

Matemática Discreta

2ª Prova de Avaliação Discreta

09/05/2014 ✓

Nome: _____

N.º mecanográfico: _____ Curso _____

Espaço reservado aos docentes

$E \setminus C$	0	1	2	3	4	5
0	00	16	32	48	64	80
1	-04	12	28	44	60	
2	-08	08	24	40		
3	-12	04	20			
4	-16	00				
5	-20					

Questões	Grupo I	Grupo II - 1	Grupo II - 2	Total
Classificação				

Grupo I

Este grupo é constituído por 5 questões de escolha múltipla. Cada questão tem uma só opção correta que deve assinalar com uma \times no ☐ correspondente.

Uma resposta correta é cotada com 16 pontos, uma resposta em branco com 0 pontos e uma resposta errada com -4 pontos.

1. Uma empresa vai distribuir 6 bolas de basquetebol iguais e 7 bolas de futebol diferentes por 5 clubes. De quantas maneiras é possível fazer esta distribuição?

☐ $\left(\begin{matrix} 10 \\ 6 \end{matrix} \right) \times 5^7;$

☐ $\left(\begin{matrix} 13 \\ 6 \end{matrix} \right) \times 5^7;$

☐ $\left(\begin{matrix} 13 \\ 6 \end{matrix} \right) \times 7^5;$

☐ $\left(\begin{matrix} 10 \\ 6 \end{matrix} \right) \times 7^5.$

2. Numa turma de 45 alunos, 20 jogam futebol, 28 jogam basquetebol, 16 jogam andebol, 8 jogam futebol e basquetebol, 5 jogam futebol e andebol, 10 jogam basquetebol e andebol, e 2 jogam futebol, basquetebol e andebol. Quantos alunos desta turma não pratica nenhum destes desportos?

☐ 43;

☐ 2;

☐ 7;

☐ nenhuma das anteriores.

3. As Olimpíadas de Matemática vão ser disputadas por 27 escolas de um certo distrito. Qual o número mínimo de concorrentes que tem de existir para que se garanta que pelo menos 11 alunos vêm de uma mesma escola?

☐ 271;

☐ 297;

☐ 298;

☐ 11.

4. Considere um sistema computacional onde se usam endereços de 16 dígitos binários (zeros e uns). O número de endereços que se podem formar com 11 zeros e 5 uns, que começam por 101 e que terminam em 0001 são:

☐ $\frac{16!}{5!11!}$;

☐ $\frac{16!}{5!11!} \times \frac{16!}{11!5!}$;

☐ $\frac{10!}{8!2!}$;

☐ $\frac{9!}{7!2!}$.

5. Numa repartição pública há 60 pessoas para serem atendidas e 3 balcões de atendimento. Sabendo que as pessoas se distribuem pelos 3 balcões de atendimento em número igual, de quantas maneiras diferentes se pode formar a fila do primeiro balcão de atendimento?

☐ $\frac{60!}{20!40!}$;

☐ $20!$;

☐ $\frac{60!}{20!}$;

☐ $\frac{60!}{40!}$.

Grupo II

Justifique devidamente todas as respostas

(50 val.)**1** (a) Prove, por indução sobre n , que $n^3 + (n + 1)^3 + (n + 2)^3$ é múltiplo de 9, para todo $n \in \mathbb{N}$.

(70 val.)**2** (a) Determine o coeficiente de xy^3z no desenvolvimento de $(x^2 + \frac{y}{x} + 2z)^6$.

(b) Calcule o desenvolvimento de $(a + b)^4$ e use-o para determinar $c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 \in \mathbb{N}$ tais que

$$5^4 = c_0 4^0 + c_1 4^1 + c_2 4^2 + c_3 4^3 + c_4 4^4.$$

(c) Sabendo que $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 32$, determine o coeficiente de x^{10} no desenvolvimento de $(x^3 + \sqrt{x})^n$.