# Análises de algoritmos de ordenação | Big-O

João Eudes Lima

Novembro, 2020

## Introdução

Existem muitas formas de se ordenar um vetor, mas é comum aceitar qualquer implementação da própria linguagem ou biblioteca quando não se percebe gargalos ou problemas de performances dado as máquinas mais robustas atuais.

Entretanto, podemos nos deparar com o ambiente onde segundos fazem minutos ou até horas de diferença em um processo (e vale lembrar que tempo é dinheiro), e ao aplicar algum algoritmo que impulsione o desempenho pode ser desesperador se dá conta com o que não foi implementado antes, mas para isso cabe ao desenvolvedor ter a visão ampliada sobre o problema e aplicar o que convém para a solução.

Iremos comparar alguns algoritmos por meio de Big-O para extrair o tempo significativo das execuções tendo em foco alguns métodos de ordenação, e assim obter algumas métricas e eficiência na execução de cada cenário.

## Ambiente de benchmark, análises e processos

Para os testes optei pela utilização da linguagem de programação Rust por gerar um compilado com vários benefícios de optimizações por conta da LLVM e Clang.

Para os benchmarks foi realizado um laço de repetição que se repetia 250 vezes começando com o valor de 100 números para serem ordenados e que aumenta 100 e para proporcionar um melhor ambiente de comparação foi inserido um outro laço para pegar a média de 4 execuções do algoritmo desabilitado o "Turbo boost"

Para suavizar as anomalias do Gnuplot utilizei comandos como 'using 1:2 smooth bezier' e criei script shell para geração automática a partir dos dados em tempo.

Utilizei do Valgrind para relatório de uso de memória e liberação da mesma.

```rust
pub fn loop_vec_in_case(type_case: TypeCase, callback: fn(&mut Vec<i32>)) -> ResultSampleBench {
    let mut n: i32 = 100;
    let mut data: HashMap<i32, f32> = HashMap::new();

    let loop_media: f32 = 3.0;

    for _ in 0..250 {
        for _ in 1..=loop_media as i32 {
            let mut vec: Vec<i32> = match type_case {
                TypeCase::BETTER => { (0..n).collect() }
                TypeCase::MEDIUM => { gen_shuffled_vec(lim: n) }
                TypeCase::WORSE => { (0..n).rev().collect() }
            };

            let now: Instant = Instant::now();

            callback(&mut vec);

            let duration: f32 = now.elapsed().as_secs_f32();

            data.entry(key: n): Entry<i32, f32>
                .and_modify(|old: &mut f32| { *old += duration / loop_media }): Entry<i32, f32>
                .or_insert(default: duration / loop_media);
        }

        println!("{}, {}", n, *data.get(&n).unwrap());

        n += 100;
    }

    let mut times: Vec<f32> = vec![];
    let mut items: Vec<i32> = vec![];

    for (item: i32, time: f32) in data.drain() {
        items.push(item);
        times.push(time);
    }

    return ResultSampleBench::new(total_items: items, total_time: times);
}
```

*Loop com callback resultando o vetor para determinado caso.*

```
joaoeudes7@archlinux
OS: Arch Linux
Kernel: x86_64 Linux 5.9.6-arch1-1
Uptime: 1m
Packages: 1110
Shell: zsh 5.8
Resolution: 3840x1080
DE: KDE 5.75.0 / Plasma 5.20.2
WM: KWin
GTK Theme: Breeze [GTK2/3]
Icon Theme: Papirus-Dark
Disk: 76G / 125G (64%)
CPU: Intel Core i7-7500U @ 4x 2.7GHz [55.0°C]
GPU: Intel Corporation HD Graphics 620 (rev 02)
RAM: 1264MiB / 15908MiB
```

*Especificações da máquina utilizada.*

# Concepções

## 1 O que é melhor caso?

Denominado quando os dados para ordenação se encontra em um estado pré-ordenado

## 2 O que é o pior caso?

Denominado quando os dados para ordenação se encontra em um estado ordenado inversamente

## 3 O que é o caso médio?

Também conhecido por tratar outros casos, como quando os dados para ordenação se encontra em um estado com posições aleatórias

# Algoritmos

# 4 Merge sort

## 4.1 Descrição

O Mergesort é um algoritmo que funciona de forma recursivo. A cada chamada divide o vetor recebido e então é tratado de forma separada, onde os resultados são combinados no final.

## 4.2 Lógica de execução

1. Divide o vetor ao meio
2. Pega o item do meio
3. Divide novamente o subconjunto de forma recursiva e ordenadas
4. Quando a classificação das duas coleções estiver concluída, os resultados serão mesclados
5. Agora o Merge Sort escolhe o item que é menor e insere esse item na nova coleção.
6. Em seguida, seleciona os próximos elementos e classifica o elemento menor de ambas as coleções

## 4.3 Algoritmo

rust - merge_ed.rs

```rust
pub fn merge_sort(arr: &mut Vec<i32>, start: usize, end: usize) {
    if start < end {
        let mid = (start + end) / 2;

        merge_sort(arr, start, mid);
        merge_sort(arr, mid + 1, end);
        merge(arr, start, mid, end);
    }
}

fn merge(arr: &mut Vec<i32>, start: usize, mid: usize, end: usize) {
    let mut i = start;
    let mut j = mid + 1;
    let diff = end - start + 1;

    let mut b: Vec<i32> = vec![0; diff];

    for k in 0..diff {
        if j > end || arr[i] < arr[j] && i <= mid {
            b[k] = arr[i];
            i += 1;
        } else {
            b[k] = arr[j];
            j += 1;
        }
    }

    for k in 0..diff {
        arr[start + k] = b[k];
    }
}

```

## 4.4 Comparação

O Algoritmo merge tem tempo parcialmente equivalente em todos os casos, considerando a porcentagem de tempo e a proximidade entre eles e complexidade analítica.

$$T^m(n) = C_1+C_2+C_3(n+1)+C_4n+(C_5+C_6+C_7+C_8)\left(\frac{n}{2}\right)+C_9+C_{10}+C_{11}(n+1)+(C_{12}+C_{13})n+C14$$

$$T^m(n) = (C_3+C_4+C_9+C_{11}+C_{12}+C_{13})n+(C_5+C_6+C_7+C_8)\left(\frac{n}{2}\right)+C_1+C_2+C_3+C_{11}+C_{14}$$

Considerando:

$$a = C_1 + 2C_2 + C_3 + C_4 + C_5$$

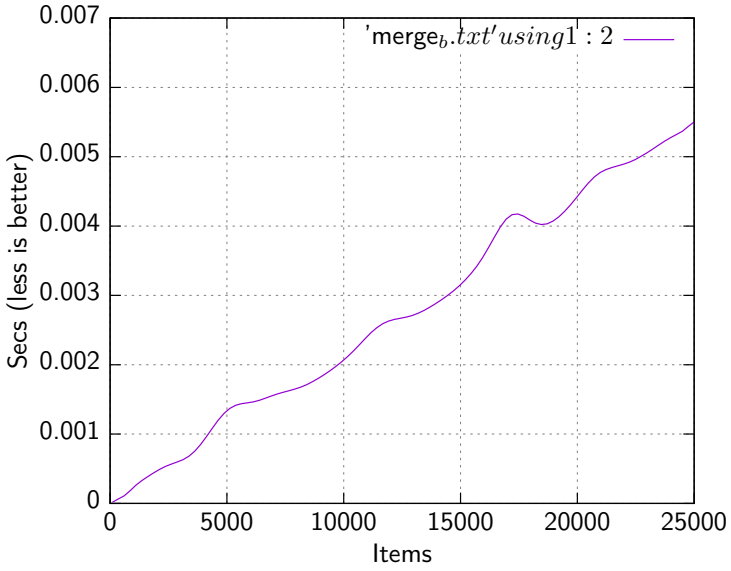
Temos para:

$$T(1) = C_1$$

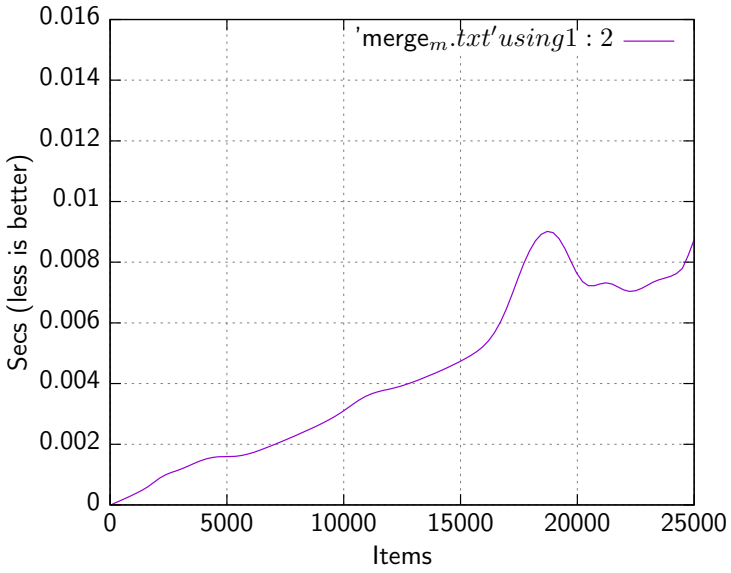
$$T(n) = a + 2T\left(\frac{n}{2}\right) + T^m(n)$$

Com isso notamos que a complexidade é $\theta(n \log_2 n)$

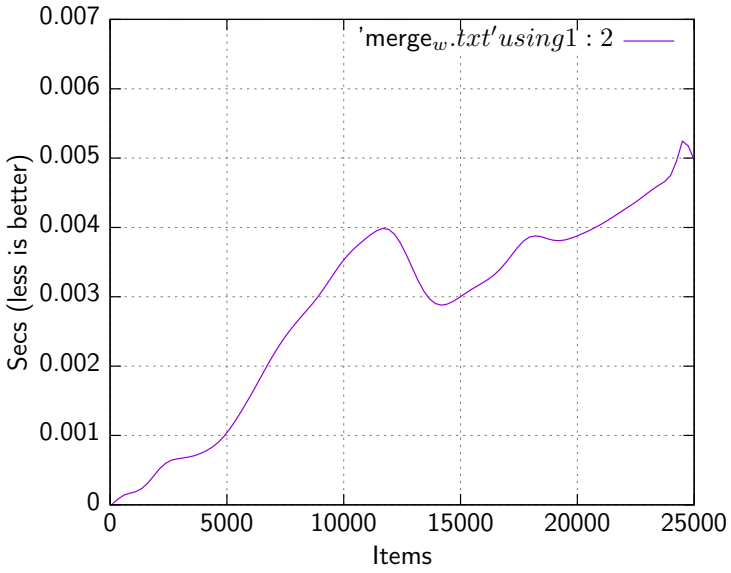
### 4.4.1 Melhor caso



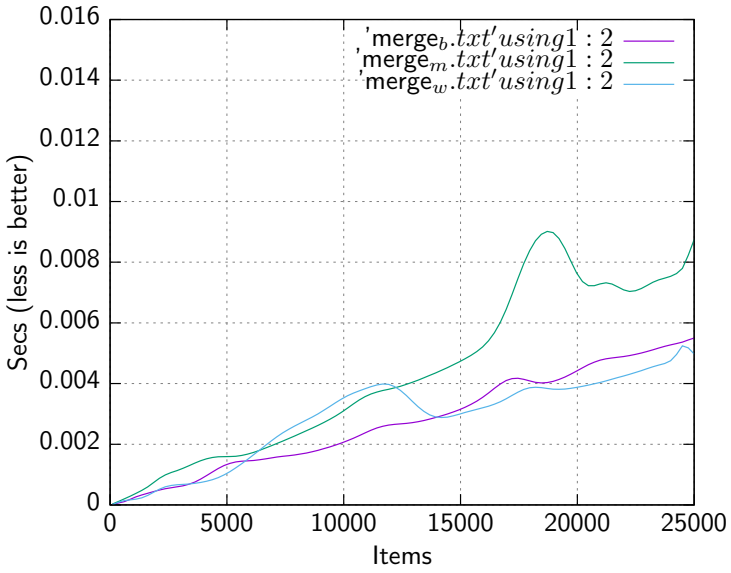
### 4.4.2 Caso Médio




### 4.4.3 Pior caso



### 4.4.4 Geral




De acordo com o relatório do Valgrid durante o teste geral:

```
Total heap usage:  12,549,292 allocs, 12,549,292 frees,
713,067,461 bytes allocated
```

Podemos notar que apesar de seu bom tempo, ele tem um uso elevado de RAM já que necessita de um vetor auxiliar para fazer o swap entre as posições.

# 5 Insertion Sort

## 5.1 Descrição

Esse algoritmo tem como ideia passar por dois laços e assim comparar todos os valores e saber se é maior e deslocar toda o vetor e fazer a troca

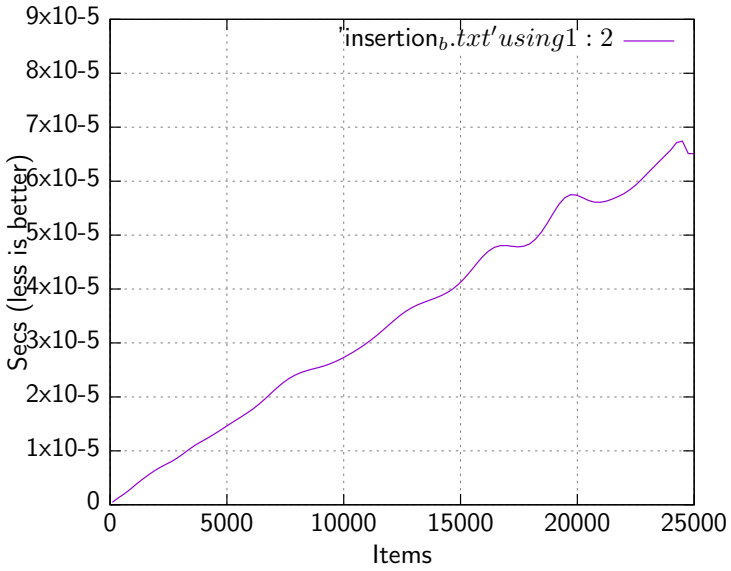
## 5.2 Algoritmo

```rust
pub fn insertion_sort(arr: &mut [i32]) {
    for j in 1..(arr.len() as i32) {
        let k = arr[j as usize];
        let mut i = j - 1;

        while i > -1 && arr[i as usize] > k {
            arr[(i+1) as usize] = arr[i as usize];
            i -= 1;
        }

        arr[(i+1) as usize] = k;

    }
}

```

## 5.3 Comparação

O Algoritmo Insertion tem tempo parcialmente equivalentes no pior e no caso médio, considerando a complexidade analítica.

### 5.3.1 Melhor caso



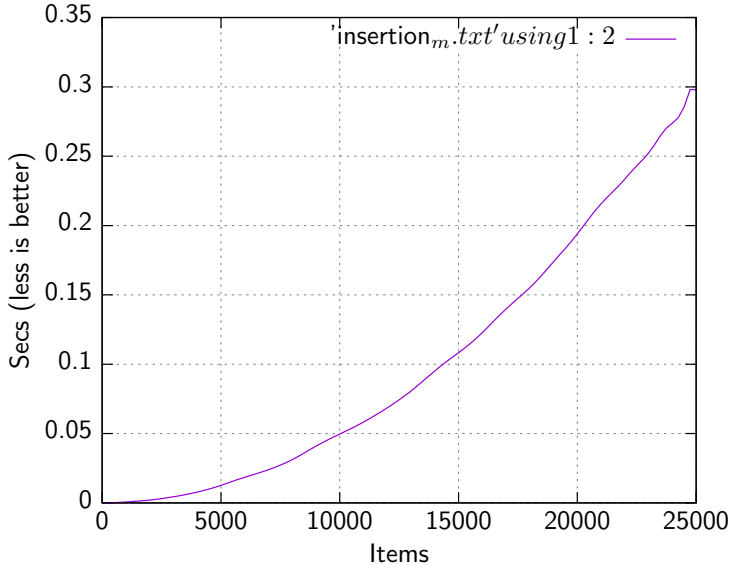

Apesar de algumas anomalias, podemos observar que a complexidade é linear

$$T_b(n) = C_2(n-1) + C_3(n-2) + C_4(n-2) + C6(n-2) + C_{11}$$

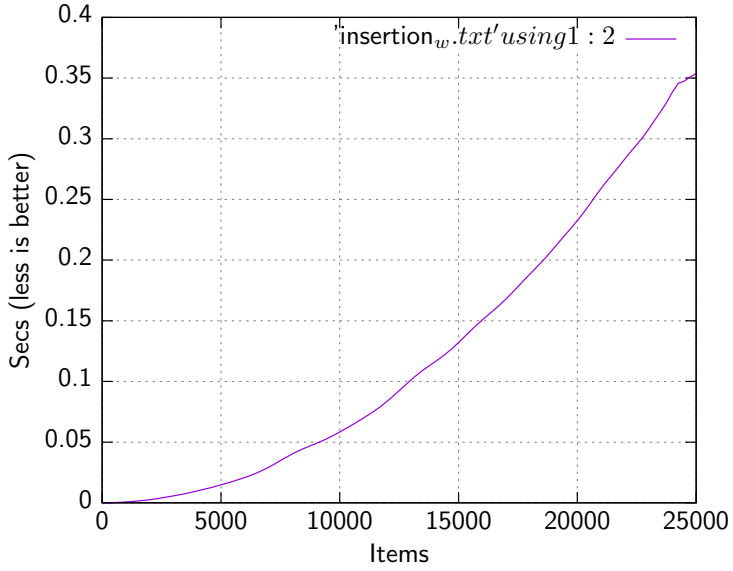
$$T_b(n) = C_2(n-1) + (n-2)(C_2 + C_3 + C_4 + C_6) + C_{11}$$

Com isso notamos que a complexidade é $O(n)$ (linear)

### 5.3.2 Caso Médio



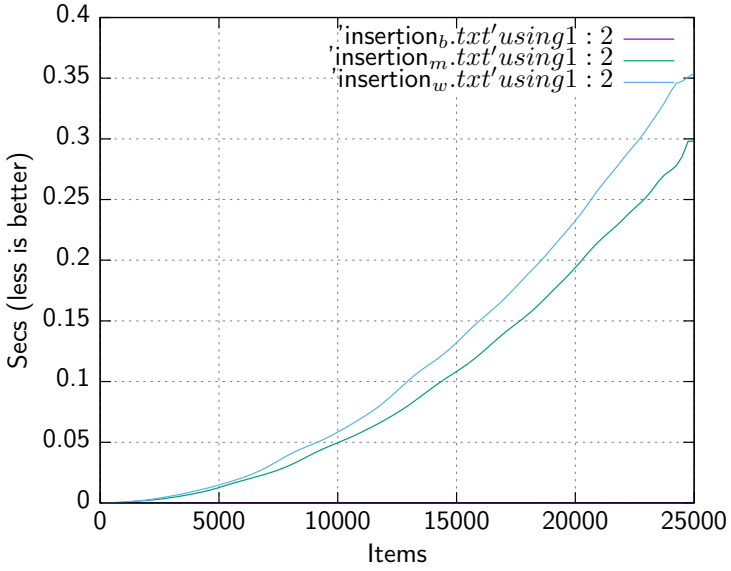

### 5.3.3 Pior caso




$$T_w(n) = C_1 n + (C2 + C3 + C7)(n-1) + C4\left(\frac{n}{2}(n+1) - 1\right) + (C5 + C6)\left(\frac{n}{2}(n-1)\right)$$

Com isso notamos que a complexidade é $O(n^2)$ (quadrática)

### 5.3.4 Geral




De acordo com o relatório do Valgrid durante o teste geral:

```
Total heap usage:  292 allocs, 292 frees
12,566,917 bytes allocated
```

# 6 Quick sort

## 6.1 Descrição

Estruturado como uma Árvore Binária, sua estratégia de ordenação é baseada no padrão de projeto (Design Pattern) divisão e conquista, utilizando como parte da estratégia a recursividade.

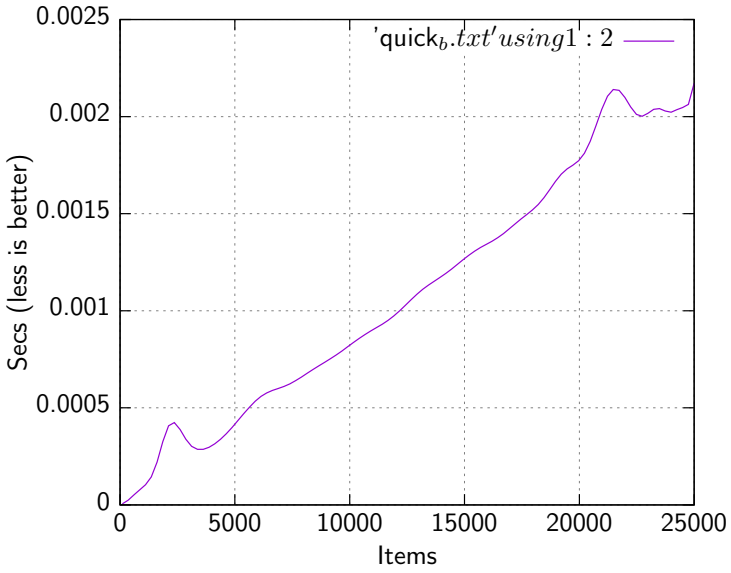
## 6.2 Algoritmo

```rust
fn quick_sort(arr: &mut [i32], start: i32, end: i32) {
    if start < end {
        let p = partition(arr, start as usize, end as usize);

        quick_sort(arr, start, p - 1);
        quick_sort(arr, p + 1, end);
    }
}

fn partition(arr: &mut [i32], start: usize, end: usize) -> i32 {
    let mut i = start;

    for j in start..end {
        if arr[j] < arr[end] {
            arr.swap(i, j);

            i += 1;
        }
    }

    arr.swap(i, end);

    return i as i32;
}

```

## 6.3 Comparação

O Algoritmo Quick tem tempo parcialmente equivalentes no melhor e no caso médio, considerando a complexidade analíticalllllll.

### 6.3.1 Melhor caso




$$T_b(n) = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + 2T_b\left(\frac{n-1}{2}\right) + T^p(n)$$

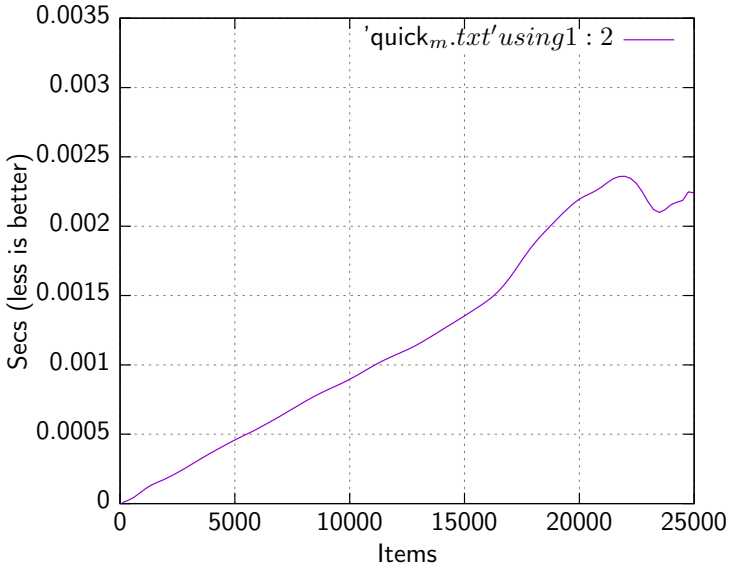
Considerando

$$a = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$

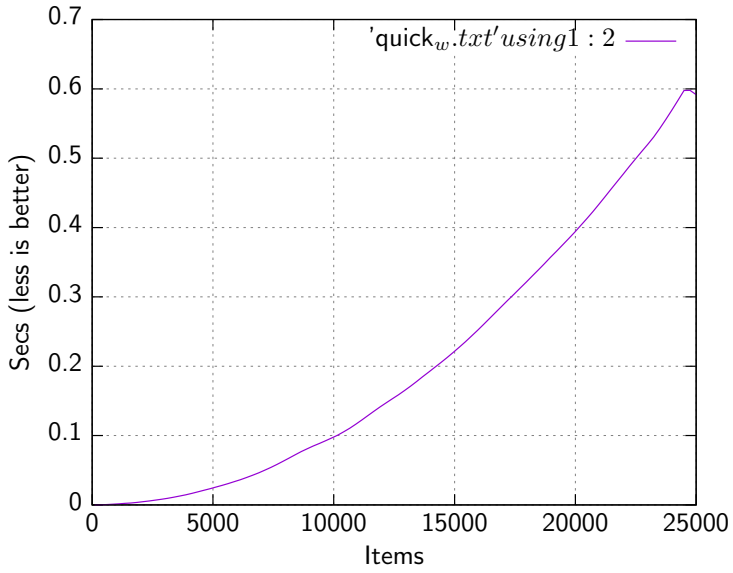
$$T_b(0) = C_1$$
$$T_b(1) = C_1$$
$$T_b(n) = a + 2T_b\left(\frac{n-1}{2}\right) + T^p(n)$$

E então concluimos que a complexidade dessse caso é $O(n \log_2 n)$

### 6.3.2 Caso Médio



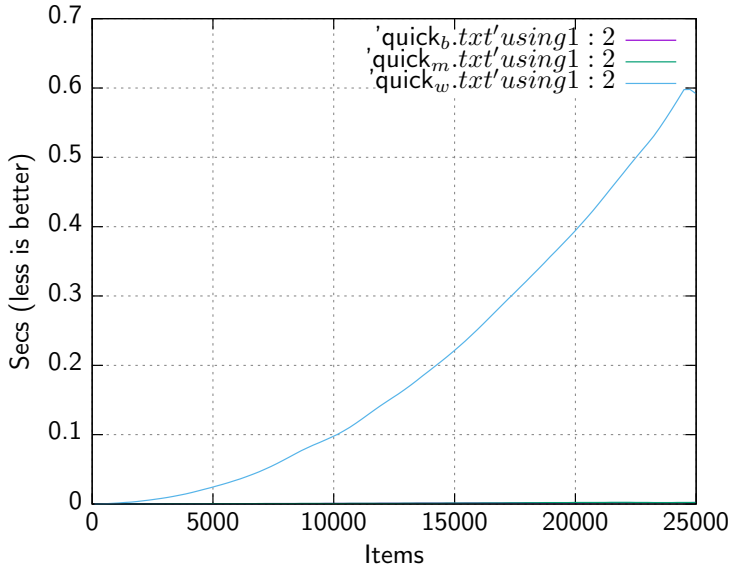
### 6.3.3 Pior caso




$$T_w(n) = C_1 + 2C_2 + C_3 + C_4 + T^p(n)$$

E então concluimos que a complexidade dessse caso é $O(n^2)$

### 6.3.4 Geral

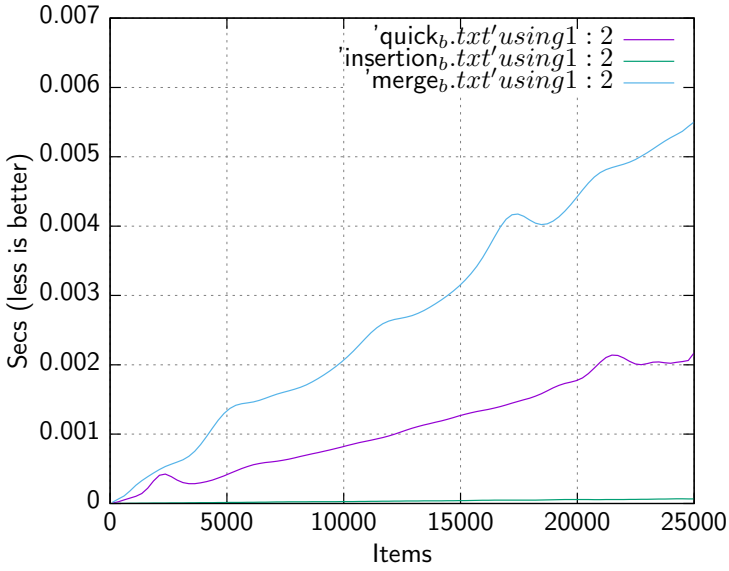



De acordo com o relatório do Valgrid durante o teste geral:

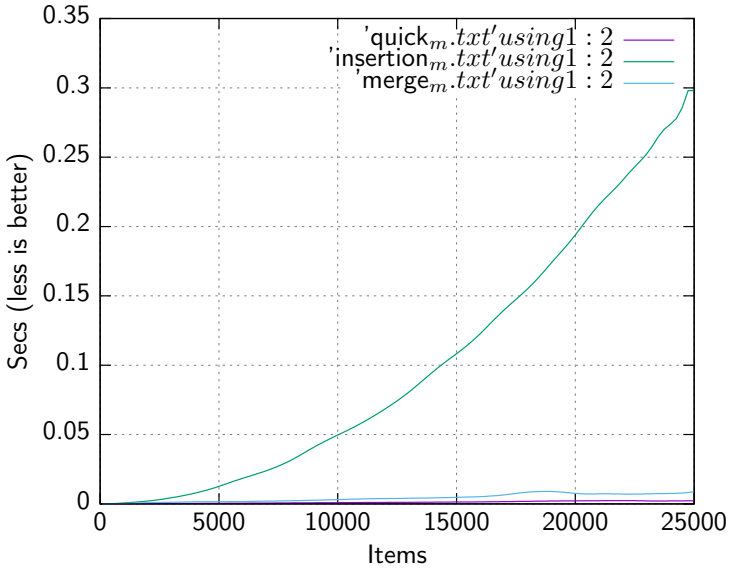
```
Total heap usage:  292 allocs, 292 frees
12,566,917 bytes allocated
```

# 7 Comparações

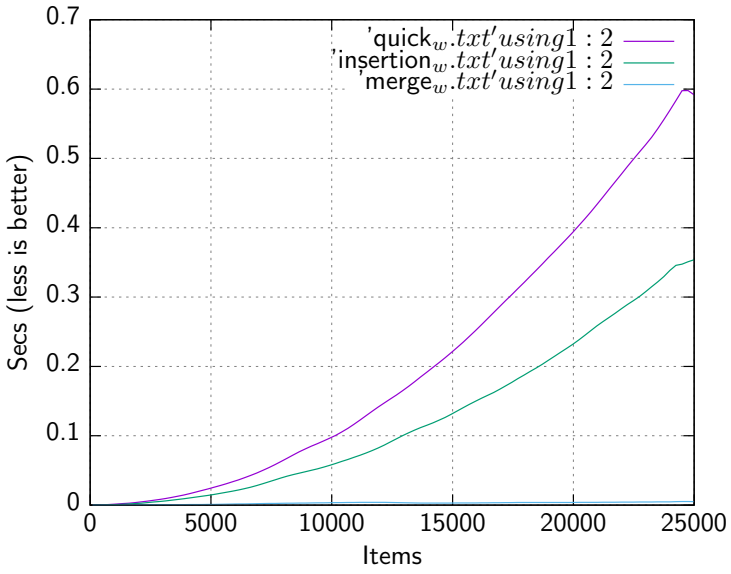
## 7.1 Qual o melhor no melhor caso?




## 7.2 Qual o melhor no caso médio?



## 7.3 Qual o melhor no pior caso?




Foi notado que merge sort se mostrou o mais eficaz em todos os casos, o que não é comum, já que me tese sua complexidade tende a ser maior quando comparado com alguns dos algoritmos, entretanto, isso pode se ter devido otimizações de compilação.

Os algoritmos, assim como outros dados dese relatório se encontra disponível para verificação e validação se necessário, onde pode ser encontrado clicando aqui: Repositório do relatório

Informações para rodar e mais pode ser encontrado no Readme do projeto.