Departamento de Matemática **Universidade de Aveiro**

Matemática Discreta

2ª Prova de Avaliação Discreta **09/05/2014 †**

Nome: ____

N.º mecanográfico: ____________ **Curso** ______________________________

Espaço reservado aos docentes

$E\backslash C$	0	1	2	3	4	5
0	00	16	32	48	64	80
1	-04	12	28	44	60	
2	-08	08	24	40		
3	-12	04	20			
4	-16	00				
5	-20					

Questões	Grupo I	Grupo II - 1	Grupo II - 2	Total
Classificação				

Grupo I

Este grupo é constituído por 5 questões de escolha múltipla. Cada questão tem uma só opção correta que deve assinalar com uma $\times$ no ☐ correspondente.
Uma resposta correta é cotada com 16 pontos, uma resposta em branco com 0 pontos e uma resposta errada com -4 pontos.

1. Considere um sistema computacional onde se usam endereços de 16 dígitos binários (zeros e uns). O número de endereços que se podem formar com 11 zeros e 5 uns, que começam por 100 e que terminam em 000 são:

   - ☐ $\frac{16!}{5!11!}$;
   - ☐ $\frac{16!}{5!11!} \times \frac{16!}{11!5!}$;
   - ☐ $\frac{10!}{6!4!}$;
   - ☐ $\frac{9!}{5!4!}$.

2. Numa turma de 50 alunos, 20 jogam futebol, 28 jogam basquetebol, 16 jogam andebol, 8 jogam futebol e basquetebol, 5 jogam futebol e andebol, 10 jogam basquetebol e andebol, e 2 jogam futebol, basquetebol e andebol. Quantos alunos desta turma não pratica nenhum destes desportos?

   - ☐ 43;
   - ☐ 7;
   - ☐ 9;
   - ☐ nenhuma das anteriores.

3. Numa certa universidade cada estudante vem de um dos 18 distritos de Portugal. Qual o menor número de estudantes a considerar de modo que se possa garantir que haja pelo menos 11 estudantes de um dos distritos?

   - ☐ 198;
   - ☐ 11;
   - ☐ 181;
   - ☐ 199.

4. Um leitor de CD é programado para tocar 20 canções de um total de 65 canções disponíveis. De quantas maneiras diferentes pode esta programação ser feita? Considere que uma canção pode ser tocada no máximo uma vez.

   - ☐ $\frac{65!}{20!45!}$;
   - ☐ $20!$;
   - ☐ $\frac{65!}{20!}$;
   - ☐ $\frac{65!}{45!}$.

5. Uma empresa vai distribuir 6 bolas de basquetebol iguais e 7 bolas de futebol diferentes por 5 clubes. De quantas maneiras é possível fazer esta distribuição?

   - ☐ $\binom{10}{6} \times 5^7$;
   - ☐ $\binom{13}{6} \times 7^5$;
   - ☐ $\binom{13}{6} \times 5^7$;
   - ☐ $\binom{10}{6} \times 7^5$.

Grupo II

(50 val.) **1)** Mostre, por indução sobre n, que para $x \in \mathbb{R}_0^+$, se verifica

$$\forall n \in \mathbb{N}\ (1+x)^n \geq 1 + x^n.$$

(70 val.) **2)** (a) Determine o coeficiente de x^5y^2z no desenvolvimento de $(x - xy + 3z)^6$.

(b) Calcule o desenvolvimento de $(a + b)^4$ e use-o para determinar $c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 \in \mathbb{N}$ tais que

$$7^4 = c_0 6^0 + c_1 6^1 + c_2 6^2 + c_3 6^3 + c_4 6^4.$$

(c) Sabendo que $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 16$, determine o coeficiente de x^3 no desenvolvimento de $(x + \sqrt{x})^n$.