## Difusão de Compton

Filipe Miguel (84381) • Francisco Duque (84383) • João Bravo (84390) • José Figueiredo (84402)

#### Instituto Superior Técnico

Mestrado Integrado em Engenharia Física Tecnológica

LFRA - Quarta-feira - Grupo 4B - Prof. Sérgio Ramos

Novembro de 2017

#### I. CALIBRAÇÃO EM ENERGIA

Começa-se por fazer uma calibração em energia do detetor de cintilação utilizando picos de absorção total de 3 fonte distintas: o  $^{57}Co$ , o  $^{22}Na$  e o  $^{137}Cs$ . Utilizou-se um shaping bipolar do sinal físico, por apresentar maior eficiência temporal que o unipolar. O gerador de alta tensão foi regulado a 900 V e colocou-se um ganho G = 25.

Os dados dos picos utilizados para cada fonte e respetivo valor tabelado de energia encontram-se reunidos na tabela 1. Os tempos de aquisição utilizados permitiram obter um número de contagens semelhante para cada pico  $(N_s)$  não se favorecendo nenhum deles na sua contribuição para o ajuste, e por conseguinte nenhum erro sistemático específico de alguma das fontes. O erro dos centróides é dado por:

$$\sigma_C = \frac{\sigma_{N_s}}{\sqrt{N_s}} = \frac{FWHM}{2.355\sqrt{N_s}} \tag{1}$$

Tabela 1: Dados utilizados para a Calibração Energia-Canal

Fonte	$t_{aq}$ (s)	$N_t$	$N_s$	FWHM (Canal)	Centróide (Canal)	Energia Tabelada (keV)
<sup>57</sup> Co	100	$1927 \pm 44$	$1131 \pm 110$	19.82	$188.76 \pm 0.25$	122
<sup>22</sup> Na	100	$1738 \pm 42$	$1303 \pm 111$	53.22	$710.02 \pm 0.63$	511
$^{137}Cs$	5	$1856 \pm 43$	$1285 \pm 122$	45.92	$901.94 \pm 0.55$	662
					ı	

Nota-se que a largura a meia altura dos picos não cresceu com a energia. Isto explica-se com o menor número de contagens adquirido para o pico do <sup>137</sup>Cs, já que esta largura aumenta tendencialmente com o número de eventos do pico. O ajuste obtido pelo método dos mínimos quadrados (como todos os feitos ao longo deste tratamento de dados) para a calibração Energia-Canal de uma expressão do tipo

$$E(C) = aC + b (2)$$

correspondendo C aos centróides. O ajuste e respetivos parâmetros apresentam-se abaixo:

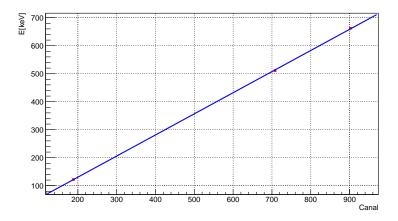


Figura 1: Ajuste obtido para a Calibração Energia-Canal

Tabela 2: Parâmetros de ajuste da Calibração Energia-Canal

a (keV/canal)	b (keV)	ngl	$\chi^2/ngl$
$0.75442 \pm 0.00054$	$-20.58 \pm 0.26$	1	72.56

O valor esperado para b seria zero, no entanto, obteve-se do ajuste um valor negativo para esse parâmetro que não contém o zero na sua incerteza, estando por isso desprovido de significado físico. Assim conclui-se que existem erros sistemáticos associados à montagem que resultam num *offset* negativo da conversão de energia para canal. Isto é corroborado pelo  $\chi^2/ngl$  muito superior à unidade, o que indica uma sobreposição de erros sistemáticos não contabilizados quando comparados com os erros estatísticos associados aos centróides.

# II. ESTUDO DA ENERGIA DO FOTÃO DIFUNDIDO EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE DIFUSÃO E OBTENÇÃO DA MASSA DO ELETRÃO

#### Extração do valor médio, desvio padrão e área de cada sinal

Utilizando a fonte de <sup>137</sup>Cs obtiveram-se espectros para diferentes posições angulares da fonte em relação a um difusor de alumínio.

Como o programa de aquisição de dados utilizado não garante a precisão necessária para este tratamento de dados, é necessário obter os dados dos picos (centróide, desvio padrão e área/contagens) através de ajustes. De modo a isolar o pico gaussiano correspondente ao sinal estudado, é necessário estimar o ruído do detetor. Esta estimativa obteve-se a partir de ajustes a dados entre 3 a 6  $\sigma$  do pico, onde este  $\sigma$  é estimado a partir do pico.

Para pequenos ângulos de difusão, o ruído é aproximadamente independente da energia. Há contudo uma pequena variação linear, tendo-se efetuado ajustes usando a equação (3).

Para grandes ângulos de difusão, o ruído deve-se sobretudo à corrente negra. Assumindo que esta segue um decaimento exponencial com a energia ruído, ajustou-se o ruído à expressão (4).

Note-se que os ajustes ao ruído têm igual número de parâmetros livres independentemente do ângulo de difusão. Este fator importante para que haja coerência entre os resultados obtidos para os parâmetros de cada evento.

$$N(x) = B + dx$$
 (3)  $N(x) = Be^{-dx}$ 

O ruído estimado pelo processo descrito foi subtraído aos dados. Os erros resultantes da sua subtração são dados por (5) e (6), respetivamente para o ajuste linear e exponencial, sendo  $N_c$  o conteúdo original de cada canal e  $N_{corr}$  o novo valor para as suas contagens.

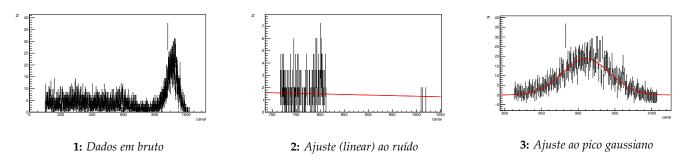
$$\sigma_{N_{corr}}^2 = N_c + \sigma_B^2 + (d\sigma_d)^2$$
 (5)  $\sigma_{N_{corr}}^2 = N_c + \sigma_B^2 + (d\sigma_d)^2$ 

Dada a natureza gaussiana dos eventos obtidos, ajustaram-se os dados corrigidos a uma gaussiana do tipo (7). Nesta,  $\mu$  é o valor do centróide,  $\sigma$  o seu desvio padrão e A a área da gaussiana. Com esta normalização, o valor de A corresponde diretamente ao número de contagens associado ao pico. Para este ajuste escolheram-se apenas dados a uma distância de 3  $\sigma$  do centróide, evitando-se utilizar dados para estimar simultaneamente o ruído e o pico gaussiano.

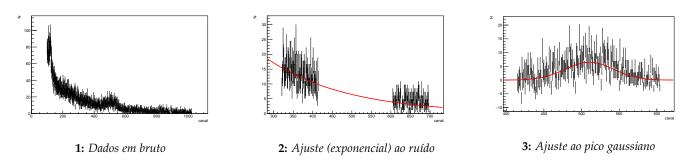
$$G(x) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_g^2}} \tag{7}$$

Como se disse o  $\sigma$  de cada pico não é conhecido *a priori*, sendo apenas possível a sua estimativa por análise do gráfico. Deste modo, após obtido o desvio padrão de um dado evento pelo processo descrito, itera-se este, introduzindo a nova estimativa de  $\sigma$ , até que as flutuações em  $\sigma$  fossem unitárias.

Nas figuras abaixo está espelhado este método sistematicamente este processo. Na fig. 2 observamos o tratamento de dados resultantes de uma difusão a pequenos ângulos (ruído considerado linear) e na fig. 3 observa-se o tratamento para grandes ângulos (ruído considerado exponencial).



**Figura 2:** Tratamento de dados para pequenos  $\theta$  (0° com difusor)



**Figura 3:** Tratamento de dados para grandes  $\theta$  (70° com difusor)

Os parâmetros resultantes dos ajustes para cada ensaio encontram-se reunidos na tabela 3. Novamente, os tempos de aquisição utilizados para cada ângulo de difusão permitiram obter um número de contagens (dado pelo parâmetro A) semelhante para cada ensaio. Para os ângulos de  $0^{\circ}$  e  $10^{\circ}$  fizeram-se ensaios com (c/) e sem (s/) o difusor de alumínio por razões que se explicam na próxima secção do tratamento de dados.

**Tabela 3:** Parâmetros obtidos para os vários eventos estudados

$\theta$ ( $^{\circ}$ )	Ajuste ao ruído	B (contagens)	$d (10^{-3}/Canal)$	$\mu$ (Canal)	$\sigma$ (Canal)	A (contagens)	$\chi^2/Ndf$
0 (s/)	linear	$3.1 \pm 1.6$	$-2.1 \pm 1.9$	$912.2 \pm 1.1$	$32.3 \pm 1.0$	$1894 \pm 56$	0.56
0 (c/)	linear	$2.2 \pm 1.7$	$-0.9 \pm 2.1$	$910.7 \pm 1.2$	$32.7 \pm 1.2$	$1525 \pm 54$	0.52
10 (s/)	linear	$5.44 \pm 0.66$	$-5.49 \pm 0.67$	$899.3 \pm 1.9$	$29.5 \pm 1.6$	$467 \pm 26$	0.80
10 (c/)	linear	$2.23 \pm 1.4$	$-1.1 \pm 1.8$	$902.7 \pm 1.8$	$29.7 \pm 1.6$	$811 \pm 42$	0.57
20 (c/)	exponencial	$21.6 \pm 5.2$	$2.65 \pm 0.35$	$832.0 \pm 3.1$	$42.2 \pm 1.9$	$682 \pm 36$	1.84
30 (c/)	exponencial	$25.8 \pm 4.7$	$3.01 \pm 0.27$	$764.6 \pm 2.5$	$39.7 \pm 1.7$	$725 \pm 36$	1.39
50 (c/)	exponencial	$38.2 \pm 3.2$	$3.33 \pm 0.16$	$639.4 \pm 3.2$	$46.8 \pm 2.8$	$754\pm44$	1.19
70 (c/)	exponencial	$73.8 \pm 7.4$	$4.88 \pm 0.23$	$510.4 \pm 3.0$	$32.1 \pm 2.5$	$521 \pm 40$	1.18
90 (c/)	exponencial	$138.4 \pm 7.6$	$5.12 \pm 0.16$	$412.2\pm3.4$	$28.9 \pm 2.4$	$874\pm62$	0.97

O tratamento feito dos dados requeridos é validado pelos valores quase unitários de  $\chi^2/Ndf$  expressos na tabela 3, indicando fraca influência por parte de sistemáticos. No caso de ajustes para pequenos  $\theta$ s, os valores algo distantes da unidade indicam correlação entre os parâmetros. Os valores obtidos para d nestas circunstâncias são reduzidos, contribuindo ainda assim para a incerteza nos dados corrigidos. Intui-se portanto que um ajuste do ruído a uma constante diminuiria a incerteza no sinal corrigido, aproximando mais o  $\chi^2/Ndf$  de valores unitários. Ainda assim, este método foi preterido em relação ao ajuste linear de modo a que o número de parâmetros livres fosse igual aos necessários para os ajustes exponenciais, mantendo coerência nos dados obtidos.

### 2. Estudo da energia dos $\gamma$ s difundidos

A energia dos fotões  $\gamma'$  difundidos por Compton é dada por:

$$E_{\gamma}' = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{E_{\gamma}}{m_{\gamma}c^2} \left(1 - \cos\theta\right)} \tag{8}$$

Assim, para cada espectro obtém-se um pico de absorção total correspondente à energia  $E'_{\gamma}$ . Recorrendo à calibração em Energia-Canal obtida anteriormente converteram-se os valores dos centróides para os correspondentes em energia e compararam-se com os valores teóricos dados por (8). Estes valores estão apresentados na tabela 4. O erro associado a esta conversão é dado por

$$\sigma_{\mu_E} = \sqrt{(a\,\sigma_\mu)^2 + (\mu\,\sigma_a)^+ \sigma_b^2} \tag{9}$$

Tabela 4: Comparação dos resultados com os valores teóricos da eq. 8

heta (°)	μ (Canal)	$E'_{\gamma_{medido}}$ (keV)	$E'_{\gamma_{teorico}}$ (keV)	Desvio em # $\sigma$	Desvio (%)
0 (s/)	912.204	$667.6 \pm 1.7$	662.0	-3.3	-0.85
0 (c/)	910.664	$666.4 \pm 1.7$	662.0	-2.6	-0.67
10 (s/)	899.279	$657.9 \pm 2.2$	649.2	-4.0	-1.34
10 (c/)	902.748	$660.5 \pm 2.1$	649.2	-5.4	-1.74
20 (c/)	832.025	$607.1 \pm 3.1$	614.0	2.3	1.13
30 (c/)	764.573	$556.2 \pm 2.6$	564.1	3.1	1.40
50 (c/)	639.412	$461.8 \pm 3.1$	452.6	-3.0	-2.04
70 (c/)	510.379	$364.5 \pm 2.8$	357.4	-2.6	-1.99
90 (c/)	412.194	$290.4 \pm 3.1$	288.4	-0.65	-0.70

Na grande maioria, os desvios em  $\#\sigma$  são negativos, o que indicia a existência de um erro sistemático. Esta suspeita é reforçada pelos desvios para 0°, situação para a qual não há difusão e ainda assim se verifica um desvio em  $\#\sigma$  negativo semelhante no ensaio com e sem difusor. Note-se no entanto que para 20° e 30° o desvio em  $\#\sigma$  é positivo, pelo que para estes ângulos de difusão os erros estatísticos não deverão estar a ser sobrepostos pelo sistemático. Este poderá estar associado ao procedimento utilizado para obter os ajustes dos picos, que possui um grau de subjetividade no primeiro ajuste a uma gaussiana, feito antes de se retirarem as contagens devido à corrente negra. Por conseguinte, todos os resultados seguintes serão afetados por um erro que não estará a ser contabilizado no erro estatístico. Assinala-se

igualmente que de modo a uniformizar um critério de escolha de intervalos, foi o mesmo elemento do grupo que realizou estes ajustes para todos os ângulos de difusão, o que reforça a tese de que existirá um erro sistemático no procedimento tomado.

Reforça-se ainda que o valor de  $\theta$  está sujeito a uma incerteza, que resulta num intervalo de valores teóricos possíveis para  $E'_{\gamma}$ . Se tomarmos esta incerteza como  $\pm$  1 ° isso resulta numa alteração do desvio em # $\sigma$  em  $\pm$  1 $\sigma$  para qualquer dos ângulos de difusão. Esta variação é importante pois não sendo a fonte radioativa verdadeiramente pontual, nem o difusor de espessura nula, nem todos os  $\gamma$ s são difundidos exatamente ao ângulo considerado, e como se viu um pequeno desvio no ângulo resulta num desvio em # $\sigma$  não desprezável. Ainda assim, mesmo considerando desvios de 1° o sinal destes desvios mantém-se globalmente negativo, pelo que a argumentação anterior quanto à existência de sistemáticos permanece válida.

#### 3. Determinação da massa do eletrão

Se invertermos a expressão (8) obtém-se:

$$\frac{1}{E'_{\gamma}} = \frac{1}{E_{\gamma}} + \frac{1}{m_e c^2} \left( 1 - \cos \theta \right) \tag{10}$$

pelo que realizando um ajuste linear do tipo

$$y = a x + b \tag{11}$$

com  $y = 1/E'_{\gamma}$  e  $x = (1 - \cos \theta)$ , é possível obter a massa do eletrão, dada por  $m_e c^2 = \frac{1}{m}$ . O ajuste (novamente pelo método dos mínimos quadrados) e respetivos parâmetros encontram-se abaixo:

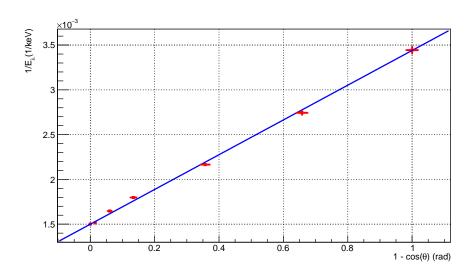


Figura 4: Ajuste para a determinação da massa do eletrão

**Tabela 5:** *Parâmetros do ajuste* 

O  $\chi^2/ngl$  apresenta-se da ordem da unidade, o que revela um bom ajuste da reta aos pontos experimentais. Sendo  $m_e = \frac{1}{ac^2}$  e  $E_\gamma = \frac{1}{b}$  obtém-se na tabela 6 a comparação dos valores obtidos com os tabelados. Os erros para  $m_{e_{exp}}$  e  $E_{\gamma exp}$  são dados por:

$$\sigma_{m_{e_{exp}}}^2 = \left(\frac{\sigma_a}{c^2 a^2}\right)^2 \tag{12}$$

$$\sigma_{E_{\gamma_{exp}}}^2 = \left(\frac{\sigma_b}{b^2}\right)^2 \tag{13}$$

Tabela 6: Comparação dos resultados com os valores tabelados

$m_{e_{exp}}(keV/c^2)$	$m_{e_{tab}}(keV/c^2)$	Desvio em # $\sigma$	$E_{\gamma_{exp}}$ (keV)	$E_{\gamma_{tab}}$ (keV)	Desvio em # $\sigma$
$515.2 \pm 9.1$	511	0.46	$666.8 \pm 1.6$	662	3.00

Ambos os valores apresentam um desvio à exatidão muito pequeno (0.7-0.8%). Verifica-se que o desvio em # $\sigma$ , para a massa do eletrão, é menor que a unidade e, para a energia da radiação incidente, é da ordem da unidade. Isto permite atribuir um elevado grau de qualidade ao método considerado. Note-se que ambos os valores se desviam dos teóricos no mesmo sentido, produto da existência de sistemáticos já referida.

#### III. ESTUDO DA SECÇÃO EFICAZ DIFERENCIAL $d\sigma/d\Omega$ EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE DIFUSÃO

A partir dos dados obtidos na alínea anterior para as contagens relativas a cada pico (A), calcularam-se os número de contagens de difusão de Compton por unidade de tempo ( $R_{medido}$ ) para cada um dos ângulos de difusão considerados. Utilizaram-se as seguintes expressões para os cálculos:

$$R_{medido} = \frac{N_{corrigido}}{t_{aq}} \tag{14}$$

$$\sigma_{R_{medido}}^2 = \left(\frac{R_{medido}}{N_{corrigido}} \sigma_{N_{corrigido}}\right)^2 \tag{15}$$

Para um ângulo de  $0^\circ$ , não ocorre difusão. No entanto, como é visível pela diferença entre o número de contagens obtidos com e sem difusor, uma fração de  $\gamma$ s é absorvida pelo difusor de alumínio. Como para um ângulo de difusão de  $\theta=10^\circ$  parte dos fotões chega ao detetor sem sofrer difusão, é necessário corrigir as contagens para este ângulo. Assim retira-se às contagens dadas por A, a fração de  $\gamma$ s que atravessa diretamente difusor que se considera a mesma que para  $0^\circ$ ):

$$N_{corrigido} = N_{cd} - N_{sd} \frac{N(\theta = 0^{\circ})_{cd}}{N(\theta = 0^{\circ})_{sd}}$$
(16)

$$\sigma_{N_{corr}} = \sqrt{\sigma_{N_{cd}}^2 + \left(\frac{N(\theta = 0^{\circ})_{cd}}{N(\theta = 0^{\circ})_{sd}}\sigma_{N_{sd}}\right)^2 + \left(\frac{N_{sd}}{N(\theta = 0^{\circ})_{sd}}\sigma_{N(\theta = 0^{\circ})_{cd}}\right)^2 + \left(N_{sd}\frac{N(\theta = 0^{\circ})_{cd}}{N(\theta = 0^{\circ})_{sd}^2}\sigma_{N(\theta = 0^{\circ})_{sd}}\right)^2}$$
(17)

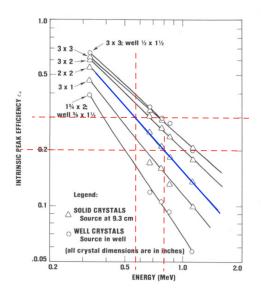
Nota: Em sd e cd leia-se "sem difusor" e "com difusor" respetivamente.

É de realçar que esta correção não é exata, e é tanto menos válida quanto maior o ângulo de difusão, pois parte do princípio que o percurso dos  $\gamma$ s não difundidos para cada ângulo é o mesmo que para  $\theta = 0^{\circ}$ , o que não é verdade. Os resultados obtidos resumem-se na tabela abaixo:

**Tabela 7:** Contagens e Contagens por unidade de tempo para os vários  $\theta$ 

	Ângulo (°)	$t_{aq}$ (s)	$N_{medido}$	N <sub>corrigido</sub>	$R_{medido}(s^{-1})$
s/ difusor	0	5	$1894 \pm 56$	-	-
c/ difusor	0	5	$1525 \pm 54$	-	-
s/ difusor	10	5	$467\pm26$	-	-
	10	5	$811 \pm 42$	$433 \pm 65$	$87 \pm 13$
	20	100	$682 \pm 36$	$682 \pm 36$	$6.82 \pm 0.36$
c/ difusor	30	180	$725 \pm 36$	$725 \pm 36$	$4.03 \pm 0.20$
c/ allusor	50	250	$754\pm44$	$754\pm44$	$3.02 \pm 0.18$
	70	250	$521 \pm 40$	$521 \pm 40$	$2.08 \pm 0.16$
	90	430	$874\pm62$	$874\pm62$	$2.03\pm0.14$

Este  $R_{medido}$  corresponde ao número de contagens por unidade de tempo detetadas. Tendo-se como objetivo saber o número de difusões de Compton que ocorreram no difusor (ou seja que incidem no detetor), é necessário fazer uma correção utilizando a eficiência intrínseca do detetor. Para o detetor de cintilação utilizado de Iodeto de Sódio ativado por Tálio, NaI(Tl), de dimensões 2x2 (5x5 cm), recorrendo aos dados da figura 5, fez-se um ajuste de  $\epsilon_{int}$  em função da energia, utilizado posteriormente.



**Figura 5:** Representação em log-log da variação da eficiência intrínseca de um detetor de NaI com a energia dos fotões incidentes, com sinalização dos dois pontos retirados

Observando a figura (que tem ambos os eixos em escala logarítmica) conclui-se que a relação entre log  $\epsilon_{int}$  e log E é dada por:

$$\log \epsilon_{int} = a \log E + b \tag{18}$$

pelo que se fez um ajuste desta expressão aos seguintes pontos:

**Tabela 8:** Pontos utilizados para o ajuste de  $\epsilon_{int}$ 

Ponto	x X	y
1	6.318	-1.204
2	6.515	-1.423
3	6.684	-1.609

obtendo-se o seguinte ajuste e parâmetros:

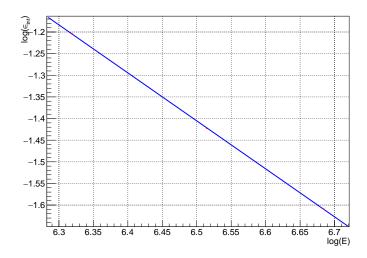


Figura 6: Ajuste dos dados relativos à eficiência intrínseca do detetor em função da energia incidente

Tabela 9: Parâmetros do ajuste

O valor extremamente elevado de  $\chi^2/ngl$  resulta de não se terem atribuído erros aos pontos utilizados para o ajuste, por estes não poderem ser quantificados sem uma análise mais profunda que ultrapassa o objetivo deste tratamento de dados. Por conseguinte, não se atribuem erros a a e b.

Deriva-se a partir de (18):

$$\epsilon_{int}(E) = e^a E^b \tag{19}$$

E o número de  $\gamma$ s difundidos que atingem o detetor por unidade de tempo, e respetivo erro são dados por:

$$R_{corrigido} = \frac{R_{medido}}{\epsilon_{int}} \tag{20}$$

$$\sigma_{R_{corrigido}} = \sqrt{\left(\frac{1}{\epsilon_{int}}\sigma_{R_{medido}}\right)^2 + \left(\frac{R_{medido}}{\epsilon_{int}^2}\sigma_{\epsilon_{int}}\right)^2}$$
(21)

Sabendo que o  $R_{corrigido}$  é proporcional à secção eficaz diferencial, então é possível compará-las com as expressões teóricas para as secções diferenciais eficazes de Klein-Nishina e Thomson através da expressão 23. Os dados e expressões relevantes encontram-se abaixo:

Tabela 10

Ângulo (°)	$E'_{\gamma}$ (keV)	$\epsilon_{int}$	$R_{medido}(s^{-1})$	$R_{corrigido}(s^{-1})$	$F(\theta; 20^{\circ})$
10	$660.5 \pm 2.1$	$0.24736 \pm 0.00087$	$87 \pm 13$	$350 \pm 54$	$13.9 \pm 3.0$
20	$607.1 \pm 3.1$	$0.2716 \pm 0.0015$	$6.82 \pm 0.36$	$25.1 \pm 1.5$	$1.00 \pm 0.12$
30	$556.2 \pm 2.6$	$0.2993 \pm 0.0015$	$4.03 \pm 0.20$	$13.46 \pm 0.74$	$0.536 \pm 0.061$
50	$461.8 \pm 3.1$	$0.3678 \pm 0.0027$	$3.02 \pm 0.18$	$8.20 \pm 0.54$	$0.327 \pm 0.040$
70	$364.5 \pm 2.8$	$0.4782 \pm 0.0041$	$2.08 \pm 0.16$	$4.36 \pm 0.37$	$0.173 \pm 0.025$
90	$290.4 \pm 3.1$	$0.6153 \pm 0.0072$	$2.03 \pm 0.14$	$3.31 \pm 0.27$	$0.132 \pm 0.019$

$$\sigma_{\epsilon_{int}} = |b|e^a E^{b-1} \sigma_E \tag{22}$$

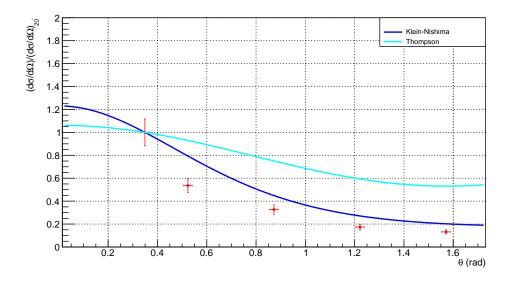
$$F(\theta;\theta_0) = \frac{R_{corrigido}(\theta)}{R_{corrigido}(\theta_0)} = \frac{(d\sigma/d\Omega)_{\theta}}{(d\sigma/d\Omega)_{\theta_0}}$$
(23)

$$\sigma_{F(\theta)} = \sqrt{\left(\frac{F(\theta)}{R_{corr}(\theta)}\sigma_{R_{corr}(\theta)}\right)^2 + \left(\frac{F(\theta)}{R_{corr}(\theta_0)}\sigma_{R_{corr}(\theta_0)}\right)^2}$$
(24)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\Big|_{KN} = Zr_0^2 \left(\frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos\theta)}\right)^2 \left(1 + \frac{\alpha^2(1 - \cos\theta)^2}{(1 + \cos\theta^2)(1 + \alpha(1 - \cos\theta))}\right)$$
(25)

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{TH} = Zr_0^2 \left( \frac{1 + \cos \theta^2}{2} \right) \tag{26}$$

onde Z=13 corresponde ao número atómico do difusor (alumínio),  $r_0=2.82\times 10^{-13}cm^2$  é o raio clássico do eletrão ou raio de Bohr e  $\alpha=E_\gamma/m_ec^2=662/511$  (KN corresponde a Klein-Nishina e TH a Thomson). Escolhendo  $\theta_0=20^\circ$ , por ser o menor ângulo com uma precisão razoável, os resultados obtidos encontram-se na figura 7, bem como os gráficos para as expressões teóricas.



**Figura 7:** Comparação das expressões teóricas para as secções eficazes diferenciais de Thompson e Klein-Nishima com os valores experimentais. Foi suprimido do gráfico o ponto correspondente a  $\theta=10^{\circ}$ , por corresponder a um valor muito afastado dos restantes, impedindo uma boa visualização.

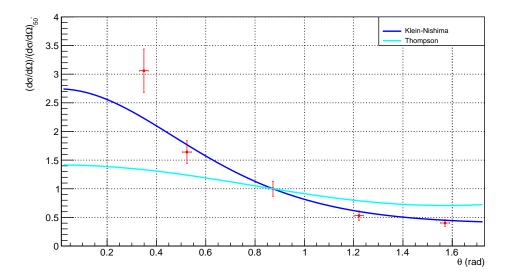
#### Tabela 11

$\theta$ (°)	$F(\theta; 20^{\circ})$	$\delta(\#\sigma_{KN})$	$(d\sigma/d\Omega)_{KN}$	$\delta(\#\sigma_{TH})$	$\delta(\#\sigma_{KN})$
10	$13.9 \pm 3.0$	1.046	1.166	-4.4	-4.4
20	$1.00 \pm 0.12$	1	1	0.0	0.0
30	$0.536 \pm 0.061$	0.929	0.793	6.5	4.2
50	$0.327 \pm 0.040$	0.750	0.449	10.5	3.0
70	$0.173 \pm 0.025$	0.593	0.271	16.8	3.9
90	$0.132 \pm 0.019$	0.531	0.202	21.5	3.8

Como se utilizou o ponto de  $\theta=20^\circ$  para a normalização, os dados para este valor não têm significado. Para  $\theta=10^\circ$  o desvio é muito superior aos dos ângulos. Isto sugere que a correção introduzida subestima o número de  $\gamma$ s

que atingem o detetor sem sofrer difusão. Quanto aos restantes valores, observa-se uma evolução correta dos pontos comparativamente à previsão teórica de Klein-Nishima. Apesar disso, parece existir um offset negativo dos dados, corroborado pelo sinal positivo dos  $\delta(\#\sigma_{KN})$ . Este poderá ser atribuído a um sistemático da montagem, ou a algum erro na colocação da blindagem de chumbo móvel. Por se estar a normalizar os dados aos resultados para  $\theta_0 = 20^\circ$ , os desvios seriam explicáveis se, para este ângulo, houvesse ainda deteção de  $\gamma$ s que não sofrem difusão. De modo a confirmar esta suspeita, realizou-se a mesma análise mas desta vez para  $\theta_0 = 50^\circ$ . Não se poderia proceder a uma correção do número de contagens usando o método para  $\theta = 10^\circ$ , porque para este ângulo a diferença entre o percurso do  $\gamma$  no difusor é demasiado grande em relação à situação de  $\theta = 10^\circ$ , para que se possa tomar como aproximadamente igual.

Os resultados obtidos com  $\theta_0 = 50^{\circ}$  encontram-se abaixo:



**Figura 8:** Comparação das expressões teóricas para as secções eficazes diferenciais de Thompson e Klein-Nishima com os valores experimentais. Foi suprimido do gráfico o ponto correspondente a  $\theta=10^{\circ}$ , por corresponder a um valor muito afastado dos restantes, impedindo uma boa visualização.

Tabela 12

Ângulo (°)	$F(\theta;50^{\circ})$	$(d\sigma/d\Omega)_{TH}$	$(d\sigma/d\Omega)_{KN}$	$\delta(\#\sigma_{TH})$	$\delta(\#\sigma_{KN})$
10	$42.7 \pm 9.3$	1.39	2.60	-4.4	-4.3
20	$3.06 \pm 0.38$	1.33	2.23	-4.6	-2.2
30	$1.64 \pm 0.20$	1.24	1.77	-2.0	0.6
50	$1.00 \pm 0.13$	1	1	0.0	0.0
70	$0.531 \pm 0.080$	0.79	0.60	3.2	0.9
90	$0.403 \pm 0.060$	0.71	0.45	5.1	0.8

A comparação entre os resultados experimentais e os valores teóricos é muito mais satisfatória, evidenciada pelos baixos desvio em  $\#\sigma$ , tanto para a previsão de Thompson como para a de Klein-Nishima. Logo, para  $\theta_0=20^\circ$  ainda deverão existir fotões que atravessam o difusor e atingem o detetor diretamente. No entanto, para a secção eficaz diferencial de Thompson os valores ainda são pouco compatíveis com a previsão, o que é de esperar pois esta é obtida no limite das baixas energias, isto é,  $E'_{\gamma}<<511(keV)$ , o que não se verifica para nenhum ângulo de difusão.