

## Lista de Exercícios 6

Exercícios extraídos do livro do Paulo Winterle, p. 119

1) Determinar uma equação vetorial da reta  $r$  definida pelos pontos  $A(2,-3,4)$  e  $B(1,-1,2)$  e verificar se os pontos  $C\left(\frac{3}{2}, -4, 5\right)$  e  $D(-1,3,4)$  pertencem a  $r$ .

Resposta:  $r : (x, y, z) = (2, -3, 4) + t(-1, 2, -2)$ .  $C$  e  $D$  não pertencem à reta.

2) Escrever as equações paramétricas da reta que passa por  $A(1,2,3)$  e é paralela à reta

$$r : (x, y, z) = (1, 4, 3) + t(0, 0, 1)$$

Resposta:  $x=1$   $y=2$   $z=3+t$

3) Dada a reta  $r : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + 2t \end{cases}$

Determinar o ponto de  $r$  tal que

- a) a ordenada seja 6;
- b) a abscissa seja igual à ordenada
- c) a cota seja o quádruplo da abscissa

Respostas: a)  $(-1, 6, -10)$  b)  $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, -3\right)$  c)  $(-4, 9, -16)$

4) A reta  $s$  passa pelo ponto  $A(4,-3,-2)$  e é paralela à reta  $r : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - t \end{cases}$ . Se  $P(m, n, -5)$  pertence

à reta  $s$ , determine  $m$  e  $n$ .

Resposta:  $m = 13$ ,  $n = -15$

5) Determinar equações paramétricas da reta que passa pelos pontos  $A$  e  $B$  nos seguintes casos:

- a)  $A(1, -1, 2)$  e  $B(2, 1, 0)$
- b)  $A(3, 1, 4)$  e  $B(3, -2, 2)$
- c)  $A(0, 0, 0)$  e  $B(0, 1, 0)$

Respostas:

- a)  $x = 1+t$   $y = -1 + 2t$   $z = 2-2t$   
 b)  $x=3$   $y=1-3t$   $z=4-2t$   
 c)  $x=0$   $y=t$   $z=0$  (eixo Oy)

6) Considere o triângulo de vértices A (-1,4,-2), B(3,-3,6) e C(2,-1,4). Escrever equações paramétricas da reta que passa pelo ponto médio do lado AB e pelo vértice oposto C.

Resposta:  $x = 2 + t$ ;  $y = -1 - \frac{3}{2}t$   $z = 4 + 2t$

7) Verificar se os pontos A (5,-5,6) e B (4,-1,12) pertencem à reta  $r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$

Resposta: apenas A

8) Determinar o ponto da reta  $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{4}$  que possui

- a) Abscissa 5;    b) ordenada 2

Resposta: a) (5,-5,8) b) (-9, 2,-20)

9) Obter equações reduzidas na variável x, da reta

a) Dada por 
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3t \\ z = 4t - 5 \end{cases}$$

b) Que passa por A (4,0,-3) e tem direção de  $\vec{v} = (2,5,5)$  ;

c) Pelos pontos A (1,-2,3) e B (3, -1,-1)

d) Pelos pontos A (-1,2,3) e B (2,-1,3)

Respostas:

a)  $y = -3x + 6$  e  $z = -4x + 3$

b)  $y = 2x - 8$  e  $z = \frac{5}{2}x - 13$

c)  $y = \frac{x}{2} - \frac{5}{2}$  e  $z = -2x + 5$

d)  $y = -x + 1$  e  $z = 3$

**10)** Escrever equações reduzidas na variável  $z$  da reta que passa por A (-1,6,3) e B (2,2,1).

Resposta:  $x = -\frac{3}{2}z + \frac{7}{2}$  e  $y = 2z$

**11)** Na reta  $\begin{cases} y = 2x + 3 \\ z = x - 1 \end{cases}$ , determinar o ponto de

- a) Ordenada igual a 9;
- b) Abscissa igual ao dobro da cota;
- c) Ordenada igual ao triplo da cota.

Respostas: a) (3,9,2) b) (2,7,1) c) (6,15,5)

**12)** Representar graficamente as retas de equações:

a)  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$     b)  $\begin{cases} y = -x \\ z = 3 + x \end{cases}$     c)  $\begin{cases} y = 2x \\ z = 3 \end{cases}$     d)  $\begin{cases} y = 4 \\ z = 2x \end{cases}$     e)  $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$     f)  $\begin{cases} x = -3 \\ z = 3 \end{cases}$

**13)** Determinar equações paramétricas e representar graficamente a reta que passa por

- a) A(3,-2,4) e é paralela ao eixo dos  $x$
- b) A(2,2,4) e é paralela ao plano  $xOz$ ;
- c) A(-2,3,4) e é ortogonal ao mesmo tempo ao eixo dos  $x$  e dos  $y$ ;

Respostas:

a)  $\begin{cases} y = -2 \\ z = 4 \end{cases}$     b)  $\begin{cases} x = 2 \\ z = 4 \end{cases}$     c)  $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$

**14)** Escrever equações paramétricas das retas que passam pelo ponto A(4,-5,3) e são, respectivamente, paralelas aos eixos  $Ox$ ,  $Oy$  e  $Oz$ .

Respostas:

$\begin{cases} y = -5 \\ z = 3 \end{cases}$      $\begin{cases} x = 4 \\ z = 3 \end{cases}$      $\begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases}$

**15)** Determinar o ângulo entre as seguintes retas:

$$\text{a) } r_1: \begin{cases} x = -2 - t \\ y = t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2: \frac{x}{2} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-1}{1}$$

$$\text{b) } r_1: \begin{cases} y = -2x + 3 \\ z = x - 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2: y = \frac{z+1}{-1}; x = 4$$

Respostas: a)  $60^\circ$  b)  $30^\circ$

**16)** Sabendo que as retas são ortogonais, determine o valor de m :

$$r_1: \begin{cases} x = 2mt - 3 \\ y = 1 + 3t \\ z = -4t \end{cases} \quad r_2: \begin{cases} x = 2y - 1 \\ z = -y + 4 \end{cases}$$

Resposta:  $m = -7/4$

**17)** Determine equações paramétricas da reta que passa por A e é simultaneamente ortogonal às retas  $r_1$  e  $r_2$ :

$$\text{a) } A(3, 2, -1) \quad r_1: \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2: \begin{cases} y = x - 3 \\ z = -2x + 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } A(0, 0, 0) \quad r_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{2} \quad \text{e} \quad r_2: \begin{cases} x = 3t \\ y = -t + 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

Respostas: a)  $x=3+t, y=2-t; z=-1$  ; b)  $x=2t \quad y=6t \quad z=-5t$

**18)** Verificar se as retas são concorrentes e, em caso afirmativo, encontrar o ponto de interseção:

$$\text{a) } r_1: \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x + 5 \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2: \begin{cases} y = -3x + 7 \\ z = x + 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } r_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4} \quad \text{e} \quad r_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 - t \\ z = -8 + 3t \end{cases}$$

$$c) r_1: \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x - 10 \end{cases} \quad e \quad r_2: x = \frac{y-4}{3} = \frac{z+1}{-2}$$

$$d) r_1: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 5t \\ z = 6 - 6t \end{cases} \quad e \quad r_2: \begin{cases} x = -3 + 6h \\ y = 1 + 7h \\ z = -1 + 13h \end{cases}$$

$$e) r_1: (x, y, z) = (2, 4, 1) + t(1, -2, 3) \quad e \quad r_2: (x, y, z) = (-1, 2, 5) + t(4, 3, -2)$$

$$f) r_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 - t \\ z = -t \end{cases} \quad e \quad r_2: \begin{cases} y = 6 - x \\ z = 2 - x \end{cases}$$

Respostas:

a) (2,1,3) b) (1,2,-2) c) reversas d) (3,8,12) e) reversas f) coincidentes

**19) Dadas as retas**

$$r_1: \frac{x-1}{2} = -y; \quad z = 3 \quad e \quad r_2: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Determinar equações reduzidas na variável x da reta que passa por A(0,1,0) e pelo ponto de interseção de  $r_1$  e  $r_2$ .

Resposta:  $y = -x + 1$  ;  $z = 3x$

**20) Determinar na reta**  $r: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ , um ponto equidistante dos pontos A (2,-1,-2) e

B (1,0,-1)

Resposta:  $\left(\frac{7}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{2}{3}\right)$

**21) Dado o ponto A (3,4,-2) e a reta**  $r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

- a) Determinar equações paramétricas da reta que passa por A e é perpendicular a r;
- b) Calcular a distância de A à r;

c) Determinar o ponto simétrico de A em relação à r.

Resposta:

a)  $\begin{cases} x = 3 - 2h \\ y = 4 \\ z = -2 + h \end{cases}$       b)  $\sqrt{20}$       c)  $(-5, 4, 2)$