

Universidade Federal de Alagoas - Instituto de Computação

Aluno: João Victor Cavalcante da Silva Correia

Disciplina: Processamento Digital de Sinais

Professor: Thiago Cordeiro

AB2 – Parte 1

Análise da Transformação Bilinear de um Filtro Butterworth

INTRODUÇÃO

Este relatório apresenta a análise e implementação da transformação bilinear de um filtro Butterworth utilizando MATLAB.

O objetivo é projetar um filtro Butterworth no domínio analógico e convertê-lo para o domínio discreto utilizando a transformação bilinear, comparando suas respostas no tempo e na frequência.

ESPECIFICAÇÕES DO FILTRO DIGITAL

O filtro digital é especificado pelos seguintes parâmetros:

- Frequência de passagem: $w_p = 0.01$ (normalizada)
- Frequência de rejeição: $w_s = 0.3 * \pi$ (normalizada)
- Atenuação na banda de passagem: $a_p = -20 * \log_{10}(0.89125)$ dB
- Atenuação na banda de rejeição: $a_s = -20 * \log_{10}(0.17783)$ dB

CONVERSÃO PARA O TEMPO CONTÍNUO

A transformação bilinear requer a conversão das frequências normalizadas para o domínio contínuo:

- Frequência de amostragem: $f_s = 1$
- Frequência de passagem analógica: $\omega_p_{\text{analog}} = 2 * f_s * \tan(\omega_p / 2)$
- Frequência de rejeição analógica: $\omega_s_{\text{analog}} = 2 * f_s * \tan(\omega_s / 2)$

PROJETO DO FILTRO BUTTERWORTH

Com as frequências no domínio analógico, utilizamos a função `buttord` para determinar a ordem do filtro (N) e sua frequência de corte (ω_n).

Em seguida, o filtro analógico é projetado usando `butter`.

TRANSFORMAÇÃO BILINEAR

A transformação bilinear é aplicada utilizando a função bilinear, que converte os coeficientes do filtro analógico para o domínio discreto:

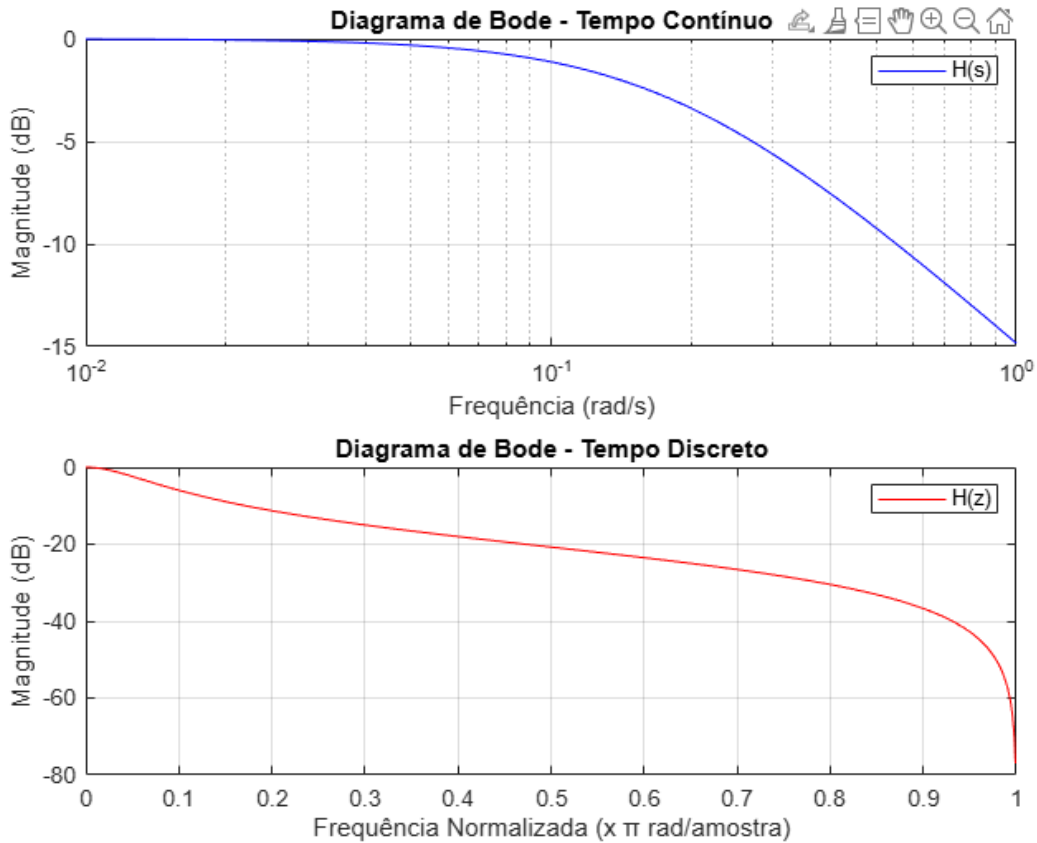
`[bz, az] = bilinear(b, a, fs);`

ANÁLISE DAS RESPOSTAS

Resposta em Frequência

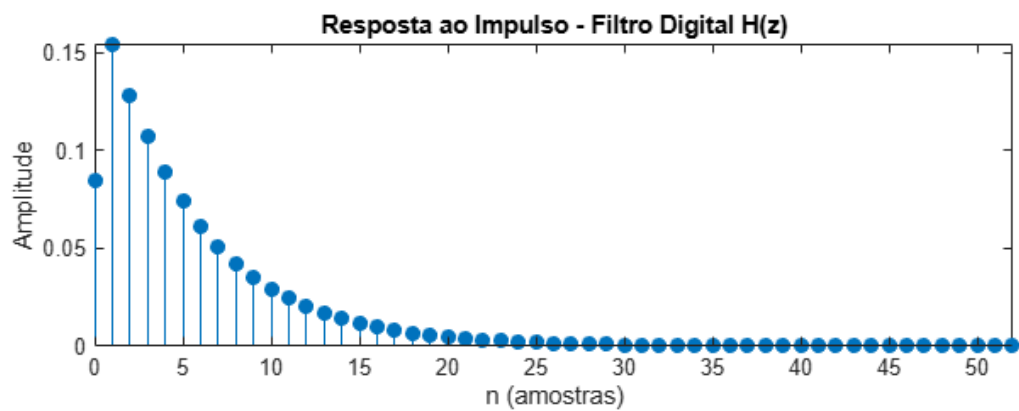
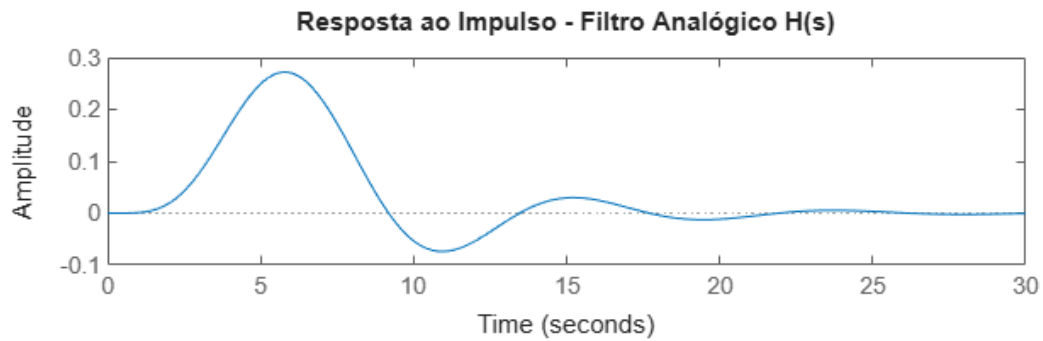
A resposta em frequência do filtro analógico $H(s)$ é obtida com freqs, enquanto a resposta do filtro digital $H(z)$ é obtida com freqz.

O comportamento é comparado por meio de diagramas de Bode.



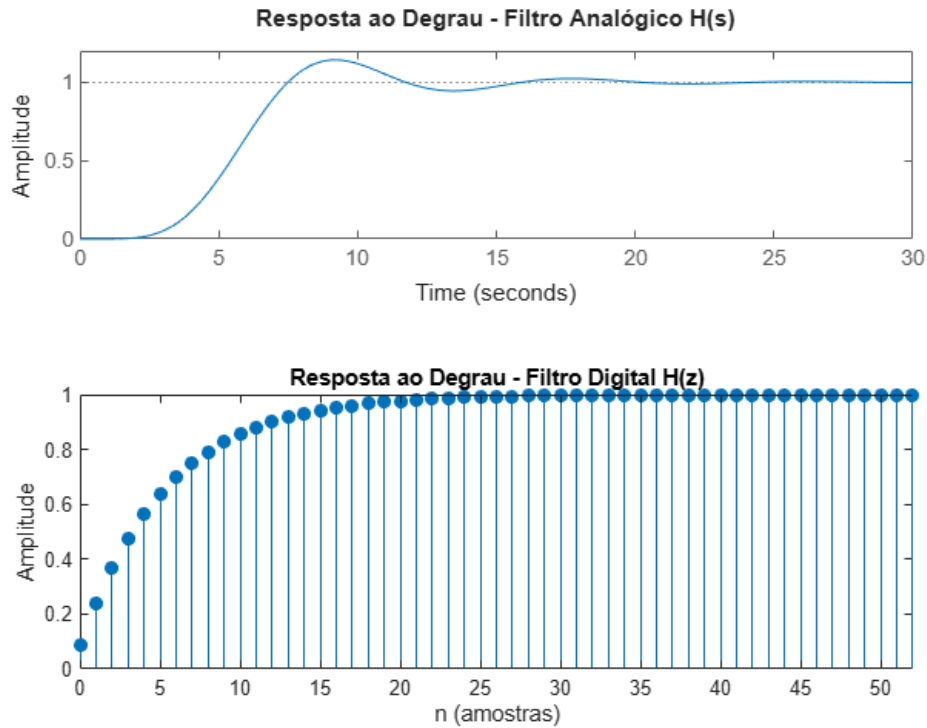
RESPOSTA AO IMPULSO

A resposta ao impulso do sistema analógico é visualizada com `impz(tf(b, a))`, enquanto a do sistema digital é obtida com `impz(bz, az)`.



RESPOSTA AO DEGRAU

Da mesma forma, a resposta ao degrau é analisada usando step para o sistema analógico e stepz para o sistema discreto.

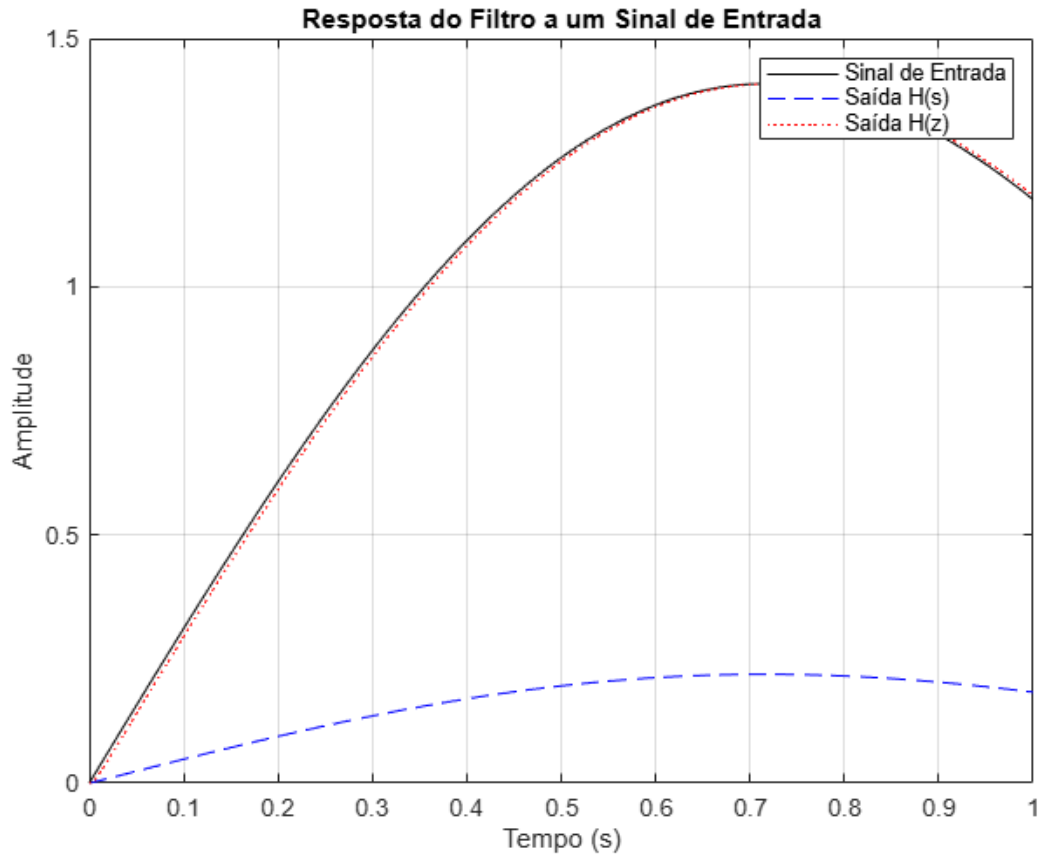


TESTE COM SINAL DE ENTRADA

O filtro é testado com um sinal composto por duas senóides:

$$x = \sin(2 * \pi * 0.1 * t) + \sin(2 * \pi * 0.4 * t);$$

O sinal de entrada é filtrado tanto pelo sistema analógico quanto pelo sistema digital, permitindo a comparação da resposta ao sinal de entrada.



CONCLUSÃO

A transformação bilinear permite converter um filtro analógico para o domínio discreto, preservando suas características de magnitude.

No entanto, a resposta ao impulso e ao degrau podem sofrer alterações devido ao mapeamento não linear das frequências.

A análise das respostas mostra que o filtro digital projetado mantém a atenuação e o comportamento do filtro analógico dentro das especificações estabelecidas.

REFERÊNCIA

Oppenheim, A. V., & Schafer, R. W. (2010). *Discrete-Time Signal Processing* (3rd Edition). Pearson.

GITHUB

<https://github.com/joaocorreia01/PDS>