Lista 8

1) Tempo necessário para percorrer uma rota

Possui distribuição Normal.

X_C: Controle $\quad n_C = 11$ (s/ sensor)

X_T: Teste $\quad n_T = 13$ (c/ sensor)

$H_0: \overline{X_C} = \overline{X_T}$

$H_a: \overline{X_C} > \overline{X_T}$

Para comparar as médias de duas pop. que devem seguir a dist Normal, vamos usar o teste t-student.

Com ou sem variâncias?

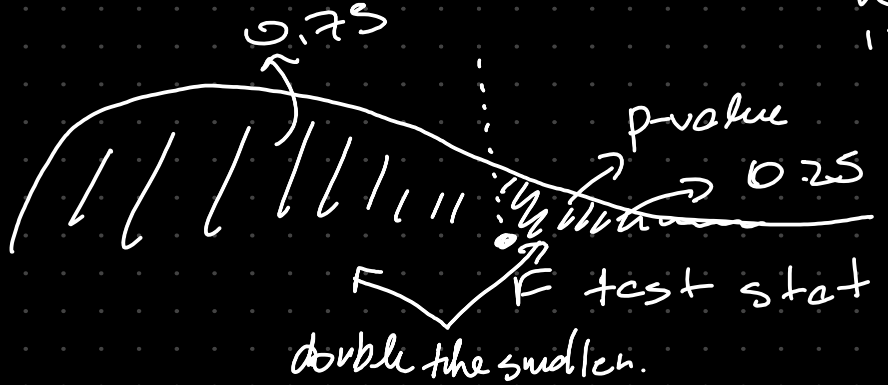
(a) $H_0: \sigma_C^2 = \sigma_T^2 \qquad \alpha = 0,05$

$H_a: \sigma_C^2 \neq \sigma_T^2$

Usando F-test

Como os dados são independentes e a população tem distribuição normal:

$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = 1,506$ $\qquad$ F possui graus de liberdade 10, 12



F_{n_1-1, n_2-1}

p-value $= 2 \cdot 0,25 = 0,5$

F test stat $= 1,506$ Consideramos H_0.

Já que temos $\sigma_C^2 = \sigma_T^2$ vamos para o hipótese com t-test usando o que descobrimos em (a)

(b) 1 - Controle (11)
2 - Teste (13)

$H_0: \overline{X_1} = \overline{X_2}$

$H_a: \overline{X_1} > \overline{X_2}$

$\alpha = 0{,}05$

$$t\text{-Student statistic} = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \sim t_{n_1+n_2-2} = 1{,}62$$

t_{22}

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-1} = 163{,}4$$

$P(T > 1{,}62) = 0{,}06$

Maior do que o α fixado. Então decidimos por H_0

2)

S_0 homens $= H$ (1)

S_0 mulheres $= M$ (2)

$\overline{X_1} = 3{,}2 \quad \sigma_1 = 0{,}8$

$\overline{X_2} = 3{,}7 \quad \sigma_2 = 0{,}9$

$H_0: \overline{X_1} = \overline{X_2}$

$H_a: \overline{X_1} \neq \overline{X_2}$

- Supondo que o tempo de adaptação segue uma dist normal.
- Supondo que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-1} = 0{,}72$$

Estatística do t-test: $\dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = 2{,}9462$

$p\text{-value} = P(Z > 2{,}9462) + P(Z < -2{,}9462$

$= 0.0032$

≈ 0.004

Decidimos por H_0 $\leftarrow$

3) 50 clientes

2 empresas $\begin{cases} \bar{X}_1 = 62 \\ \bar{X}_2 = 71 \end{cases}$

$\sigma = 20$ unidades

$H_0 : \bar{X}_1 = \bar{X}_2$

$H_a : \bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$

Estatística do teste: $\dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = 2{,}26$ p-valor: $2 \cdot P(Z > 2{,}26)$

$= 2 \cdot 0{,}012 = 0{,}024$

$S_p^2 = \dfrac{(n_1 - 1) \cdot S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2}{n_1 + n_2 - 1} = 395{,}96$

Considerando $\alpha = 0{,}05$, continuamos com a hipótese H_0.

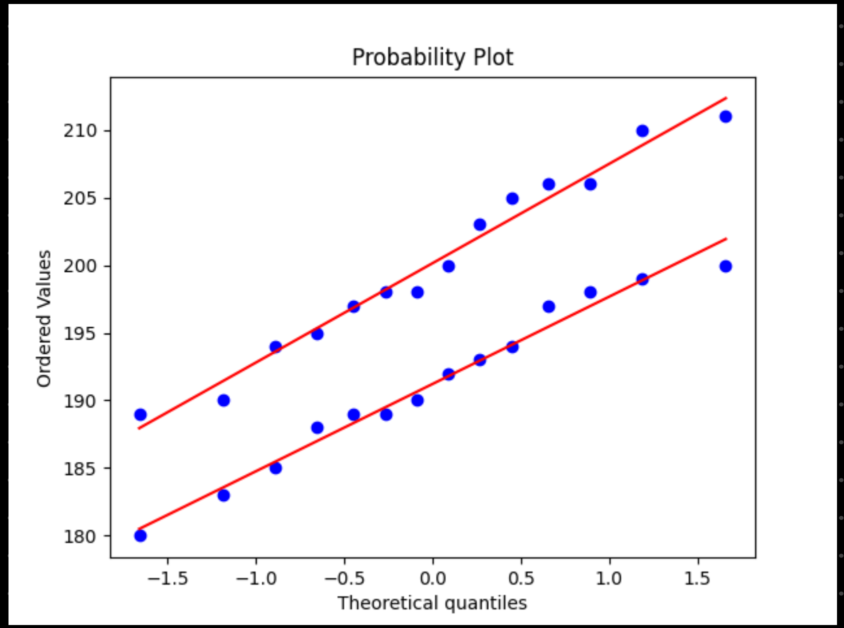
4) temperaturas seguem distribuição normal.

Amostras independentes.

X_1: 206 198 195 190 210 211 206 197 200 198 189 194 203 205

X_2: 198 194 193 190 185 188 200 189 199 197 183 180 192 189

(a) Representação gráfica adequada.



(b)

Teste Principal

$H_0: \bar{X}_1 = \bar{X}_2$

$H_a: \bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$

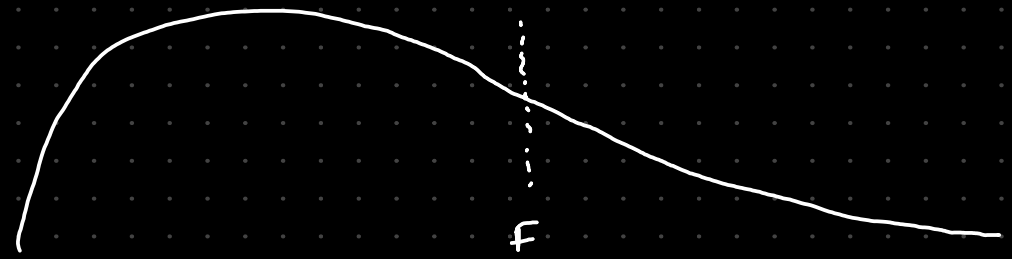
$\alpha = 0{,}01$

- testando a variancia com Levene(), p-valor > 0.5 portanto consideramos as variancias iguais no teste t-Student.
- Calculando o pvalor com o F-test obtemos $2 \cdot 0{,}32 = 0{,}64$ tambem mantemos com $\sigma_1 = \sigma_2$

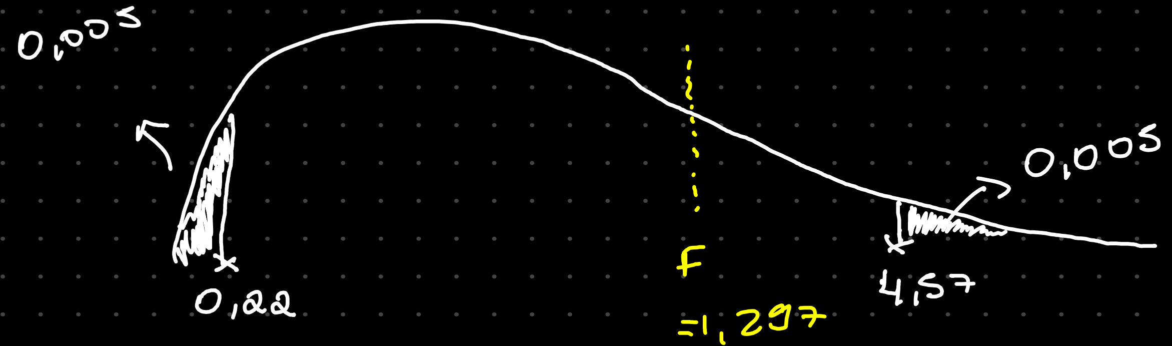
Extensão dos calculos

Para calcular o teste de hip de duas populações consideradas normalmente distribuidas.

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{44{,}7}{34{,}5} = 1{,}297$$



A região critica para $\alpha = 0{,}01$ com os dois lados, temos.

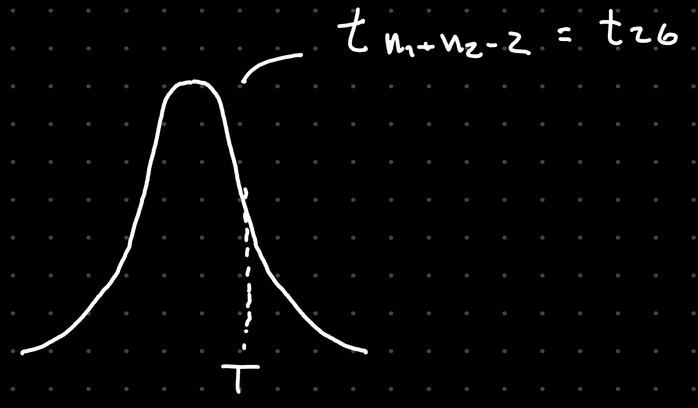


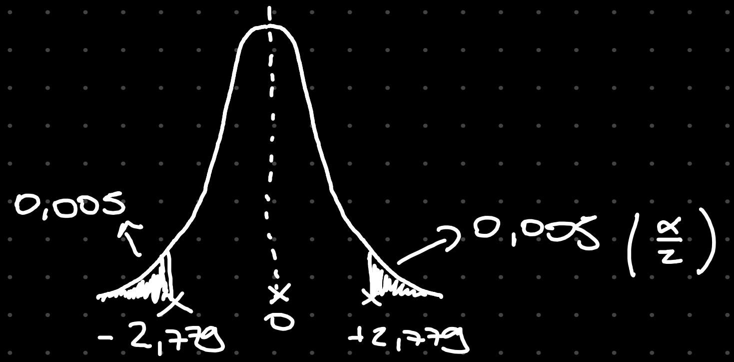
Podemos considerar que a hipotese nula $\sigma_1 = \sigma_2$ é bastante comum, então ficamos com ela.

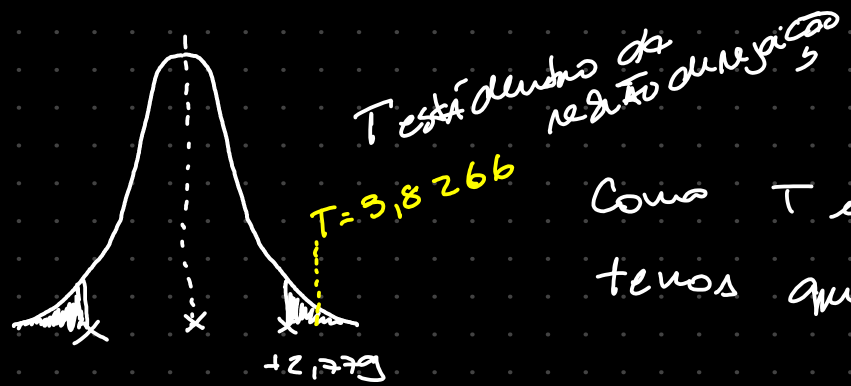
Já na hipótese principal.

Nossa estatística segue: $T = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$ com $s_p^2 = \dfrac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-1} = 38{,}108$

$T = 3{,}8266$







Como T é muito improvável definindo α temos que ficar com Ha.

(c) Calculando o p-valor (nível descritivo do teste)

p-valor $= P(T > 3{,}8266) \cdot 2 = 0{,}0008$. Confirmando nossa escolha por Ha.

(d) Concluiríamos que Ho é verdadeira se definíssemos α (nível de significância) $\leq 0{,}0008$

5) Pneus

A (1)
B (2)
$n_1 = n_2 = 12$
$\overline{X_1} = 37900$
$\sigma_1 = 5100$
$\overline{X_2} = 39800$
$\sigma_2 = 5900$

$H_0: \overline{X_1} = \overline{X_2}$
$H_a: \overline{X_1} \neq \overline{X_2}$

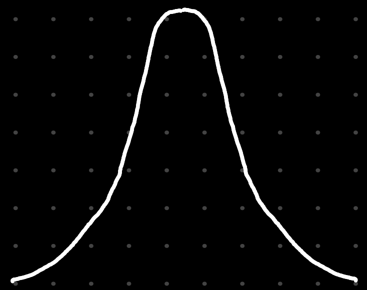
- Populações normais: t-Student ✓
- Variâncias iguais
- $\alpha = 5\%$

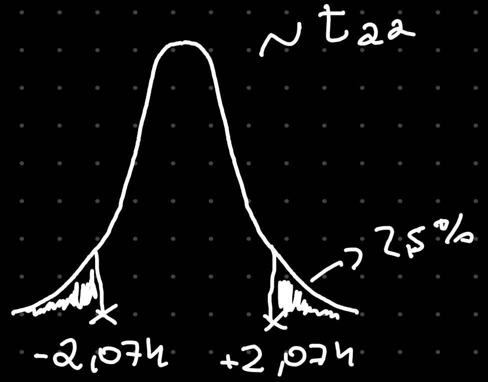
Estatística do t-Student: $\dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = 0{,}862$

~ var média

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-1} = 29087826{,}0869$$

p-valor $= 2(T > 0{,}862) = 2 \cdot 0{,}199 = 0{,}398$ (Mantemos em Ho)





portanto a estatística
está fora da zona crítica.

6) Normalmente distribuídas (teste - t)

$\alpha = 0,05$

Antes - 1

Depois - 2

Vamos testar se as médias são iguais.

1° Teste das variâncias:

$H_0: \sigma_1 = \sigma_2$

$H_a: \sigma_1 \neq \sigma_2$

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{28666}{35881} = 0,7987$$

$F_{n_1-1, n_2-1} = F_{6,6}$

Já vimos que F não se aplica e então decidimos por Ho

Mas, calculando o p-valor: p-valor = $2 \cdot 0,4 = 0,8$ (80%) - Mantemos com Ho.

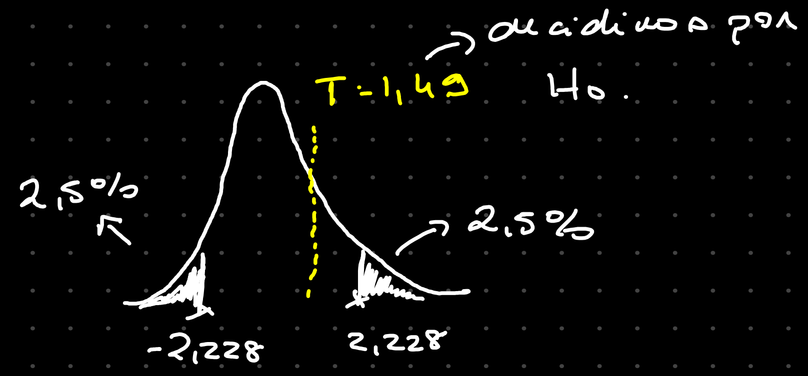
2° Teste das médias com $\sigma_1 = \sigma_2$

$H_0: \bar{X}_1 = \bar{X}_2$

$H_a: \bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = 1,49 \sim t_{n_1-n_2-2} = t_{10}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-1}$$



Mas calculando o p-value.

p-valor: $2 \cdot P(T > 1{,}49) = 2 \cdot 0{,}0835 = 0{,}167 = 16\%$ (maior do que o α posto)

Portanto temos que os resíduos são iguais.