

## Lista 7

Exercícios extraídos do livro do Paulo Winterle, p. 141

1) Considere o plano  $\pi : 3x + y - z - 4 = 0$ . Calcule:

- a) O ponto do plano que tem abscissa 1 e ordenada 3;
- b) O ponto do plano que tem abscissa 0 e cota 2;
- c) O valor de k para que o ponto P (k, 2, k-1) pertença ao plano;
- d) O ponto de abscissa 2 e cuja ordenada é o dobro da cota.
- e) O valor de k para que o plano  $\pi_1 : kx - 4y + 4z - 7 = 0$  seja paralelo ao plano  $\pi$ .

Respostas: a) ( 1, 3, 2) b) ( 0, 6, 2) c)  $k = \frac{1}{2}$  d) ( 2, -4, -2) e)  $k = -12$

Nos problemas 2 a 4, determine uma equação geral do plano

2) Paralelo ao plano  $\pi : 2x - 3y - z + 5 = 0$  e que contém o ponto A (4, -2, 1).

Resposta:  $2x - 3y - z - 13 = 0$

3) Perpendicular à reta

$$r : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 4t \end{cases}$$

e que contém o ponto A (-1,2,3). Resposta:  $2x - 3y + 4z - 4 = 0$

4) Que passa pelo ponto médio do segmento de extremos A (5, -1, 5) e B (-1, -7, 1) e seja perpendicular a ele.

Resposta:  $4x + 4y + 2z + 3 = 0$

5) Escrever a equação geral do plano que passa pelo ponto A (2, 1, 0), B (-4, -2, -1) e

C(0, 0, 1) . Resposta:  $x - 2y = 0$

6) Determinar a equação do plano que passa por A (2, 0, -2) e é paralelo aos vetores

$\vec{u} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  e  $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  . Resposta:  $3x - 2y - 5z - 16 = 0$

7) Determinar a equação do plano que passa pelos pontos A ( -3, 1, -2) e B (-1, 2, 1) e é paralelo à

reta  $r : \frac{x}{2} = \frac{z}{-3}; y = 4$ . Resposta:  $3x - 12y + 2z + 25 = 0$

8) Determinar a equação do plano que contém os pontos A (1, -2, 2) e B (-3, 1, -2) e é perpendicular ao plano  $\pi_1 : 2x + y - z + 8 = 0$ . Resposta:  $x - 12y - 10z - 5 = 0$

9) Determinar a equação do plano que contém a reta  $r : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$  e é perpendicular ao plano  $\pi : 2x + 2y - 3z = 0$ . Resposta:  $x - 7y - 4z + 17 = 0$

10) Determinar a equação do plano que contém o ponto A (4, 1, 1) e é perpendicular aos planos  $\pi_1 : 2x + y - 3z = 0$  e  $\pi_2 : x + y - 2z - 3 = 0$ . Resposta:  $x + y + z - 6 = 0$

Determinar uma equação geral do plano que contém as retas:

11)  $r_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Resposta:  $5x - 2y + 4z - 21 = 0$

12)  $r_1 : \begin{cases} x = z \\ y = -3 \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x = -t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases}$

Resposta:  $2x + y - 2z + 3 = 0$

13) Determinar uma equação geral do plano que contém o ponto e a reta dados:

A (4, 3, 2)  $r : \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Resposta:  $x - 9y - 5z + 33 = 0$

14) Determinar a equação do plano paralelo ao eixo dos z e que contém os pontos A (0,3,4) e B (2,0,-2). Resposta:  $3x + 2y - 6 = 0$

15) Determinar a equação do plano paralelo ao plano xOy e que contém o ponto A (5, -2, 3).

Resposta:  $z = 3$

**16)** Determinar a equação do plano perpendicular ao eixo dos y e que contém o ponto

A (3, 4, -1). Resposta:  $y=4$

**17)** Representar graficamente os planos de equações:

a)  $3x + 4y + 2z + 12 = 0$

b)  $x + y - 3 = 0$

c)  $y + 4 = 0$

d)  $2x - y = 0$

**18)** Determinar o ângulo entre os seguintes planos:

$\pi_1 : x - 2y + z - 6 = 0$  e  $\pi_2 : 2x - y - z + 3 = 0$  Resposta:  $60^\circ$

**19)** Determinar m de modo que os planos  $\pi_1$  e  $\pi_2$  sejam perpendiculares:

$\pi_1 : mx + y - 3z - 1 = 0$  e  $\pi_2 : 2x - 3my + 4z + 1 = 0$  Resposta: -12

**20)** Dados a reta  $r$  e o plano  $\pi$

$r : x = -3 + t, y = -1 + 2t, z = 4t;$   $\pi : mx - y - 2z - 3 = 0$ . Determinar o valor de m para que se tenha:

I)  $r // \pi$  II)  $r \perp \pi$

Resposta: -1/2 e 10

**21)** Verificar se a reta  $r$  está contida no plano  $\pi$  :

$r : \begin{cases} y = 4x + 1 \\ z = 2x - 1 \end{cases}$  e  $\pi : 2x + y - 3z - 4 = 0$

Resposta: sim

**22)** Determinar o ponto de interseção da reta  $r$  com o plano  $\pi$  :

$r : x = 3t, y = 1 - 2t, z = -t$  e  $\pi : 2x + 3y - 2z - 7 = 0$

Resposta: ( 6, -3, -2)

Estabelecer equações reduzidas na variável x da reta interseção dos planos:

**23)**  $\pi_1 : 3x - y + 2z - 1 = 0$  e  $\pi_2 : x + 2y - 3z - 4 = 0$

Resposta:  $y = -11x + 11$  ;  $z = -7x + 6$

**24)**  $\pi_1 : x + y - z + 2 = 0$  e  $\pi_2 : x + y + 2z - 1 = 0$  Resposta:  $y = -x - 1$ ;  $z = 1$

**25)** Considere a reta  $r$  e o plano  $\pi$  :

$$r: \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x + 2 \end{cases} \quad e \quad \pi: 2x + 4y - z - 4 = 0$$

Determine:

- a) O ponto de interseção de  $r$  com o plano  $xOz$ ;
- b) O ponto de interseção de  $r$  com  $\pi$ ;
- c) Equações da reta interseção de  $\pi$  com o plano  $xOy$

Respostas: a)  $\left(\frac{3}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$     b)  $\left(\frac{18}{11}, \frac{3}{11}, \frac{4}{11}\right)$     c)  $r: \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 1 \\ z = 0 \end{cases}$

**26)** Dado o ponto  $P(5, 2, 3)$  e o plano  $\pi: 2x + y + z - 3 = 0$ , determine:

- a) Equações paramétricas da reta que passa por  $P$  e é perpendicular a  $\pi$ ;
- b) A projeção ortogonal de  $P$  sobre o plano  $\pi$ ;
- c) A distância de  $P$  ao plano  $\pi$

Respostas: a)  $x = 5 + 2t$ ;  $y = 2 + t$ ,  $z = 3 + t$     b)  $(1, 0, 1)$     c)  $2\sqrt{6}$

**27)** Determinar equações reduzidas na variável  $x$ , da reta que passa pelo ponto  $A(3, -2, 4)$  e é perpendicular ao plano  $x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Resposta:  $y = -3x + 7$ ;  $z = 2x - 2$

**28)** Escrever uma equação geral do plano que passa por  $A(-1, 2, -1)$  e é paralelo a cada uma das retas  $r_1: y = x, z = 1 - 3x$  e  $r_2: 2x = y = 3z$ . Resposta:  $20x - 11y + 3z + 45 = 0$

**29)** Determine a equação do plano paralelo ao eixo dos  $z$  e que intercepta o eixo dos  $x$  em  $-3$  e o dos  $y$  em  $4$ . Resposta:  $4x - 3y + 12 = 0$

**30)** Determine a equação do plano paralelo ao plano  $xOz$  e que intercepta o eixo dos  $y$  em  $-7$ . Resposta:  $y = -7$

**31)** Determine uma equação geral do plano que contém o ponto  $A(1, 2, 1)$  e a reta de interseção do plano  $x - 2y + z - 3 = 0$  com o plano  $yOz$ . Resposta:  $6x - 2y + z - 3 = 0$

**32)** Achar o ponto  $N$ , projeção ortogonal do ponto  $P(3, -1, -4)$  no plano determinado pelos pontos  $A(2, -2, 3)$ ,  $B(4, -3, -2)$  e  $C(0, -4, 5)$ . Resposta:  $N(5, -2, -3)$