UNIVERSIDADE DE AVEIRO

Departamento de Matemática

Exame Final de Matemática Discreta (2008/2009) 19 de Junho de 2009

Justifique devidamente as suas respostas.

(Duração: 2 horas e 30 minutos)

1- Considere o conjunto $S = \{a, b, c, d, e\}$.

(1.5) **1.1** Para a relação de equivalência $\mathcal{R} = \{(a,a),(b,b),(c,c),(d,d),(e,e),(a,c),(c,a)\} \subseteq S^2$, determine a classe de equivalência $[a]$. Indique todos os outros representantes para esta mesma classe, caso existam.

(1.5) **1.2** Indique os pares ordenados da relação de equivalência induzida em S pela partição $\{\{a,b,c\},\{d,e\}\}$.

2- Considere as seguintes afirmações:

i. Todos os cães são bonitos.
ii. Os ratos não são bonitos.
iii. Alguns ratos são espertos.

(1.5) **2.1** Exprima as afirmações das alíneas i., ii. e iii. como fbf's do cálculo de predicados.

(1.5) **2.2** Prove, usando o Princípio de Resolução, que alguns animais que são espertos não são bonitos.

(3) **3-** Verifique se o conjunto de expressões $\{h(X,Y,f(U),V), h(g(a),M,f(N),K), h(g(Z),c,f(d),K)\}$ é unificável e, no caso afirmativo, indique a respectiva substituição unificadora mais geral. Deve observar-se que nos argumentos, as letras maiúsculas denotam variáveis e as minúsculas constantes.

4- Considerando que dispõe das 14 letras que constam na palavra PARALELEPÍPEDO, responda às seguintes questões:

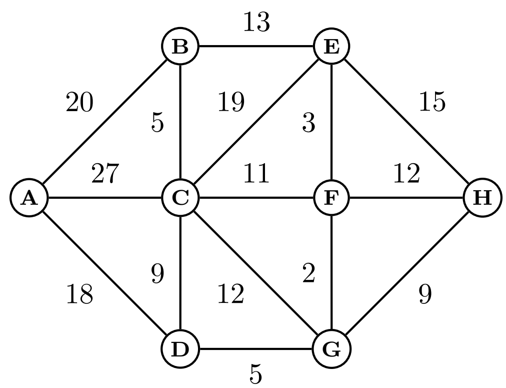
(1.5) **4.1** De quantas maneiras podemos dispor estas 14 letras em sequências com ou sem significado?

(1.5) **4.2** Nas sequências anteriores, em quantas não aparecem os três P's seguidos?

(3) **5-** Resolva a relação de recorrência $a_n = a_{n-1} + 12n^2$, $n \geq 1$, com $a_0 = 5$.

*(2)***6-** Determine o número de árvores abrangentes do grafo que se obtém unindo um vértice do grafo completo de ordem 6, K_6, a um vértice de C_6 (ciclo de comprimento 6) por uma aresta.

*(3)***7-** O grafo a seguir representado diz respeito a uma rede de estradas que ligam diversas localidades (representadas por vértices), cujos pesos nas arestas denotam tempos de ligação entre elas.



Com recurso ao algoritmo de Dijkstra, determine o caminho de menor duração para ir de A até H (utilizando uma tabela adequada para indicar cada uma das iterações).

Formulário:

$\sum_{k=0}^{+\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$

$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!} = e^x$

$\sum_{k=0}^{+\infty} \binom{n+k-1}{k} x^k = \frac{1}{(1-x)^n}$, para $n \in \mathbb{N}$

$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(\alpha)_k}{k!} x^k = (1+x)^\alpha, \quad \text{com } (\alpha)_k = \alpha(\alpha-1)(\alpha-2)...(\alpha-k+1) \text{ e } \alpha \in \mathbb{R}$