

# UNIVERSIDADE DE AVEIRO

## Departamento de Matemática

---

### Matemática Discreta

Teste N<sup>o</sup>2 de Matemática Discreta

24 de Junho de 2013

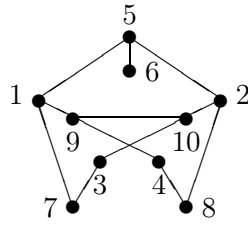
*Responda de uma forma cuidada a cada uma das questões.*

---

Tempo para a realização desta prova: 2 horas.

- 1-** Sabendo que uma turma tem 9 homens e 3 mulheres, determine o número de equipas de 4 pessoas que podem ser seleccionadas, nas seguintes condições:
- (1)**a)** com dois homens e duas mulheres.
  - (1)**b)** com pelo menos uma mulher.
- (2)**2-** Calcule o coeficiente de  $x_1^2 x_3 x_4^3 x_5$  no desenvolvimento de  $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^7$ .
- (3)**3-** Prove a identidade combinatória  $\binom{n+3}{3} = \sum_{k=0}^n \binom{k+2}{2}$ .  
**Sugestão:** Calcule de dois modos distintos o número de sequências com  $n$  zeros e 3 uns.
- 4-** Supondo que uma equação de recorrência linear homogénea tem como raízes características 1 e 3 com multiplicidade um e 2 com multiplicidade dois, responda às seguintes questões:
- (1,5)**a)** Explícite esta equação de recorrência.
  - (1,5)**b)** Determine a respectiva fórmula fechada em função das constantes (ou seja, em função dos símbolos das constantes).
- (3)**5-** Resolva a equação de recorrência  $a_n = 3a_{n-1}$ , com  $a_0 = 2$ , utilizando uma função geradora.
- (3)**6-** Considere a sucessão dos números de Fibonacci  $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$ . Prove que para todo o inteiro positivo  $n > 2$  se verifica a igualdade  $F_n^2 - F_{n-1}^2 = F_{n-2}F_{n+1}$ .

7- Considere o grafo  $G$  a seguir representado.



- (1)a) Diga, justificando, se  $G$  é ou não bipartido.
- (1)b) Indique a matriz de adjacência  $A_G$ ,  $\delta(G)$  e  $\Delta(G)$ .
- (2)c) Determine o diâmetro, o raio e a cintura deste grafo.