

## Matemática Discreta

2ª Prova de Avaliação Discreta

09/05/2014 \

Nome: \_\_\_\_\_

N.º mecanográfico: \_\_\_\_\_ Curso \_\_\_\_\_

*Espaço reservado aos docentes*

$E \setminus C$	0	1	2	3	4	5
0	00	16	32	48	64	80
1	-04	12	28	44	60	
2	-08	08	24	40		
3	-12	04	20			
4	-16	00				
5	-20					

Questões	Grupo I	Grupo II - 1	Grupo II - 2	Total
Classificação				

## Grupo I

Este grupo é constituído por 5 questões de escolha múltipla. Cada questão tem uma só opção correta que deve assinalar com uma  $\times$  no ☐ correspondente.

Uma resposta correta é cotada com 16 pontos, uma resposta em branco com 0 pontos e uma resposta errada com -4 pontos.

1. Um grupo de jovens com idades compreendidas entre os 11 e os 20 anos vão assistir a um jogo de basquetebol. Qual o número mínimo de jovens para que se garanta que pelo menos 5 têm a mesma idade?

- ☐ 5;  
☐ 41;  
☐ 50;  
☐ 51.

2. A audiência de uma peça de teatro é constituída no máximo por 36 pessoas. No entanto a primeira fila só tem 20 lugares disponíveis. Sabendo que a lotação estava esgotada, determine de quantas maneiras diferentes se pode formar a primeira fila.

- ☐  $\frac{36!}{20!16!}$  ;  
☐  $20!$  ;  
☐  $\frac{36!}{20!}$  ;  
☐  $\frac{36!}{16!}$  .

3. Considere um sistema computacional onde se usam endereços de 16 dígitos binários (zeros e uns). O número de endereços que se podem formar com 12 zeros e 4 uns, que começam por 1 e que terminam em 0001 são:

☐  $\frac{16!}{4!12!};$

☐  $\frac{16!}{4!12!} \times \frac{16!}{12!4!};$

☐  $\frac{11!}{9!2!};$

☐  $\frac{10!}{8!2!}.$

4. De quantas maneiras uma professora pode distribuir 7 cromos iguais e 15 cromos diferentes pelos seus 10 alunos?

☐  $\left( \begin{matrix} 16 \\ 7 \end{matrix} \right) \times 10^{15};$

☐  $\left( \begin{matrix} 22 \\ 7 \end{matrix} \right) \times 10^{15};$

☐  $\left( \begin{matrix} 16 \\ 7 \end{matrix} \right) \times 15^{10};$

☐  $\left( \begin{matrix} 22 \\ 7 \end{matrix} \right) \times 15^{10}.$

5. Um navio que se encontra a fazer um cruzeiro pelo mediterrâneo leva 40 passageiros e pára em Barcelona, Roma e Atenas. Sabendo que 20 passageiros visitaram Barcelona, 17 visitaram Roma, 15 visitaram Atenas, 10 visitaram Barcelona e Roma, 5 visitaram Barcelona e Atenas, 7 visitaram Roma e Atenas e 4 visitaram as três cidades. Quantos passageiros não visitaram nenhuma das cidades?

☐ 7;

☐ 34;

☐ 10;

☐ nenhuma das anteriores.

## Grupo II

**Justifique devidamente todas as respostas**

(50 val.)**1)** (a) Considere a sucessão definida recursivamente por

$$\begin{cases} a_0 = -2 \\ a_n = 3a_{n-1} - 2; \ n \geq 1 \end{cases}$$

Prove, por indução sobre  $n$ , que  $a_n = -3^{n+1} + 1$ , para todo  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ .

(70 val.)**2)** (a) Calcule o desenvolvimento de  $(a + b)^4$  e use-o para determinar  $c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 \in \mathbb{N}$  tais que

$$5^4 = c_0 4^0 + c_1 4^1 + c_2 4^2 + c_3 4^3 + c_4 4^4.$$

(b) Determine  $n \in \mathbb{N}$  de modo a que  $35x^{11}$  seja um termo do desenvolvimento de  $(x^3 + \sqrt{x})^n$ .  
Sugestão: recorra ao triângulo de Pascal.

(c) Determine o coeficiente de  $xy^2z^3$  no desenvolvimento de  $(x + \frac{y}{x} + 2z)^8$ .