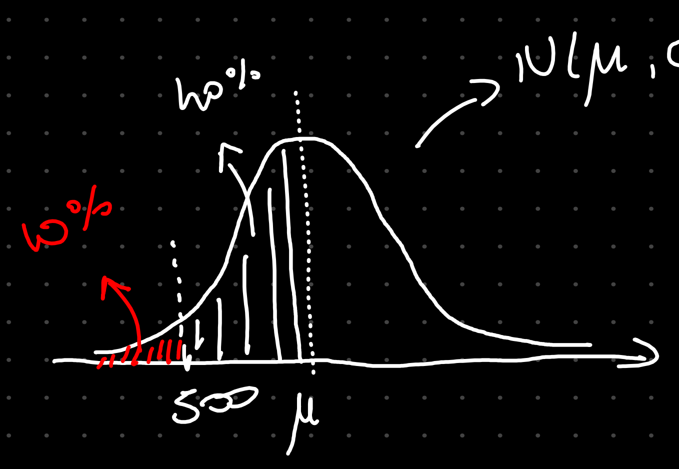
Lista 6 - Estimação em intervalo de confiança

1) $\mu = ?$

$\sigma = 10$

(a) Qual deve ser μ p/ que 10% tenha menos de 500g? Res: 512,8



$$P\left(Z < \frac{500-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z < \frac{500-\mu}{10}\right) = 10\% = 0{,}1$$

$$\frac{500-\mu}{10} = 1{,}28 \qquad \mu = 500 + 12{,}8 = 512{,}8$$

(b) Distribuição da média é dada por $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) = N\left(512{,}8; \frac{100}{4}\right)$

$$P\left(Z < \frac{500-512{,}8}{10/2}\right) = P\left(Z < \frac{-12{,}8}{5}\right) = P(Z < -2{,}56) = 1 - \left(0{,}5 + P(0 < Z < 2{,}56)\right) = 0{,}00523$$

$$0{,}49477$$

2) Valor crítico $z_{\alpha/2}$ dado por:

(a) 99% $\alpha = 0{,}005$ $z_c = 2{,}58$

95% $\alpha = 0{,}025$ $z_c = 1{,}96$

(b) 90% $\alpha = 0{,}05$ $z_c = 1{,}64$

(c) 98% $\alpha = 0{,}01$ $z_c = 2{,}33$

(d) 99,5% $\alpha = 0{,}0025$ $z_c = 2{,}81$

3) Ache z_c demonstrado por $t_{\alpha/2}^{n-1} \to$ n-1 graus de liberdade.

a) 99% $n=31$ $\alpha = 0{,}005$ $v=30$ $t_{0.005}^{30} = 2{,}750$

b) 98% $n=121$ $\alpha = 0{,}01$ $v=120$ $t_{0{,}01}^{120} = 2{,}358$

c) 90% $n=41$ $\alpha = 0{,}05$ $v=40$ $t_{0{,}05}^{40} = 1{,}684$

d) 99,8% $n=36$ $\alpha = 0{,}001$ $v=35$ $t_{0{,}001}^{35} = 3{,}340$

4) Amostra, motoristas multados:

(a) estimativa μ populacional: $\mu = 67{,}3849$

(b) IC: $67{,}3849 \pm 0{,}7295$

$$\begin{array}{r} 68{,}1144 \\ 67{,}3849 \\ \hline 00{,}7295 \end{array}$$

5) Amostra $X \sim \text{Bernoulli}(p)$

$L(p) = p^{x} (1-p)^{n-x}$

$\ell(p) = \log(p^{x} \cdot (1-p)^{n-x}) = x \log(p) + (n-x)\log(1-p) \Rightarrow \frac{d\ell}{dp} = \frac{x}{p} + \frac{(n-x)}{1-p} \cdot (-1)$

$\frac{d\ell}{dp} = \frac{x}{p} - \frac{(n-x)}{1-p} = 0 \Rightarrow x(1-p) = (n-x)p \Rightarrow x - \cancel{xp} = np - \cancel{xp}$ $\boxed{p = \frac{x}{n}}$

6) -

7) Reação medicamento

$\sim N()$

$\sigma = 2 min$

$IC = ?$

$\alpha = 0{,}04$ (96% confiança)

$\bar{X} = 4{,}745$

Média $\sim N(\bar{X}, \frac{\sigma^2}{n})$

$$P\left(Z_c < \frac{X - \bar{X}}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}\right) = 0{,}02$$

$\downarrow$

$2{,}05$

$$\frac{(X - \bar{X})\sqrt{n}}{\sigma} = 2{,}05$$

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$P\left(X > \frac{Z_c \cdot \sigma}{\sqrt{n}} + \bar{X}\right) = 0{,}02$$

$$X = \frac{2{,}05 \cdot 2}{\sqrt{20}} \pm 4{,}745$$

$$\mathcal{E} = 0{,}917$$

8)

$X \sim N(\mu, 81)$

$\hookrightarrow \sigma^2 = 81$

$\alpha = 0{,}1$ (90% conf)

$IC = ?$

Amplitude do IC $= \mathcal{E}$

como a dist da média $\sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

o ponto Z_c é dado por

$$Z_c = \frac{X - \bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}} \quad \text{tq} \quad P(Z < Z_c) = 0{,}05$$

Assim encontramos $Z_c = 1{,}64 \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{1{,}64 \cdot \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}64 \cdot 9}{\sqrt{n}}$

$n = 30 = 1{,}64 \cdot 9/\sqrt{30} = 2{,}695$

$n = 50 = 1{,}64 \cdot 9/\sqrt{50} = 2{,}087$

$n = 100 = 1{,}64 \cdot 9/\sqrt{100} = 1{,}476$

9.)

100 cidades

$\bar{X} = 2{,}5$ mais

$S = 1{,}1$ mais

$\gamma = 0{,}95$

$\alpha = 0{,}025$

Usando uma t-Student ou

$Z_c = 1{,}96$. (Normal)

$T_c =$

Estamos considerando a média em cada cidade que é normal $\left(\bar{x}, \frac{1{,}1}{n}\right)$

$$\varepsilon = \frac{1{,}96 \cdot 1{,}1}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}96 \cdot 1{,}1}{10} = 0{,}2156$$

$2{,}5 \pm 0{,}2156$

10) 50 eleitores

$p = 0{,}34$ (candidato X)

$\gamma = 94\%$ $(\alpha = 0{,}03)$

$p \sim \text{Normal}\left(\hat{p}, \frac{p(1-p)^2}{n}\right)$

$Z_{c_{0,03}} = 1{,}88$

$$\varepsilon = \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{\sqrt{n}} < \frac{Z_{\alpha/2} \cdot 1}{\sqrt{4n}} = 1{,}88 / \sqrt{200} = 0.133$$

pior dos casos. $(0{,}207; 0{,}473)$

considerando $\sigma^2 = \hat{p}(1-\hat{p})$

$$\frac{1{,}88 \cdot \sqrt{0{,}34 \cdot 0{,}66}}{\sqrt{50}}$$

$(0{,}214; 0{,}466)$ ↳ $\boxed{\text{Resp.}}$

11-

Pressão arterial ~ Normal( )

$n = 7$

$\gamma = 98\% \ (\alpha = 0{,}01) \quad Z_c = 2{,}33$

$\bar{X} = 79.286$

?

como não temos variância

$S = 4{,}920$

$n = 7 \quad \sim \quad t^{6}_{0{,}02} = 2{,}998$

$\varepsilon = \frac{2{,}998 \cdot 4{,}920}{\sqrt{7}} = 6{,}507$

$[72{,}779 ; 85{,}797]$

12-

$p = ?$

(a) $n = ?$ $\quad \varepsilon = 0{,}05 \quad \alpha = 0{,}15 \quad 0{,}075$

$Z_{\alpha/2} = 1{,}44$

$n = \frac{Z_{\alpha/2}^2}{4E^2} = \left(\frac{Z_{\alpha/2}}{2E}\right)^2 = 207{,}35 = \underline{208}$

(b) $\hat{p} = [70\% - 80\%]$ $\quad$ como $0{,}7 \cdot 0{,}3 > 0.8 \cdot 0{,}2$ $\quad \sigma^2 \quad p(1-p)$

$\hat{p} = 70\%$ (cenário mais desfavorável)

$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E}\right)^2 = \frac{1{,}44^2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3}{(0{,}05)^2} = 174{,}182$

$\boxed{175}$

(c)

$180 = n$

$X = 130$

$IC_{90\%}\ p$

$Z_{\alpha/2} = 1,64$

$\hat{p} = \frac{13\cancel{0}}{18\cancel{0}} = 0.722$

$\varepsilon = \frac{1,64 \cdot \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{\sqrt{180}} = 0,055$

ou

$\varepsilon_{max} = \frac{1,64}{\sqrt{4 \cdot 180}} = 0,061$

$IC_p = [0,667 ; 0,777]$