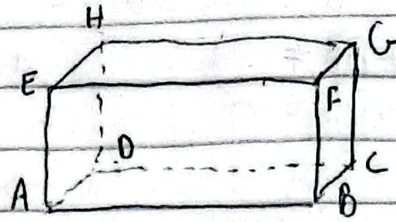
João Antônio de Souza Martins - Lista 5

/ /

① 

$\vec{AB} = \vec{b}$
$\vec{AC} = \vec{c}$
$\vec{AF} = \vec{f}$

$\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC}$
$\vec{BC} = -\vec{AB} + \vec{AC}$
$\vec{BC} = \vec{c} - \vec{b}$

a) $\vec{BF} =$
$= \vec{BA} + \vec{AF}$
$= -\vec{AB} + \vec{AF}$
$= \vec{f} - \vec{b}$

b) $\vec{AG} =$
$\vec{AF} + \vec{BC}$
$\vec{f} + \vec{c} - \vec{b}$

c) $\vec{AE} =$
$\vec{AE} = \vec{BF}$
$\vec{f} - \vec{b}$

d) $\vec{BG} =$
$\vec{BA} + \vec{AF} + \vec{BC}$
$-\vec{b} + \vec{f} + \vec{c} - \vec{b}$
$\vec{f} + \vec{c} - 2\vec{b}$

e) $\vec{HB} =$
$\vec{HA} + \vec{AB}$
$-\vec{BG} + \vec{b}$
$-\vec{f} - \vec{c} + 2\vec{b} + \vec{b}$
$3\vec{b} - \vec{c} - \vec{f}$

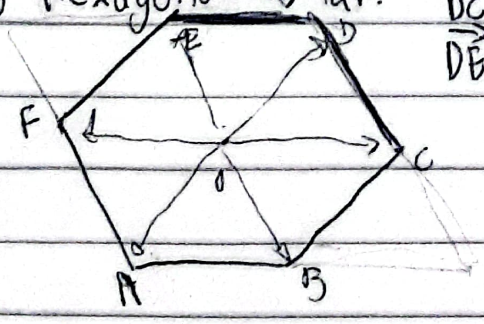
f) $\vec{AB} + \vec{FG}$
$\vec{b} + \vec{FG}$
$\vec{b} + \vec{c} - \vec{b}$
$\vec{c}$

g) $\vec{AD} + \vec{HG}$
$\vec{BC} + \vec{AB}$
$\vec{c} - \vec{b} + \vec{b}$
$\vec{c}$

h) $\vec{HF} + \vec{AG} - \vec{EF}$
$\vec{HA} + \vec{AF} + \vec{f} + \vec{c} - \vec{b} - \vec{AB}$
$-\vec{BG} + \vec{f} + \vec{f} + \vec{c} - \vec{b} - \vec{b}$
$-\vec{f} - \vec{c} - 2\vec{b} + 2\vec{f} + \vec{c} - 2\vec{b}$
$-4\vec{b} + \vec{f}$

i) $2\vec{AD} - \vec{FG} - \vec{BH} + \vec{GH}$
$2\vec{BC} - \vec{BC} + \vec{HB} - \vec{AB}$
$2(\vec{c} - \vec{b}) - (\vec{c} - \vec{b}) + 3\vec{b} - \vec{c} - \vec{f} - \vec{b}$
$\vec{c} - \vec{b} + 3\vec{b} - \vec{c} - \vec{f} - \vec{b}$
$\vec{b} - \vec{f}$

② Hexágono Regular:



$\vec{DC}$ ↘
$\vec{DE}$ ←

a) $\vec{DF} =$
$2\vec{DE} + \vec{DC}$

b) $\vec{DA} =$
$2(\vec{DE} + \vec{DC})$

c) $\vec{DB} =$
$2\vec{DC} + \vec{DE}$

d) $\vec{DO} =$
$\vec{DC} + \vec{DE}$

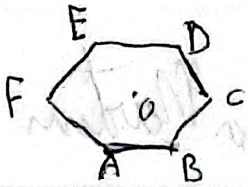
e) $\vec{EC} =$
$\vec{DC} - \vec{DE}$

f) $\vec{EB}$
$-2\vec{DC}$

g) $\vec{OB} =$
$\vec{DC}$

h) $\vec{AF} =$
$-\vec{DC}$

/ /



$\overrightarrow{OD} = \vec{d}$ ↗

$\overrightarrow{OE} = \vec{e}$ ↖

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OE}$

$\vec{d} - \vec{e}$

③ a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} =$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \vec{0}$

↗ $\vec{d}$

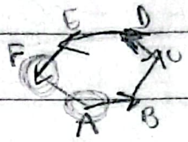
↖ $\vec{e}$

→ $\vec{d} - \vec{e}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} =$

$(\vec{d} - \vec{e}) + \vec{d} + \vec{e} - (\vec{d} - \vec{e}) - \vec{d} - \vec{e} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} =$



$\overrightarrow{AF} = \vec{e}$

d) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} =$

$-\vec{d} - \vec{e} + \vec{d} + \vec{e} = \vec{0}$

F) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{DE}$

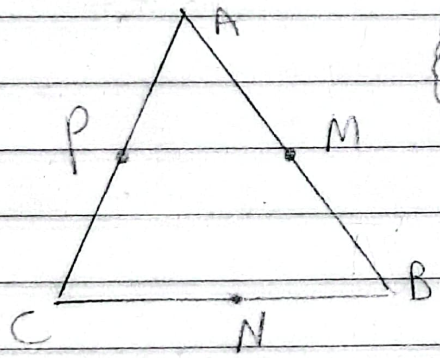
$\vec{e} - (\vec{d} - \vec{e})$

$2\vec{e} - \vec{d}$

e) $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{EF}$

$\vec{d} - \vec{e} + \vec{e} - \vec{d} = \vec{0}$

④



$\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \cdot \frac{1}{2}$

$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$

$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB})$

$\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

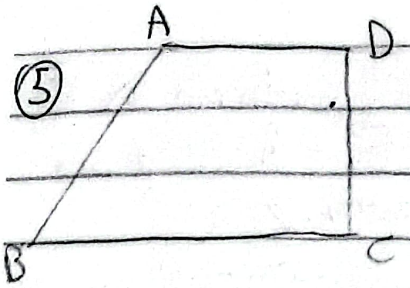
$\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

$\overrightarrow{CM} = -\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BP} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$

5) 

$\vec{AD} = 5\vec{u}$

$\vec{BC} = 3\vec{u}$

$\vec{AB} = 2\vec{v}$

a) $\vec{CD} = 2(\vec{u} - \vec{v})$

$\vec{BD} = 5\vec{u} - 2\vec{v}$

$\vec{CA} = -(3\vec{u} + 2\vec{v})$

$$\vec{CD} = -\vec{BC} - \vec{AB} + \vec{AD} = -3\vec{u} - 2\vec{v} + 5\vec{u} = 2\vec{u} - 2\vec{v} = 2(\vec{u} - \vec{v})$$

$\vec{BD} = -\vec{AB} + \vec{AD}$

$\vec{CA} = -\vec{BC} - \vec{AB}$

b) ABCD é um trapézio:

Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são linearmente independentes, pois caso contrário não seria possível formar um polígono.

$\vec{AD}$ e $\vec{BC}$ não compartilham pontos, sendo, portanto lados não adjacentes. Esses lados podem ser escritos na forma $\lambda \cdot \vec{u}$, em que λ é um escalar real. Ou seja, $\vec{AD}$ e $\vec{BC}$ são paralelos.

$\vec{AB}$ e $\vec{BC}$ não podem ser escritos em uma forma semelhante à anterior, o que indica a independência linear desses lados, configurando um não-paralelismo.

Por definição, trapézio é um quadrilátero com um par de lados paralelos, então ABCD é um trapézio.

6) $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{b} = \vec{OB}$, $\vec{c} = \vec{OC}$

$\vec{AD} = \frac{1}{4}\vec{c}$, $\vec{BE} = \frac{5}{6}\vec{a}$

$$\vec{DE} = -(\vec{EB} + \vec{BO} + \vec{OA} + \vec{AD})$$
$$= -\left(-\tfrac{5}{6}\vec{a} - \vec{b} + \vec{a} + \tfrac{1}{4}\vec{c}\right)$$
$$= -\left(\tfrac{1}{6}\vec{a} - \vec{b} + \tfrac{1}{4}\vec{c}\right) = \boxed{-\tfrac{1}{6}\vec{a} + \vec{b} - \tfrac{1}{4}\vec{c}}$$

7) $\vec{OA} = \vec{a} + 2\vec{b}$

$\vec{OB} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$

$\vec{OC} = 5\vec{a} + x\vec{b}$

$\vec{AC} \parallel \vec{BC}$

$$\vec{AC} = \vec{AO} + \vec{OC} = -\vec{a} - 2\vec{b} + 5\vec{a} + x\vec{b} = 4\vec{a} + (x-2)\vec{b}$$

$$\vec{BC} = \vec{BO} + \vec{OC} = -3\vec{a} - 2\vec{b} + 5\vec{a} + x\vec{b} = 2\vec{a} + (x-2)\vec{b}$$

$x - 2 = 0$

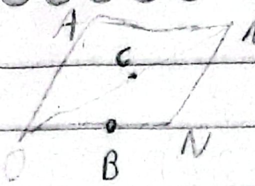
$x = 2$

$\vec{AC} = \lambda \cdot \vec{BC}$

$x = 2$

/ /

(8)



$\overrightarrow{OB} = \frac{1}{n}\overrightarrow{ON}$

$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{1+n}\overrightarrow{OM}$

Se $\overrightarrow{BA}$ e $\overrightarrow{BC}$ puderem ser escritos como $\overrightarrow{BC} = \lambda \cdot \overrightarrow{BA}$, A, B e C serão colineares. //

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC}$
$= -\frac{1}{n}\overrightarrow{ON} + \frac{1}{n+1}\overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OM}$
$= -\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{BA} = -\frac{1}{n}\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}$
$\overrightarrow{BA} = -\left(1 + \frac{1}{n}\right)\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{BC} = \frac{1}{(n+1)}\overrightarrow{OM} - \frac{1}{n}\overrightarrow{ON} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \frac{1}{(n+1)}\overrightarrow{OM} - \frac{1}{n}\overrightarrow{ON} \to * (n+1)$

$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OM} - \left(1 + \frac{1}{n}\right)\overrightarrow{ON} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OM} - \left(\frac{n+1}{n}\right)\overrightarrow{ON}$

$\to (n+1)\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OM} - \left(\frac{n+1}{n}\right)\overrightarrow{ON} \to \overrightarrow{BA}$ $\qquad \lambda\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$

$\lambda = n+1$

(9) Se o conjunto $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é a base para o plano, então esses vetores são linearmente independentes, pois, caso contrário, poderiam ser representados em uma única dimensão.

Isso implica que $\alpha \cdot \vec{u} + \beta\vec{v} = \vec{0}$ (em que α e β são escalares reais) possui apenas uma solução: $\alpha = \beta = 0$.

Sabendo disso, basta provar que $2\vec{u} + \vec{v}$ e $\vec{u} - 2\vec{v}$ são linearmente independentes, ou seja, usando a definição do parágrafo anterior, $\alpha(2\vec{u} + \vec{v}) + \beta(\vec{u} - 2\vec{v})$ deve apresentar como única solução, ao igualar ao vetor nulo, $(\alpha, \beta) = (0, 0)$.

$$\alpha(2\vec{u} + \vec{v}) + \beta(\vec{u} - 2\vec{v}) = \vec{0}$$
$$\alpha \cdot 2\vec{u} + \alpha \cdot \vec{v} + \beta \cdot \vec{u} - \beta \cdot 2\vec{v} = \vec{0}$$
$$\vec{u}(2\alpha + \beta) + \vec{v}(\alpha - 2\beta) = \vec{0}$$

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 0 \\ \alpha - 2\beta = 0 \end{cases} \to \text{SPD}$$

$\alpha = 0$
$\beta = 0$

Conclui-se que há apenas uma solução que faz a soma entre esses vetores resultar em um nulo: quando ambos os escalares forem zero.

/ /

10 a) $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são LI, ou seja, o sistema a seguir tem uma única solução: $\alpha \cdot \vec{u} + \beta \cdot \vec{v} + \lambda \cdot \vec{w} = \vec{0} \mid \alpha = \beta = \lambda = 0$.

. $(\vec{u}+\vec{v})$, $(\vec{u}-\vec{v})$ e $(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w})$ também serão se seguirem a mesma ideia do parágrafo anterior:

$$\alpha \cdot (\vec{u}+\vec{v}) + \beta(\vec{u}-\vec{v}+\vec{w}) + \lambda(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}) = \vec{0}$$ se e somente se, $\alpha = \beta = \lambda = 0$

$$\alpha \cdot \vec{u} + \alpha \cdot \vec{v} + \beta \vec{u} - \beta \vec{v} + \lambda \cdot \vec{u} + \lambda \cdot \vec{v} + \lambda \cdot \vec{w} + \beta \cdot \vec{w} = \vec{0}$$

$$\vec{u}(\alpha + \beta + \lambda) + \vec{v}(\alpha - \beta + \lambda) + \vec{w}(\beta + \lambda) = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \lambda = 0 \\ \alpha - \beta + \lambda = 0 \\ \beta + \lambda = 0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} \lambda - \beta = 0 \\ \lambda + \beta = 0 \\ \lambda = 0 \end{matrix}$$

$\therefore \alpha, \beta, \lambda \in \{0\}$

São vetores LI

$\beta = -\lambda$ $\qquad$ $\beta = 0$

$\alpha = 0$ $\qquad$ SPD

b) $\vec{t} = a\vec{u} + b\vec{v} + c\vec{w}$; $\vec{u}+\vec{t}$, $\vec{v}+\vec{t}$, $\vec{w}+\vec{t}$ são LI ...

$$(\vec{u}+\vec{t}) + (\vec{v}+\vec{t}) + (\vec{w}+\vec{t}) = \vec{0}$$

$$(u+t)_{\{u,v,w\}} = \begin{pmatrix} 1+a \\ b \\ c \end{pmatrix} \qquad + \begin{pmatrix} a \\ 1+b \\ c \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} a \\ b \\ 1+c \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1+a & a & a \\ b & 1+b & b \\ c & c & 1+c \end{pmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1+a & a & a \\ b & 1+b & b \\ c & c & 1+c \end{vmatrix} = 1 + (a+b+c)$$

Para que sejam LI, o determinante precisa ser diferente de zero (para que seja SPD, solução trivial)

logo $1 + (a+b+c) \neq 0$

$a+b+c \neq -1$

11) $A = (1,3,2) \quad B = (1,0,-1) \quad C = (1,1,0)$

a) $\vec{AB} = (1,0,-1) - (1,3,2) = (0,-3,-3)$

$\vec{BC} = (1,1,0) - (1,0,-1) = (0,1,1)$

$\vec{CA} = (1,3,2) - (1,1,0) = (0,2,2)$

b) $\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC} = (0, -\frac{7}{3}, -\frac{7}{3})$

$(0,-3,-3) + \frac{2}{3}(0,1,1) = (0,-3,-3) + (0, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$

c) $(1,1,0) + (0, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}) = (1, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$

d) $(1,3,2) - (0,2,2) = (1,1,0)$

12) a) $\{(0,2),(2,3)\}$

LI

b) $\{(3,0),(-2,0)\}$

$(3,0) = -\frac{3}{2}(-2,0)$

LD

c) $\{(2,3,4),(0,3,3)\}$

$3\cancel{1} = 3 \quad e \quad 3\cancel{1} = 4$

LI

d) $\{(1,-1,2),(1,1,0),(1,-1,1)\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{LI}$$

e) $\{(1,-1,1),(-1,2,1),(-1,2,2)\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{LI}$$

f) $\{(1,0,1),(0,0,1),(2,0,5)\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ LD

13 a) $(1,1)=(2,-1)\alpha+(1,-1)\beta$

$$\left(\begin{matrix}2 & 1 & 1\\ -1 & -1 & 1\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}1 & 0 & 2\\ -1 & -1 & 1\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}1 & 0 & 2\\ 0 & -1 & 3\end{matrix}\right) \qquad \vec{w}=2\vec{u}-3\vec{v}$$

b) $(1,2,3)=(1,1,1)\alpha+(0,1,1)\beta+(1,1,0)\lambda$

$$\left(\begin{matrix}1 & 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 2\\ 1 & 1 & 0 & 3\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}1 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0 & 3\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}1 & 0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 1 & 1 & 0 & 3\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}1 & 0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 1\end{matrix}\right)$$

$\vec{z}=2\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$

14 a) $\vec{u}=(1,m-1,m)$, $\vec{v}=(m,2n,4)$

$$\begin{cases} m=\alpha \\ 2n=\alpha(m-1) \\ 4=m\cdot\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} m^2=4 \\ 2n=m^2-m \end{cases} \quad m=\pm 2$$

$\rightarrow 2n=4-2 \quad n=1$

$\rightarrow 2n=4+2 \quad n=3$

$\vec{u}$ e $\vec{v}$ serão LD se $\begin{cases} m=2 \text{ e } n=1, \text{ ou} \\ m=-2 \text{ e } n=3 \end{cases}$

b) $\vec{u}(1,m,n+1)$, $\vec{v}=(m,n+1,8)$

$$\begin{cases} m=\alpha \\ n+1=m\cdot\alpha \\ 8=(n+1)\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} n+1=m^2 \\ (n+1)m=8 \end{cases} \qquad \begin{cases} n+1=m^2 \\ m^3=8 \end{cases} \qquad \begin{matrix} m=2 \\ n=3 \end{matrix}$$

$\vec{u}$ e $\vec{v}$ serão LD se $m=2$ e $n=3$.

15 $\vec{u}=(m,-1,m^2+1)$

$\vec{v}=(m^2+1,m,0)$

$\vec{w}=(m,1,1)$

$$\left|\begin{matrix} m & m^2+1 & m \\ -1 & m & 1 \\ m^2+1 & 0 & 1 \end{matrix}\right| = (m^2+1)\left[(m^2+1)-m^2\right] + m^2-\left[-(m^2+1)\right] = m^2+1+2m^2+1=\boxed{3m^2+2}$$

$\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são LI: $\alpha\vec{u}+\beta\vec{v}+\lambda\vec{w}=\vec{0}$

$3m^2+2\neq 0$

$m\neq\pm\sqrt{-\frac{2}{3}}$

Não existe $m \mid m\in\mathbb{R}$ que faça o determinante ser 0.

16 a) $C = (\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3})$ será uma base de V^3 se F_1, F_2 e F_3 forem vetores linearmente independentes.

$F_1 = (1,1,0)$
$F_2 = (1,0,1) \Rightarrow$
$F_3 = (1,1,-1)$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} \quad -1\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = --1 \quad 1$$

$\det \neq 0$, são LI

b) $\vec{u} = (2,3,7)_C \Rightarrow 2\vec{F_1} + 3\vec{F_2} + 7\vec{F_3} = \vec{u}$

$C = (\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3})$ $\quad 2(\vec{e_1} + \vec{e_2}) + 3(\vec{e_1} + \vec{e_3}) + 7(\vec{e_1} + \vec{e_2} - \vec{e_3}) =$

$B = (\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$ $\quad \vec{e_1}(2+3+7) + \vec{e_2}(2+7) + \vec{e_3}(3-7) =$

$12\vec{e_1} + 9\vec{e_2} - 4\vec{e_3} = \vec{u}$

$\vec{F_1} = \vec{e_1} + \vec{e_2}$
$\vec{F_2} = \vec{e_1} + \vec{e_3}$
$F_3 = \vec{e_1} + \vec{e_2} - \vec{e_3}$

$\vec{u}(12, 9, -4)_B$

c) $\vec{v} = (2,3,7)_B \Rightarrow \vec{v} = 2\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 7\vec{e_3} \Rightarrow x\vec{F_1} + y\vec{F_2} + z\vec{F_3}$

$x(1,1,0) + y(1,0,1) + z(1,1,-1) = (2,3,7)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & -1 & 8 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -1 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$\vec{v} = 11\vec{F_1} - \vec{F_2} - 8\vec{F_3} = (11, -1, -8)_C$