

UNIVERSIDADE DE AVEIRO

Departamento de Matemática

Matemática Discreta

Teste $N^{\circ}1$ de Matemática Discreta

17 de Abril de 2013

Responda de uma forma cuidada a cada uma das questões.

Tempo para a realização desta prova: 2 horas.

(2)**1-** Prove que as proposições a seguir indicadas são proposições equivalentes.

(i) $(p \vee q) \Rightarrow r$

(ii) $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$

2- Considere os conjuntos A , B e C .

(1,5)**a)** Mostre que $(A \setminus B)^c = A^c \cup B$.

(1,5)**b)** Mostre que $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (C \setminus A)$.

(3)**3-** Considere o conjunto $A = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ e aplique o princípio da gaiola dos pombos para determinar o menor m tal que se escolhermos m números distintos pertencentes a A , a soma de pelo menos dois desses números é igual a 11.

4- Considere as seguintes expressões da lógica de primeira ordem:

$$E_1 : (\exists x)(\forall y)(\exists z) ((P(x, y) \vee Q(x, y)) \Rightarrow R(y, z)) .$$

$$E_2 : (\forall x)(\forall y)(\forall z) ((P(x, y) \Rightarrow R(y, z)) \wedge (Q(x, y) \Rightarrow R(y, z))) .$$

(1,5)**a)** Reduza as expressões E_1 e E_2 à forma normal de Skolem.

(1,5)**b)** Ignorando os quantificadores universais nas expressões reduzidas que obteve na alínea anterior, aplique o Algoritmo de Unificação para determinar um unificador mais geral do conjunto de expressões $\{E_1, E_2\}$ e proceda à respectiva unificação.

5- Considere as seguintes afirmações:

1. O Tareco é um gato.
2. O Farrusco é um cão.
3. Os gatos não gostam de cães.

(1,5)**a)** Exprima as afirmações anteriores como fórmulas bem formadas da lógica de primeira ordem.

(1,5)**b)** Aplique o princípio da resolução para provar que o Tareco não gosta do Farrusco.

6- Seja $h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida recursivamente, conforme a seguir se indica.

$$\begin{cases} h(1) = 1, \\ h(n+1) = \frac{h(n)}{2n(2n+1)}. \end{cases}$$

(1)**a)** Determine $h(3)$.

(2)**b)** Prove, por indução sobre n , que $h(n) = \frac{1}{(2n-1)!}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

7- A partir de um inquérito sobre o consumo de sabão em pó de três marcas distintas, A , B e C , concluiu-se que 110 dos entrevistados não consomem qualquer das marcas e que os consumidores das diferentes marcas de sabão se distribuem de acordo com os valores apresentados na tabela a seguir.

Marcas	A	B	C	A e B	A e C	B e C	A, B e C
nº de consumidores	100	200	150	20	30	50	10

Note-se que os valores apresentados na segunda linha da tabela não significam que aqueles consumidores comprem apenas aquela marca ou conjunto de marcas. Por exemplo, nos 100 consumidores da marca A estão incluídos os que consomem as marcas A e B , os que consomem as marcas A e C e os que consomem as marcas A , B e C .

Com base nesta informação, responda às seguintes questões:

(1,5)**a)** Qual o número total de pessoas entrevistadas?

(1,5)**b)** De entre as pessoas entrevistadas, quantas consomem apenas a marca C ?