

## Equación de estado

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = g - \frac{C x_3^2}{m x_1}$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{h}{L} x_3 + \frac{u}{L}$$

$$x_1 = y$$

$$\dot{x}_2 = \dot{y}$$

$$x_3 = \dot{z}$$

El punto de equilibrio se encuentra en

$$\dot{x}_{eq} = 0$$

Como no interna controlar la posición, nuestra salida debe ser

$$y = x_1(t)$$

Pto. de equilibrio  $(x_{1eq}, x_{2eq}, x_{3eq})$

$$\dot{x}_{1eq} = 0 = x_{2eq}$$

$$\dot{x}_{2eq} = 0 = g - \frac{C x_{3eq}^2}{m x_{1eq}} \rightarrow x_{1eq} = \frac{C x_{3eq}^2}{m g}$$

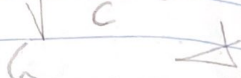
$$\Rightarrow x_3 = \sqrt{\frac{x_{1eq} m g}{C}}$$

punto de inflexión

$$\dot{x}_3 = 0 = -\frac{R}{L}x_{3eq} + \frac{u}{L} \rightarrow$$

$$\rightarrow x_{3eq} = \frac{u}{R}$$

$$u = R \sqrt{\frac{x_{1eq} mg}{C}}$$



u depende de  
x1 = posición

$$p_{eq} \left( \frac{C u^2}{mg R^2}, 0, \frac{u}{R} \right)$$

$$(x_{1eq}, x_{2eq}, x_{3eq})$$

El punto de equilibrio se coloca en función de la tensión de la fuente, pero el punto de equilibrio en realidad viene determinada por la posición de interés (x1). Recuerda que la entrada al sistema es u(t)

Matriz Jacobiana

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = 0 \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = 1 \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_3} = 0 \quad \frac{\partial f_1}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = -\frac{C x_3^2}{m} \left( -\frac{1}{x_1^2} \right) = \frac{C x_3^2}{m x_1^2}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0 \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_3} = -\frac{2C x_3}{m x_1} \quad \frac{\partial f_2}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1} = 0 \quad \frac{\partial f_3}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3} = -\frac{R}{L} \quad \frac{\partial f_3}{\partial u} = \frac{1}{L}$$

Aproximación lineal  
se utilizará la siguiente  
 $x_{1eq} = \bar{x}_1 \quad x_{2eq} = \bar{x}_2$

$$\frac{d \Delta x(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{C \bar{x}_3^2}{m \bar{x}_1^2} & 0 & -\frac{2C}{m} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \Delta x(t)$$

$$\Delta y(t) = [1 \ 0 \ 0] \Delta x(t)$$

Obtenemos la función de

$$G(s) = C (sI_n - A)^{-1} B + D$$



$$\frac{\partial \mathcal{F}_3}{\partial x_1} = 0 \quad \frac{\partial \mathcal{F}_3}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{F}_3}{\partial x_3} = -\frac{R}{L} \quad \frac{\partial \mathcal{F}_3}{\partial u} = \frac{1}{L}$$

Aproximación lineal, por comodidad se utilizará la siguiente notación  
 $x_{1eq} = \bar{x}_1$      $x_{2eq} = \bar{x}_2$      $x_{3eq} = \bar{x}_3$

$$\frac{d\Delta x(t)}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{C\bar{x}_2^2}{m\bar{x}_1^2} & 0 & -\frac{2C\bar{x}_2}{m\bar{x}_1} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \Delta x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \Delta u(t)$$

$$\Delta y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Delta x(t)$$

Obtenemos la función de transferencia

$$G(s) = C(sI_n - A)^{-1} B + D$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{c \bar{x}_3^2}{m \bar{x}_1} & 0 & -\frac{2c \bar{x}_3}{m \bar{x}_1} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0] \quad D = 0$$

$$G(s) = C(sI_n - A)^{-1}B + D$$

Matlab

$$G(s) = \frac{2 \bar{x}_3 c}{(R + Ls)(\bar{x}_3^2 c - \bar{x}_1 m s^2)}$$