Departamento de Matemática **Universidade de Aveiro**

Matemática Discreta

2ª Prova de Avaliação Discreta **09/05/2014** $\perp$

Nome: ____

N.º mecanográfico: ____________ **Curso** ______________________________

Espaço reservado aos docentes

$E\backslash C$	0	1	2	3	4	5
0	00	16	32	48	64	80
1	-04	12	28	44	60	
2	-08	08	24	40		
3	-12	04	20			
4	-16	00				
5	-20					

Questões	Grupo I	Grupo II - 1	Grupo II - 2	Total
Classificação				

Grupo I

Este grupo é constituído por 5 questões de escolha múltipla. Cada questão tem uma só opção correta que deve assinalar com uma $\times$ no ☐ correspondente.
Uma resposta correta é cotada com 16 pontos, uma resposta em branco com 0 pontos e uma resposta errada com -4 pontos.

1. Uma empresa vai distribuir 7 bolas de basquetebol iguais e 6 bolas de futebol diferentes por 5 clubes. De quantas maneiras é possível fazer esta distribuição?

   ☐ $\binom{11}{7} \times 5^6$;

   ☐ $\binom{11}{7} \times 6^5$;

   ☐ $\binom{13}{7} \times 6^5$;

   ☐ $\binom{13}{7} \times 5^6$.

2. Considere um sistema computacional onde se usam endereços de 16 dígitos binários (zeros e uns). O número de endereços que se podem formar com 11 zeros e 5 uns, que terminam em 0001 são:

   ☐ $\frac{16!}{11!5!}$;

   ☐ $\frac{16!}{11!5!} \times \frac{16!}{11!5!}$;

   ☐ $\frac{12!}{8!4!}$;

   ☐ $\frac{11!}{7!4!}$.

3. As Olimpíadas de Matemática vão ser disputadas por 25 escolas de um certo distrito. Qual o número mínimo de concorrentes que tem de existir para que se garanta que pelo menos 11 alunos vêm de uma mesma escola?

   - ☐ 251;
   - ☐ 275;
   - ☐ 276;
   - ☐ 11.

4. Numa repartição pública há 45 pessoas para serem atendidas e 3 balcões de atendimento. Sabendo que as pessoas se distribuem pelos 3 balcões de atendimento em número igual, de quantas maneiras diferentes se pode formar a fila do primeiro balcão de atendimento?

   - ☐ $\frac{45!}{15!30!}$;
   - ☐ 15! ;
   - ☐ $\frac{45!}{30!}$;
   - ☐ $\frac{45!}{15!}$.

5. Numa turma de 50 alunos, 20 jogam futebol, 28 jogam basquetebol, 16 jogam andebol, 8 jogam futebol e basquetebol, 5 jogam futebol e andebol, 10 jogam basquetebol e andebol, e 2 jogam futebol, basquetebol e andebol. Quantos alunos desta turma não pratica nenhum destes desportos?

   - ☐ 43;
   - ☐ 7;
   - ☐ 12;
   - ☐ nenhuma das anteriores.

Grupo II

(50 val.) **1)** (a) Prove, por indução sobre n, que $\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\cdots+\frac{1}{n\times(n+1)}=\frac{n}{n+1}$, para todo $n\in\mathbb{N}$.

(70 val.) **2)** (a) Determine o coeficiente de xy^2z^2 no desenvolvimento de $(x + \frac{y}{x} + 3z)^7$.

(b) Calcule o desenvolvimento de $(a+b)^4$ e use-o para determinar $c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 \in \mathbb{N}$ tais que

$$6^4 = c_0 5^0 + c_1 5^1 + c_2 5^2 + c_3 5^3 + c_4 5^4.$$

(c) Sabendo que $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 16$, determine o coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $(x^2 + \frac{1}{x})^n$.