Lista 3 - Produto escalar

Seleção de exercícios do livro do Paulo Winterle

1) Dados os vetores $\vec{u} = (2,-3,-1)$ e $\vec{v} = (1,-1,4)$, calcular:

a) $2\vec{u} \cdot \left(-\vec{v}\right)$

b) $\left(\vec{u} + 3\vec{v}\right) \cdot \left(\vec{v} - 2\vec{u}\right)$

c) $\left(\vec{u} + \vec{v}\right) \cdot \left(\vec{u} - \vec{v}\right)$

d) $\left(\vec{u} + \vec{v}\right) \cdot \left(\vec{v} - \vec{u}\right)$

Respostas: a)2 b) 21 c) -4 d) 4

2) Determine o vetor $\vec{v}$, paralelo ao vetor $\vec{v} = (2,-1,3)$ tal que $\vec{u} \cdot \vec{v} = -42$.

Resposta (-6,3,-9)

3) Determine o vetor $\vec{v}$, sabendo que $\left|\vec{v}\right| = 5$, $\vec{v}$ é ortogonal ao eixo Ox, $\vec{v} \cdot \vec{w} = 6$ e $\vec{w} = \vec{i} + 2\vec{j}$. Resposta (0,3,4) ou (0,3,-4)

4)Determine o vetor $\vec{v}$, ortogonal ao eixo Oy, $\vec{v} \cdot \vec{v_1} = 8$ e $\vec{v} \cdot \vec{v_2} = -3$, em que $\vec{v_1} = (3,1,-2)$ e $\vec{v_2} = (-1,1,1)$. Resposta (2,0,-1)

5) Dado que $\left|\vec{u}\right| = 2, \left|\vec{v}\right| = 3$ e $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$, calcule:

a) $\left(\vec{u} - 3\vec{v}\right) \cdot \vec{u}$

b) $\left(2\vec{v} - \vec{u}\right) \cdot \left(2\vec{v}\right)$

c) $\left(\vec{u} + \vec{v}\right) \cdot \left(\vec{v} - 4\vec{u}\right)$

d) $\left(3\vec{u} + 4\vec{v}\right) \cdot \left(-2\vec{u} - 5\vec{v}\right)$

Respostas a) 7 b) 38 c) -4 d) -181

6) Qual o valor de α para que os vetores $\vec{v_1} = \alpha\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ e $\vec{v_2} = 2\vec{i} + (1-2\alpha)\vec{j} + 3\vec{k}$ sejam ortogonais? Resposta α =-5

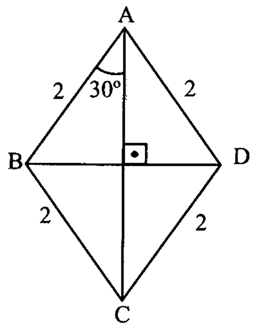
7) Dados os pontos A(m, 1, 0), B(m-1, 2m, 2) e C(1,3,-1), determinar m de modo que o triângulo seja retângulo em A. Calcule a área do triângulo.

Respostas m=1 e $\sqrt{30}$ / 2

8) Os pontos A, B e C são vértices de um triângulo equilátero cujo lado mede 20 cm. Calcule $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$.

Respostas 200 e -200

9) O quadrilátero ABCD é um losango de lado 2. Calcule



a) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$

b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

c) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$

e) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC}$

f) $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DA}$

Respostas: a) 0 b) 2 c)-2 d) 2 e) 4 f) -4

10) Calcule $\left|\vec{u}+\vec{v}\right|, \left|\vec{u}-\vec{v}\right|$ e $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\cdot\left(\vec{u}-\vec{v}\right)$, sabendo que $\left|\vec{u}\right| = 4,$ $\left|\vec{v}\right| = 3$ e o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é de 60^{o}. Respostas: $\sqrt{37}, \sqrt{13}$ e 7

11) Determinar o vetor $\vec{u}$ tal que $\left|\vec{u}\right| = 2$, o ângulo entre $\vec{u}$ e $\vec{v} = (1,-1,0)$ é 45^{o} e $\vec{u}$ é ortogonal a $\vec{w} = (1,1,0)$ Resposta: $(1,-1,\sqrt{2})$ ou $(1,-1,-\sqrt{2})$

12) Considere os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, tal que $\vec{u} \perp \vec{v}$, $\left|\vec{u}\right| = 6$ e $\left|\vec{v}\right| = 8$.Calcule $\left|\vec{u}+\vec{v}\right|$ e $\left|\vec{u}-\vec{v}\right|$ Respostas: 10 e 10

13) Determine o ângulo entre os vetores

a) $\vec{u} = (2,-1,-1)$ e $\vec{v} = (-1,-1,2)$

b) $\vec{u} = (1,-2,1)$ e $\vec{v} = (-1,\ 1,0)$

Respostas: 120º e 150º

14) Considere o triângulo de vértices A (3,4,4), B (2,-3,4) e C (6,0,4). Determine o ângulo interno ao vértice B. Qual o ângulo externo ao vértice B? Respostas: 45º e 135º

15) Calcule os ângulos internos do triângulo de vértices A(2,1,3), B (1,0,-1) e

C (-1,2,1). Respostas: $\widehat{A} \cong\sim 50^o 57'$, $\widehat{B} \cong\sim 57^o 1'$,$\widehat{C} \cong\sim 72^o 2'$

16) Considere o cubo de aresta **a** representado na Figura. Determine:

a) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$

b) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD}$

c) $\overrightarrow{OE} \cdot \overrightarrow{OB}$

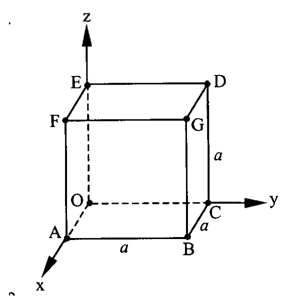
d) $\left|\overrightarrow{OB}\right|$ e $\left|\overrightarrow{OG}\right|$

e) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$

f) $\left(\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{AB}\right) \cdot \overrightarrow{OG}$

g) o ângulo agudo entre a diagonal do cubo e uma aresta;

h) o ângulo agudo formado por duas diagonais do cubo



17) Para cada um dos pares de vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, encontrar a projeção ortogonal de $\vec{v}$ sobre $\vec{u}$, e decompor $\vec{v}$ como soma de $\vec{v}_1$ com $\vec{v}_2$, em que $\vec{v}_1 // \vec{u}$ e $\vec{v}_2 \perp \vec{u}$

a) $\vec{u} = (1,2,-2)$ e $\vec{v} = (3,-2,1)$

b) $\vec{u} = (3,1,-3)$ $\vec{v} = (2,-3,1)$

18) Considere A (2,1,3), B (m,3,5) e C(0,4,1) vértices de um triângulo:

a) Para que valor de m o triângulo ABC é retângulo em A?
b) Calcular a medida da projeção do cateto AC sobre a hipotenusa BC.
c) Determinar o ponto H, pé da altura relativa ao vértice A.
d) Calcular a área do triângulo.