

Lista de Algoritmos Numéricos - 19/1
Métodos Iterativos de Resolução de Sistemas Lineares
Prof. Andréa Maria Pedrosa Valli

Data de Entrega: 03 de abril de 2019 (engenharia elétrica) e 04 de abril de 2019 (outras turmas).

Obs: Utilize pelo menos três casas decimais para resolver os problemas.

1. Organize o sistema de forma a garantir a convergência pelo critério de Sassenfeld e obtenha uma solução para o sistema pelo método de Gauss-Seidel, com precisão $\epsilon < 10^{-1}$ e $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$.

$$\begin{aligned}2x_1 - 3x_2 + 7x_3 &= 0.8 \\ -3x_1 + x_2 - x_3 &= -1.9 \\ 4x_1 - 5x_2 + x_3 &= 2.6\end{aligned}$$

2. Resolva as questões abaixo:

- (a) Indique qual método iterativo converge, Gauss-Jacobi ou Gauss-Seidel, para o sistema abaixo com $x^{(0)} = (0, 0)^T$. A solução exata é $(1, 1)^T$.

$$\begin{aligned}-4x_1 + 5x_2 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 &= 3\end{aligned}$$

- (b) Explique como podemos obter uma solução convergente para o sistema abaixo,

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 &= 3\end{aligned}$$

utilizando um dos métodos iterativos estudados, para $x^{(0)} = (0, 0)^T$. Utilizando uma sequência convergente para a solução exata, faça dois passos do método SOR com $w = 0.3$ e $x^{(0)} = (0, 0)^T$, calculando o erro relativo cometido em cada passo. Obs: $x_i^{(k+1)} =$

$$(1 - w)x_i^{(k)} + \frac{w}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j < i} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j > i} a_{ij}x_j^{(k)} \right)$$

3. Faça três passos do método de Gauss-Jacobi usando $x^{(0)}$ igual ao vetor nulo, e calcule o erro relativo cometido em cada passo:

$$\begin{array}{cccccccl}4x_1 & - & x_2 & & - & x_4 & & = & 0 \\ -x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & & - & x_5 & = & 5 \\ & & - & x_2 & + & 4x_3 & & - & x_6 & = & 0 \\ -x_1 & & & & + & 4x_4 & - & x_5 & & = & 6 \\ & & - & x_2 & & - & x_4 & + & 4x_5 & - & x_6 & = & -2 \\ & & & & - & x_3 & & - & x_5 & + & 4x_6 & = & 6\end{array}$$

4. Organize o sistema de uma forma adequada e escreva as expressões do método de Gauss-Seidel. Faça dois passos do método utilizando um vetor nulo como passo inicial, calculando o erro relativo em cada passo. O que podemos concluir sobre a convergência da sequência do método de Gauss-Seidel que você construiu? Explique.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -5 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -5 & 0 & -15 & -4 \\ 5 & -10 & 0 & -20 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 200 \end{bmatrix}$$

5. Escreva as expressões para a sequência obtida pelo método de SOR para um sistema A com banda 5, cujas diagonais são constantes e iguais a -2, 1, 9, 3, -2 (diagonal mais baixa a diagonal mais alta, sendo a diagonal principal igual a 9). Considere que a matriz A é quadrada e de ordem $n = 50$ e que somente as constantes de cada diagonal são armazenadas em um vetor $diag = [-2, 1, 9, 3, -2]^T$ com cinco posições. Calcule uma iteração para as quatro primeiras posições do vetor solução, considerando $w = 1.2$, $x^{(0)}$ igual ao vetor nulo e o vetor das constantes $b(i) = 1, 2, \dots, 50$.