



UNIVERSIDADE DE AVEIRO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Cálculo I C

30/01/2024

Exame de Recurso/Melhoria

Duração: 2h45

Nº mec. _____ Nome _____

Comece por escrever o seu número e nome nas quatro folhas do enunciado. Responda a cada questão no espaço a seguir à mesma, justificando de forma clara e sucinta a sua resposta. Se o espaço não for suficiente deve usar uma folha de continuação diferente para cada resposta que precise continuar. Pode consultar apenas o seu formulário e não pode utilizar qualquer equipamento eletrónico. Boa sorte!

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

1. (4 val.) Considere a função definida por

$$f(x) = \arcsin(e^x - 1).$$

- (a) Determine o domínio e os extremos globais de f .
- (b) Determine a expressão que define a função f^{-1} , inversa de f , e diga qual é o seu domínio.

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

2. (4 val.)

(a) Calcule a seguinte primitiva:

$$\int x^2 \ln x \, dx.$$

(b) Considere o integral

$$\int_{\frac{2\sqrt{3}}{3}}^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} \, dx.$$

Efetue uma mudança de variável, $x = u(t)$, de modo a que, no integral em t , a função integranda não tenha expoentes fracionários. Simplifique a função integranda e indique os limites de integração na nova variável, mas não calcule o integral.

Nº mec. _____ Nome: _____

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

3. (4 val.)

(a) Calcule o integral impróprio $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+4x^2} dx$ efetuando a mudança de variável $u = 2x$.

(b) Considere a região não limitada R onde $R = R_1 \cup R_2$ e
 $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0 \wedge -\frac{1}{1+4x^2} \leq y \leq \frac{1}{1+4x^2}\}$ e
 $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 0 \wedge x^2 + y^2 \leq 1\}$.
Esboce a região R .

- (c) Determine a área desta região R . Qual é a relação entre a área desta região e a área do círculo unitário?

Nº mec. _____ Nome: _____

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

4. (4 val.) Considere a equação diferencial linear completa de coeficientes constantes

$$y''' + y'' + 9y' + 9y = 4e^{-x}.$$

(a) Determine a solução geral da equação homogénea associada.

(b) Determine a solução geral da equação completa.

(c) Resolva o seguinte problema de Cauchy:

$$\begin{cases} y''' + y'' + 9y' + 9y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3 \\ y''(0) = 0 \end{cases}.$$

Sugestão: Utilize a transformada de Laplace.

Nº mec. _____ Nome: _____

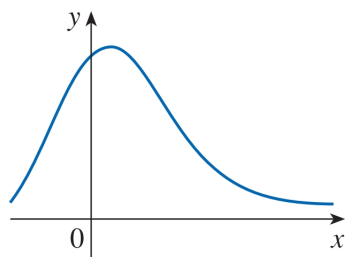
Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

5. (2 val.) Resolva a seguinte equação diferencial:

$$y' - 4x^3y = x^3.$$

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

6. (2 val.) A função com gráfico representado na figura é solução de uma das seguintes equações diferenciais. Diga, justificando claramente a sua resposta, de qual das equações é solução.



(A) $y' = y + xy$ (B) $y' = -2xy$ (C) $y' = 1 - 2xy$