

## Matemática Discreta

2ª Prova de Avaliação Discreta

09/05/2014 /

Nome: \_\_\_\_\_

N.º mecanográfico: \_\_\_\_\_ Curso \_\_\_\_\_

*Espaço reservado aos docentes*

$E \setminus C$	0	1	2	3	4	5
0	00	16	32	48	64	80
1	-04	12	28	44	60	
2	-08	08	24	40		
3	-12	04	20			
4	-16	00				
5	-20					

Questões	Grupo I	Grupo II - 1	Grupo II - 2	Total
Classificação				

## Grupo I

Este grupo é constituído por 5 questões de escolha múltipla. Cada questão tem uma só opção correta que deve assinalar com uma  $\times$  no ☐ correspondente.

Uma resposta correta é cotada com 16 pontos, uma resposta em branco com 0 pontos e uma resposta errada com -4 pontos.

1. Um navio que se encontra a fazer um cruzeiro pelo mediterrâneo leva 45 passageiros e pára em Barcelona, Roma e Atenas. Sabendo que 20 passageiros visitaram Barcelona, 17 visitaram Roma, 15 visitaram Atenas, 10 visitaram Barcelona e Roma, 5 visitaram Barcelona e Atenas, 7 visitaram Roma e Atenas e 4 visitaram as três cidades. Quantos passageiros não visitaram nenhuma das cidades?

- ☐ 34;
- ☐ 15;
- ☐ 11;
- ☐ nenhuma das anteriores.

2. Considere um sistema computacional onde se usam endereços de 16 dígitos binários (zeros e uns). O número de endereços que se podem formar com 12 zeros e 4 uns, que começam por 0 e que terminam em 0001 são:

- ☐  $\frac{16!}{4!12!}$ ;
- ☐  $\frac{16!}{4!12!} \times \frac{16!}{12!4!}$ ;
- ☐  $\frac{10!}{7!3!}$ ;
- ☐  $\frac{11!}{8!3!}$ .

3. Um grupo de jovens com idades compreendidas entre os 11 e os 20 anos vão assistir a um jogo de basquetebol. Qual o número mínimo de jovens para que se garanta que pelo menos 7 têm a mesma idade?

☐ 7;

☐ 70;

☐ 71;

☐ 61.

4. A audiência de uma peça de teatro é constituída no máximo por 34 pessoas. No entanto a primeira fila só tem 20 lugares disponíveis. Sabendo que a lotação estava esgotada, determine de quantas maneiras diferentes se pode formar a primeira fila.

☐  $\frac{34!}{20!14!}$  ;

☐  $\frac{34}{14!}$  ;

☐  $\frac{34!}{20!}$  ;

☐ 20!.

5. De quantas maneiras uma professora pode distribuir 7 cromos iguais e 15 cromos diferentes pelos seus 8 alunos?

☐  $\binom{14}{7} \times 8^{15}$ ;

☐  $\binom{14}{7} \times 15^8$ ;

☐  $\binom{22}{7} \times 8^{15}$ ;

☐  $\binom{22}{7} \times 15^8$ .

## Grupo II

**Justifique devidamente todas as respostas**

(50 val.)**1**) (a) Considere a sucessão definida recursivamente por

$$\begin{cases} a_0 = 2 \\ a_n = -a_{n-1} + 4n, \ n \geq 1 \end{cases}$$

Prove, por indução sobre  $n$ , que  $a_n = (-1)^n + 2n + 1$ , para todo  $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ .

(70 val.)**2)** (a) Calcule o desenvolvimento de  $(a + b)^4$  e use-o para determinar  $c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 \in \mathbb{N}$  tais que

$$3^4 = c_0 2^0 + c_1 2^1 + c_2 2^2 + c_3 2^3 + c_4 2^4.$$

(b) Determine  $n \in \mathbb{N}$  de modo a que  $15x^6$  seja um termo do desenvolvimento de  $(x^2 + \frac{1}{x})^n$ .

Sugestão: recorra ao triângulo de Pascal.

(c) Determine o coeficiente de  $x^3 y^2 z^8$  no desenvolvimento de  $(xz^2 + y + 2z)^7$ .