

# UNIVERSIDADE DE AVEIRO

## Departamento de Matemática

Exame de Recurso de Matemática Discreta (2012/2013)

16 de Julho de 2013

*Justifique devidamente as suas respostas.*

---

(Duração: 2 horas e 30 minutos)

- 1- Considere a seguinte relação binária  $\mathcal{R}$  definida no conjunto  $A = \{1, 2, 3, 6, 9\}$  tal que

$$x\mathcal{R}y \text{ se e só se } \frac{y}{x} \in \mathbb{Z}.$$

- (1) **a)** Mostre que  $\mathcal{R}$  é uma relação de ordem parcial em  $A$ .  
(1) **b)** Determine os pares ordenados que constituem a relação  $\mathcal{R}^2$ , ou seja,  $\mathcal{R} \circ \mathcal{R}$  (composição de  $\mathcal{R}$  consigo própria).

- 2- Considere as seguintes afirmações:

- (i) Os alunos da UA estudam.  
(ii) A Marielda é preguiçosa.  
(iii) Quem é preguiçoso não estuda.

- (1) **a)** Exprima estas afirmações com fbf da lógica de predicados.  
(2) **b)** Usando o princípio da resolução mostre que a Marielda não é aluna da UA.

- (2) **3-** De entre 100 pessoas que habitam um prédio, algumas separam o lixo para reciclagem. Na sequência de um inquérito realizado pela administração do condomínio, verificou-se que 45 inquilinos fazem separação do vidro, 27 separam papel, 31 separam plástico, 6 separam vidro e plástico, 10 separam vidro e papel, 6 separam papel e plástico e 3 separam vidro, papel e plástico. Utilizando o princípio de inclusão-exclusão, determine o número de inquilinos do prédio que não fazem qualquer separação do lixo para reciclagem.

- 4- Sabendo que uma turma tem 9 homens e 3 mulheres, determine o número de equipas de 5 pessoas que podem ser seleccionadas, nas seguintes condições:

- (1) **a)** com três homens e duas mulheres.  
(1) **b)** com pelo menos uma mulher.

(2)5- Calcule o coeficiente de  $x_1^2 x_2 x_4^2 x_5$  no desenvolvimento de  $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^6$ .

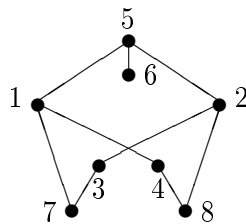
6- Supondo que uma equação de recorrência linear homogênea tem como raízes características 1 e 3 com multiplicidade um e 2 com multiplicidade dois, responda às seguintes questões:

(1)a) Explícite esta equação de recorrência.

(1)b) Determine a solução geral desta equação de recorrência linear homogênea (ou seja, a respectiva fórmula fechada em função dos símbolos das constantes).

(3)7- Resolva a equação de recorrência  $a_n = 3a_{n-1}$ , para  $n \geq 1$ , com condição inicial  $a_0 = 2$ , utilizando uma função geradora.

8- Considere o grafo  $G$  a seguir representado.



(1)a) Diga, justificando, se  $G$  é ou não bipartido.

(1)b) Indique a matriz de adjacência  $A_G$ .

(1)c) Determine a excentricidade de cada um dos vértices.

(1)d) Determine o diâmetro, o raio e a cintura deste grafo.