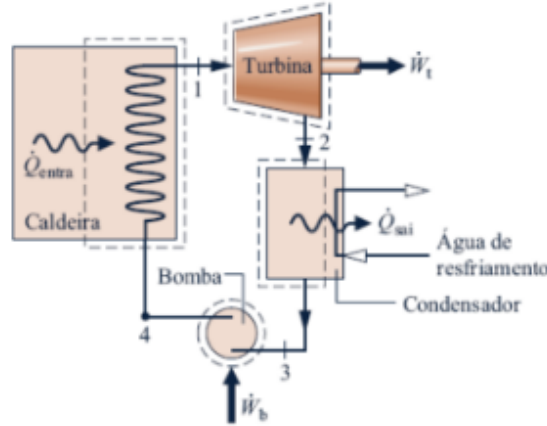


Figura 3 – Planta de potência a vapor acionada por combustível fóssil

Fonte: (MORAN et al., 2018)

O back work ratio (bwr) é um parâmetro que quantifica a relação entre o trabalho consumido pela bomba e o trabalho gerado pela turbina no ciclo de potência. Para o sistema da Figura 2.3.3, usando as equações já definidas para o trabalho da bomba e da turbina, o bwr é calculado pela equação 6.

$$\text{bwr} = \frac{\dot{W}_{\text{bomba}}}{\dot{W}_{\text{turbina}}} \quad (6)$$

2.4 Aplicações do Ciclo de Rankine

Dentre os sete tipos de usinas de energia que operam com base em ciclos termodinâmicos, seis estão diretamente vinculadas ao ciclo de Rankine. Esse ciclo é o elemento fundamental das usinas termelétricas a vapor, servindo como modelo central para conversão de calor em trabalho mecânico ou elétrico. Sua versatilidade permite aplicações em sistemas que vão desde usinas nucleares e movidas a combustíveis fósseis até fontes renováveis, como geotérmica e solar térmica, consolidando-o como pilar da geração de energia em larga escala.

A Figura 2.4 mostra a turbina de Angra 2, uma usina nuclear que opera com base no ciclo de Rankine. A usina é composta por um reator nuclear, que gera calor, e uma turbina a vapor, que converte esse calor em energia elétrica. O ciclo de Rankine é responsável por transferir o calor do reator para a turbina, garantindo a eficiência do processo.



Figura 4 – Turbina de Angra 2

Fonte: ([Eletronuclear, 2024](#))

3 Parâmetros de influência na eficiência do ciclo de Rankine

3.1 Efeitos Da Pressão E Da Temperatura No Ciclo Rankine

No ciclo Rankine, a pressão e a temperatura afetam diretamente o rendimento e o trabalho líquido realizado no ciclo. Em seguida, examinam-se os principais impactos dessas variáveis, juntamente com suas respectivas representações gráficas.

3.2 Efeito da Pressão na Saída da Turbina

No diagrama T-s da Figura 3.2, observa-se o efeito da redução da pressão na saída da turbina, de P_4 para P_4' . Essa redução causa uma diminuição na temperatura na qual o calor é rejeitado. O aumento do trabalho líquido é representado pela área $1-4-4'-1'-2'-2-1$, enquanto o aumento do calor transferido ao fluido corresponde à área $a'-2'-2-a$. Como essas duas áreas são aproximadamente iguais, o rendimento do ciclo aumenta, devido à redução da temperatura média de rejeição de calor. A redução da pressão também diminui o título do vapor na saída da turbina. Se a umidade ultrapassar 10%, pode ocorrer erosão das palhetas e queda na eficiência ([BORGNAKKE; SONNTAG, 2020](#)).

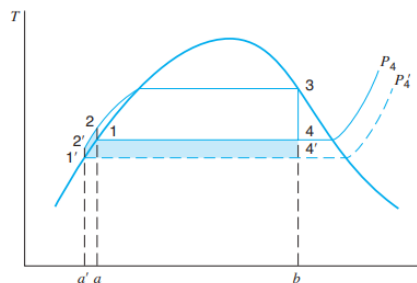


Figura 5 – Efeito da pressão de descarga da turbina sobre o rendimento do ciclo Rankine

Fonte: ([BORGNAKKE; SONNTAG, 2020](#))

3.2.1 Efeito do Superaquecimento do Vapor

Na Figura 6, é mostrado o efeito do superaquecimento do vapor. O trabalho líquido aumenta correspondendo à área $3-3'-4'-4-3$, e o calor transferido na caldeira aumenta com a área $3-3'-b'-b-3$. Como a relação entre essas áreas é maior que a relação entre o trabalho líquido e o calor fornecido no restante do ciclo, o superaquecimento do vapor resulta em um aumento do rendimento do ciclo Rankine. O superaquecimento aumenta a temperatura média de transferência de calor e melhora o título do vapor na saída da turbina (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020).

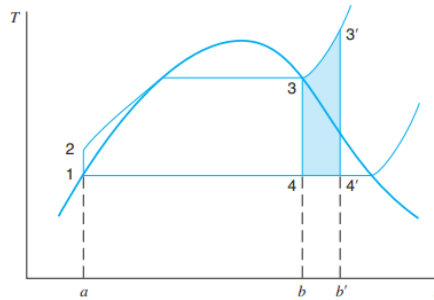


Figura 6 – Efeito do superaquecimento do vapor sobre o rendimento do ciclo Rankine

Fonte: (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

3.2.2 Efeito da Pressão Máxima do Vapor

A Figura 7 ilustra o impacto do aumento da pressão máxima do vapor. Mantendo-se constantes a temperatura máxima e a pressão de saída da turbina, o calor rejeitado diminui com a área $b'-4'-4-b-b'$. O trabalho líquido aumenta com a área hachurada simples e diminui com a área duplamente hachurada. O rendimento do ciclo aumenta com o aumento da pressão, pois o calor rejeitado diminui e a temperatura média de fornecimento de calor aumenta.

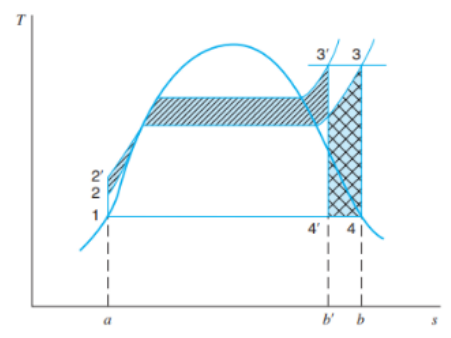


Figura 7 – Efeito da pressão máxima do vapor sobre o rendimento do ciclo Rankine

Fonte: (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

A Figura 8 mostra como a pressão e a temperatura afetam o trabalho do ciclo Rankine. Já a Figura 9 apresenta a influência dessas variáveis na eficiência do ciclo. Ambas destacam os efeitos combinados das variáveis.

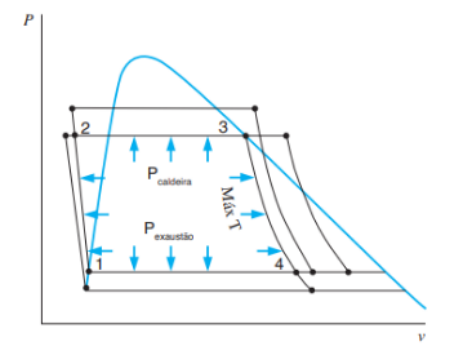


Figura 8 – Efeito da pressão e da temperatura no trabalho do ciclo Rankine

Fonte: (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

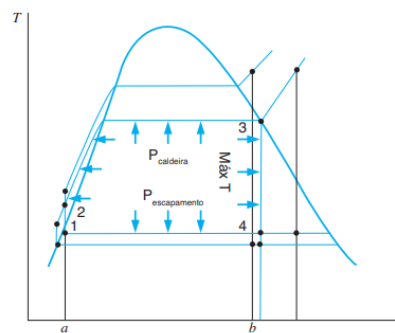


Figura 9 – Efeito da pressão e da temperatura na eficiência do ciclo Rankine

Fonte: (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

Esses três fatores combinados podem otimizar o ciclo Rankine, desde que o projeto evite problemas como erosão das palhetas da turbina devido a altos níveis de umidade. Além dessas considerações, observamos que o ciclo é representado por quatro processos conhecidos (dois isobáricos e dois isentrópicos) que se desenrolam entre os quatro estados, abrangendo um total de oito características. Assumindo que o estado 1 seja um estado líquido saturado ($x_1 = 0$), precisamos definir três parâmetros (8-4-1). A pressão operacional é controlada fisicamente pela alta pressão produzida pela bomba, $P_2 = P_3$, o superaquecimento para T_3 (ou $x_3 = 1$, se não houver superaquecimento) e a temperatura do condensador T_1 , que é o resultado da transferência de calor que acontece (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020).

3.3 Interpretação Dos Efeito Das Pressões Da Caldeira E Do Condensador

A Figura 10 exibe dois ciclos ideais submetidos à mesma pressão. Contudo, com pressões distintas na caldeira. Conforme a análise, a temperatura média do calor adicionado é maior no ciclo de pressão mais elevada $1' - 2' - 3' - 4' - 1'$ do que no ciclo $1 - 2 - 3 - 4 - 1$. Portanto, o aumento da pressão na caldeira do ciclo ideal de Rankine tende a eficiência térmica.

A Figura 11 ilustra dois ciclos com pressões idênticas na caldeira, mas com duas pressões distintas no condensador. Um condensador funciona sob a pressão atmosférica,

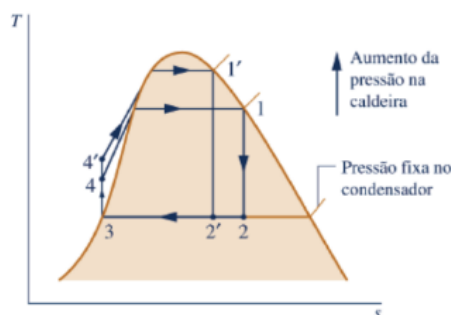


Figura 10 – Efeitos da variação das pressões de operação do ciclo ideal Rankine na caldeira

Fonte: (MORAN et al., 2018)

enquanto o outro opera sob uma pressão inferior à atmosfera. Para os ciclos 1-2-3-4-1 que condensam sob pressão atmosférica, a temperatura de rejeição de calor é de 100 °C (212 °F). A temperatura do calor devolvido para o ciclo de pressão mais baixa 1 - 2- 3- 4- 1 é menor, resultando em uma maior eficiência térmica para este ciclo. Portanto, conclui-se que a redução da pressão no compressor tende a incrementar a eficiência térmica.

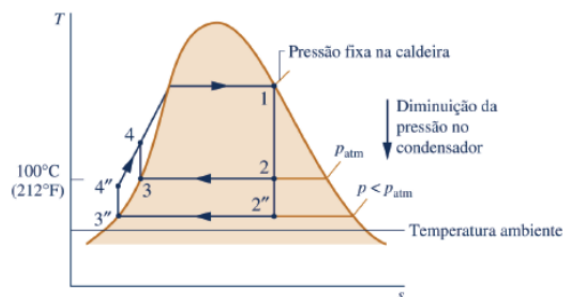


Figura 11 – Efeitos da variação das pressões de operação do ciclo ideal Rankine no condensador

Fonte: (MORAN et al., 2018)

O condensador opera com a pressão de saturação equivalente à temperatura ambiente, pois esta é a temperatura ideal para a dissipação de calor para as proximidades. A finalidade de manter a pressão de exaustão mais baixa possível na turbina é a principal razão para a inclusão do condensador em uma instalação de potência. A caldeira poderia ser abastecida com água líquida à pressão atmosférica por meio da bomba, enquanto o vapor poderia ser liberado diretamente no ar ao sair da turbina. No entanto, ao incorporar um condensador, que opera a vapor a uma pressão inferior à atmosférica, a turbina terá uma área de pressão mais baixa onde será feita a descarga, o que resultará em um aumento do trabalho líquido da eficiência térmica. Incorporando um condensador adicional, o fluido de trabalho funcionará em circuito fechado, garantindo uma circulação constante do fluido de trabalho.

3.4 Efeito da temperatura na eficiência térmica

Basicamente o ciclo ideal Rankine consiste em processos onde existem reversibilidades internas, o que nos possibilita obter uma expressão para eficiência térmica em função das temperaturas médias durante o processo de interação térmica. A eficiência térmica do ciclo ideal Rankine é expressa pela equação 7.

$$\eta_{ideal} = 1 - \frac{T_{sai}}{T_{ent}} \quad (7)$$

Pode-se concluir que a eficiência térmica do ciclo ideal tende a aumentar quando a temperatura média pela qual a energia é adicionada por transferência de calor aumenta ou a temperatura pela qual a energia rejeitada diminui.

4 Ciclos de Rankine Modificados

4.1 Tipos de modificações

O ciclo de Rankine pode ser modificado de várias maneiras para melhorar sua eficiência e desempenho. As modificações mais comuns incluem o superaquecimento, o reaquecimento e a regeneração térmica. Cada uma dessas técnicas tem o objetivo de aumentar a eficiência térmica do ciclo, reduzindo as perdas de calor e melhorando a qualidade do vapor na saída da turbina.

4.1.1 Reaquecimento

O ciclo Rankine com reaquecimento foi projetado para aproveitar o aumento de rendimento proporcionado por pressões mais altas, evitando umidade excessiva nos estágios de baixa pressão da turbina. Conforme ilustrado na Figura 12, o vapor inicialmente se expande até uma pressão intermediária na turbina, sendo reaquecido na caldeira antes de expandir novamente até a pressão de saída. Embora o diagrama T-s demonstre que o reaquecimento proporciona um pequeno ganho de rendimento devido à pequena variação na temperatura média de fornecimento de calor, sua principal vantagem reside na redução da umidade nos estágios finais da turbina. O autor destaca ainda que, caso os metais permitam um superaquecimento adequado do vapor até 3', o ciclo Rankine simples seria mais eficiente que o ciclo com reaquecimento, tornando este último desnecessário (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020).

4.1.2 Regeneração

O ciclo Rankine regenerativo é uma importante variação que utiliza aquecedores da água de alimentação para melhorar a eficiência do sistema. Como mostrado na Figura 13, no ciclo sem superaquecimento, o fluido de trabalho é aquecido na fase líquida entre os estados 2 e 2', com uma temperatura média significativamente menor em comparação ao processo de vaporização (2'-3). Isso resulta em uma temperatura média de transferência de calor inferior à do ciclo de Carnot (1'-2'-3-4-1), acarretando um rendimento menor. No ciclo regenerativo, o fluido entra na caldeira em um estado intermediário entre 2 e 2', aumentando a temperatura média de fornecimento de calor e, consequentemente, o rendimento do ciclo (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020).

O ciclo regenerativo ideal, como ilustrado na Figura 14, apresenta uma característica singular em comparação ao ciclo Rankine. Após a saída da bomba, o líquido circula ao

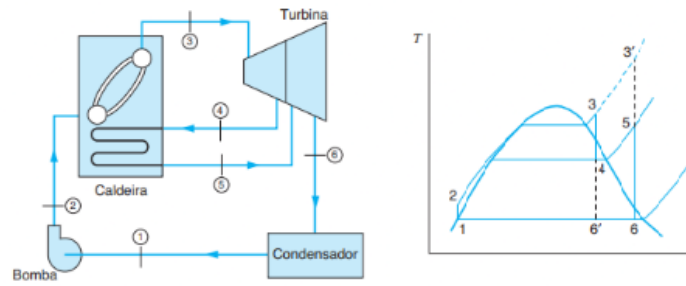


Figura 12 – Ciclo Rankine com reaquecimento

Fonte: (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

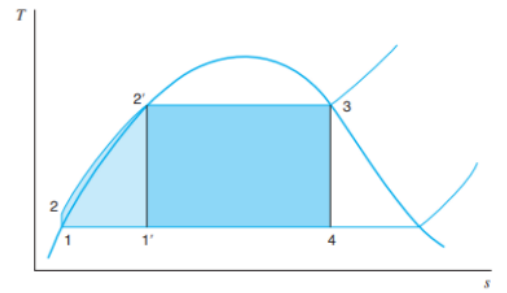


Figura 13 – Diagrama T-s que mostra a relação entre os rendimentos dos ciclos de Carnot e Rankine.

Fonte: (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

redor da carcaça da turbina em sentido contrário ao do vapor, permitindo a transferência de calor do vapor para o líquido de forma teoricamente reversível. Nesse cenário ideal, a linha 4-5 no diagrama T-s, que representa o escoamento do vapor pela turbina, é paralela à linha 1-2-3, que indica o processo de bombeamento e o escoamento do líquido ao redor da turbina. As áreas 2-3-b-a-2 e 5-4-d-c-5 são congruentes e representam o calor transferido entre vapor e líquido. Esse ciclo apresenta rendimento térmico equivalente ao do ciclo de Carnot, já que a área 1-5-c-a-1 é igual à área de calor rejeitado do ciclo de Carnot (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020).

Na prática, no entanto, a implementação desse ciclo ideal é inviável devido à dificuldade de realizar uma transferência de calor eficiente na turbina e ao aumento significativo da umidade do vapor na saída. O ciclo regenerativo real, mostrado na Figura 15, resolve essa limitação com a extração de parte do vapor parcialmente expandido na turbina, que é direcionado a aquecedores da água de alimentação. O líquido condensado é bombeado para se misturar ao vapor extraído, resultando em uma mistura saturada no estado 3. Para atingir a pressão da caldeira, uma segunda bomba é necessária. A vantagem principal desse ciclo é o aumento da temperatura média na qual o calor é fornecido ao fluido de trabalho, melhorando a eficiência térmica em comparação ao ciclo Rankine convencional (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020).

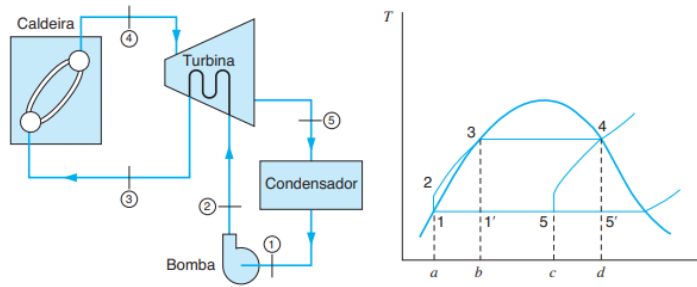


Figura 14 – Ciclo Rankine regenerativo ideal

Fonte: (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

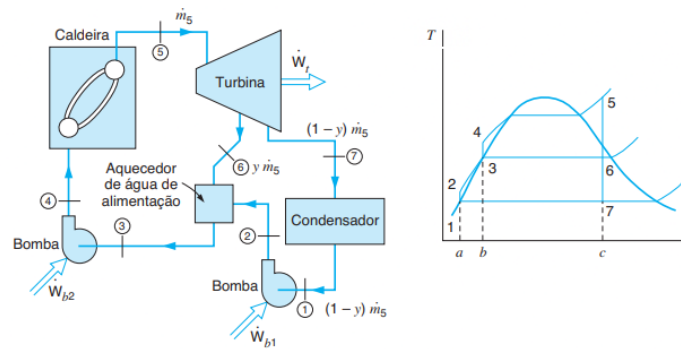


Figura 15 – Ciclo regenerativo com aquecedor de água de alimentação de mistura

Fonte: (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

4.1.3 Cogeração

A cogeração é uma aplicação industrial do ciclo de potência a vapor que combina a geração de eletricidade com o suprimento de energia térmica para processos produtivos. Como mostrado na Figura 16, o vapor expandido até uma pressão intermediária na turbina de alta pressão é utilizado como fonte de energia para o processo produtivo, eliminando a necessidade de uma segunda caldeira dedicada. Esse vapor pode atender demandas específicas, como aquecer ambientes ou fornecer vapor para processos industriais (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020).

A cogeração pode operar em diferentes arranjos: em algumas instalações, o vapor é o produto principal e a eletricidade é um subproduto, típico de fábricas e pequenas unidades; em outros casos, como em empresas de geração elétrica, a eletricidade é o foco principal, com o vapor como subproduto. Exemplos incluem plantas que fornecem eletricidade para a rede e água quente para aquecimento domiciliar, desde que a densidade populacional e as distâncias de distribuição sejam favoráveis. A cogeração de energia pode ser amplamente aplicada na indústria alimentícia, oferecendo múltiplos benefícios por meio da integração de processos. Por exemplo, sistemas de cogeração permitem gerar eletricidade para alimentar equipamentos, reduzindo a dependência da rede externa e garantindo estabilidade energética, enquanto subprodutos como vapor são aproveitados em etapas de cozimento, esterilização ou secagem de alimentos. Além disso, a água quente

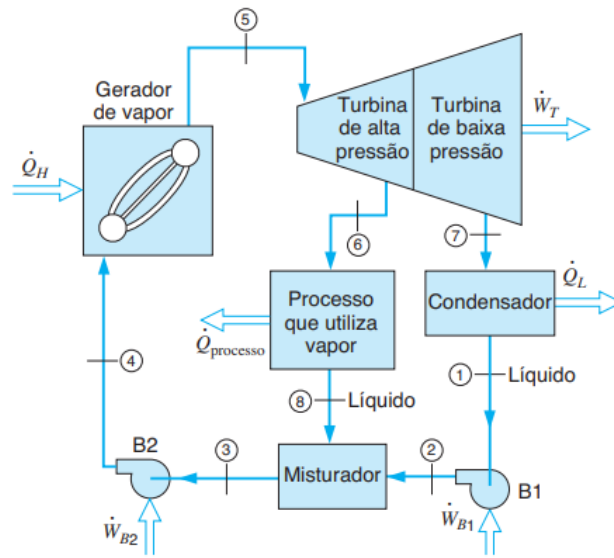


Figura 16 – Ciclo Rankine com cogeração

Fonte: (BORGNAKKE; SONNTAG, 2020)

produzida pelo sistema atende a demandas de limpeza e sanitização, e a água gelada, gerada por chillers de absorção a partir de 5°C, é empregada no resfriamento de produtos e climatização. O ar quente derivado do processo auxilia em etapas como secagem, e até mesmo a produção de CO_2 de alta pureza para bebidas é viabilizada com custos reduzidos. Dessa forma, a cogeração otimiza recursos, diminui despesas com energia e aumenta a eficiência operacional, integrando necessidades térmicas, elétricas e industriais em um único sistema sustentável (Ecogen Brasil, 2025).

4.1.4 Superaquecimento

No processo de superaquecimento não existe limitação quanto à presença de vapor saturado na entrada da turbina, possibilitando adicionar mais energia ao vapor através da transferência de calor, fazendo com que a condição de vapor superaquecido eleve antes de entrar na turbina. O equipamento chamado de superaquecedor que gera essa energia extra que trabalha em conjunto com a caldeira, formando o gerador de vapor. Na Figura 17, é mostrado um ciclo ideal de Rankine com vapor superaquecido na entrada da turbina, representado pelo ciclo 1'-2'-3-4-1' que em comparação ao ciclo sem superaquecimento (ciclo 1-2-3-4-1) possui uma temperatura média mais elevada durante a adição de calor, o que aumenta a eficiência térmica do sistema. Outra vantagem é que o título do vapor no estado 2' (saída da turbina) é maior do que no estado 2 (sem superaquecimento). Isso reduz o problema associado ao baixo título do vapor na saída da turbina, comum em ciclos sem superaquecimento. Com isso, um controle adequado do superaquecimento, é possível até mesmo garantir que o vapor na saída da turbina permaneça na região de vapor superaquecido.

4.1.5 Ciclo Supercrítico

Segundo Moran et al. (2018), a temperatura e a pressão do vapor em turbinas são limitadas pelas propriedades dos materiais empregados em componentes como superaque-

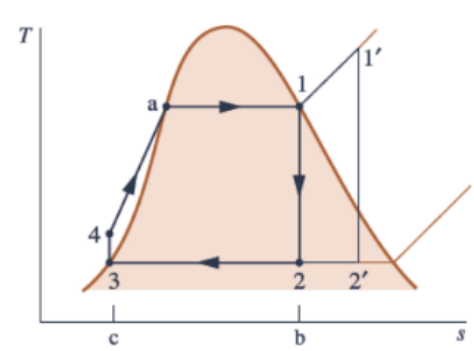


Figura 17 – Ciclo Rankine com superaquecimento

Fonte: (MORAN et al., 2018)

cedores, reaquecedores e nas próprias turbinas. Pressões elevadas demandam tubulações capazes de suportar altas tensões e temperaturas. Avanços em materiais e métodos de fabricação permitiram elevar esses limites, aumentando a eficiência térmica dos ciclos de geração de energia, reduzindo o consumo de combustível e os impactos ambientais. Conforme ilustrado na Figura 18, que representa um ciclo ideal de reaquecimento, em plantas supercríticas, a geração de vapor ocorre acima da pressão crítica da água (22,1 MPa), sem transição brusca entre líquido e vapor, como destacado no Processo 6-1. Nesses sistemas, a água é aquecida gradualmente em tubulações, sem o processo convencional de ebulição, utilizando carvão pulverizado como fonte de energia.

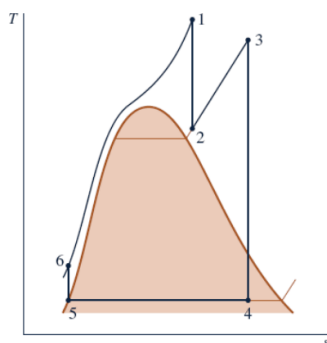


Figura 18 – Ciclo Rankine supercrítico

Fonte: (MORAN et al., 2018)

Plantas supercríticas modernas operam com pressões próximas a 30 MPa e temperaturas de 600 °C, alcançando eficiências térmicas de até 47%. Com o desenvolvimento de superligas resistentes à corrosão e altas temperaturas, plantas ultrahsupercríticas atingem 35 MPa e 750 °C, superando 50% de eficiência. Em contraste, usinas subcríticas têm eficiência máxima de cerca de 40%. Embora o custo inicial das plantas supercríticas seja maior, o menor consumo de combustível compensa economicamente a longo prazo. Além disso, a redução no uso de combustível diminui emissões de CO_2 , outros poluentes e resíduos sólidos, tornando essas tecnologias mais sustentáveis. Esse avanço, exemplificado pelas figuras mencionadas, demonstra como inovações técnicas promovem eficiência energética, economia de recursos e menor impacto ambiental (MORAN et al., 2018).

4.2 Desempenho dos ciclos modificados

Os ciclos de potência a vapor desempenham um papel fundamental na conversão de energia térmica em trabalho útil. O ciclo de Rankine simples é amplamente utilizado, mas sua eficiência pode ser melhorada por modificações. A seguir três formas de realizar isso para o ciclo de Rankine simples ideal (ÇENGEL; BOLES, 2008).

Os efeitos da redução da pressão no condensador, do superaquecimento do vapor a temperaturas mais altas e do aumento da pressão da caldeira sobre a eficiência térmica do ciclo Rankine é mostrado no diagrama T-s contido na Figura 19, resultado de um exemplo resolvido do livro (ÇENGEL; BOLES, 2008).

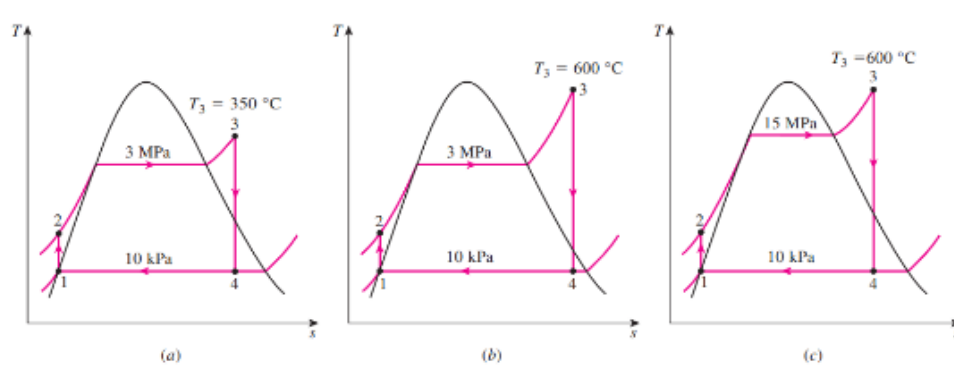


Figura 19 – Diagramas T-s dos três ciclos de potência a vapor

Fonte: (ÇENGEL; BOLES, 2008)

O exemplo analisa os efeitos das alterações na pressão da caldeira e na temperatura de superaquecimento sobre a eficiência térmica de uma usina operando no ciclo de Rankine ideal, onde vapor entra na turbina a 3 MPa e 350 °C e é condensado no condensador à pressão de 10 KPa. Na Figura 19 (a), a redução da pressão no condensador de 75 kPa para 10 kPa eleva a eficiência térmica de 26% para 33,4%. No entanto, essa mudança também aumenta a umidade do vapor na saída da turbina, passando de 11,4% para 18,7%, o que pode causar danos às pás da turbina. Na Figura 19 (b), considera o superaquecimento do vapor, comparando temperaturas de 350 °C e 600 °C a 3 MPa. Com essa alteração, a eficiência térmica sobe para 37,3%, além de reduzir a umidade do vapor para 8,5%, minimizando o risco de erosão nas pás da turbina. Na Figura 19 (c), o aumento da pressão da caldeira de 3 MPa para 15 MPa, mantendo a temperatura fixa em 600 °C, faz a eficiência térmica atingir 43%, um valor próximo ao limite teórico. Entretanto, essa mudança eleva novamente a umidade do vapor na saída da turbina para 19,6%, tornando necessário o uso de técnicas como reaquecimento para mitigar esse efeito.

5 Resolução do Problema Proposto

5.1 Cálculos

Todos os cálculos foram realizados utilizando a linguagem de programação Python, com o auxílio das bibliotecas NumPy e SciPy. O código-fonte está disponível no repositório do projeto, e pode ser acessado clicando em: [Repositório do Rankine-Modificado](#) (João Alex Arruda, 2025).

Além disso, há um documento complementar contendo os cálculos realizados para a resolução do problema proposto. O arquivo foi anexado ao final deste relatório.

5.2 Eficiência Térmica do Sistema

$$\eta = 48.63\%$$

5.3 Taxas de Trabalho

Tabela 1 – Resultados dos cálculos termodinâmicos

Parâmetro	Valor (kW)
$W_{\text{turbina 1}}$	1192.38
$W_{\text{turbina 2,1'}}$	1506.24
$W_{\text{turbina 2,2'}}$	1343.52
$W_{\text{bomba 1}}$	0.97
$W_{\text{bomba 2}}$	35.30
$W_{\text{bomba 3}}$	6.85
$Q_{\text{cald 1}}$	7036.30
$Q_{\text{cald 2}}$	1186.71
Q_{cond}	4248.32

5.4 Vazão Mássica de Água de Resfriamento

$$\dot{m}_{\text{água}} = 67756.30 \text{ kg s}^{-1}$$

5.5 Diagrama T x s

A Figura 20 apresenta o diagrama T x s do ciclo de Rankine proposto.

5.6 Análise Paramétrica

A Figura 21 apresenta a análise paramétrica realizada para o ciclo de Rankine proposto. Variou-se a pressão de descarga em todas as turbinas e a temperatura de saída da caldeira 1.

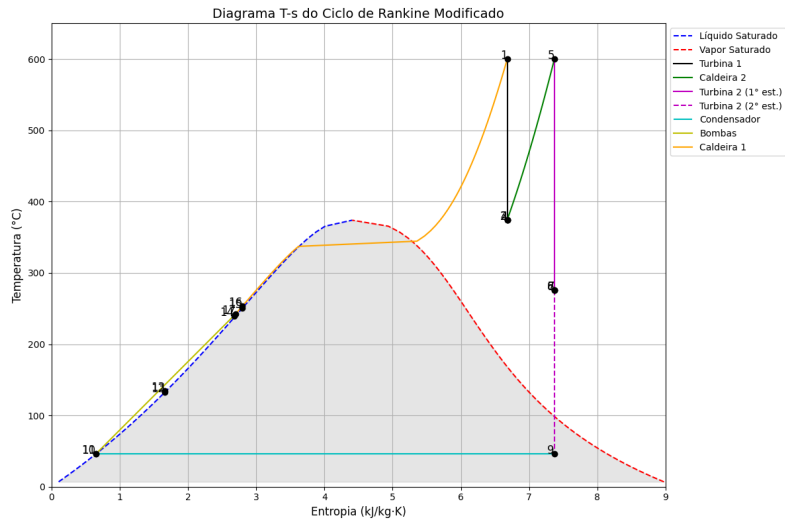


Figura 20 – Diagrama T x s do ciclo de Rankine proposto

Fonte: Elaborado pelo autor

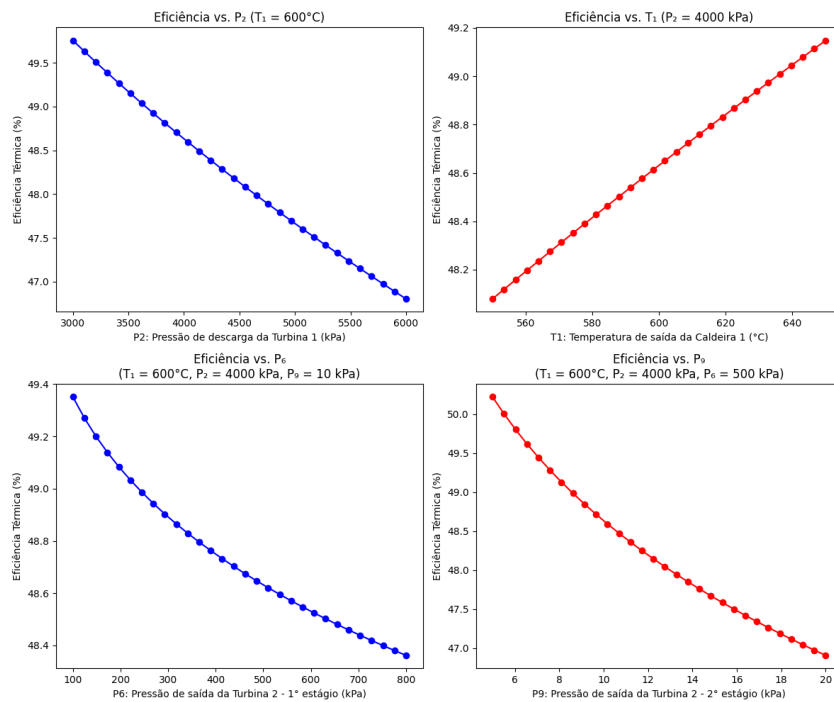


Figura 21 – Análise paramétrica do ciclo de Rankine proposto

Fonte: Elaborado pelo autor

6 Resultados e Discussão

Os resultados obtidos demonstram uma eficiência térmica de 48,63% para o ciclo proposto, valor significativamente superior ao ciclo de Rankine simples (tipicamente 30-

40%), evidenciando o impacto positivo das modificações implementadas.

A Tabela 1 revela que as turbinas contribuem com 90,7% do trabalho líquido total $\sum W_{turb} = 4.042,14kW$, enquanto as bombas consomem apenas 1,4% do trabalho gerado $\sum W_{bomb} = 43,12kW$, resultando em um *back work ratio* de 0,0107. Esta relação favorável caracteriza sistemas de potência a vapor, onde o trabalho de compressão é mínimo comparado à expansão.

A vazão mássica de água de resfriamento de 67.756 kg/s destaca um desafio operacional crítico: mesmo com a regeneração térmica, que reduz a carga térmica no condensador, ainda são necessários volumes colossais de água para rejeição de calor. Em ambientes com restrições hídricas, isto exigiria o uso de torres de resfriamento ou sistemas de recirculação, aumentando a complexidade e custos.

Comparando com dados da literatura, a eficiência alcançada situa-se na faixa superior de plantas supercríticas modernas (45-50%), validando a configuração proposta. Entretanto, o modelo não considera:

- Perdas por atrito em tubulações e turbinas (aproximadamente 5-10%)
- Consumo energético de sistemas auxiliares (aproximadamente 3-5%)
- Degradação de desempenho ao longo do tempo

Estes fatores sugerem que a eficiência real operacional seria (35-40%), ainda competitiva frente a ciclos convencionais. Para aplicações práticas, recomenda-se:

- Estudo econômico do custo incremental das modificações
- Análise exergética para identificar pontos de maior irreversibilidade
- Simulação dinâmica para avaliar resposta a variações de carga

7 Considerações finais

O ciclo de Rankine é um dos ciclos termodinâmicos mais utilizados em plantas de geração de energia elétrica. A eficiência térmica do ciclo é um dos principais parâmetros de interesse, pois está diretamente relacionada ao consumo de combustível e à emissão de gases poluentes. Neste trabalho, foi proposto um ciclo de Rankine ideal com duas turbinas e três bombas, e foram realizados cálculos termodinâmicos para determinar a eficiência do ciclo, as taxas de trabalho e a vazão mássica de água de resfriamento. Além disso, foi elaborado um diagrama T x s do ciclo e realizada uma análise paramétrica para avaliar o efeito da pressão de descarga das turbinas e da temperatura de saída da caldeira 1 sobre a eficiência do ciclo.

8 Anexo: Documento Complementar

Rankine-Modificado

February 13, 2025

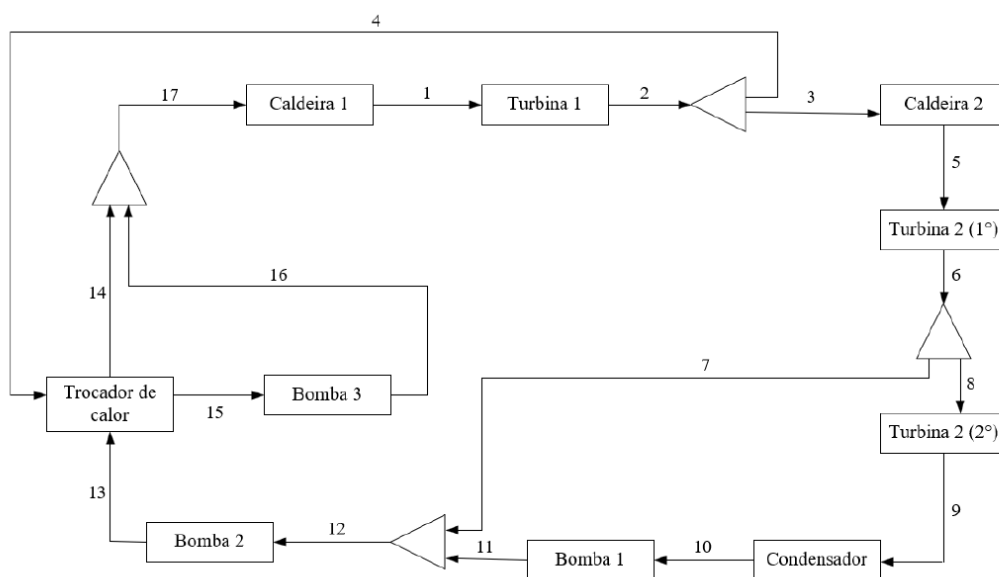
1 ESTUDO E RESOLUÇÃO DO CICLO DE RANKINE COM MODIFICAÇÕES

1.1 Descrição do Problema Proposto

A figura a seguir contém o esquema do ciclo termodinâmico de potência a ser avaliado neste trabalho:

```
[2784]: from IPython.display import Image  
Image('./images/esquema-problema.png')
```

[2784]:



As hipóteses para serem adotadas para o ciclo:

- Fluido de trabalho: vapor d'água;
- Perda de carga desprezível nos equipamentos de troca térmica;
- Operação isentrópica das turbinas e das bombas;
- Vazão mássica (\dot{m}) da corrente 1 fixa em 10.000 kg/h;

- Saída do condensador (corrente 10): líquido saturado.

[2785]: `Image('./images/tabela-correntes.png')`

[2785]:

Condições operacionais do ciclo.	
Corrente 1	
Vazão mássica (kg/h)	10.000
Estado	Vapor superaquecido
Pressão (kPa)	15.000
Temperatura (°C)	600
Corrente 2	
Pressão (kPa)	4.000
Corrente 3	
Vazão mássica (kg/h)	82% da corrente 2
Pressão (kPa)	4.000
Temperatura (°C)	600
Corrente 6	
Pressão (kPa)	500
Corrente 7	
Vazão mássica (kg/h)	13% da corrente 6
Corrente 9	
Pressão (kPa)	10
Corrente 10	
Estado	líquido saturado
Corrente 11	
Pressão (kPa)	500
Corrente 13	
Pressão (kPa)	15.000
Corrente 15	
Estado	líquido saturado
Corrente 16	
Pressão (kPa)	15.000

- Determinar a eficiência térmica do sistema modificado proposto;
- Obter a taxa de trabalho realizado em cada turbina; a taxa de calor fornecido nas caldeiras; a taxa de trabalho consumida em cada bomba;
- Determinar a vazão mássica de água de resfriamento empregada no condensador.
- Construir o diagrama $T \times s$ do sistema.
- Realizar análise paramétrica no desempenho do ciclo considerando a variação das pressões de descargas das turbinas; e a temperatura de saída da caldeira 1; (para esta análise, plote gráficos para demonstrar a influência desses parâmetros na eficiência térmica do ciclo). Discuta os resultados obtidos.

```
[2786]: # Pacotes necessários para a execução do código

import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import CoolProp.CoolProp as CP
from IPython.display import display, Math, Latex
```

```
[2787]: # Tabela onde serão armazenados os dados

colunas = ['Corrente', 'Pressão (kPa)', 'Temperatura (°C)', 'Entalpia (kJ/kg)', '↳',
↳ 'Entropia (kJ/kg·K)', 'Estado', 'ṁ (kg/h)']
df = pd.DataFrame(columns=colunas)
```

```
[2788]: def obter_propriedades(P, T=None, x=None, s=None):
    """Retorna h (kJ/kg) e s (kJ/kg·K) para um dado estado.

    Args:
        P (float): Pressão (kPa).
        T (float, optional): Temperatura (°C). Defaults to None.
        x (float, optional): Título. Defaults to None.
        s (float, optional): Entropia (kJ/kg·K). Defaults to None.

    Returns:
        tuple: h (kJ/kg) e s (kJ/kg·K).
    """
    # Estado definido por P e T
    if T is not None:
        h = CP.PropsSI('H', 'P', P, 'T', T, 'Water') / 1000 # kJ/kg
        s = CP.PropsSI('S', 'P', P, 'T', T, 'Water') / 1000 # kJ/kg·K
    # Estado definido por P e título
    elif x is not None:
        h = CP.PropsSI('H', 'P', P, 'Q', x, 'Water') / 1000
```

```

s = CP.PropsSI('S', 'P', P, 'Q', x, 'Water') / 1000
# Estado definido por P e entropia (processo isentrópico)
elif s is not None:
    try:
        # s em kJ/kg·K → J/kg·K
        h = CP.PropsSI('H', 'P', P, 'S', s*1000, 'Water') / 1000
    except:
        # Calcular título se for mistura
        s_liq = CP.PropsSI('S', 'P', P, 'Q', 0, 'Water') / 1000
        s_vap = CP.PropsSI('S', 'P', P, 'Q', 1, 'Water') / 1000
        x = (s - s_liq) / (s_vap - s_liq)
        h = CP.PropsSI('H', 'P', P, 'Q', x, 'Water') / 1000
return h, s

```

```

[2789]: # Ponto 1: Saída da Caldeira 1 (15 MPa, 600°C)

P1 = 15000      # kPa
T1 = 600        # °C
h1, s1 = obter_propriedades(P1*1e3, T=T1+273.15)
m_dot1 = 10000 # kg/h

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [1, P1, T1, h1, s1, 'Vapor superaquecido', m_dot1]
df.iloc[-1]

```

```

[2789]: Corrente                1
Pressão (kPa)                15000
Temperatura (°C)              600
Entalpia (kJ/kg)             3583.131761
Entropia (kJ/kg·K)           6.67959
Estado                       Vapor superaquecido
ṁ (kg/h)                     10000
Name: 0, dtype: object

```

```

[2790]: # Ponto 2: Saída da Turbina 1 (4 MPa, expansão isentrópica)

P2 = 4000 # kPa
m_dot2 = m_dot1
h2, s2 = obter_propriedades(P2*1e3, s=s1) # s2 = s1
T2 = CP.PropsSI('T', 'P', P2*1e3, 'H', h2*1000, 'Water') - 273.15

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

```

```
df.loc[len(df)] = [2, P2, round(T2,1), h2, s2, 'Mistura' if 0 < (h2 - CP.
↳ PropsSI('H', 'P', P2*1e3, 'Q', 0, 'Water')/1000) < (CP.PropsSI('H', 'P',
↳ P2*1e3, 'Q', 1, 'Water')/1000 - CP.PropsSI('H', 'P', P2*1e3, 'Q', 0,
↳ 'Water')/1000) else 'Vapor', m_dot2]
df.iloc[-1]
```

```
[2790]: Corrente                2
Pressão (kPa)                4000
Temperatura (°C)            374.7
Entalpia (kJ/kg)            3153.874543
Entropia (kJ/kg·K)          6.67959
Estado                      Vapor
ṁ (kg/h)                    10000
Name: 1, dtype: object
```

```
[2791]: # Trabalho da Turbina 1

Wt1 = (m_dot1/3600) * (h1 - h2) # kW
display(Math(r'\dot{W}_{t1} = %.2f \, \text{kW}' % Wt1))
```

$$\dot{W}_{t1} = 1192.38 \text{ kW}$$

```
[2792]: # Ponto 3: Entrada da Caldeira 2

P3 = P2
m_dot3 = 0.82 * m_dot1
h3 = h2
s3 = s2
T3 = T2

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [3, P3, T3, h3, s3, '-', m_dot3]
df.iloc[-1]
```

```
[2792]: Corrente                3
Pressão (kPa)                4000
Temperatura (°C)            374.656993
Entalpia (kJ/kg)            3153.874543
Entropia (kJ/kg·K)          6.67959
Estado                      -
ṁ (kg/h)                    8200.0
Name: 2, dtype: object
```

```
[2793]: # Ponto 4: Saída do splitter e entrada do Trocador de Calor

P4 = P3
m_dot4 = 0.18 * m_dot1
```

```

T4 = T2
h4 = h2
s4 = s2

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [4, P4, T4, h4, s4, '-', m_dot4]
df.iloc[-1]

```

```

[2793]: Corrente          4
Pressão (kPa)          4000
Temperatura (°C)       374.656993
Entalpia (kJ/kg)       3153.874543
Entropia (kJ/kg·K)      6.67959
Estado                 -
ṁ (kg/h)              1800.0
Name: 3, dtype: object

```

```

[2794]: # Ponto 5: Saída da Caldeira 2 (4 MPa, 600°C) - Correção da errata

P5 = 4000 # kPa
T5 = 600 # °C
m_dot5 = m_dot3
h5, s5 = obter_propriedades(P5*1e3, T=T5+273.15)

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [5, P5, T5, h5, s5, 'Vapor superaquecido', m_dot5]
df.iloc[-1]

```

```

[2794]: Corrente          5
Pressão (kPa)          4000
Temperatura (°C)       600.0
Entalpia (kJ/kg)       3674.867523
Entropia (kJ/kg·K)      7.370528
Estado                 Vapor superaquecido
ṁ (kg/h)              8200.0
Name: 4, dtype: object

```

```

[2795]: # Calor fornecido pela Caldeira 2

Q_in_cald2 = (m_dot5/3600) * (h5 - h4) # kW
display(Math(r'\dot{Q}_{\text{in, cald 2}} = %.2f \, \text{kW}' % Q_in_cald2))

```

$$\dot{Q}_{\text{in, cald 2}} = 1186.71 \text{ kW}$$

[2796]: *# Ponto 6: Saída da Turbina 2 (1º Estágio) (500 kPa, expansão isentrópica)*

```
P6 = 500 # kPa
h6, s6 = obter_propriedades(P6*1e3, s=s5) # s6 = s5
m_dot6 = m_dot5
T6 = CP.PropsSI('T', 'P', P6*1e3, 'H', h6*1000, 'Water') - 273.15

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [6, P6, round(T6,1), h6, s6, '-', m_dot6]
df.iloc[-1]
```

[2796]: Corrente 6
 Pressão (kPa) 500
 Temperatura (°C) 275.4
 Entalpia (kJ/kg) 3013.589893
 Entropia (kJ/kg·K) 7.370528
 Estado -
 ṁ (kg/h) 8200.0
 Name: 5, dtype: object

[2797]: *# Trabalho da Turbina 2 (1º Estágio)*

```
Wt2_1est = (m_dot5/3600) * (h5 - h6) # kW
display(Math(r'\dot{W}_{t2, 1}\text{° est}} = %.2f \, \text{kW}' % Wt2_1est))
```

$$\dot{W}_{t2, 1^{\circ} \text{ est}} = 1506.24 \text{ kW}$$

[2798]: *# Ponto 7: Saída da Turbina 2 após passar por um splitter*

```
P7 = P6 # Mesma pressão
m_dot7 = 0.13 * m_dot6
h7 = h6
s7 = s6
T7 = T6

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [7, P7, T7, h7, s7, '-', m_dot7]
df.iloc[-1]
```

[2798]: Corrente 7
 Pressão (kPa) 500
 Temperatura (°C) 275.35071
 Entalpia (kJ/kg) 3013.589893
 Entropia (kJ/kg·K) 7.370528
 Estado -
 ṁ (kg/h) 1066.0

Name: 6, dtype: object

```
[2799]: # Ponto 8:

P8 = P6
m_dot8 = 0.87 * m_dot6
h8 = h6
s8 = s6
T8 = T6

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [8, P8, T8, h8, s8, '-', m_dot8]
df.iloc[-1]
```

```
[2799]: Corrente                8
Pressão (kPa)                500
Temperatura (°C)            275.35071
Entalpia (kJ/kg)            3013.589893
Entropia (kJ/kg·K)          7.370528
Estado                      -
ṁ (kg/h)                    7134.0
Name: 7, dtype: object
```

```
[2800]: # Ponto 9: Saída da Turbina 2 (2º Estágio) (10 kPa, expansão isentrópica)

P9 = 10 # kPa
s9 = s6
h9, _ = obter_propriedades(P9*1e3, s=s9)
m_dot9 = m_dot8
T9 = CP.PropsSI('T', 'P', P9*1e3, 'H', h9*1000, 'Water') - 273.15

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [9, P9, round(T9,1), h9, s9, 'Vapor úmido', m_dot9]
df.iloc[-1]
```

```
[2800]: Corrente                9
Pressão (kPa)                10
Temperatura (°C)            45.8
Entalpia (kJ/kg)            2335.617568
Entropia (kJ/kg·K)          7.370528
Estado                      Vapor úmido
ṁ (kg/h)                    7134.0
Name: 8, dtype: object
```

[2801]: *# Trabalho da Turbina 2 (2º Estágio)*

```
Wt2_2est = (m_dot8/3600) * (h8 - h9) # kW
display(Math(r'\dot{W}_{t2, 2\text{° est}} = %.2f \, \text{kW}' % Wt2_2est))
```

$$\dot{W}_{t2, 2^\circ \text{ est}} = 1343.52 \text{ kW}$$

[2802]: *# Ponto 10: Saída do Condensador*

```
P10 = P9
m_dot10 = m_dot9
h10 = CP.PropsSI('H', 'P', P10*1e3, 'Q', 0, 'Water') / 1000
s10 = CP.PropsSI('S', 'P', P10*1e3, 'Q', 0, 'Water') / 1000
T10 = CP.PropsSI('T', 'P', P10*1e3, 'Q', 0, 'Water') - 273.15

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [10, P10, round(T10,1), h10, s10, 'Líquido saturado', m_dot10]
df.iloc[-1]
```

[2802]: Corrente 10
 Pressão (kPa) 10
 Temperatura (°C) 45.8
 Entalpia (kJ/kg) 191.805945
 Entropia (kJ/kg·K) 0.649196
 Estado Líquido saturado
 ṁ (kg/h) 7134.0
 Name: 9, dtype: object

[2803]: *# Calor retirado pelo Condensador*

```
Q_out_cond = (m_dot9/3600) * (h9 - h10) # kW
display(Math(r'\dot{Q}_{\text{out, cond}} = %.2f \, \text{kW}' % Q_out_cond))
```

$$\dot{Q}_{\text{out, cond}} = 4248.32 \text{ kW}$$

[2804]: *# Ponto 11: Saída da Bomba 1*

```
P11 = 500 # kPa (pressão aumentada para regeneração)
h11 = h10 + (P11*1e3 - P10*1e3)/(1000 * 1000) # Trabalho da bomba simplificado
s11 = s10
m_dot11 = m_dot10
T11 = CP.PropsSI('T', 'P', P11*1e3, 'H', h11*1000, 'Water') - 273.15

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [11, P11, round(T11,1), h11, s11, 'Líquido comprimido',  

↵m_dot11]
```

```
df.iloc[-1]
```

```
[2804]: Corrente          11
        Pressão (kPa)      500
        Temperatura (°C)   45.8
        Entalpia (kJ/kg)   192.295945
        Entropia (kJ/kg·K) 0.649196
        Estado             Líquido comprimido
        ṁ (kg/h)            7134.0
        Name: 10, dtype: object
```

```
[2805]: # Trabalho da Bomba 1
```

```
Wb1 = (m_dot10/3600) * (h11 - h10) # kW
display(Math(r'\dot{W}_{b1} = %.2f \, \text{kW}' % Wb1))
```

$$\dot{W}_{b1} = 0.97 \text{ kW}$$

```
[2806]: # Ponto 12: Mistura dos fluxos 7 e 11
```

```
P12 = P11
m_dot12 = m_dot11 + m_dot7
h12 = (m_dot11 * h11 + m_dot7 * h7) / m_dot12
s12 = CP.PropsSI('S', 'P', P12*1e3, 'H', h12*1000, 'Water') / 1000
T12 = CP.PropsSI('T', 'P', P12*1e3, 'H', h12*1000, 'Water') - 273.15

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [12, P12, round(T12,1), h12, s12, 'Mistura', m_dot12]
df.iloc[-1]
```

```
[2806]: Corrente          12
        Pressão (kPa)      500
        Temperatura (°C)   132.9
        Entalpia (kJ/kg)   559.064158
        Entropia (kJ/kg·K) 1.665377
        Estado             Mistura
        ṁ (kg/h)            8200.0
        Name: 11, dtype: object
```

```
[2807]: # Ponto 13: Saída da Bomba 2
```

```
P13 = 15000 # kPa
m_dot13 = m_dot12
s13 = s12
h13 = CP.PropsSI('H', 'P', P13*1e3, 'S', s13*1000, 'Water') / 1000
T13 = CP.PropsSI('T', 'P', P13*1e3, 'H', h13*1000, 'Water') - 273.15
```

```
# Adicionar dados à tabela para uso posterior
```

```
df.loc[len(df)] = [13, P13, round(T13,1), h13, s13, 'Líquido comprimido',  
↪m_dot13]  
df.iloc[-1]
```

```
[2807]: Corrente                13  
Pressão (kPa)                15000  
Temperatura (°C)             134.3  
Entalpia (kJ/kg)             574.562176  
Entropia (kJ/kg·K)           1.665377  
Estado                       Líquido comprimido  
ṁ (kg/h)                     8200.0  
Name: 12, dtype: object
```

```
[2808]: # Trabalho da Bomba 2
```

```
Wb2 = (m_dot12/3600) * (h13 - h12) # kW  
display(Math(r'\dot{W}_{b2} = %.2f \, \text{kW}' % Wb2))
```

$$\dot{W}_{b2} = 35.30 \text{ kW}$$

```
[2809]: # Ponto 14: (saída do trocador de calor)
```

```
P14 = P13  
h14 = (m_dot13 * h13 + m_dot4 * h4) / (m_dot13 + m_dot4)  
s14 = CP.PropsSI('S', 'P', P14*1e3, 'H', h14*1000, 'Water') / 1000  
T14 = CP.PropsSI('T', 'P', P14*1e3, 'H', h14*1000, 'Water') - 273.15  
m_dot14 = m_dot13
```

```
# Adicionar dados à tabela para uso posterior
```

```
df.loc[len(df)] = [14, P14, round(T14,1), h14, s14, 'Mistura', m_dot14]  
df.iloc[-1]
```

```
[2809]: Corrente                14  
Pressão (kPa)                15000  
Temperatura (°C)             239.9  
Entalpia (kJ/kg)             1038.838402  
Entropia (kJ/kg·K)           2.676767  
Estado                       Mistura  
ṁ (kg/h)                     8200.0  
Name: 13, dtype: object
```

```
[2810]: # Ponto 15: Saída do trocador de calor para bomba 3
```

```
P15 = P4  
m_dot15 = m_dot4
```

```

h15 = CP.PropsSI('H', 'P', P15*1e3, 'Q', 0, 'Water') / 1000
s15 = CP.PropsSI('S', 'P', P15*1e3, 'Q', 0, 'Water') / 1000
T15 = CP.PropsSI('T', 'P', P15*1e3, 'Q', 0, 'Water') - 273.15

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [15, P15, T15, h15, s15, 'Líquido Saturado', m_dot15]
df.iloc[-1]

```

```

[2810]: Corrente          15
Pressão (kPa)          4000
Temperatura (°C)      250.354045
Entalpia (kJ/kg)      1087.491597
Entropia (kJ/kg·K)     2.796762
Estado                Líquido Saturado
ṁ (kg/h)              1800.0
Name: 14, dtype: object

```

```

[2811]: # Ponto 16: Saída da Bomba 3

P16 = 15000 # kPa
m_dot16 = m_dot15
s16 = s15
h16 = CP.PropsSI('H', 'P', P16*1e3, 'S', s16*1000, 'Water') / 1000
T16 = CP.PropsSI('T', 'P', P16*1e3, 'H', h16*1000, 'Water') - 273.15

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [16, P16, round(T16,1), h16, s16, 'Líquido comprimido',
↪m_dot16]
df.iloc[-1]

```

```

[2811]: Corrente          16
Pressão (kPa)          15000
Temperatura (°C)      253.2
Entalpia (kJ/kg)      1101.199858
Entropia (kJ/kg·K)     2.796762
Estado                Líquido comprimido
ṁ (kg/h)              1800.0
Name: 15, dtype: object

```

```

[2812]: # Trabalho da Bomba 3

Wb3 = (m_dot15/3600) * (h16 - h15) # kW
display(Math(r'\dot{W}_{b3} = %.2f \, \text{kW}' % Wb3))

```

$$\dot{W}_{b3} = 6.85 \text{ kW}$$

```
[2813]: # Ponto 17: Mistura dos fluxos 16 e 14

P17 = P16
m_dot17 = m_dot16 + m_dot14
h17 = (m_dot16 * h16 + m_dot14 * h14) / m_dot17
s17 = CP.PropsSI('S', 'P', P17*1e3, 'H', h17*1000, 'Water') / 1000
T17 = CP.PropsSI('T', 'P', P17*1e3, 'H', h17*1000, 'Water') - 273.15

# Adicionar dados à tabela para uso posterior

df.loc[len(df)] = [17, P17, round(T17,1), h17, s17, 'Mistura', m_dot17]
df.set_index('Corrente', inplace=True)
df_correntes = df[['Pressão (kPa)', 'Temperatura (°C)', 'Entalpia (kJ/kg)',
                  'Entropia (kJ/kg·K)', 'ṁ (kg/h)']]
df_correntes
```

```
[2813]:
```

	Pressão (kPa)	Temperatura (°C)	Entalpia (kJ/kg) \
Corrente			
1	15000	600.000000	3583.131761
2	4000	374.700000	3153.874543
3	4000	374.656993	3153.874543
4	4000	374.656993	3153.874543
5	4000	600.000000	3674.867523
6	500	275.400000	3013.589893
7	500	275.350710	3013.589893
8	500	275.350710	3013.589893
9	10	45.800000	2335.617568
10	10	45.800000	191.805945
11	500	45.800000	192.295945
12	500	132.900000	559.064158
13	15000	134.300000	574.562176
14	15000	239.900000	1038.838402
15	4000	250.354045	1087.491597
16	15000	253.200000	1101.199858
17	15000	242.300000	1050.063464

	Entropia (kJ/kg·K)	ṁ (kg/h)
Corrente		
1	6.679590	10000.0
2	6.679590	10000.0
3	6.679590	8200.0
4	6.679590	1800.0
5	7.370528	8200.0
6	7.370528	8200.0
7	7.370528	1066.0
8	7.370528	7134.0
9	7.370528	7134.0

10	0.649196	7134.0
11	0.649196	7134.0
12	1.665377	8200.0
13	1.665377	8200.0
14	2.676767	8200.0
15	2.796762	1800.0
16	2.796762	1800.0
17	2.698593	10000.0

[2814]: *# Salvar tabela em arquivo Excel e Latex*

```
df_correntes.to_excel('TabelaCorrentes-Propriedades.xlsx')
df_correntes.to_latex('TabelaCorrentes-Propriedades.tex')
```

[2815]: *# Calor fornecido pela Caldeira 1*

```
Q_in_cald1 = (m_dot1/3600) * (h1 - h17) # kW
display(Math(r'\dot{Q}_{\text{in, cald 1}} = %.2f \, \, \text{kW}' % Q_in_cald1))
```

$$\dot{Q}_{\text{in, cald 1}} = 7036.30 \text{ kW}$$

a) Determinar a eficiência térmica do sistema modificado proposto;

[2816]: *# Eficiência térmica*

```
eta = (Wt1 + Wt2_1est + Wt2_2est - Wb1 - Wb2 - Wb3) / (Q_in_cald1 + Q_in_cald2)
display(Math(r'\eta = \frac{\dot{W}_{\text{liq}}}{\dot{Q}_{\text{h}}} = %.4f = %.2f \, \, \%' % \_
↳ (eta, eta * 100)))
```

$$\eta = \frac{\dot{W}_{liq}}{\dot{Q}_h} = 0.4863 = 48.63 \%$$

b) Obter a taxa de trabalho realizado em cada turbina; a taxa de calor fornecido nas caldeiras; a taxa de trabalho consumida em cada bomba;

[2817]: *# Taxas de trabalho e calor de cada componente*

```
display(Math(r'\dot{W}_{\text{turbina \ 1}} = %.2f \, \, \text{kW}' % Wt1))
display(Math(r'\dot{W}_{\text{turbina \ 2, 1\text{° est}}} = %.2f \, \, \text{kW}' % \_
↳ Wt2_1est))
display(Math(r'\dot{W}_{\text{turbina \ 2, 2\text{° est}}} = %.2f \, \, \text{kW}' % \_
↳ Wt2_2est))
display(Math(r'\dot{W}_{\text{bomba \ 1}} = %.2f \, \, \text{kW}' % Wb1))
display(Math(r'\dot{W}_{\text{bomba \ 2}} = %.2f \, \, \text{kW}' % Wb2))
display(Math(r'\dot{W}_{\text{bomba \ 3}} = %.2f \, \, \text{kW}' % Wb3))
display(Math(r'\dot{Q}_{\text{cald \ 1}} = %.2f \, \, \text{kW}' % Q_in_cald1))
display(Math(r'\dot{Q}_{\text{cald \ 2}} = %.2f \, \, \text{kW}' % Q_in_cald2))
```



```
display(Math(r'\dot{Q}_{cond} = %.2f \, \text{ kW}' % Q_out_cond))
```

$$\dot{W}_{turbina\ 1} = 1192.38 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{turbina\ 2,1^{\circ} \text{ est}} = 1506.24 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{turbina\ 2,2^{\circ} \text{ est}} = 1343.52 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{bomba\ 1} = 0.97 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{bomba\ 2} = 35.30 \text{ kW}$$

$$\dot{W}_{bomba\ 3} = 6.85 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_{cald\ 1} = 7036.30 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_{cald\ 2} = 1186.71 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_{cond} = 4248.32 \text{ kW}$$

c) Determinar a vazão mássica de água de resfriamento empregada no condensador.

```
[2818]: # Vazão mássica de água de resfriamento no condensador

cp = 4.18 # kJ/kg·K

# Considerando que a água de resfriamento entra a 25°C e sai a 40°C
ΔT = 15 # K
Q_out_cond = Q_out_cond * 1e3 # W
m_resf_agua = Q_out_cond / (cp * ΔT) # kg/s
display(Math(r'\dot{m}_{\text{água, resf}} = %.2f \, \text{ kg/s}' % \
↪ m_resf_agua))
```

$$\dot{m}_{\text{água, resf}} = 67756.30 \text{ kg/s}$$

d) Construir o diagrama T x s do sistema.

```
[2819]: # Gerar curvas de saturação
pressures_sat = np.logspace(np.log10(1e3), np.log10(22.064e6), 100) # Pa
Tsat_list = []
s_liq_list = []
s_vap_list = []

for P in pressures_sat:
    try:
        T = CP.PropsSI('T', 'P', P, 'Q', 0, 'Water')
        s_liq = CP.PropsSI('S', 'P', P, 'Q', 0, 'Water') / 1000
        s_vap = CP.PropsSI('S', 'P', P, 'Q', 1, 'Water') / 1000
        Tsat_list.append(T - 273.15)
        s_liq_list.append(s_liq)
        s_vap_list.append(s_vap)
    except:
        continue
```

```

# Criar o dicionário pontos a partir de df_correntes
pontos = {}

# Iterar sobre as linhas do DataFrame
for corrente, row in df_correntes[['Entropia (kJ/kg·K)', 'Temperatura (°C)']].
    .iterrows():
    pontos[corrente] = {
        's': row['Entropia (kJ/kg·K)'],
        'T': row['Temperatura (°C)']
    }

# Plotar curvas de saturação
plt.figure(figsize=(12, 8))
plt.plot(s_liq_list, Tsat_list, 'b--', label='Líquido Saturado')
plt.plot(s_vap_list, Tsat_list, 'r--', label='Vapor Saturado')
plt.fill_betweenx(Tsat_list, s_liq_list, s_vap_list, color='gray', alpha=0.2)

# Processos do ciclo
# 1→2: Expansão isentrópica (Turbina 1)
plt.plot([pontos[1]['s'], pontos[2]['s']], [pontos[1]['T'], pontos[2]['T']],
    .↪'k-', label='Turbina 1')

# 2→5: Reaquecimento a 4 MPa (Caldeira 2)
P_4MPa = 4e6
T_values = np.linspace(pontos[2]['T'], pontos[5]['T'], 50)
s_values = [CP.PropsSI('S', 'P', P_4MPa, 'T', T+273.15, 'Water')/1000 for T in
    .↪T_values]
plt.plot(s_values, T_values, 'g-', label='Caldeira 2')

# 5→6→9: Expansão isentrópica (Turbina 2)
plt.plot([pontos[5]['s'], pontos[6]['s']], [pontos[5]['T'], pontos[6]['T']],
    .↪'m-', label='Turbina 2 (1° est.)')
plt.plot([pontos[6]['s'], pontos[9]['s']], [pontos[6]['T'], pontos[9]['T']],
    .↪'m--', label='Turbina 2 (2° est.)')

# 9→10: Condensador (pressão constante)
plt.hlines(pontos[9]['T'], pontos[9]['s'], pontos[10]['s'], colors='c',
    .↪label='Condensador')

# 10→17→1: Bombas e Caldeira 1
plt.plot([pontos[10]['s'], pontos[17]['s']], [pontos[10]['T'],
    .↪pontos[17]['T']], 'y-', label='Bombas')
P_15MPa = 15e6
T_values = np.linspace(pontos[17]['T'], pontos[1]['T'], 50)

```

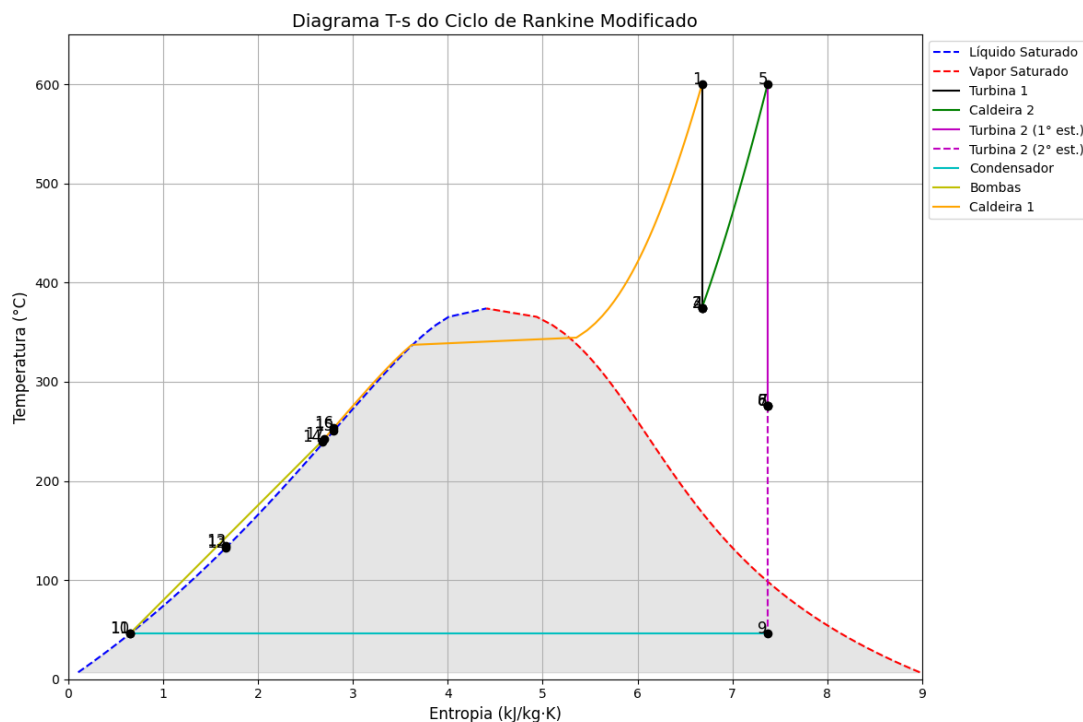
```

s_values = [CP.PropsSI('S', 'P', P_15MPa, 'T', T+273.15, 'Water')/1000 for T in T_values]
plt.plot(s_values, T_values, 'orange', label='Caldeira 1')

# Plotar pontos
for p in pontos:
    plt.plot(pontos[p]['s'], pontos[p]['T'], 'ko')
    plt.text(pontos[p]['s'], pontos[p]['T'], f'{p}', fontsize=12, ha='right')

# Configurações do gráfico
plt.xlabel('Entropia (kJ/kg·K)', fontsize=12)
plt.ylabel('Temperatura (°C)', fontsize=12)
plt.title('Diagrama T-s do Ciclo de Rankine Modificado', fontsize=14)
plt.legend(loc='upper left', bbox_to_anchor=(1, 1))
plt.grid(True)
plt.xlim(0, 9)
plt.ylim(0, 650)
plt.tight_layout()
plt.savefig('./images/DiagramaTs.png')
plt.show()

```



- e) Realizar análise paramétrica no desempenho do ciclo considerando a variação das pressões de descargas das turbinas; e a temperatura de saída da caldeira 1; (para esta análise, plote gráficos para demonstrar a influência desses parâmetros na eficiência térmica do ciclo). Discuta

os resultados obtidos.

```
[2820]: def simulate_cycle(T1, P2, P6=500, P9=10):  
    """  
    Simula o ciclo modificado e retorna:  
    - eta: eficiência térmica,  
    - net_work: trabalho líquido (kW),  
    - Q_in_total: calor total fornecido (kW).  
  
    Parâmetros:  
    T1: Temperatura de saída da Caldeira 1 (°C)  
    P2: Pressão de descarga da Turbina 1 (kPa)  
    P6: Pressão de saída da Turbina 2 - 1º estágio (kPa)  
    P9: Pressão de saída da Turbina 2 - 2º estágio (kPa)  
    """  
    m_dot1 = 10000 # kg/h  
    P1 = 15000 # kPa (saída da Caldeira 1)  
  
    # Estado 1: Saída da Caldeira 1 (convertendo T para Kelvin)  
    h1, s1 = obter_propriedades(P1*1e3, T=T1+273.15)  
  
    # Estado 2: Saída da Turbina 1 (expansão isentrópica)  
    h2, s2 = obter_propriedades(P2*1e3, s=s1)  
  
    # Estado 3: Entrada da Caldeira 2 (fluxo principal)  
    m_dot3 = 0.82 * m_dot1  
    h3, s3 = h2, s2  
  
    # Estado 4: Ramificação (fluxo que seguirá para o trocador de calor)  
    m_dot4 = 0.18 * m_dot1  
    h4, s4 = h2, s2  
  
    # Estado 5: Saída da Caldeira 2 (4000 kPa e 600°C)  
    P5 = 4000 # kPa  
    T5 = 600 # °C  
    m_dot5 = m_dot3  
    h5, s5 = obter_propriedades(P5*1e3, T=T5+273.15)  
  
    # Trabalho da Turbina 1  
    Wt1 = (m_dot1/3600) * (h1 - h2)  
  
    # Calor fornecido na Caldeira 2  
    Q_in_cald2 = (m_dot5/3600) * (h5 - h4)  
  
    # Estado 6: Saída da Turbina 2 (1º estágio) - expansão isentrópica  
    h6, s6 = obter_propriedades(P6*1e3, s=s5)  
    Wt2_1 = (m_dot5/3600) * (h5 - h6)
```

```

# Estado 7: Ramificação após Turbina 2 (fluxo 1)
m_dot7 = 0.13 * m_dot5
h7, s7 = h6, s6

# Estado 8: Ramificação após Turbina 2 (fluxo 2)
m_dot8 = 0.87 * m_dot5
h8, s8 = h6, s6

# Estado 9: Saída da Turbina 2 (2º estágio) - expansão isentrópica
h9, _ = obter_propriedades(P9*1e3, s=s6)
m_dot9 = m_dot8
Wt2_2 = (m_dot8/3600) * (h8 - h9)

# Estado 10: Saída do Condensador (líquido saturado a P9)
P10 = P9
m_dot10 = m_dot9
h10 = CP.PropsSI('H', 'P', P10*1e3, 'Q', 0, 'Water') / 1000
Q_out_cond = (m_dot9/3600) * (h9 - h10)

# Estado 11: Saída da Bomba 1 (aumento de pressão para P11)
P11 = 500 # kPa
m_dot11 = m_dot10
h11 = h10 + (P11*1e3 - P10*1e3) / (1000*1000)
Wb1 = (m_dot10/3600) * (h11 - h10)

# Estado 12: Mistura dos fluxos de Bomba 1 e ramificação da Turbina 2
↪ (fluxo 7)
P12 = P11
m_dot12 = m_dot11 + m_dot7
h12 = (m_dot11 * h11 + m_dot7 * h7) / m_dot12

# Estado 13: Saída da Bomba 2 (aumento de pressão para P13)
P13 = 15000 # kPa
m_dot13 = m_dot12
s12_calc = CP.PropsSI('S', 'P', P12*1e3, 'H', h12*1000, 'Water') / 1000
h13 = CP.PropsSI('H', 'P', P13*1e3, 'S', s12_calc*1000, 'Water') / 1000
Wb2 = (m_dot12/3600) * (h13 - h12)

# Estado 14: Saída do trocador de calor
P14 = P13
m_dot14 = m_dot13
h14 = (m_dot13 * h13 + m_dot4 * h4) / (m_dot13 + m_dot4)

# Estado 15: Saída do trocador de calor para a Bomba 3 (a P15 = P2)
P15 = P2
m_dot15 = m_dot4

```

```

h15 = CP.PropsSI('H', 'P', P15*1e3, 'Q', 0, 'Water') / 1000

# Estado 16: Saída da Bomba 3 (aumento de pressão para P16)
P16 = 15000 # kPa
m_dot16 = m_dot15
s15 = CP.PropsSI('S', 'P', P15*1e3, 'Q', 0, 'Water') / 1000
h16 = CP.PropsSI('H', 'P', P16*1e3, 'S', s15*1000, 'Water') / 1000
Wb3 = (m_dot15/3600) * (h16 - h15)

# Estado 17: Mistura dos fluxos de Bomba 3 e do trocador de calor
P17 = P16
m_dot17 = m_dot16 + m_dot14
h17 = (m_dot16 * h16 + m_dot14 * h14) / m_dot17

# Calor fornecido na Caldeira 1
Q_in_cald1 = (m_dot1/3600) * (h1 - h17)

# Trabalho líquido e eficiência térmica
net_work = Wt1 + Wt2_1 + Wt2_2 - Wb1 - Wb2 - Wb3
Q_in_total = Q_in_cald1 + Q_in_cald2
eta = net_work / Q_in_total

return eta, net_work, Q_in_total

# ----- Análise Paramétrica -----
# 1) Variação de P (Pressão de descarga da Turbina 1)
P2_values = np.linspace(3000, 6000, 30) # kPa
eta_values_P2 = []
for p2 in P2_values:
    eta, _, _ = simulate_cycle(T1=600, P2=p2, P6=500, P9=10)
    eta_values_P2.append(eta * 100) # em %

# 2) Variação de T (Temperatura de saída da Caldeira 1)
T1_values = np.linspace(550, 650, 30) # °C
eta_values_T1 = []
for T1_val in T1_values:
    eta, _, _ = simulate_cycle(T1=T1_val, P2=4000, P6=500, P9=10)
    eta_values_T1.append(eta * 100)

# 3) Variação de P (Saída da Turbina 2 - 1º estágio)
P6_values = np.linspace(100, 800, 30) # kPa
eta_values_P6 = []
for p6 in P6_values:
    eta, _, _ = simulate_cycle(T1=600, P2=4000, P6=p6, P9=10)
    eta_values_P6.append(eta * 100)

# 4) Variação de P (Saída da Turbina 2 - 2º estágio)

```

```

P9_values = np.linspace(5, 20, 30) # kPa
eta_values_P9 = []
for p9 in P9_values:
    eta, _, _ = simulate_cycle(T1=600, P2=4000, P6=500, P9=p9)
    eta_values_P9.append(eta * 100)

# ----- Plotando os Quatro Gráficos em Uma Única Imagem -----
fig, axs = plt.subplots(2, 2, figsize=(12, 10))

# Gráfico 1: Eficiência vs. P
axs[0, 0].plot(P2_values, eta_values_P2, 'b-o')
axs[0, 0].set_xlabel('P2: Pressão de descarga da Turbina 1 (kPa)')
axs[0, 0].set_ylabel('Eficiência Térmica (%)')
axs[0, 0].set_title('Eficiência vs. P (T = 600°C)')

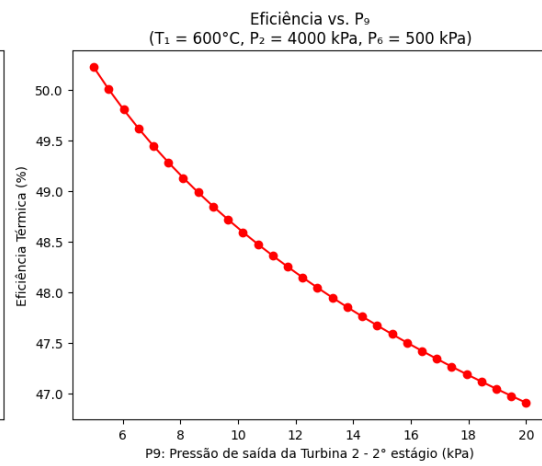
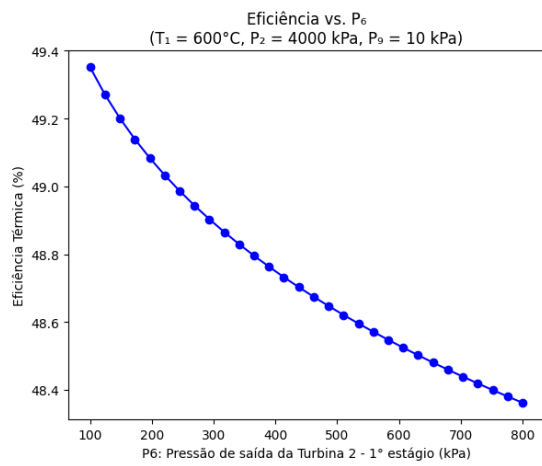
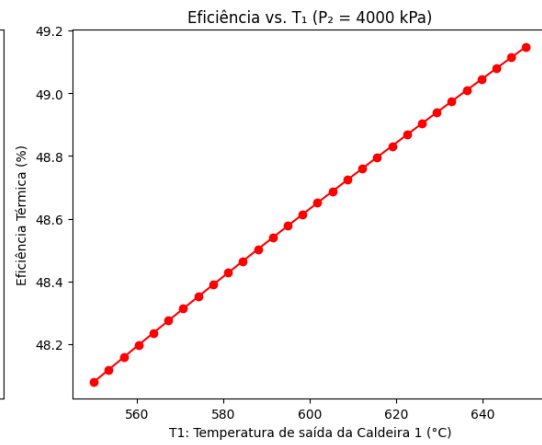
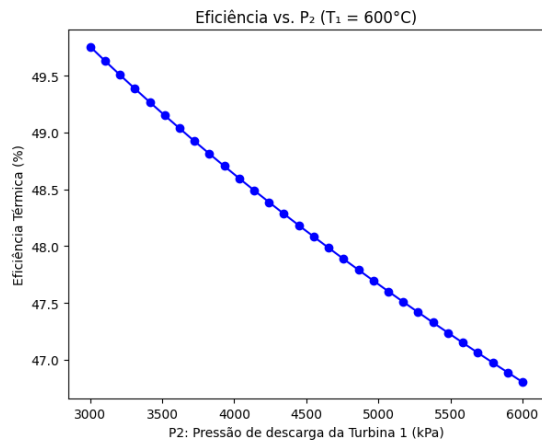
# Gráfico 2: Eficiência vs. T
axs[0, 1].plot(T1_values, eta_values_T1, 'r-o')
axs[0, 1].set_xlabel('T1: Temperatura de saída da Caldeira 1 (°C)')
axs[0, 1].set_ylabel('Eficiência Térmica (%)')
axs[0, 1].set_title('Eficiência vs. T (P = 4000 kPa)')

# Gráfico 3: Eficiência vs. P
axs[1, 0].plot(P6_values, eta_values_P6, 'b-o')
axs[1, 0].set_xlabel('P6: Pressão de saída da Turbina 2 - 1º estágio (kPa)')
axs[1, 0].set_ylabel('Eficiência Térmica (%)')
axs[1, 0].set_title('Eficiência vs. P \n(T = 600°C, P = 4000 kPa, P = 10 kPa)')

# Gráfico 4: Eficiência vs. P
axs[1, 1].plot(P9_values, eta_values_P9, 'r-o')
axs[1, 1].set_xlabel('P9: Pressão de saída da Turbina 2 - 2º estágio (kPa)')
axs[1, 1].set_ylabel('Eficiência Térmica (%)')
axs[1, 1].set_title('Eficiência vs. P \n(T = 600°C, P = 4000 kPa, P = 500_
↵kPa)')

plt.tight_layout()
plt.savefig('./images/analise_parametrica.png')
plt.show()

```



Referências

BORGNAKKE, C.; SONNTAG, R. E. **Fundamentos da Termodinâmica**. 9. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons Brasil, 2020. ISBN 9788522121581. Citado 8 vezes nas páginas 2, 6, 7, 8, 10, 11, 12 e 13.

ÇENGEL, Y. A.; BOLES, M. A. **Termodinâmica: Abordagem da Engenharia**. 6. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Brasil, 2008. ISBN 9788586804841. Citado na página 15.

Ecogen Brasil. **Cogeração de Energia e Utilidades para Indústrias**. 2025. Acessado em: 13 fev. 2025. Disponível em: <<https://www.ecogenbrasil.com.br/cogeracao-de-energia-e-utilidades-para-industrias/>>. Citado na página 13.

Eletronuclear. **Angra - Capital da Energia Nuclear**. 2024. Acessado em: 13 fev. 2025. Disponível em: <<https://www.eletronuclear.gov.br/GaleriaImagens/Angra%20Capital%20da%20energia%20nuclear/26ecf542-d755-48b4-9043-3ab70aea9996.png>>. Citado na página 6.

João Alex Arruda. **Rankine-Modificado - Cálculos do Ciclo Rankine Modificado**. 2025. Acessado em: 13 fev. 2025. Disponível em: <<https://github.com/joaoalexarruda/rankine-cycle/blob/main/calculos/Rankine-Modificado.ipynb>>. Citado na página 15.

MORAN, M. J. et al. **Princípios de Termodinâmica para Engenharia**. 8. ed. [S.l.]: LTC, 2018. ISBN 9788521635041. Citado 6 vezes nas páginas 1, 3, 5, 9, 13 e 14.