

# Espectroscopia $\alpha$ e Perda de Energia de Partículas $\alpha$ na matéria

Filipe Miguel (84381) • Francisco Duque (84383) • João Bravo (84390) • José Figueiredo (84402)

Instituto Superior Técnico

Mestrado Integrado em Engenharia Física Tecnológica

LFRA - Quarta-feira - Grupo 4B - Prof. Sérgio Ramos

18 Janeiro, 2018

Neste artigo expõem-se os resultados obtidos de um trabalho experimental acerca do estudo da espectroscopia do decaimento  $\alpha$  e perda de energia destas partículas na matéria. Utilizando um gerador de sinais (Pulser) e uma fonte de  $\alpha$ , o  $^{210}\text{Po}$ , realizaram-se calibrações energia-canal para um amplificador de janela e um linear, verificando-se que nenhum cumpria a norma NIM. Estudou-se o espectro de uma fonte desconhecida de partículas  $\alpha$ . Através de uma análise estatística, obtiveram-se as energias dos vários decaimentos observados no espectro, bem como a sua probabilidade relativa. Estes dados foram utilizados para identificar o nuclídeo correspondente, que se tratava do  $^{241}\text{Am}$ . Estudou-se a resolução em energia do detetor, verificando-se a diminuição das flutuações estatísticas relativas com o aumento da energia, não sendo possível obter resultados conclusivos quanto ao modelo utilizado devido aos poucos dados disponíveis. Por fim, utilizando uma câmara de ar, variou-se a distância percorrida pelas partículas  $\alpha$  de modo a estudar a variação da perda de energia com esta, comparando-se com os resultados previstos teoricamente por três métodos distintos: o  $dE/dx$  por troços, o  $dE/dx$  médio e o método do alcance. O primeiro apresentou melhores resultados globais, ainda que se tenha verificado que todos os métodos de análise possuem um erro sistemático associado.

## I. INTRODUÇÃO TEÓRICA

O decaimento  $\alpha$  corresponde à emissão, por parte de um núcleo atómico com número de massa elevado (nuclídeo "pesado"), de dois prótons e dois neutrões (o correspondente a um núcleo de Hélio,  $^4\text{He}^{2+}$ ), por efeito de túnel. Tal ocorre de acordo com o princípio da energia mínima, conferindo maior estabilidade ao núcleo que resulta da emissão, devido à grande estabilidade dos núcleos de  $^4\text{He}$  [2]. A reação representa-se por:

$$(Z, A) \longrightarrow (Z - 2, A - 4) + \alpha \quad (1)$$

Como só a partícula  $\alpha$  é emitida, o espetro de emissão do decaimento é discreto, com energias típicas no intervalo 4–6 MeV.

As partículas  $\alpha$  perdem energia em interação com o meio, quer em colisões elásticas com outros núcleos, mas sobretudo em colisões inelásticas com os eletrões atómicos. Devido à sua massa elevada, descrevem trajetórias retilíneas, sendo a sua perda de energia por unidade de comprimento,  $-dE/dx$ , devido à ionização dada pela aproximação clássica [3]:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi Z_1^2 e^4 n_v Z_2}{M_2 v^2} \ln \left( \frac{2M_2 v^2}{I} \right) \quad (2)$$

onde  $Z_1$  é o número atómico da partícula carregada,  $Z_2$  e  $M_2$  o número atómico e a massa núcleos do meio,  $n_v$  o número de átomos por unidade de volume e  $I$  a energia média de ionização.

O Polónio-210,  $^{210}\text{Po}$ , é uma fonte caracterizada por um decaimento único de partículas  $\alpha$  com 5.305 MeV, como ilustrado no esquema de decaimento da figura 1 (o outro representado tem uma probabilidade de ocorrência que o torna desprezável):

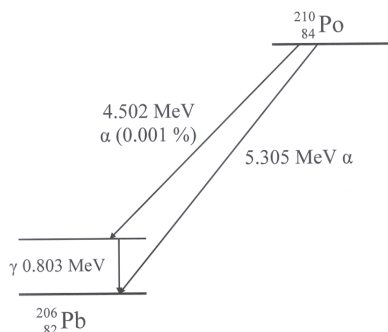


Figura 1: Esquema do decaimento do  $^{210}\text{Po}$

## II. MONTAGEM

Para a realização do trabalho proposto, foram utilizados os seguintes materiais, parte dos quais compõem o espectrómetro  $\alpha$  Soloist utilizado [1]:

- Fontes emissoras de partículas  $\alpha$ :  $^{210}\text{Po}$  e fonte desconhecida;

- Detetor semiconductor de barreira de superfície (de silício);
- Bomba de vácuo;
- Câmara de vácuo (a  $10^{-4}$  mbar);
- Cadeia eletrónica composta por:
  - Gerador de tensão a 70 V
  - Gerador de impulsos (Pulser)
  - Pré-amplificador
  - Amplificadores de tensão, linear e de janela (Biased)
- Placa analisadora multicanal ligada a computador.

O princípio dos detetores semicondutores é o princípio das junções p-n (vulgares "díodos") - a radiação produz pares eletrão-buraco (3.6 eV por par) no material, que migram da zona de depleção criada pelo campo elétrico produzido pelas cargas e são recolhidas por eletródos. O sinal recolhido é proporcional à energia da radiação incidente, o que permite a sua determinação. No caso dos detetores de barreira de superfície, a junção é formada por um semiconductor e por um metal [5].

Cada fonte foi colocada na câmara de vácuo do detetor, que possui várias prateleiras a diferentes distâncias do mesmo. Usou-se a bomba de vácuo para estabelecer um vácuo primário a cerca de  $10^{-4}$  mbar, nas experiências que assim o requeriam.

Toda a cadeia eletrónica cumpre à partida as normas eletrónicas NIM, sendo que o possível incumprimento se dá sempre por defeito [6]. O Pulser permite gerar pulsos de tensão bem definida no detetor.

No amplificador linear foi utilizado um sinal com formatação unipolar. O amplificador de janela permite definir várias gamas de tensões (regiões de trabalho), rejeitando as que não se inserem nesse intervalo, o que permite expandir uma determinada região de interesse. No caso dos  $\alpha$  há especial interesse em fazê-lo, uma vez que estes possuem uma gama de energias específicas. O ganho  $G$  de cada região de trabalho é dado por:

$$G = \frac{10 [V]}{V_{max} - V_0}, \quad (3)$$

sendo  $V_0$  e  $V_{max}$  respetivamente o limiar inferior e superior da janela em causa, e 10 V é o intervalo de tensão da norma NIM. Este corresponde assim à constante multiplicativa que permite expandir a gama de energias da região de trabalho para o intervalo de tensão da norma NIM. Assim um maior ganho permite uma maior precisão na obtenção de espectro, já que cada canal corresponde a um conjunto mais reduzido de energias.

Por fim, o analisador multicanal, cuja base é um ADC de 10 bits, correspondentes aos 10 V da norma NIM, converte a amplitude do sinal analógico num sinal digital [6], cujos valores serão analisados por um programa de aquisição de dados. Este permite visualizar um plot em tempo real dos dados obtidos, bem como adquirir o número de contagens de de um pico gaussiano, com e sem o "ruído" dessa gama,  $N_t$  e  $N_s$ , respetivamente. Permite ainda adquirir o centróide,  $C$ , e a largura a meia altura do respetivo pico,  $FWHM$ .

Apresenta-se de seguida um esquema da cadeia da montagem.

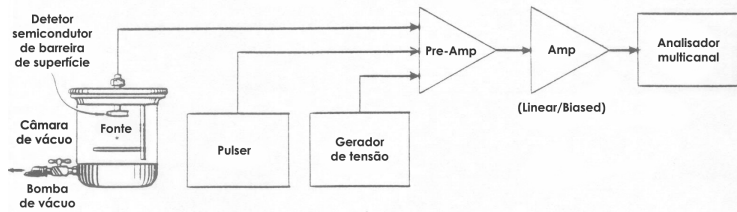


Figura 2: Esquema da montagem utilizada

### III. MÉTODO

O trabalho encontra-se dividido em duas sessões com diferentes objetivos e métodos de análise. No entanto, há procedimentos comuns às duas sessões.

#### 1. 1ª Sessão

Nesta, o objetivo principal da experiência é estudar o espectro de emissão  $\alpha$  de uma fonte desconhecida.

##### 1.1 Determinação da Região de Trabalho do Amplificador de Janela

Como descrito na introdução, o espectro de emissão  $\alpha$  de qualquer fonte radioativa é discreto, com um intervalo de energias bem definido, pelo que se irá utilizar o amplificador de janela da montagem. Possuindo este várias regiões de trabalho possíveis, recorreu-se a uma fonte aberta de  $^{210}\text{Po}$ , e fizeram-se aquisições para cada região de modo a determinar qual a mais vantajosa a utilizar na experiência. Os critérios de selecção foram o ganho de cada região, que se pretende o maior possível e a localização do pico o mais ao centro ao possível desta, por se saber que a fonte desconhecida emite  $\alpha$  com energias semelhantes ao emitido pelo  $^{210}\text{Po}$ .

##### 1.2 Calibração Energia-Canal do Detetor

Definida a região de trabalho, é necessário determinar a resposta em energia do detetor, isto é, a relação centróide  $\leftrightarrow$  energia dos picos medidos. Assumindo que esta é linear ter-se-á:

$$E(C) = aC + b, \quad (4)$$

em que  $a$  e  $b$  são constantes características do detetor.

Para as obter, utilizou-se o *Pulser* da montagem e fizeram-se aquisições para 6 diferentes tensões equidistantes impostas no detetor, que abrangessem toda a região de trabalho. A cada uma destas estará associado um pico com determinado centróide. Considerando que a resposta centróide  $\leftrightarrow$  tensão também é linear, recorreu-se ao método dos mínimos quadrados e ajustou-se a seguinte expressão aos dados:

$$V(C) = a'C + b'. \quad (5)$$

Sendo a energia de cada  $\alpha$  proporcional à tensão que impõe no detetor, pode-se utilizar um pico de energia  $E$  (ponto graduador) para obter a constante de proporcionalidade entre energia e tensão, através da expressão (6). Esta constante determina a relação entre a resposta em energia e a resposta em tensão do detetor, sendo as constantes da primeira dadas por (7) e (8).

$$K = \frac{E}{V(C)} = \frac{E}{a'C + b'} \quad (6)$$

$$a = Ka', \quad (7)$$

$$b = Kb'. \quad (8)$$

O ponto graduador escolhido foi o do centróide do pico singular do espectro do  $^{210}\text{Po}$  para esta região de trabalho, que corresponde à emissão de partículas  $\alpha$  com  $5305 \text{ keV}$ .

### 1.3 Estudo do Espectro de Energia de uma Fonte Emissora $\alpha$ desconhecida

Colocou-se uma fonte radioativa de identidade desconhecida no vácuo, estudando-se a resposta do detetor. Em aula, recorrendo ao programa de aquisição retiraram-se valores para as dispersões e centróides dos vários picos detetados.

Novamente, apesar de a fonte ter sido colocada numa câmara de vácuo, este não era ideal, havendo algumas colisões de radiação  $\alpha$  com os corpúsculos de ar rarefeito. Deste modo, há perda de energia de algumas das partículas  $\alpha$  no trajeto da fonte até ao detetor, fator não considerado nos dados retirados a partir do programa de aquisição. Para uma correta descrição da resposta do detetor é necessário desenvolver um modelo que descreva esta perda de energia.

Em teoria, a incidência de um elevado número de partículas  $\alpha$  com uma energia bem definida à entrada do detetor resulta num sinal gaussiano cuja variância é determinada pelas características internas do detetor. De modo a descrever a perda de energia da radiação, podemos aproximar o número de interações de cada partícula ao longo do trajeto por uma estatística de Poisson. Assumindo que a energia média perdida em cada interação  $\alpha$  - ar rarefeito é independente da energia da partícula e desprezando a sua dispersão, a energia da radiação à entrada do detetor será  $E_0 - k \cdot \Delta E_{\text{imp}}$ , sendo  $E_0$  a energia com que as partículas são emitidas,  $k$  o número de colisões ao longo do trajeto e  $\Delta E_{\text{imp}}$  a perda de energia média por colisão.

Assim, a distribuição de energias detetadas para  $N$  partículas  $\alpha$  de energia bem definida à saída da fonte será uma composta de uma distribuição gaussiana (devido à dispersão que ocorre no detetor) com uma distribuição de Poisson (devido à dispersão que ocorre na câmara de vácuo). A probabilidade de se detetar uma dada energia  $E$  após a fonte emitir radiação com energia  $E_0$  é dada por:

$$\begin{aligned} P(E) &= \sum_{k=0}^{+\infty} P_{\text{Gauss}(E_0 - k \cdot \Delta E_{\text{imp}}, \sigma)}(E) \cdot P_{\text{Poisson}(\lambda)}(k) = \\ &= \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\exp\left(-\frac{(E - (E_0 - k \cdot \Delta E_{\text{imp}}))^2}{2\sigma^2}\right)}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \frac{\exp(-\lambda)\lambda^k}{k!}, \end{aligned} \quad (9)$$

onde  $P_{\chi}(a)$  é a probabilidade de  $a$  numa distribuição  $\chi$ ,  $\text{Gauss}(\mu, \sigma)$  uma distribuição normal de valor médio  $\mu$  e variância  $\sigma$  e  $\text{Poisson}(\lambda)$  uma distribuição de Poisson com valor médio  $\lambda$ . Relativamente às constantes na função,  $\lambda$  representa o número médio de colisões por trajeto e  $\sigma$  a dispersão do pico gaussiano.

A expressão explicitada em (9) é uma soma de infinitos termos, obrigando a uma truncadura para um dado  $k_{\text{max}}$  para que seja possível a sua implementação numérica. Espera-se que o número médio de colisões no trajeto ( $\lambda$ ) seja bastante reduzido, visto que o ar na câmara é bastante rarefeito. Sendo cada membro da soma proporcional a  $\lambda^k$  a série rapidamente converge, sendo possível a sua truncadura para um valor de  $k$  algo reduzido. Obtém-se deste modo a expressão (10) para o ajuste dos pontos experimentais correspondentes a um dado pico.  $N$  corresponde ao número de contagens total do pico, sendo que os restantes parâmetros têm o significado físico discutido na introdução teórica para a equação (9).

$$N_c(x) = N \sum_{k=0}^{k_{\text{max}}} \frac{\exp\left(-\frac{(E - (E_0 - k \cdot \Delta E_{\text{imp}}))^2}{2\sigma^2}\right)}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \frac{\exp(-\lambda)\lambda^k}{k!}. \quad (10)$$

Recorrendo a ajustes à equação (10) a esta caracterização de cada um dos picos, procedeu-se ao estudo do espectro da fonte desconhecida, de modo a identificá-la.

Com esta informação, procurou-se em [7] qual o nuclídeo que poderia corresponder à fonte desconhecida. As restrições impostas na busca foram um tempo de semi-vida superior a 1 ano e um desvio em relação à energia do centróide dado pelo seu erro. Para cada um destes, obteve-se um conjunto de nuclídeos possíveis, tendo-se eliminado de cada conjunto aqueles cuja probabilidade de emissão do respetivo  $\alpha$  fosse inferior a 1%. Finalmente, compararam-se os conjuntos para cada pico e identificou-se qual o nuclídeo que poderia explicar todos os picos observados, e cujas probabilidades associadas a cada decaimento fosse coerente com as obtidas por cada método. Por fim, confrontaram-se os resultados provenientes dos ajustes à equação (10) com os provenientes dos valores obtidos em aula.

## 1.4 Resolução em Energia

De forma a estudar a resolução em energia do detetor, calculou-se a resolução dos picos aparentemente gaussianos e bem definidos da fonte desconhecida, através da expressão:

$$R = \frac{\Delta E}{E} = \frac{FWHM_{keV}}{E} \quad (11)$$

uma vez que esta apenas tem significado para esse tipo de picos.

Como o processo de ionização segue uma distribuição de Poisson, haverá uma energia média  $\omega$  para a remoção de eletrões [4]. No caso em que todos os eventos são independentes e a energia não é totalmente absorvida, a estatística é verdadeiramente de Poisson e tem-se:

$$R = 2.355 \sqrt{\frac{\omega}{E}} \quad (12)$$

Pelo que  $R \propto \frac{1}{\sqrt{E}}$ . Espera-se que, com o aumento da energia, o número médio de ionizações aumente e as flutuações estatísticas relativas diminuam.

Fez-se um ajuste pelo método dos mínimos quadrados dos valores obtidos a seguinte expressão, para testar a validade do modelo referido:

$$R = \sqrt{\frac{a}{E}} + b \quad (13)$$

Já a validade do parâmetro  $a$  pode ser averiguada pela sua relação com a energia média de ionização  $\omega$ :

$$\omega = \frac{a}{100^2 \cdot 2.355^2} \quad (14)$$

$$\delta_\omega = \frac{\delta_a}{100^2 \cdot 2.355^2} \quad (15)$$

Como a quantidade de dados fiáveis era diminuta e numa gama de energia limitada, encontraram-se poucos pontos na região de curvatura da raiz da expressão de ajuste, pelo que se optou também pela expansão deste termo em série de Taylor em torno da energia média,  $E_0$ , dos picos utilizados. Assim, obtém-se em primeira ordem:

$$R \approx \sqrt{\frac{a}{E_0}} \cdot \left(1 - \frac{\Delta E}{2E_0}\right) + b \quad (16)$$

sendo  $\Delta E$  a diferença de energia entre o pico e  $E_0$ .

Fez-se assim um segundo ajuste pelo método dos mínimos quadrados dos valores obtidos à seguinte expressão:

$$R = c - d \Delta E \quad (17)$$

A energia média de ionização  $\omega$  será dada então por:

$$\omega = \frac{4 E_0^3 d^2}{100^2 \cdot 2.355^2} \quad (18)$$

$$\delta_\omega = \frac{8 E_0^3 d \delta_d}{100^2 \cdot 2.355^2} \quad (19)$$

Procedeu-se depois à comparação entre os métodos utilizados.

## 2. 2ª Sessão

O objetivo desta sessão é o estudo da perda de energia das partículas  $\alpha$  na matéria. Como esta perda é contínua, o espectro de  $\alpha$ 's que atravessam um meio no qual degradaram energia deixa de ser discreto, ou seja, as partículas podem ter qualquer energia entre zero e aquela com que são emitidas. Por conseguinte ir-se-á utilizar agora o amplificador linear.

## 2.1 Calibração Energia-Canal

Novamente, é necessário começar por se determinar a resposta canal $\leftrightarrow$ energia do detetor. Recorrendo mais uma vez ao *Pulser* do amplificador, geraram-se impulsos de tensões equidistantes que permitissem cobrir toda a gama de energias medida pelo detetor. Como este intervalo de energias é maior que o do amplificador de janela (caso o detetor cumprisse a norma NIM; seria de 0-10 V), cada canal corresponderá a um conjunto de energias possíveis mais vasto que anteriormente. Por conseguinte, os picos do *Pulser* possuem uma dispersão ainda menor, e o programa de aquisição não consegue ajustar uma função gaussiana que permita a obtenção dos dados necessários.

Como método alternativo, obteve-se o centróide de cada pulso por uma média ponderada pelas contagens de cada canal, através da expressão (20), em que  $c_i$  e  $n_i$  correspondem respetivamente ao canal  $i$  e seu número de contagens.

$$\bar{C} = \frac{\sum_i n_i c_i}{\sum_i n_i} \quad (20)$$

Repetindo agora o procedimento da 1ª sessão para o amplificador de janela, ajusta-se a expressão (5), e utiliza-se como ponto graduador o pico de 5305 keV do espectro de emissão  $\alpha$  do  $^{210}\text{Po}$  para converter a resposta tensão-canal numa calibração energia-canal, através de (6)-(8).

## 2.2 Perda de Energia de partículas $\alpha$ na matéria

Tendo a calibração energia-canal para o detetor utilizando o amplificador linear, procedeu-se ao estudo da perda de energia das partículas  $\alpha$  na matéria em função da distância percorrida. O meio considerado é o ar atmosférico. Para a sua densidade considera-se  $\rho_{ar} = 1.2041 \text{ mg/cm}^3$ , tabelado para  $T = 20^\circ\text{C}$  e  $1 \text{ atm}$ . Obtiveram-se espectros do  $^{210}\text{Po}$  com este nas prateleiras 2 a 8 do detetor. A distância da fonte ao detetor para a prateleira  $n$  é dada por:

$$d(n) = a + n\Delta z = 1.5 + n \times 4 \text{ [mm]}, \quad (21)$$

em que  $a = 1.5 \text{ mm}$  é o desfaseamento inicial e  $\Delta z = 4 \text{ mm}$  é a distância entre prateleiras. Para se proceder a uma análise conjunta dos dados obtidos para as várias distâncias é necessário que estes tenham precisão semelhantes. Como tal, foi necessário garantir que para cada prateleira, o tempo de aquisição permitisse um número de contagens semelhantes.

O número de contagens para uma aquisição está relacionado com o seu tempo de aquisição pela expressão (22):

$$N \propto t_{aq} \varepsilon_{geom}, \quad (22)$$

em que  $\varepsilon_{geom}$  é a eficiência geométrica do detetor. Esta varia inversamente com o quadrado da distância, por isso, para que  $N$  se mantenha constante, o tempo de aquisição utilizado deverá ser dado por (23):

$$t_{aq} = B d^2, \quad (23)$$

onde  $d$  corresponde à distância da prateleira ao detetor, dada por (21). A constante  $B$  foi obtida fixando um tempo de aquisição para a primeira prateleira a estudar. Isto é, fixando o tempo de aquisição para a prateleira 2 ( $t_{aq_2}$ ), então

$$B = \frac{t_{aq_2}}{d^2(2)}. \quad (24)$$

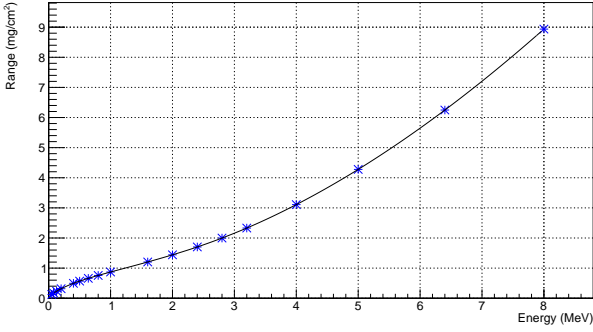
Para cada prateleira, obtém-se a energia média perdida pelas partículas  $\alpha$  no seu trajeto através da diferença em relação à energia com que são emitidas (para o  $^{210}\text{Po}$  este valor é de  $E_0 = 5.305 \text{ (MeV)}$ ) e a energia com que são detetadas, dadas pelo correspondente em energia ao centróide do pico observado no espectro para cada ensaio:

$$\Delta E_{medido}(z) = E_0 - E_C(z), \quad (25)$$

De seguida calcularam-se valores esperados para  $\Delta E$ , recorrendo a vários métodos [1], para se poderem comparar os resultados obtidos experimentalmente. Comparam-se igualmente os resultados obtidos para cada método utilizado no cálculo do  $\Delta E$  esperado.

### Método do Alcance

Recorrendo a um conjunto de dados tabelados do alcance médio das partículas  $\alpha$  [1] (em unidades de  $mg/cm^2$  em função da energia, devidamente pesados tendo em conta a composição do ar atmosférico (que se considerou  $\sim 80\% N, 20\% O$ ), recorreu-se ao método de *Spline-Cubic* de forma a obter uma parametrização desta relação. O gráfico da função interpoladora,  $R(E)$ , encontra-se na figura 3.



**Figura 3:** Função Interpoladora obtida para o alcance médio das partículas  $\alpha$  no ar atmosférico, em função da sua energia, recorrendo ao método *Spline-Cubic*.

Para cada prateleira calculou-se a diferença entre o alcance médio dos  $\alpha$  de  $5.035 MeV$  emitido pelo  $^{210}Po$  no ar e o seu alcance tendo em conta a distância média,  $d$ , percorrida pelas partículas entre a fonte e o detetor:

$$R_f(d) = R(E_0) - \rho_{ar}d, \quad (26)$$

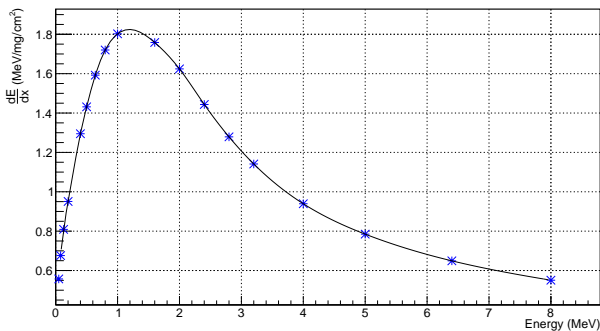
onde  $R(E_0) = 4.67475 mg/cm^2$  é valor teórico para o alcance dos  $\alpha$ s emitidos pelo  $^{210}Po$  no ar. Para cada  $R_f$  obtido, recorreu-se ao método da secante para calcular o valor de energia correspondente a esse alcance. O resultado corresponde à energia da partícula depois de percorrer essa camada de ar. Por conseguinte, o valor teórico da energia perdida pelas partículas  $\alpha$  para cada prateleira é dado por (27):

$$\Delta E_{alcançe} = E_0 - R^{-1}(R_f(d)), \quad (27)$$

onde  $d$  é a distância da prateleira respetiva ao detetor.

### Método do $dE/dx$

Neste método foram utilizados dados tabelados da perda de energia das partículas  $\alpha$  por unidade de comprimento em função da energia [1], característica do ar atmosférico (com a composição indicada anteriormente), aos quais também se aplicou o método de *Spline-Cubic* para obter uma função interpoladora  $\frac{dE}{dx}(E)$ . O gráfico desta está na figura (4):



**Figura 4:** Função Interpoladora obtida para a perda de energia das partículas  $\alpha$  por unidade de comprimento ( $mg/cm^2$ ) no ar atmosférico, em função da sua energia, recorrendo ao método *Spline-Cubic*.

A energia total perdida por uma partícula  $\alpha$  deverá ser dada pelo integral desta função ao longo do percurso percorrido. Este foi calculado de duas formas distintas. Na primeira assumiu-se  $\frac{dE}{dx}(E)$  como

linear entre as duas energias inicial e final. O integral em questão é dado por (28).

$$\Delta E_{medio} = \frac{\left. \frac{dE}{dx} \right|_{E=E_0} + \left. \frac{dE}{dx} \right|_{E=E_f}}{2} z \rho_{ar}. \quad (28)$$

Calculou-se também esse intervalo de energia computando o integral numericamente, utilizando o método dos trapézios. Para isso dividiu-se a distância espacial percorrida em média pelas partículas, em  $n$  intervalos iguais e, considerando  $\frac{dE}{dx}(E)$  constante em cada troço, calculou-se a soma:

$$\Delta E_{trocos} = \sum_{i=0}^n \frac{z}{n} \rho_{ar} \left. \frac{dE}{dx} \right|_{E_0 - \Delta E_{i-1}}. \quad (29)$$

Utilizaram-se diferentes números  $n$  de troços para comparar como variava a concordância dos valores teóricos assim obtidos para a energia perdida pelas partículas  $\alpha$  com os observados experimentalmente.

## IV. TRATAMENTO DE DADOS

### 1. 1ª Sessão

#### 1.1 Determinação da Região de Trabalho do Detetor

Os dados obtidos para o espectro do  $^{210}Po$  para tempos de  $150 s$  ( $t_{aq}$ ) para cada região do amplificador de janela encontram-se na tabela 1. O erro dos centróides é dado por (30).

$$\sigma_C = \frac{\sigma_{N_s}}{\sqrt{N_s}} = \frac{FWHM}{2.355\sqrt{N_s}} \quad (30)$$

Range (V)	N	FWHM (canal)	C (canal)	$V_0$ (V)	G
3-8	$87 \pm 9$	3.93	$630.35 \pm 0.18$	3	2
4-7	$84 \pm 9$	5.16	$633.23 \pm 0.24$	4	3.33
3-5	0	-	-	3	5
4-6	$91 \pm 10$	1.57	$932.000 \pm 0.070$	4	5
5-7	$84 \pm 9$	7.69	$347.42 \pm 0.36$	5	5
6-8	0	-	-	6	5

**Tabela 1:** Dados do pico de  $5305 keV$  do espectro de decaimento  $\alpha$  do  $^{210}Po$ , para as várias regiões de trabalho do amplificador de janela ( $t_{aq} = 150 s$ ). A região de trabalho escolhida foi a de  $5-7 V$ .

Observou-se que o pico obtido para o espectro do  $^{210}Po$  não era perfeitamente gaussiano, apresentando uma cauda à esquerda. Isto deve-se ao vácuo não perfeito da câmara de vácuo, pelo que os  $\alpha$ s emitidos perdem energia em colisões com o meio, originando uma cauda à esquerda do pico devido à deteção destes  $\alpha$  menos energéticos.

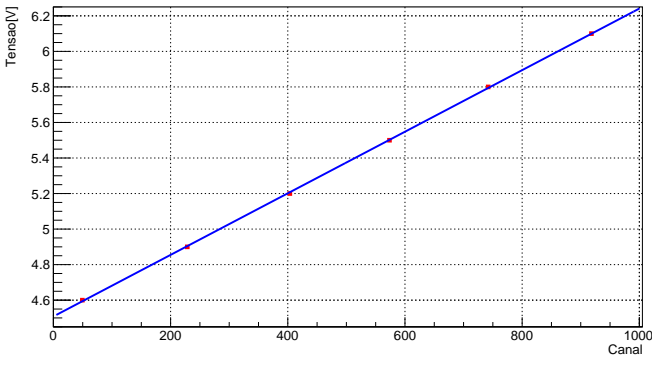
As regiões 3-5 V e 6-8 V são imediatamente excluídas como possíveis regiões de trabalho, já que não permitem detetar o  $\alpha$  de  $5.305 MeV$  emitido pelo  $^{210}Po$ . A região 3-8 V, embora possibilite a observação do pico, possui ganho inferior às de 4-6 V e 5-7 V, que também permitem a sua deteção, sendo por isto menos vantajosa. Por fim, optou-se pela região de trabalho de 5-7 V face à de 4-6 V, pelo centróide do pico de  $5.305 MeV$  estar localizado mais interiormente na primeira região do que na segunda. Caso se usasse a região de 4-6 V, por o centróide estar excessivamente à direita, poder-se-iam não detetar picos de energias superiores no estudo do espectro da fonte desconhecida.

#### 1.2 Calibração Energia-Canal - Amplificador de Janela

Os dados obtidos para as aquisições do *Pulser*, durante um  $t_{aq} = 10 s$ , estão na tabela 2. O ajuste de (5) a estes e os parâmetros resultantes encontram-se respetivamente na figura 5 e tabela 3.

Tensão (V)	N	FWHM (canal)	C (canal)
4.6	$883 \pm 30$	3.98	$49.400 \pm 0.057$
4.9	$882 \pm 30$	4.96	$228.470 \pm 0.071$
5.2	$883 \pm 30$	4.16	$403.500 \pm 0.059$
5.5	$883 \pm 30$	3.87	$573.560 \pm 0.055$
5.8	$883 \pm 30$	4.41	$742.070 \pm 0.063$
6.1	$883 \pm 30$	3.75	$918.280 \pm 0.054$

**Tabela 2:** Dados obtidos para aquisições com o *Pulser*, para a região de trabalho de  $5-7 V$  do amplificador de janela ( $t_{aq} = 10 s$ )



**Figura 5:** Ajuste de  $V(C) = a'C + b'$  aos dados da tabela 2 para obtenção da resposta tensão  $\leftrightarrow$  canal do detector, para a região de trabalho de 5-7 V do amplificador de janela.

$a' \times 10^{-3}$ (V/canal)	$b'$ (V)	ngl	$\chi^2/ngl$
$1.73269 \pm 0.00014$	$4.508280 \pm 0.000080$	4	3418.03

**Tabela 3:** Parâmetros do ajuste da figura 5

O  $\chi^2/ngl$  bastante elevado era expectável por não se terem considerado erros na tensão imposta pelo *Pulser*. Por conseguinte, como o erro estatístico associado aos centróides é muito baixo, já que por resultarem de pulsos bem definidos têm uma baixa dispersão, este torna-se consideravelmente subestimado face aos erros sistemáticos na montagem que não são contabilizados.

Já os valores de  $a'$  e  $b'$  estão discordantes com o esperado. O parâmetro  $b'$  representa o limiar mínimo de tensão da região de trabalho, que para a utilizada deveria ser de  $V_0 = 5$  V, valor que não está considerado por  $b'$  na sua incerteza. Já  $V(1024)$  deveria corresponder ao limiar máximo da janela, ou seja,  $V_{max} = 7$  V. Todavia,  $V(1024) = 6.28$  V, o que nem sequer corresponde à diferença de 2 V em relação  $b'$ , que verificando-se significaria a um offset negativo desta janela. Assim, conclui-se que o detector não cumpre a norma NIM.

Consultando a tabela 1, recorda-se que ponto graduador para esta região de trabalho possui centróide no canal  $C = 347.42 \pm 0.36$ . Como já foi dito, este corresponde a uma energia de 5.305 MeV, pelo que a constante de proporcionalidade entre tensão e energia e os parâmetros da calibração energia-canal podem ser calculados utilizando (6)-(8). Os erros tomados para estas grandezas obtidos por propagação de erros são dados pelas expressões (31)-(33). Os resultados estão na tabela 4.

$$\sigma_K = \sqrt{\left(\frac{CK\sigma_{a'}}{a'C+b}\right)^2 + \left(\frac{a'K\sigma_C}{a'C+b'}\right)^2 + \left(\frac{K\sigma_{b'}}{a'C+b'}\right)^2} \quad (31)$$

$$\sigma_a = \sqrt{(K\sigma_{a'})^2 + (a'\sigma_K)^2}, \quad (32)$$

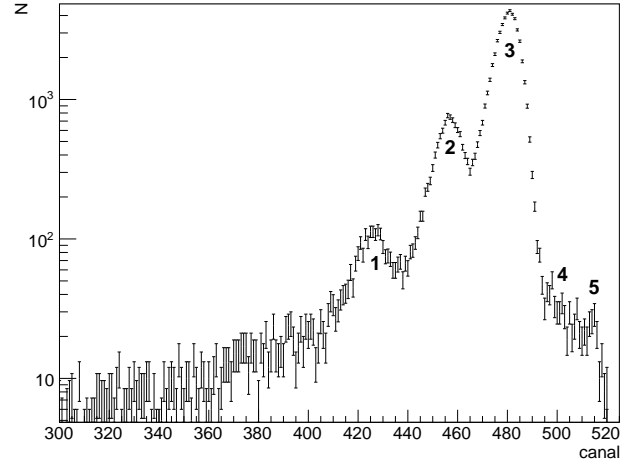
$$\sigma_b = \sqrt{(K\sigma_{b'})^2 + (b'\sigma_K)^2}. \quad (33)$$

$K$ (MeV/V)	$a' \times 10^{-3}$ (MeV/canal)	$b$ (MeV)
$1.02869 \pm 0.00012$	$1.782 \pm 0.021$	$4.63763 \pm 0.00057$

**Tabela 4:** Constante de proporcionalidade  $K$  entre energia e tensão imposta no detector, e parâmetros da resposta energia-canal,  $E(C) = aC + b$ , do detector, para a região de trabalho 5-7 V do amplificador de janela.

Ao contrário do indicado pelo fabricante do detector, a constante de conversão entre energia e tensão não é unitária. Para além disso, como o pico utilizado com ponto calibrador apresenta uma cauda à esquerda, o seu centróide deverá estar ligeiramente subestimado. Isto irá sobrestimar a constante  $K$  e por conseguinte os parâmetros  $a$  e  $b$  da calibração energia-canal do detector.

### 1.3 Estudo do Espectro de Energia de uma Fonte Emissora $\alpha$ desconhecida

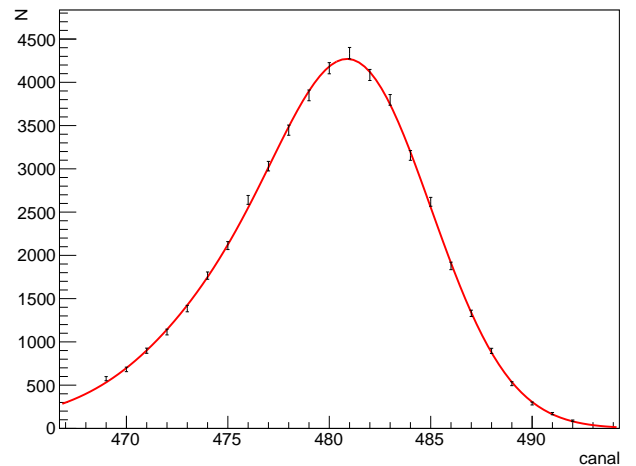


**Figura 6:** Espectro obtido para a fonte desconhecida, para um tempo de aquisição de  $t_{aq} = 240$  s

O espectro da fonte desconhecida utilizada, obtido para uma aquisição de  $t_{aq} = 240$  s, encontra-se representado na figura 6. Os picos 1, 2 e 3 são picos singulares não gaussianos com caudas à esquerda, correspondendo, à emissão de partículas com energia bem definida pela fonte com ligeira perda de energia na câmara de vácuo. Os picos 4 e 5 apresentam um número muito reduzido de contagens para se proceder à sua caracterização, ainda assim, a análise do gráfico da figura 10 leva a crer que a região pode ser caracterizada pela soma de dois picos gaussianos.

Como explicitado no método a análise dos sinais foi feita por ajustes à equação (10). Para estes, utilizou-se  $k_{max} = 3$ , não se verificando variação no valor de  $\chi^2/Ngl$  em nenhum dos ajustes em  $k_{max} = 4$ .

Ignorando para já os picos 4 e 5 devido ao seu reduzido número de contagens, o pico 3 é o mais à direita do espectro, correspondendo a um  $\alpha$  mais energético. Como é impossível às partículas ganharem energia ao longo da trajetória, escolhendo uma região de interesse fora de uma vizinhança de  $3\sigma$  do centróide do pico 2 garante que as contagens consideradas provêm exclusivamente do pico 3. Assim, escolheu-se o intervalo de canais [469; 492], efetuando-se um ajuste, pelo método dos mínimos quadrados, do sinal neste intervalo à expressão (10), obtendo-se o ajuste da figura abaixo, estando os parâmetros obtidos compilados na tabela 5.



**Figura 7:** Ajuste da expressão (10) ( $k_{max} = 3$ ) aos dados do espectro da fig. 6 no intervalo de canais [469; 492] (pico 3); ( $\chi^2/Ngl = 0.953$ )

Para o pico 2, escolheu-se mais uma vez uma região que excluiu



a vizinhança de  $3\sigma$  do pico 1 e tomou-se como limite superior o valor da fronteira esquerda da região do pico 3. Ajustou-se novamente, pelo método dos mínimos quadrados, a expressão (10), desta feita à diferença entre os dados do espectro e o valor calculado para as contagens de cada canal provenientes do pico 3, recorrendo ao ajuste anterior. Sendo as contagens do pico 2 dadas por:

$$N_2 = N_t - N_3, \quad (34)$$

correspondendo  $N_t$  às contagens do sinal e  $N_3$  às devido ao pico 3, a incerteza dos pontos assim calculados será dada por

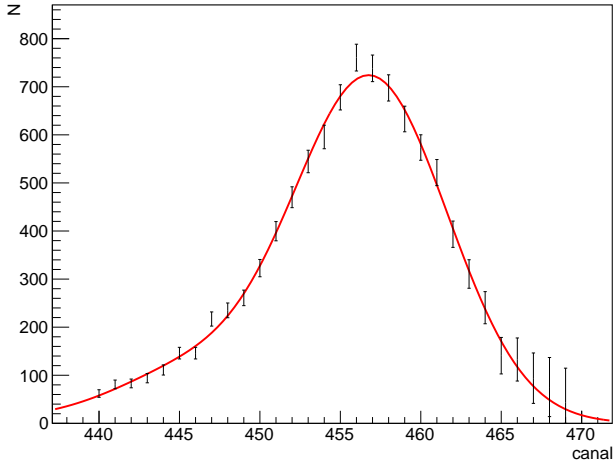
$$\sigma_{N_2} = \sqrt{\sigma_{N_t}^2 + \sigma_{N_3}^2} \quad (35)$$

O erro de  $N_t$  é dado por  $\sqrt{N_t}$ , sendo a propagação de erros para  $N_3$  dada algo mais complexa. O erro estatístico de uma dada função  $f$  é dada em função das incertezas estatísticas nos seus parâmetros  $x^i$  pela seguinte expressão:

$$\sigma_f^2 = \sum_{i=1}^{n_{par}} \left( \frac{\partial f}{\partial x^i} \sigma_{x^i} \right)^2. \quad (36)$$

Dada a complexidade da equação (10), a aplicação analítica desta expressão à propagação de erros de  $N_3$  é excessivamente complexa. Por este motivo, calcularam-se as derivadas parciais acima numericamente, estimando-se a variância de  $N_3$  em função das variâncias nos parâmetros de ajuste.

Respeitando estas considerações efetuou-se um ajuste de quadrados mínimos dos dados tratados acima à expressão (10), obtendo-se os parâmetros constantes da tabela 5 e o ajuste explanado na figura abaixo:

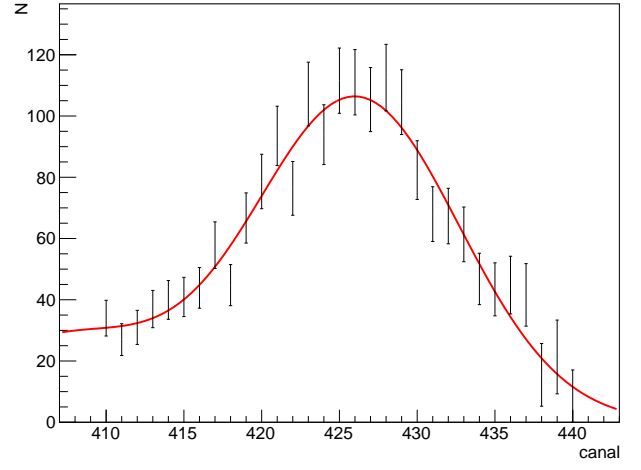


**Figura 8:** Ajuste de (10) ( $k_{max} = 3$ ) aos dados do espectro da fig. 6 no intervalo de canais [440; 469] (pico 2), após descontadas as contagens atribuídas ao pico 3 interpoladas pelo ajuste da fig. 7 ( $\chi^2/Ngl = 0.669$ ).

Procedendo de modo semelhante, subtraiu-se aos dados no intervalo de canais do pico 1 [410; 440] os valores as contagens respeitantes aos picos 2 e 3 para cada canal, calculados pelas expressões ajustadas acima. A incerteza das contagens obtidas para o pico 1 é dada por:

$$\sigma_{N_1}^2 = \sigma_{N_t}^2 + \sigma_{N_2}^2 + \sigma_{N_3}^2, \quad (37)$$

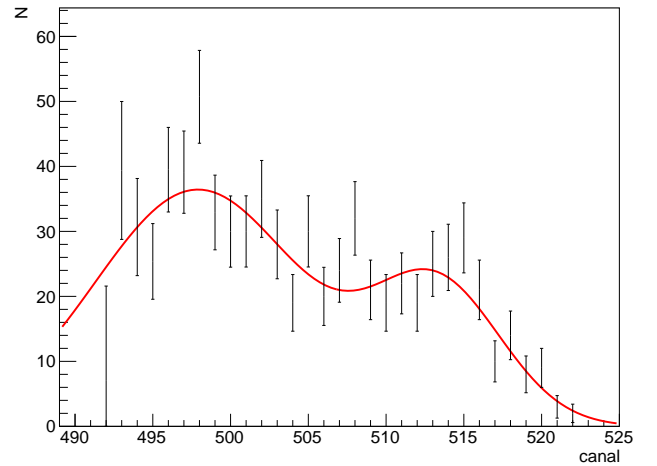
sendo  $\sigma_{N_2}$  e  $\sigma_{N_3}$  calculados pelo processo numérico descrito acima. Impôs-se um limite inferior no intervalo considerado para o ajuste de modo a preservar a validade do modelo. A perda de energia média por interação que foi assumida constante na sua formulação depende apesar de tudo da energia da partícula, logo, de modo a preservar a validade do modelo é importante que o intervalo de canais (energias) para o ajuste seja reduzido. Efetuou-se um ajuste, pelo método dos mínimos quadrados, da equação (10) aos dados calculados, obtendo-se os parâmetros da tabela 5 referentes ao seguinte ajuste:



**Figura 9:** Ajuste de (10) ( $k_{max} = 3$ ) aos dados do espectro da fig. 6 no intervalo de canais [410; 440] (pico 1), após descontadas as contagens atribuídas ao pico 2 e 3 interpoladas pelos ajustes das figura 8 e 7 respectivamente; ( $\chi^2/Ngl = 0.812$ )

Por fim estudou-se a região dos picos 4 e 5, mais especificamente, o intervalo de canais [492; 522], subtraindo ao sinal as contagens correspondentes ao pico 3, propagando-se os erros através do procedimento descrito para o pico 2. Devido ao reduzido número de contagens o modelo usado nos ajustes acima carece de significado físico quando aplicado a esta região. As contagens correspondentes a partículas  $\alpha$  que efetuaram colisões com a matéria até atingirem o detetor têm magnitude tão reduzida que estariam incluídas nas incertezas das contagens de cada canal. Assim, por forma a reduzir as correlações entre os parâmetros de ajuste efetuou-se um ajuste de quadrados mínimos dos dados a uma soma de duas gaussianas de parâmetros independentes entre si, dada pela expressão (38), obtendo-se o ajuste da figura 10. Os valores dos parâmetros de ajuste encontram-se na tabela 5.

$$N_c(x) = N_4 e^{-\frac{(x-\mu_4)^2}{2\sigma_4^2}} + N_5 e^{-\frac{(x-\mu_5)^2}{2\sigma_5^2}} \quad (38)$$



**Figura 10:** Ajuste de (38) aos dados do espectro da fig. 6 no intervalo de canais [492; 522] (picos 4 e 5), após descontadas as contagens induzidas pelo pico 3 interpoladas pelo ajuste da figura 7; ( $\chi^2/Ngl = 0.812$ ).

pico	$\lambda$	$\mu$ (canal)	$\sigma$ (canal)	$\Delta E_{imp}$ (canal)	N	$\chi^2/Ngl$
1	$0.26 \pm 0.11$	$426.07 \pm 0.43$	$6.62 \pm 0.45$	$18.8 \pm 5.3$	$2279 \pm 348$	0.812
2	$0.147 \pm 0.018$	$456.87 \pm 0.13$	$4.79 \pm 0.14$	$11.19 \pm 0.70$	$9989 \pm 138$	0.669
3	$0.269 \pm 0.028$	$481.32 \pm 0.12$	$3.821 \pm 0.050$	$6.71 \pm 0.32$	$50365 \pm 236$	0.953
4	-	$497.88 \pm 0.85$	$6.6 \pm 2.1$	-	$604 \pm 162$	1.142
5	-	$513.26 \pm 0.40$	$4.16 \pm 0.84$	-	$223 \pm 80$	1.142

**Tabela 5:** Parâmetros dos ajustes de cada um dos picos da figura 6 à equação (10) nos casos 1, 2 e 3 e à equação (38) para os picos 4 e 5.

Analisando a tabela 5 destaca-se em primeiro lugar os valores obtidos para  $\chi^2/Ngl$  obtidos bastante próximos da unidade, corroborando a validade do modelo utilizado. No caso do pico 2, esta variável assume um valor de 0.669 indicando alguma correlação entre os parâmetros utilizados, possivelmente  $\overline{\Delta E_{imp}}$  e  $\lambda$ . Tanto o número de colisões médio por trajeto ( $\lambda$ ) como a perda de energia média por impacto ( $\overline{\Delta E_{imp}}$ ) variam para os 3 picos, não se intersectando os seus valores nos intervalos de incerteza dos parâmetros. Deste modo verifica-se que o modelo expresso por (9) tem apenas validade local, ou seja, o pressuposto de invariância da energia perdida por interação é apenas uma aproximação para uma gama de energias de reduzida amplitude. Note-se que os valores obtidos para o número de colisões médio no trajeto são muito menores que a unidade, como seria de prever dada a baixa densidade do ar na câmara de vácuo, validando a truncatura da expressão (9) para um dado  $k_{max}$ .

De modo a identificar a fonte de radiação  $\alpha$ , compilou-se na tabela 6 os conjuntos de núclídeos cuja energia se aproxima da energia medida experimentalmente.

Pico	Nuclídeo	$E_\alpha$ (MeV)	Probabilidade (%)
1	$^{241}Am$	5.38823	1.6
2	$^{241}Am$	5.4428	13
	$^{247}Bk$	5.456	1.5
	$^{238}Pu$	5.4563	28.98
3	$^{241}Am$	5.48556	84.5
	$^{238}Pu$	5.49903	70.91
	$^{247}Bk$	5.501	7

**Tabela 6:** Conjunto de núclídeos que poderão estar na origem de cada pico registado na tabela 5. Estes conjuntos foram obtidos em [7], usando como condições de procura um  $T_{1/2} > 1$  ano e um intervalo de energias de  $[E_C - \sigma_{E_C}, E_C + \sigma_{E_C}]$

O núclídeo presente em todos os conjuntos e cujas probabilidades associada à emissão de cada  $\alpha$  mais se assemelham às dos picos observados no espectro é o Amerício-241,  $^{241}Am$ . Não obstante, ainda que as probabilidades sejam mais discrepantes, o Chumbo-238,  $^{238}Pb$ , também poderia justificar o pico 2 e 3. Consultou-se a tabela de decaimento  $\alpha$  deste núclídeo, procurando-se a emissão de um  $\alpha$  com uma energia semelhante à do pico 1, que poderia não estar a ser considerado por as condições de procura estarem a subestimar o erro do centróide deste pico. Verificou-se que o  $^{238}Pb$  emite  $\alpha$  com 5.3577 MeV, porém a probabilidade deste decaimento é de 0.105%. Assim sendo a hipótese deste corresponder ao pico 1 é rejeitada. Por conseguinte, a única fonte emissora de  $\alpha$  que explica a origem do pico 1, 2 e 3 do espectro obtido é o  $^{241}Am$ .

Como confirmação, consultou-se a tabela de decaimentos deste núclídeo com o intuito de encontrar  $\alpha$  emitidos com energias que permitissem explicar os múltiplos 4 e 5, cujos centróides correspondem energias de  $5.5249 \pm 0.0106$  e  $5.5523 \pm 0.0108$  MeV respetivamente. Observou-se que o  $^{241}Am$  tem decaimentos  $\alpha$  que emitem partículas com 5.5115 MeV e 5.5445 MeV, com uma probabilidade respetivamente de 0.22% e 0.34%, explicando as reduzidas contagens. Note-se que o desvio à exatidão é de -1.3 e -0.71  $\sigma$ , mais uma vez corroborando a identificação do Amerício-214 enquanto fonte desconhecida.

Na tabela 7 comparam-se as energias e probabilidades obtidas para cada pico com o seu valor tabelado.

Pico	$E_C$ (MeV)	$E_{tab}$ (MeV)	$\delta E$ (# $\sigma$ )	P (%)	$P_{tab}$ (%)	$\delta P$ (# $\sigma$ )	$\delta P$ (%)
1	$5.3969 \pm 0.0090$	5.38823	-0.96	$3.59 \pm 0.55$	1.60	-3.63	-1.99
2	$5.4518 \pm 0.0096$	5.44280	-0.93	$15.74 \pm 0.22$	13	-12.59	-2.74
3	$5.4953 \pm 0.0101$	5.48556	-0.97	$79.37 \pm 0.37$	84.5	13.81	5.13
4	$5.5249 \pm 0.0106$	5.51147	-1.27	$0.95 \pm 0.26$	0.22	-2.86	-0.73
5	$5.5523 \pm 0.0108$	5.54450	-0.72	$0.35 \pm 0.13$	0.34	-0.09	-0.01

**Tabela 7:** Comparação das energias e probabilidades obtidas para cada pico do espectro da fonte desconhecida (figura 6), e o valor tabelado para os decaimentos  $\alpha$  do  $^{241}Am$  que estão na sua origem

As energias obtidas para os centróides estão bastantes concordantes com os valores tabelados para as energias dos vários decaimentos do  $^{241}Am$ , com todos os desvios em  $\# \sigma$  da ordem da unidade. Apenas para o pico 4 se observa um desvio ligeiramente superior à unidade, que é facilmente justificável devido ao reduzido número de contagens que lhe correspondem, dificultando a sua descrição exata. Ainda assim, o sinal de todos os desvios é negativo, o que é indicador da presença de um erro sistemático que sobrestima a energia dos centróides. Esta constatação é concordante com as conclusões retiradas na calibração energia-canal do detetor, de que os parâmetros  $a$  e  $b$  da resposta (4) estariam sobrestimados.

Já os desvios em  $\# \sigma$  obtidos para as probabilidades são menos satisfatórios (da ordem de 10  $\sigma$ ), pelo que o método utilizado não pode ser considerado um método preciso para a obtenção das probabilidades de cada decaimento  $\alpha$ . Isto é evidenciado pela baixa incerteza relativa de cada probabilidade, os elevados desvios em  $\# \sigma$  devem-se à presença de sistemáticos, que estarão relacionados com a cauda dos picos, revelando falhas no modelo utilizado para os ajustes. O desvio do pico 1 é negativo, ou seja, o número de contagens que lhe está atribuído foi sobrestimado. Isto é intuitivo pois a sua região de interesse engloba a cauda do pico 2 e 3, cujas contagens deveriam ser atribuídas a estes e não ao pico 2. O mesmo acontece com o pico 2, em que ainda que parte das suas contagens estejam a ser atribuídas ao pico 1, a cauda do pico 3 que se sobrepõe à região de interesse definida para o pico 2 acabando por sobrestimar a sua probabilidade. Já para o pico 3, apesar de estar sobreposto às caudas dos picos 4 e 5, as contagens com que estes contribuem são desprezáveis junto da área do pico 3, estando as suas contagens subestimadas devido às correspondentes à sua cauda que não lhe são atribuídas. Por conseguinte, o seu desvio em  $\# \sigma$  será positivo. Devido à elevada incerteza nas contagens atribuídas aos picos 4 e 5, os desvios de probabilidades que lhes correspondem são inferiores a 3 $\sigma$ , não obstante, no caso do pico 4 o desvio absoluto é superior à secção eficaz que lhe corresponde.

Pico	$E_C$ (MeV)	$E_{\alpha,tab}$ (MeV)	$\delta E$ (# $\sigma$ )	Prob. (%)	Prob. $\alpha_{tab}$ (%)	$\delta P$ (# $\sigma$ )	$\delta P$ (%)
1	$5.3962 \pm 0.0089$	5.3882	-0.895	$3.171 \pm 0.073$	1.6	-21.6	2.29
2	$5.4513 \pm 0.0094$	5.4428	-0.89383	$16.14 \pm 0.17$	13	-18.1	1.07
3	$5.4944 \pm 0.0099$	5.4856	-0.88818	$80.36 \pm 0.48$	84.5	8.61	0.599
4	$5.5541 \pm 0.00036$	5.5115	-4.11	$0.330 \pm 0.022$	0.56	10.3	6.78
		5.5445	-1.02				

**Tabela 8:** Comparação das energias e probabilidades obtidas para cada pico do espectro da fonte desconhecida em aula e o valor tabelado para os decaimentos  $\alpha$  do  $^{241}Am$  que estão na sua origem

Na tabela 8 comparam-se os valores tabelados para as energias e probabilidades de cada pico do  $^{241}Am$  com os obtidos em aula. Note-se que a correspondência energética é mais exata, sendo os desvios em  $\# \sigma$  menores em cerca de 5%. Pelo contrário o desvio à exatidão das áreas de cada pico é consideravelmente maior na maioria dos picos, sendo apenas a estimativa da dimensão do pico 3 ligeiramente melhor. Este resultado era de esperar visto o erro sistemático introduzido pela perda de energia dos  $\alpha$  não considerada por este método.

Podemos concluir, que o modelo (9) introduz melhorias no estudo das secções eficazes de cada pico energético, no entanto, devido à existência de erros sistemáticos na montagem, estas não são muito significativas quando comparados os resultados com os valores fornecidos pelo programa usado em aula.

#### 1.4 Resolução em Energia

Apesar de os picos 1, 2 e 3 se apresentarem como aparentemente gaussianos, estes têm na verdade, como já foi notado, contribuições das caudas dos picos de energia superior, bem como contribuições de caudas à esquerda correspondentes à perda de energia das partículas  $\alpha$  com o ar rarefeito da câmara de vácuo, pelo que se espera um enviesamento das larguras a meia altura (FWHM), o que afetará a resolução calculada com o modelo utilizado. No entanto, tendo os picos um número de contagens muito superior às restantes contribuições, estes são picos gaussianos em boa aproximação. Para além disso, o número alto de contagens garante a boa definição dos mesmos quanto à sua largura a meia altura e os picos encontram-se espaçados de forma praticamente igual entre si, o que garante a preservação do erro estatístico. Já os picos 4 e 5 não foram utilizados no ajuste por serem não gaussianos, formando na verdade um múltiplo.

Para os erros ainda não especificados utilizaram-se as expressões apresentadas de seguida:

$$\sigma_{FWHM} = 2.355 \cdot \sigma_r \quad (39)$$

$$\sigma_{FWHM_{kev}} = \sqrt{(FWHM \cdot \sigma_a)^2 + (a \cdot \sigma_{FWHM})^2} \quad (40)$$

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{1}{E}\right)^2 \sigma_{FWHM}^2 + \left(\frac{FWHM}{E^2}\right)^2 \sigma_E^2} \quad (41)$$

Assim, apresentam-se os valores obtidos na tabela abaixo:

Pico	E (keV)	FWHM	FWHM (keV)	Resolução (%)
1	$5397.1 \pm 1.0$	$15.6 \pm 1.1$	$27.8 \pm 1.9$	$0.515 \pm 0.035$
2	$5451.96 \pm 0.69$	$11.29 \pm 0.33$	$20.12 \pm 0.59$	$0.369 \pm 0.011$
3	$5495.54 \pm 0.69$	$9.00 \pm 0.12$	$16.04 \pm 0.21$	$0.2918 \pm 0.0038$

**Tabela 9:** Resolução em energia dos picos do espectro da fonte desconhecida (figura 6)

A resolução dos detetores semicondutores é superior à de outros tipos de detetores, facto explicável pela menor variação estatística ocorrente nos primeiros devida à menor energia necessária à criação de pares eletrões-buraco em comparação com os processos associados a outros tipos de detetores.

Abaixo apresenta-se o ajuste dos dados da variação da resolução com a energia, pelo método dos mínimos quadrados, à expressão (13), bem como os respetivos parâmetros resultantes:

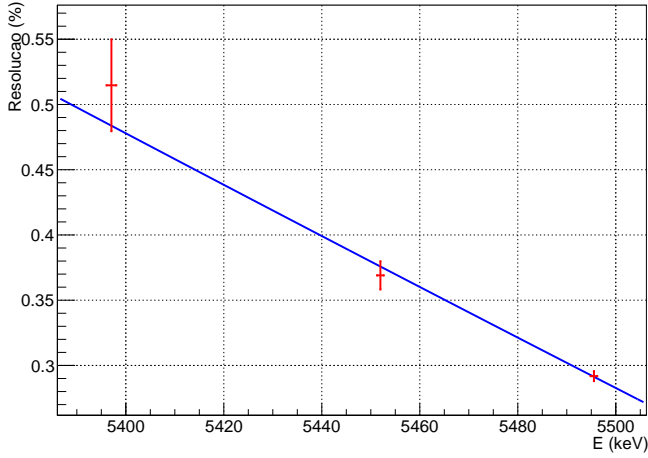


Figura 11: Ajuste de  $R = \sqrt{\frac{a}{E}} + b$  aos dados da tabela 9

$a$ (MeV)	$b$	$n_{gl}$	$\chi^2/n_{gl}$
$2466 \pm 14$	$-20.892 \pm 0.060$	1	1.18

Tabela 10: Parâmetros da figura 11

O valor de  $\chi^2/n_{gl}$  é da ordem da unidade, o que reflete à partida a boa qualidade do ajuste aos pontos considerados, intercetando todos nas suas incertezas experimentais. O parâmetro  $b$  foi introduzido para detetar a existência de possíveis sistemáticos, pelo que o seu valor esperado seria zero. Examinando o erro associado ao parâmetro, deduz-se que o valor nulo não é compatível com os dados, pelo que se assume a existência de sistemáticos em resolução associados à montagem, já esperados devido à natureza dos picos utilizados, não puramente gaussianos. Para além disso, por se tratarem de erros em resolução, estes sistemáticos englobam também fenómenos com distribuições gaussianas como o ruído eletrónico ou flutuações na deriva de eletrões no interior do detetor, por exemplo.

No entanto, este enviesamento no ajuste é também explicado pelo número muito reduzido de pontos fiáveis disponíveis, associado ao facto da gama de energias estudada ser extremamente reduzida, pelo que os dados podem não ser um bom representante do comportamento em resolução do detetor proposto pelo modelo referido.

Para a energia média de ionização  $\omega$ , dada por (14), obtém-se  $\omega = (44.46 \pm 0.26) \text{ keV}$ , um valor extremamente alto e cuja incerteza não cobre a energia média esperada para a extração de eletrões no detetor, da ordem dos  $eV$ . Isto já era esperado, revelando de novo a limitação do conjunto de dados disponíveis, bem como a natureza não puramente gaussiana dos picos usados.

Devido ao número reduzido de pontos, não é possível aprofundar o estudo do modelo considerado, com um ajuste pelo método dos mínimos quadrados à expressão anterior com o expoente do termo  $a/E$  como livre.

No entanto, tendo em conta que a expressão usada é mal condicionada para uma quantidade tão pequena de pontos, especialmente na zona de curvatura da raíz, optou-se por um segundo ajuste pelo método dos mínimos quadrados à expressão linear (17). Analisando a média das energias dos picos utilizados, escolheu-se  $E_0 = 5.448 \text{ MeV}$ , pelo que a diferenças de energia se apresentam a seguir:

Pico	$\Delta E$ (keV)
1	$-50.9 \pm 1.0$
2	$3.96 \pm 0.69$
3	$47.54 \pm 0.69$

Tabela 11: Diferenças de energia de cada pico em relação ao  $E_0$  escolhido de 5.448 MeV

Apresenta-se o ajuste efetuado e os parâmetros obtidos de seguida.

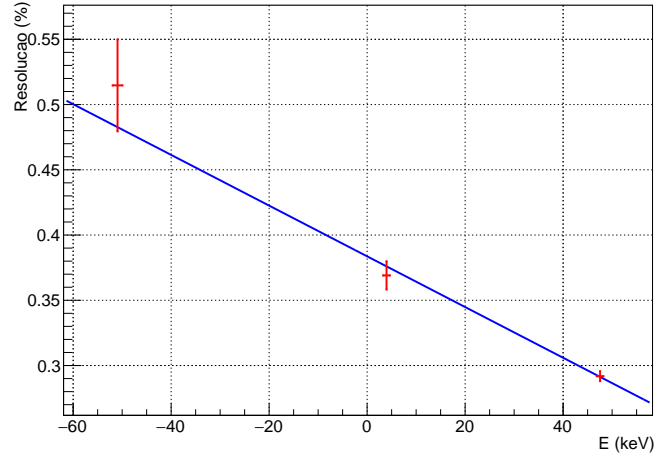


Figura 12: Ajuste obtido para a expressão aproximada da variação de  $R$  com  $E$

$c$	$d$ (eV)	$n_{gl}$	$\chi^2/n_{gl}$
$0.3837 \pm 0.0098$	$1.93 \pm 0.22$	1	1.24

Tabela 12: Parâmetros do ajuste da variação aproximada de  $R$  com  $E$  dada por (17)

O aspeto do ajuste é muito semelhante ao primeiro, sendo os seus  $\chi^2/n_{gl}$  muito semelhantes, da ordem da unidade, o que implica que a qualidade do ajuste se manteve. Isto, em conjunto com a grande semelhança visual dos ajustes, indicia que os problemas se devem manter, reforçando então a não limitação do modelo utilizado, mas sim do conjunto de dados.

Analisando a energia média de ionização,  $\omega = (45 \pm 11) \text{ keV}$ , dada por (14), verifica-se de novo a semelhança entre os métodos, sendo esta muito alta mas desta vez com uma incerteza associada também maior, devido à incerteza relativa superior da parâmetro  $d$ . Isto já era também esperado, revelando de novo que os dados não são uma boa representação do comportamento em resolução do detetor.

Assim, apesar de se verificar a diminuição das flutuações estatísticas relativas com o aumento de energia, não é possível com os dados retirados corroborar o modelo proposto.

## 2. 2ª Sessão

### 2.1 Calibração Energia-Canal

Os dados obtidos para aquisições de 10 s dos pulsos estão na tabela 13. Recorda-se que o centróide da distribuição é dado por (20). Esta análise estatística implica que o erro associado à distribuição das contagens por canal é dado por (42). Por conseguinte, o erro estatístico do centróide assim determinado é o da expressão (43). O ajuste de (5) (agora com  $C \rightarrow \bar{C}$ ) e parâmetros obtidos estão respetivamente na figura 13 e tabela 14.

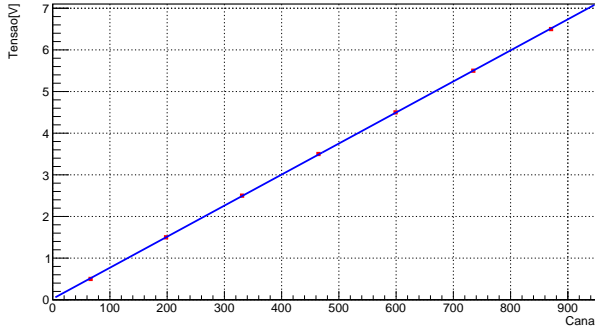
$$\sigma_{dist}^2 = \frac{\sum_i n_i (c_i - \bar{C})^2}{\sum_i n_i} \quad (42)$$

$$\sigma_{\bar{C}} = \frac{\sigma_{dist}}{\sqrt{\sum_i n_i}} \quad (43)$$



Pulso (V)	Canal	Contagens	$\sigma_{dist}$ (canal)	$\bar{C}$ (canal)
0.5	65	37	0.523	$66.240 \pm 0.018$
	66	597		
	67	242		
	68	3		
1.5	197	121	0.637	$198.100 \pm 0.022$
	198	494		
	199	188		
	200	7		
2.5	330	154	0.491	$330.901 \pm 0.017$
	331	659		
	332	67		
3.5	463	14	0.511	$464.334 \pm 0.017$
	464	561		
	465	302		
	466	3		
4.5	598	86	0.481	$599.038 \pm 0.016$
	599	674		
	600	119		
5.5	733	1	0.52	$734.824 \pm 0.018$
	734	207		
	735	618		
	736	54		
6.5	869	2	0.515	$870.699 \pm 0.017$
	870	283		
	871	573		
	872	22		

**Tabela 13:** Dados para aquisições com o Pulser utilizando o amplificador linear ( $t_{aq} = 10$  s)



**Figura 13:** Ajuste de  $V(\bar{C}) = a'\bar{C} + b$  aos dados da tabela 13 para obtenção da resposta tensão  $\leftrightarrow$  canal do detector, para o amplificador linear.

$a'$ (mV/canal)	$b'$ (mV)	$ngl$	$\chi^2/ngl$
$7.45646 \pm 0.00019$	$23.51 \pm 0.11$	5	11427.40

**Tabela 14:** Parâmetros do ajuste da figura 13

Novamente, o valor elevado de  $\chi^2/ngl$  deve-se à não consideração de erros nos pulsos gerados, sendo o erro associado ao centróide destes sobreposto pelos sistemáticos da montagem.

Os parâmetros  $a'$  e  $b'$  são novamente discordantes do seu valor teórico. Agora, o limiar mínimo da região de trabalho é 0 V, porém existe um *offset* positivo de cerca de 24 mV nas tensões detetadas (que não engloba no seu erro os 0 V). Para além disso, verifica-se que o amplificador linear também não cumpre a norma NIM já que as tensões máximas que podem ser lidas,  $V(1024) = 7.66$  V, estão distantes dos 10 V que seriam supostos.

Os dados do ponto graduador de 5305 keV do  $^{210}Po$  encontram-se na tabela 15. Estes foram obtidos a partir de uma aquisição de  $t_{aq} = 150$  s para esta fonte.

$N_t$	$N_s$	FWHM (Canal)	C (Canal)	$E_{tab}$ (MeV)
$81 \pm 9$	$79 \pm 9$	3.20	$691.34 \pm 0.16$	5.305

**Tabela 15:** Dados retirados do ponto graduador de 5305 keV do  $^{210}Po$

A constante de proporcionalidade entre tensão energia e parâmetros da calibração energia-canal, dados por (6)-(8) estão na tabela 16. Os seus erros são dados novamente por (31)-(33).

$K$ (keV/mV)	$a$ (keV/canal)	$b$ (keV)
$1.02444 \pm 0.00023$	$7.6387 \pm 0.0017$	$24.08 \pm 0.11$

**Tabela 16:** Constante de proporcionalidade  $K$  entre energia e tensão imposta no detetor, e parâmetros da resposta energia-canal,  $E(C) = aC + b$ , do detetor, para o amplificador linear

Novamente, a constante de conversão de conversão entre tensão e energia é ligeiramente superior a 1. Como continua a estar presente a cauda à esquerda do centróide para o espectro do  $^{210}Po$ , os parâmetros  $a$  e  $b$  deverão estar sobrestimados.

## 2.2 Estudo da perda de energia de partículas $\alpha$ na matéria

Os dados obtidos para as aquisições colocando a fonte de  $^{210}Po$  em diferentes prateleiras encontram-se reunidos na tabela 17. Fixou-se um tempo de aquisição para a prateleira 2 de 150 s pelo que a constante  $B$  presente em (23), dada por (24) vale  $B = 1.662$ .

Prateleira	d (mm)	$t_{aq}$ (s)	$N_t$	$N_s$	FWHM (canal)	C (canal)
2	9.5	150	$260 \pm 16$	$252 \pm 18$	10.4	$558.32 \pm 0.28$
3	13.5	364	$306 \pm 17$	$284 \pm 21$	10.7	$503.78 \pm 0.27$
4	17.5	509	$305 \pm 17$	$294 \pm 19$	13.2	$445.72 \pm 0.33$
5	21.5	768	$287 \pm 17$	$287 \pm 17$	11.3	$382.09 \pm 0.28$
6	25.5	1081	$313 \pm 18$	$313 \pm 18$	15.2	$310.23 \pm 0.37$
7	29.5	1147	$229 \pm 15$	$212 \pm 19$	10.5	$224.46 \pm 0.31$
8	33.5	1865	$300 \pm 17$	$277 \pm 24$	22.5	$115.44 \pm 0.57$

**Tabela 17:** Dados para as aquisições usando a fonte  $^{210}Po$  nas diferentes prateleiras do detetor. A distância de cada prateleira  $n$  ao detetor é dada por (21) e o tempo de aquisição de cada ensaio por (23), em que  $B=1.662$ . Como pretendido, as contagens para cada ensaio são semelhantes.

Os centróides diminuem com o aumento da distância da fonte ao detetor, estando de acordo com o previsto uma vez que, para uma maior camada de ar atravessada, maior será a perda de energia das partículas, e assim menor será a energia com que chegam ao detetor (e  $E(C) = aC + b$  em que  $a$  e  $b$  são os parâmetros da tabela 16). À exceção das prateleiras 5 e 7, há um aumento do FWHM com a distância. Como este é proporcional à variância da amostra, este comportamento é intuitivo já que para uma maior camada de ar atravessada, maior será o número de combinações possíveis para as perdas de energia por colisões na camada de ar e por conseguinte a variação em relação à energia média (a correspondente ao centróide do pico), com que as partículas chegam ao detetor.

Na tabela 18, apresentam-se os valores das energias médias com que os  $\alpha$  atingem o detetor, e a perda média de energia, dados respetivamente por (4) e (25). O erro de  $\Delta E_{medido}$  é obtido por propagação de erros e dado pela expressão

$$\delta_{\Delta E_{medido}}(z) = \delta_{E_{medido}}(z). \quad (44)$$

Prateleira	C (Canal)	$E_C$ (MeV)	$\Delta E_{medido}$ (MeV)
2	$558.32 \pm 0.28$	$4.289 \pm 0.0023$	$1.0161 \pm 0.0023$
3	$503.78 \pm 0.27$	$3.872 \pm 0.0022$	$1.4327 \pm 0.0022$
4	$445.72 \pm 0.33$	$3.429 \pm 0.0026$	$1.8762 \pm 0.0026$
5	$382.09 \pm 0.28$	$2.943 \pm 0.0023$	$2.3623 \pm 0.0023$
6	$310.23 \pm 0.28$	$2.394 \pm 0.0022$	$2.9112 \pm 0.0022$
7	$224.46 \pm 0.31$	$1.739 \pm 0.0024$	$3.5663 \pm 0.0024$
8	$115.44 \pm 0.57$	$0.906 \pm 0.0044$	$4.3991 \pm 0.0044$

**Tabela 18:** Energias dos centróides dos picos observados para o ensaio de cada prateleira, e perda de energia correspondente da partícula  $\alpha$  de 5.395 MeV emitida pelo  $^{210}Po$

Na tabela 19 encontram-se para cada ensaio, os resultados para a perda de energia teórica dos  $\alpha$  no ar, dada pelo método do  $dE/dx$  médio usando 100, 200 e 500 iterações. Por se concluir que os melhores resultados eram obtidos com 100 iterações, foram usados esses valores no decorrer da análise. O facto de um maior número de troços não resultar num menor desvio aos valores experimentais, dever-se-á à acumulação de erros numéricos vindos da função interpoladora com o aumento do número de operações.

Não obstante, ainda que usando 100 troços se obtenham os valores teóricos que melhor descrevem os verificados experimentalmente, os desvios em  $\# \sigma$  não deixam de ser elevados, o que combinado com os reduzidos desvios à exatidão, indica a presença de um sistemático no método. Este dever-se-á ao uso da função interpoladora para o cálculo do integral, no qual são acumulados vários erros numéricos, e à não consideração de um erro na distância da fonte ao detetor.

Prateleira	$\Delta E_{100}$ (MeV)	Desvio (%)	$\# \sigma$	$\Delta E_{200}$ (MeV)	$\delta$ (%)	$\# \sigma$	$\Delta E_{500}$ (MeV)	$\delta$ (%)	$\# \sigma$
2	0.9196	-10.49	-41.46	0.9200	-10.45	-41.3	0.9202	-10.42	-41.2
3	1.3558	-5.67	-34.44	1.3567	-5.60	-34.0	1.3573	-5.56	-33.8
4	1.8370	-2.13	-15.02	1.8390	-2.03	-14.3	1.8401	-1.96	-13.8
5	2.3843	0.92	9.71	2.3883	1.09	11.5	2.3907	1.19	12.5
6	3.0327	4.01	54.34	3.0406	4.26	57.9	3.0454	4.41	60.1
7	3.8234	6.72	108.02	3.8371	7.06	113.8	3.8454	7.26	117.3
8	4.6758	5.92	63.14	4.6880	6.16	65.9	4.6950	6.30	67.5

**Tabela 19:** Resultados obtidos usando o método do  $dE/dx$  por troços para estimar a perda de energia média das partículas  $\alpha$  com o seu alcance no ar atmosférico, variando o número de iterações usadas para o cálculo do integral 29

Prateleira	$\Delta E_{medido}$ (MeV)	$\Delta E_{Alcance}$ (MeV)	$\# \sigma_{alcance}$	$\delta_{alcance}$ (%)	$\Delta E_{medido}$ (MeV)	$\# \sigma_{medio}$	$\delta_{medio}$ (%)	$\Delta E_{trocos}$ (MeV)	$\# \sigma_{trocos}$	$\delta_{trocos}$ (%)
2	$1.0161 \pm 0.0023$	0.9227	-40.13	-10.12	0.9355	-34.65	-8.62	0.9196	-41.46	-10.49
3	$1.4327 \pm 0.0022$	1.3611	-32.05	-5.26	1.3941	-17.29	-2.77	1.3558	-34.44	-5.67
4	$1.8762 \pm 0.0026$	1.8440	-12.34	-1.75	1.9213	17.28	2.35	1.8370	-15.02	-2.13
5	$2.3623 \pm 0.0023$	2.3944	14.18	1.34	2.5583	86.43	7.66	2.3843	9.71	0.92
6	$2.9112 \pm 0.0022$	3.0492	61.75	4.53	3.3717	205.97	13.66	3.0327	54.34	4.01
7	$3.5663 \pm 0.0024$	3.8487	118.65	7.34	4.3825	343.02	18.62	3.8234	108.02	6.72
8	$4.3991 \pm 0.0044$	4.6950	67.52	6.30	5.0874	157.03	13.53	4.6758	63.14	5.92

**Tabela 20:** Comparação dos resultados obtidos para a perda de energia dos  $\alpha$  para cada prateleira, com o valor teórico determinado para cada método.

De facto, ao considerar-se a distância média percorrida pelas partículas  $\alpha$  como a linha reta que une a fonte ao início do detetor poder-se-à estar, já a partida, a cometer um erro, porque não há garantias que esse seja efetivamente o percurso médio que percorrem. Para além disso, como referido na calibração, a energia correspondente aos centróides dos picos também deverá estar ligeiramente sobrestimada, sendo mais um facto de erro que contribui para os elevados desvios entre os valores experimentais e teóricos.

Na tabela (20) encontram-se as perdas de energias teóricas das partículas  $\alpha$  usando cada um dos métodos referidos, bem como a sua comparação em relação ao valor medido.

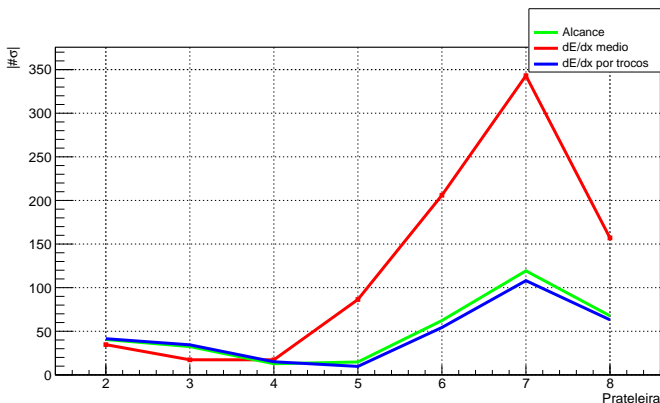
Os desvios em  $\# \sigma$  dos resultados obtidos relativamente aos esperados teoricamente para cada método são elevados. Para os comparar calculou-se a soma de  $\# \sigma$  para cada um. Apesar desse procedimento poder esconder alguns desvios, devido ao facto de desvios negativos poderem cancelar desvios positivos, ainda assim permite tirar algumas conclusões. Os resultados encontram-se expressos na tabela abaixo:

Método	$\sum \# \sigma$
Alcance	178
$dE/dx$ médio	758
$dE/dx$ por troços	144

**Tabela 21:** Soma dos desvios em  $\# \sigma$  para cada método utilizado para o cálculo da energia teórica perdida pelas partículas  $\alpha$

Nota-se uma proximidade entre os resultados dos métodos do alcance e  $dE/dx$  por troços, sendo que o método do  $dE/dx$  médio se revela muito mais impreciso. Isto era expectável pois este resulta numa aproximação linear do método por troços, cuja validade não é adequada para variações de energia tão alta.

Na seguinte figura ilustra-se graficamente a evolução do desvio em  $\# \sigma$  obtido para cada método com a prateleira onde se realizou o ensaio.



**Figura 14:**  $\# \sigma$  para cada um dos métodos, em função da distância entre a fonte e o detetor (prateleira).

Para alcances menores (até à 4ª prateleira), há uma melhor descrição dos resultados experimentais através do método do  $dE/dx$  médio. Isso é explicável pelo facto de, para baixos alcances, as partículas  $\alpha$  emitidas pelo  $^{210}\text{Po}$  perderem uma quantidade de energia que as localiza entre os 5.305 MeV (energia com que são emitidas) e os 3.5 MeV, e para essa gama a perda de energia por unidade de comprimento é aproximadamente linear, como demonstra o gráfico da figura 4). Assim, o método acima referido consegue bons resultados uma vez que lineariza uma relação que já seria à partida, satisfatoriamente aproximada por uma reta. Por conseguinte, evitam-se os erros numéricos pelos outros dois métodos, que envolvem um maior número de operações (lembre-se que, para o método do Alcance, além da interpolação dos pontos, ainda é utilizado o método da secante para inverter a parametrização). Com o aumento da distância, a energia final das partículas começa a aproximar-se da zona de inflexão da função interpoladora de  $dE/dx$ , o que torna inválida a linearização.

Relativamente aos dois outros métodos, os resultados são próximos, pelo que se conclui que, devido aos desvios em  $\# \sigma$  tão elevados, poderão existir erros sistemáticos na obtenção dos valores experimentais. Esta afirmação é corroborada pelos baixos desvios à exatidão obtidos. Isto é indicativo de que o erro considerado para a perda de energia medida está subestimada. O erro associado à distância média percorrida pelas partículas  $\alpha$  referido anteriormente não deverá ser significativo, pois nessa situação os sinais dos desvios em  $\# \sigma$  seriam concordantes, e deveriam indicar uma subestimação da energia perdida, já que a distância considerada é sempre a mínima percorrida pelas partículas desde a fonte ao detetor.

Não obstante, não se consideraram erros nos valores teóricos obtidos pelos diferentes métodos, ainda que se reconheça que estes existem pois são inerentes aos métodos numéricos utilizados. Isto reforça a conclusão de que existem sistemáticos no método de análise considerado, quer na obtenção dos valores experimentais quer na forma como se calcularam os valores teóricos para a perda de energia média das partículas.

## REFERÊNCIAS

- [1] Janeiro 2018, [http://www.lip.pt/~sramos/ist/lfra/guia\\_alfas.pdf](http://www.lip.pt/~sramos/ist/lfra/guia_alfas.pdf)
- [2] Janeiro 2018, <http://www.lip.pt/~sramos/ist/fmod/teor/EstabAtomicaNucl&DesintegNucleares.pdf>
- [3] Janeiro 2018, [http://www.lip.pt/~sramos/ist/fmod/teor/t3b\\_InterParticulasCarregadas.pdf](http://www.lip.pt/~sramos/ist/fmod/teor/t3b_InterParticulasCarregadas.pdf)
- [4] Janeiro 2018, [http://www.lip.pt/~sramos/ist/fmod/teor/t6a\\_DetCaracGerais&DetIoniz.pdf](http://www.lip.pt/~sramos/ist/fmod/teor/t6a_DetCaracGerais&DetIoniz.pdf)
- [5] Janeiro 2018, [http://www.lip.pt/~sramos/ist/fmod/teor/t6c\\_DetSemicondutores.pdf](http://www.lip.pt/~sramos/ist/fmod/teor/t6c_DetSemicondutores.pdf)
- [6] Janeiro 2018, [http://www.lip.pt/~sramos/ist/fmod/teor/t7\\_ElectronicaNuclear.pdf](http://www.lip.pt/~sramos/ist/fmod/teor/t7_ElectronicaNuclear.pdf)
- [7] The Lund/LBNL Nuclear Data Search, Fevereiro 1999, <http://nucleardata.nuclear.lu.se/toi/>