

# Laboratório de Física Experimental Avançada

## Coincidências $\gamma$ - $\gamma$ Resultantes da Aniquilação de um Positrão proveniente de uma Fonte de $^{22}\text{Na}$

Dulce Costa 67910, Inês Henriques 67917 e João Romão 67919

*Departamento de Física, Instituto Superior Técnico*

(Dated: 27 de Maio de 2012)

Utilizando um par de detectores de cintilação, mediu-se a correlação angular de dois raios  $\gamma$  que resultam da aniquilação do positrão emitido pela fonte de  $^{22}\text{Na}$ . Teoricamente, os raios  $\gamma$  resultantes desta aniquilação devem ser emitidos em direções opostas de forma a conservar o momento. As medidas experimentais corroboram esta previsão uma vez que o máximo de correlações ocorre perto do pico  $\theta = 0^\circ$ . No entanto, devido às características da montagem, a função de correlação não corresponde a uma distribuição com modelo conhecido.

### I. INTRODUÇÃO

Quando dois raios  $\gamma$  são emitidos simultaneamente, as suas direções estão normalmente correlacionadas devido à física envolvida no processo de emissão, que no caso em estudo resulta da aniquilação de um par electrão-positrão. Núcleos atómicos com excesso de prótons tornam-se instáveis o que pode levar ao decaimento de um positrão, ou decaimento  $\beta^+$ , em que um próton é convertido num neutrão, num positrão e num neutrino.

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu \quad (1.1)$$

Este decaimento ocorre apenas quando o valor absoluto da energia de ligação no núcleo filho é superior à do núcleo pai. A fonte utilizada foi o  $^{22}\text{Na}$ , que emite um positrão e um raio  $\gamma$ , como indica a figura 1.

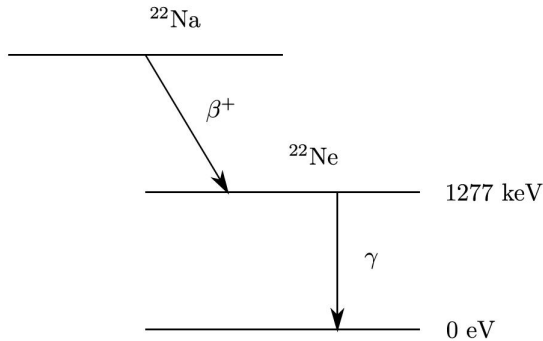


Figura 1. Diagrama de energias do decaimento mais provável (90%) do  $^{22}\text{Na}$ .

O positrão é emitido com uma energia de 544 keV que é perdida para a matéria por interação com o campo electromagnético gerado pelas partículas carregadas que existem no meio envolvente. Quando a energia do positrão se torna inferior a cerca de 100 keV, este começa a interagir directamente com apenas um electrão e estes formam um positrónio, semelhante ao átomo de Hidrogénio. No entanto, este átomo exótico é instável e estas partículas

aniquilam-se libertando dois raios  $\gamma$  de 511 keV que são emitidos em direções opostas, garantindo a conservação do momento. Portanto a distribuição de correlações angulares desta fonte deveria ser uma função de Dirac.

De forma a detectar os raios  $\gamma$  são utilizados dois detectores de cintilação de NaI(Tl), com a disposição indicada na figura 2. Quando radiação energética interage com o cristal de Iodeto de Sódio (dopado com Tálio), este último produz um fóton de baixa energia, isto é, visível, que é reflectido para o tubo fotomultiplicador. No tubo é então libertado um electrão devido ao efeito fotoelétrico, que é multiplicado ao colidir com cada dínodo, até alcançar o ânodo e produzir um pulso de tensão proporcional à energia da radiação inicial.

### II. MONTAGEM E PROCEDIMENTO

Para a realização da experiência utilizou-se uma mesa de correlações angulares composta pelos dois detectores mencionados, suportados por dois braços articulados, para que um possa rodar em relação ao outro e variar o ângulo  $\theta$ . No centro dos detectores foi colada a fonte de  $^{22}\text{Na}$ , como mostra a figura 2.

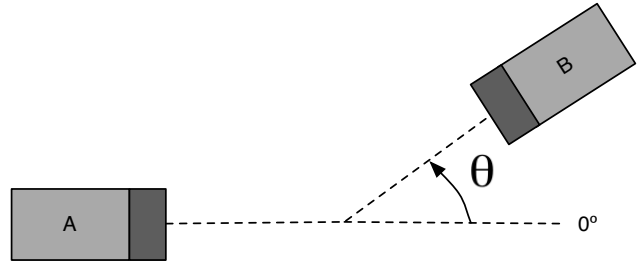


Figura 2. Posicionamento relativo dos detectores.

Cada detector está por sua vez acoplado a um fotomultiplicador, que é ligado a um pré-amplificador e depois a um amplificador de tensão e a um analisador monocanal (SCA). O espectrómetro duplo é ainda composto por uma unidade de coincidências e por três contadores (A

conta o monocanal A, B conta o monocanal B, e C conta as coincidências). Utilizaram-se ambas as saídas bipolares dos amplificadores e a ligação entre o monocanal e o contador A é o output negativo. Pelo contrário a saída da unidade de coincidências vai ser positiva assim como a entrada no contador C.

Verifica-se que os detectores partilham um esquema de ligações simétrico, no entanto há diferenças de nanossegundos no atraso do sinal oriundo de cada detector. Como se considerou um  $\tau = 6\mu s$  de abertura temporal para a unidade de coincidências, estas diferenças não vão influenciar esta contagem.

Teve-se especial cuidado com a fonte de tensão, sendo esta ligada muito lentamente até ao valor desejado, 900V.

Após a montagem e antes de se iniciar a verificação da zona de trabalho dos detectores, observou-se o espectro energético do  $^{22}\text{Na}$  com o auxílio dos detectores, no qual se retiraram os dados que permitiram isolar o pico de aniquilação a 511 keV.

De seguida sincronizou-se os dois ramos do espectrómetro. Experimentou-se um intervalo de tempo inicial de 10 s, sendo aumentado posteriormente para 20 s e 30 s. Verificou-se então que os três contadores têm o mesmo número de contagens para o mesmo intervalo de tempo, ou seja, os detectores estão sincronizados.

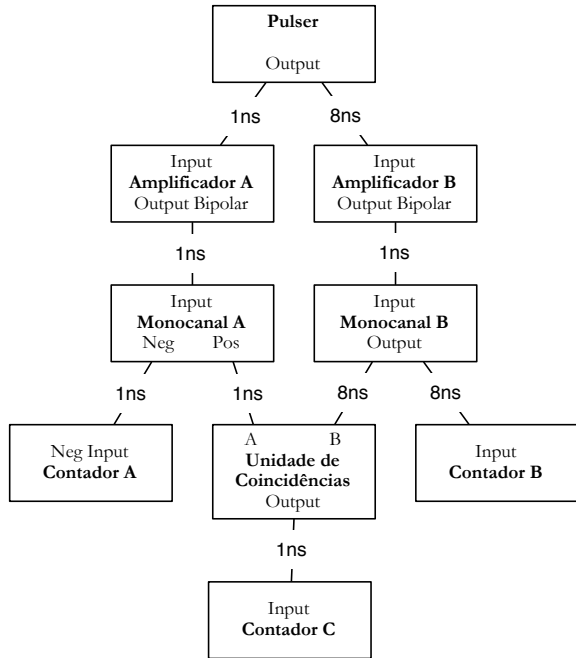


Figura 3. Esquema de montagem do espectrómetro para os limiares dos SCAs. Os tempos na ligações representam os atrasos dos sinais electrónicos.

Regularam-se os limites de cada um dos monocanais, estando estes no modo normal. Com a tensão do Pulser fixa e correspondente ao canal menos energético do pico de aniquilação observado no detector A, aumentou-se o Lower Limit (LL) do monocanal deste detector até que o contador A pare. Procedeu-se da mesma forma,

porém com a tensão do Pulser equivalente ao canal mais energético do pico e definiu-se o Upper Limit do monocanal A. Repetiu-se este procedimento para o detector B.

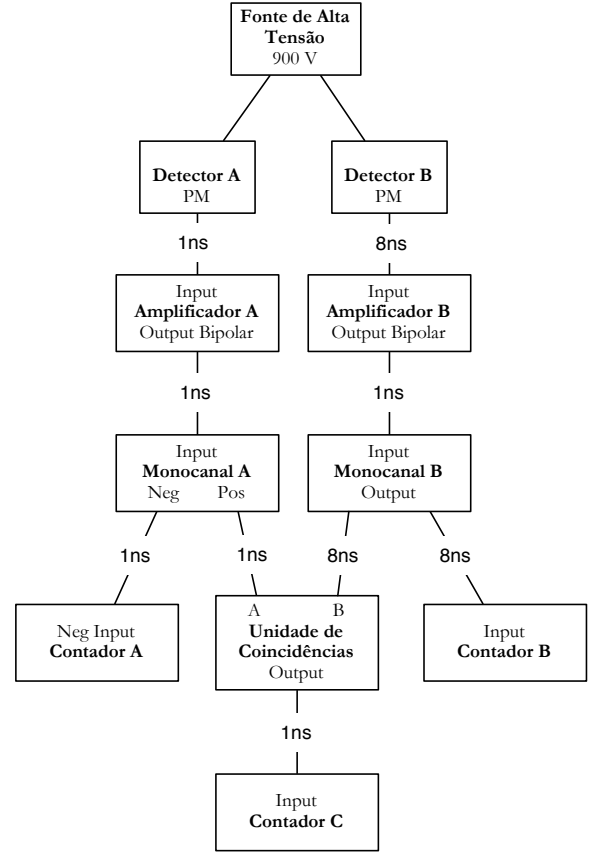


Figura 4. Esquema de montagem final do espectrómetro. Os tempos na ligações representam os atrasos dos sinais electrónicos.

Por último obteve-se a distribuição angular dos dois  $\gamma$ s de aniquilação do processo descrito em 1.1. Começou-se por rodar o detector móvel no sentido contrário aos ponteiros do relógio (sentido positivo) no qual o  $\theta > 0^\circ$ , de modo a obter o número de contagens do detector A, B e da unidade de coincidências. Iniciou-se com um intervalo de tempo de 30 s para ângulos entre  $0^\circ$  e  $10^\circ$ , 60 s para  $12^\circ$ , 120 s para  $15^\circ$  e 180 s para  $20^\circ$ . Repetiu-se a obtenção de resultados para o sentido dos ponteiros do relógio (sentido inverso) onde  $\theta < 0^\circ$ .

### III. DADOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

#### A. Observação do Espectro de $^{22}\text{Na}$

Como referido no procedimento, começou-se por observar o espectro energético da fonte com um tempo de aquisição de 209 s. Para a representação que se apresenta em seguida, foram utilizados os pontos do detector A.

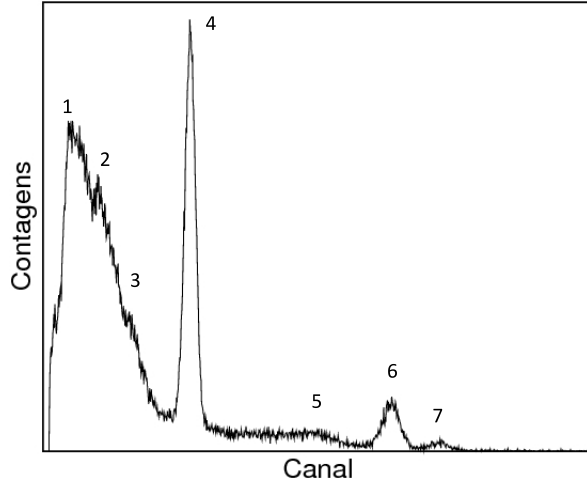


Figura 5. Espectro do  $^{22}\text{Na}$

Verificou-se que o espectro apresenta vários picos. O pico representado por 1 corresponde à corrente negra derivada da emissão termoiónica dos cátodos e dos dínodos, e decai exponencialmente com o aumento da energia. O pico 2 representa a retrodifusão proveniente dos picos 4 e 6, e corresponde à energia perdida numa colisão frontal ( $\theta = 0^\circ$ ) que depende da energia da radiação incidente. Logo a seguir é apresentado o pico 3 que é o joelho de Compton do pico 4, e corresponde ao fim de um patamar de Compton. O pico 4 corresponde ao  $\gamma$  de aniquilação de  $\beta^+$  com  $\beta^-$ , e vai ser usado na definição das zonas de trabalho de cada monocal. É apresentado posteriormente o joelho de Compton relativamente ao pico 6. Por sua vez o pico 6 corresponde ao fotopico do fóton  $\gamma$  de desexcitação de 1277 keV (decaimento de  $^{22}\text{Na}$ ). Por último, o pico 7 o pico do potássio da radiação ambiente.

### B. Determinação da região de trabalho dos monocanais

Obtiveram-se os dados relativos aos dois detectores para a aniquilação e o fotopico, de modo a que fosse possível a sua comparação, para determinar o intervalo a utilizar em cada monocal.

Tabela I. Dados para a determinar a região de interesse das tensões a ser definida por cada monocal

Pico	Centróide (Chs)	ROI Net (Ctgs)	ROI Int (Ctgs)	FwHm (Chs)	Canais Inf Sup
1	275,91 $\pm$ 0,09	11733 $\pm$ 192	14044 $\pm$ 119	22,90	245 303
2	263,84 $\pm$ 0,11	7468 $\pm$ 177	9764 $\pm$ 99	22,36	235 290
3	650,23 $\pm$ 0,36	2031 $\pm$ 98	2527 $\pm$ 50	38,52	609 693
4	619,77 $\pm$ 0,21	1546 $\pm$ 105	2090 $\pm$ 46	19,63	571 669

Utilizam-se apenas os valores do pico 4, pois o pico de aniquilação é a área de interesse. De acordo com a tabela,

tanto para o detector A como para o B, a região de estudo corresponde a um intervalo simétrico de largura total de  $1,3 \times \text{FwHm}$  em torno do centróide, equivalente a cerca de  $3\sigma$ , isto é, 99,7% dos eventos. Tem-se então uma largura total de intervalo cerca de 30 canais.

Os dados da Tabela I foram ainda empregados no cálculo da fracção de ruído de fundo medida por cada detector, que são as contagens do patamar de Compton do pico 6.

$$\% \text{Contagens sem Ruído} = \frac{\text{ROI Net}}{\text{ROI Int}} \quad (3.1a)$$

$$e_{\% \text{Ctgs sem Ruído}}^2 = \frac{e_{\text{ROI Net}}^2}{\text{ROI Int}^2} + \frac{\text{ROI Net}^2}{\text{ROI Int}^4} e_{\text{ROI Int}}^2 \quad (3.1b)$$

Tabela II. Percentagem de contagens sem ruído de fundo

Detector	% de contagens sem Ruído
A	83,5 $\pm$ 1,6
B	76,5 $\pm$ 1,8

Os limites de cada monocal foram regulados, usando como referência os canais observados no espectro obtido com cada detector, obtendo-se os valores em seguida apresentados.

Tabela III. Configuração dos Monocanais (SCA)

Monocal	Canal	Pulser (V)	Monocal (V)
A	LL	245	2.59
	UL	303	2.62
B	LL	235	2.48
	UL	290	3.04

### C. Estudo das Coincidências

As designações “fixo” e “móvel” (A e B, respectivamente) são em relação ao referencial do laboratório pois a fonte roda juntamente com o detector móvel estando sempre virada de frente para este.

Como a fonte emite isotropicamente, ou seja, estamos no caso ideal em que esta é pontual, e com uma perfeita eficiência intrínseca dos detectores para estas energias, o número de contagens entre os detectores deveria coincidir.

Apresentam-se na Tabela IV as aquisições realizadas de acordo com o procedimento. Usa-se a fórmula da estatística de Poisson para determinar o erro associado a cada contagem.

$$e_{N_i} = \sqrt{N_i} \quad (3.2)$$

Tabela IV. Contagens registadas em função do ângulo  $\theta$  com o respectivo intervalo de aquisição

$\theta(^{\circ})$	$N_A(\text{ctgs})$	$N_B(\text{ctgs})$	$N_C(\text{ctgs})$	$\Delta T \text{ (s)}$
0	$1717 \pm 41$	$1763 \pm 42$	$438 \pm 21$	30
1	$1785 \pm 42$	$1770 \pm 42$	$502 \pm 22$	30
2	$1813 \pm 43$	$1855 \pm 43$	$479 \pm 22$	30
3	$1787 \pm 43$	$1731 \pm 42$	$418 \pm 20$	30
4	$1822 \pm 43$	$1739 \pm 42$	$440 \pm 21$	30
5	$1856 \pm 43$	$1772 \pm 42$	$382 \pm 20$	30
6	$1803 \pm 43$	$1777 \pm 42$	$367 \pm 19$	30
7	$1805 \pm 43$	$1694 \pm 41$	$349 \pm 19$	30
8	$1736 \pm 42$	$1827 \pm 43$	$308 \pm 18$	30
9	$1782 \pm 42$	$1806 \pm 43$	$304 \pm 17$	30
10	$1789 \pm 42$	$1792 \pm 42$	$278 \pm 17$	30
12	$3476 \pm 59$	$3604 \pm 60$	$383 \pm 20$	60
15	$7115 \pm 84$	$7028 \pm 84$	$476 \pm 22$	120
20	$10511 \pm 103$	$10687 \pm 103$	$135 \pm 12$	180
-1	$1774 \pm 42$	$1772 \pm 42$	$466 \pm 22$	30
-2	$1833 \pm 43$	$1695 \pm 41$	$433 \pm 21$	30
-3	$1775 \pm 42$	$1790 \pm 42$	$433 \pm 21$	30
-4	$1741 \pm 42$	$1704 \pm 41$	$396 \pm 20$	30
-5	$1791 \pm 42$	$1743 \pm 42$	$421 \pm 21$	30
-6	$1732 \pm 42$	$1799 \pm 42$	$347 \pm 19$	30
-7	$1816 \pm 43$	$1871 \pm 43$	$324 \pm 18$	30
-8	$1781 \pm 42$	$1833 \pm 43$	$298 \pm 17$	30
-9	$1787 \pm 42$	$1808 \pm 43$	$286 \pm 17$	30
-10	$1825 \pm 43$	$1831 \pm 43$	$242 \pm 16$	30
-12	$3481 \pm 59$	$3610 \pm 60$	$306 \pm 17$	60
-15	$7097 \pm 84$	$5742 \pm 76$	$283 \pm 17$	120
-20	$10957 \pm 105$	$10638 \pm 103$	$75 \pm 9$	180

Contudo, estes valores carecem de correcções: há que retirar as contagens fortuitas do contador C, e as contagens  $N_A$  e  $N_B$  incluem o ruído de fundo que precisa de ser excluído. As contagens fortuitas determinam-se com a seguinte fórmula:

$$N_C^{fort.} = 2N_A N_B \frac{\tau}{\Delta T} \quad (3.3a)$$

$$e_{N_C^{fort.}}^2 = 2 \frac{\tau}{\Delta T} [N_A^2 e_{N_B}^2 + N_B^2 e_{N_A}^2] \quad (3.3b)$$

E estas subtraem-se directamente a  $N_C$ .

$$N_C \text{ Corrigido} = N_C - N_C^{fort.} \quad (3.4a)$$

$$e_{N_C \text{ Corrigido}}^2 = e_{N_C}^2 + e_{N_C^{fort.}}^2 \quad (3.4b)$$

Para as outras contagens basta multiplicar pela percentagem de contagens sem ruído.

$$N_i \text{ Corrigido} = N_i \cdot \% \text{Ctgs sem Ruído} \quad i = A, B \quad (3.5a)$$

$$e_{N_i \text{ Corr}}^2 = N_i^2 e_{\% \text{Ctgs s/ Ruído}}^2 + e_{N_i}^2 (\% \text{Ctgs s/ Ruído})^2 \quad (3.5b)$$

Apresentam-se de novo os dados, na Tabela V, com as contagens corrigidas e a coincidências fortuitas.

Tabela V. Contagens corrigidas em função do ângulo  $\theta$  e respectivas coincidências fortuitas

$\theta(^{\circ})$	$N_A \text{ corr (ctgs)}$	$N_B \text{ corr (ctgs)}$	$N_c^{fort.} \text{ (ctgs)}$	$N_C \text{ corr(ctgs)}$
0	$1434 \pm 44$	$1348 \pm 45$	$1,21 \pm 0,04$	$437 \pm 21$
1	$1491 \pm 46$	$1354 \pm 45$	$1,26 \pm 0,04$	$501 \pm 22$
2	$1515 \pm 46$	$1419 \pm 47$	$1,35 \pm 0,04$	$478 \pm 22$
3	$1493 \pm 46$	$1324 \pm 44$	$1,24 \pm 0,04$	$417 \pm 20$
4	$1522 \pm 46$	$1330 \pm 45$	$1,27 \pm 0,04$	$439 \pm 21$
5	$1551 \pm 47$	$1355 \pm 45$	$1,32 \pm 0,04$	$381 \pm 20$
6	$1506 \pm 46$	$1359 \pm 45$	$1,28 \pm 0,04$	$366 \pm 19$
7	$1508 \pm 46$	$1296 \pm 44$	$1,22 \pm 0,04$	$348 \pm 19$
8	$1450 \pm 45$	$1397 \pm 46$	$1,27 \pm 0,04$	$307 \pm 18$
9	$1489 \pm 46$	$1381 \pm 46$	$1,29 \pm 0,04$	$303 \pm 17$
10	$1495 \pm 46$	$1371 \pm 46$	$1,28 \pm 0,04$	$277 \pm 17$
12	$2904 \pm 75$	$2757 \pm 79$	$2,51 \pm 0,06$	$380 \pm 20$
15	$5944 \pm 135$	$5375 \pm 141$	$5,00 \pm 0,08$	$471 \pm 22$
20	$8781 \pm 191$	$8174 \pm 207$	$7,49 \pm 0,10$	$128 \pm 12$
-1	$1482 \pm 45$	$1355 \pm 45$	$1,26 \pm 0,04$	$465 \pm 22$
-2	$1531 \pm 46$	$1296 \pm 44$	$1,24 \pm 0,04$	$432 \pm 21$
-3	$1483 \pm 45$	$1369 \pm 46$	$1,27 \pm 0,04$	$432 \pm 21$
-4	$1455 \pm 45$	$1303 \pm 44$	$1,19 \pm 0,04$	$395 \pm 20$
-5	$1496 \pm 46$	$1333 \pm 45$	$1,25 \pm 0,04$	$420 \pm 21$
-6	$1447 \pm 45$	$1376 \pm 46$	$1,25 \pm 0,04$	$346 \pm 19$
-7	$1517 \pm 46$	$1431 \pm 47$	$1,36 \pm 0,04$	$323 \pm 18$
-8	$1488 \pm 46$	$1402 \pm 46$	$1,31 \pm 0,04$	$297 \pm 17$
-9	$1493 \pm 46$	$1383 \pm 46$	$1,29 \pm 0,04$	$285 \pm 17$
-10	$1525 \pm 46$	$1440 \pm 46$	$1,34 \pm 0,04$	$241 \pm 16$
-12	$2908 \pm 75$	$2761 \pm 79$	$2,51 \pm 0,06$	$303 \pm 17$
-15	$5929 \pm 135$	$4392 \pm 118$	$4,08 \pm 0,07$	$279 \pm 17$
-20	$9154 \pm 197$	$8136 \pm 206$	$7,77 \pm 0,11$	$67 \pm 9$

De forma a não sobrecarregar a notação, a partir deste ponto as contagens corrigidas ( $N_i$  Corrigidas) vão ser designadas apenas por contagens ( $N_i$ ), uma vez que as contagens originais não voltarão a ser utilizadas.

No entanto, por razões estatísticas, as aquisições para os ângulos  $12^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$  e  $20^{\circ}$  foram mais longas que as restantes. Portanto é necessário normalizar as contagens com o tempo, isto é, determinar as taxas de contagem. Esses resultados reúnem-se na tabela VI.

$$R_i = \frac{N_i}{\Delta T} \quad i = A, B, C \quad (3.6a)$$

$$e_{R_i}^2 = \frac{e_{N_i}^2}{\Delta T} \quad i = A, B, C \quad (3.6b)$$

Tabela VI. Taxa de contagens em função do ângulo  $\theta$ 

$\theta(^{\circ})$	$R_A(\text{ctgs/s})$	$R_B(\text{ctgs/s})$	$R_C(\text{ctgs/s})$
0	$47.82 \pm 1.48$	$44.95 \pm 1.50$	$14.56 \pm 0.70$
1	$49.71 \pm 1.52$	$45.13 \pm 1.51$	$16.69 \pm 0.75$
2	$50.49 \pm 1.54$	$47.29 \pm 1.56$	$15.92 \pm 0.73$
3	$49.76 \pm 1.52$	$44.13 \pm 1.48$	$13.89 \pm 0.68$
4	$50.74 \pm 1.54$	$44.34 \pm 1.49$	$14.62 \pm 0.70$
5	$51.69 \pm 1.56$	$45.18 \pm 1.51$	$12.69 \pm 0.65$
6	$50.21 \pm 1.53$	$45.30 \pm 1.51$	$12.19 \pm 0.64$
7	$50.27 \pm 1.53$	$43.19 \pm 1.46$	$11.59 \pm 0.62$
8	$48.34 \pm 1.49$	$46.58 \pm 1.54$	$10.22 \pm 0.58$
9	$49.63 \pm 1.52$	$46.04 \pm 1.53$	$10.09 \pm 0.58$
10	$49.82 \pm 1.52$	$45.69 \pm 1.52$	$9.22 \pm 0.56$
12	$48.40 \pm 1.25$	$45.94 \pm 1.32$	$6.34 \pm 0.33$
15	$49.53 \pm 1.13$	$44.79 \pm 1.18$	$3.92 \pm 0.18$
20	$48.79 \pm 1.06$	$45.41 \pm 1.15$	$0.71 \pm 0.06$
-1	$49.40 \pm 1.51$	$45.18 \pm 1.51$	$15.49 \pm 0.72$
-2	$51.05 \pm 1.55$	$43.21 \pm 1.46$	$14.39 \pm 0.69$
-3	$49.43 \pm 1.52$	$45.64 \pm 1.52$	$14.39 \pm 0.69$
-4	$48.48 \pm 1.49$	$43.44 \pm 1.46$	$13.16 \pm 0.66$
-5	$49.88 \pm 1.52$	$44.44 \pm 1.49$	$13.99 \pm 0.68$
-6	$48.23 \pm 1.49$	$45.87 \pm 1.52$	$11.53 \pm 0.62$
-7	$50.57 \pm 1.54$	$47.70 \pm 1.57$	$10.75 \pm 0.60$
-8	$49.60 \pm 1.52$	$46.73 \pm 1.55$	$9.89 \pm 0.58$
-9	$49.76 \pm 1.52$	$46.09 \pm 1.53$	$9.49 \pm 0.56$
-10	$50.82 \pm 1.54$	$46.68 \pm 1.54$	$8.02 \pm 0.52$
-12	$48.47 \pm 1.25$	$46.02 \pm 1.32$	$5.06 \pm 0.29$
-15	$49.41 \pm 1.12$	$36.60 \pm 0.98$	$2.32 \pm 0.14$
-20	$50.86 \pm 1.10$	$45.20 \pm 1.15$	$0.37 \pm 0.05$

Por agora comparam-se as taxas  $R_A$  e  $R_B$  medidas em cada contador. Pelo gráfico seguinte da figura 6, verifica-se que as contagens são, no geral, constantes para ambos os detectores.

A distribuição relevante é a contagem de coincidências  $R_C$  em função do ângulo  $\theta$ . Acrescentam-se ainda alguns parâmetros estatísticos relevantes que ajudam a descrever esta distribuição.

Tabela VII. Parâmetros da distribuição

Média	Variância	Desvio-Padrão	Assimetria	Kurtosis
0,28	40,94	6,40	0,039	2,57

As suas expressões são apresentadas de seguida.

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_i \theta_i R_C(\theta_i)}{\sum_i R_C(\theta_i)} \quad (3.7a)$$

$$\text{Var} = \frac{\sum_i (\theta_i - \bar{\theta})^2 R_C(\theta_i)}{\sum_i R_C(\theta_i)} \quad (3.7b)$$

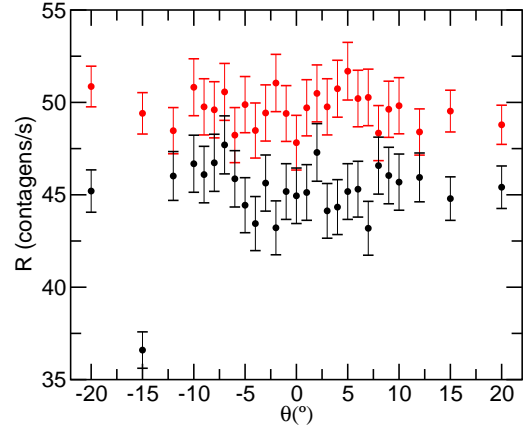


Figura 6. Comparação das taxas observadas por cada detector.  $R_A$  está a vermelho e  $R_B$  a preto

$$\sigma = \sqrt{Var} \quad (3.7c)$$

$$\text{Assimetria} = \frac{\sum_i (\theta_i - \bar{\theta})^3 R_C(\theta_i)}{\sum_i R_C(\theta_i)} \frac{1}{\sigma^3} \quad (3.7d)$$

E o Kurtosis,

$$\beta_2 = \frac{\sum_i (\theta_i - \bar{\theta})^4 R_C(\theta_i)}{\sum_i R_C(\theta_i)} \frac{1}{\sigma^4} \quad (3.7e)$$

Para ver a distribuição angular, definiu-se a Taxa de Coincidências Corrigida em função do ângulo  $\theta$ .

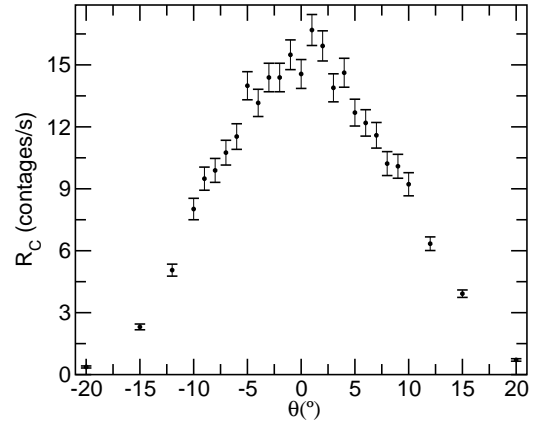


Figura 7. Taxa de coincidências em função do ângulo  $\theta$

Apenas pela observação directa do gráfico, verifica-se que este não corresponde a um delta de Dirac. Através do gráfico verificou-se que o pico não se encontra verdadeiramente nos  $0^{\circ}$ , como a própria média sugere, pois apesar de ser um valor pequeno representa um desvio de  $0,27^{\circ}$ , pelo que se deduz que não há um alinhamento perfeito dos detectores nem perfeita simetria na experiência.

O facto de o 3º momento estatístico, a assimetria, não ser nulo indica que a distribuição não é simétrica, o que

suporta a hipótese de que esta não é uma distribuição gaussiana.

Ainda se acrescenta a informação do Kurtosis, que ao ser inferior a 3 indica que esta distribuição é mais achatada que uma distribuição normal.

Em termos experimentais o que se esperava era observar uma distribuição normal pois os detectores têm uma abertura angular não desprezável. Aliás, este angulo sólido é demasiado grande e obteve-se uma distribuição mais larga e achatada que uma gaussiana.

Como se pode observar no esquema da figura 8, com um ângulo  $\theta$  pequeno continuam a existir coincidências devido à geometria da montagem. Contudo, estas coincidências são apenas uma fracção das coincidências no ponto central. E essa fracção depende essencialmente da eficiência geométrica da montagem.

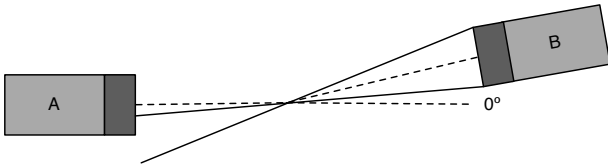


Figura 8. Análise a duas dimensões dos efeitos de detectores com resolução finita para ângulos pequenos.

Quando o ângulo se torna grande o suficiente, a taxa de contagens desaparece rapidamente.

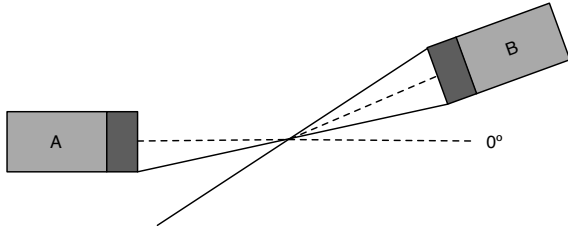


Figura 9. Análise a duas dimensões dos efeitos de detectores com resolução finita para grandes ângulos.

#### D. Eficiência dos Detectores

Outro aspecto que se pode analisar é a eficiência de cada detector. Tendo em conta que estes são iguais, devem ser igualmente eficazes. Este parâmetro justifica a diferença entre as contagens  $N_A$  e  $N_B$  em relação à contagem de coincidências.

Ora, a probabilidade de um fóton ser contado num dos detectores, acontecimento A, é independente do resultado no outro detector, acontecimento B. Isto é, como A e B são independentes, tem-se  $P(A) = P(A|B)$ . E ainda,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (3.8)$$

Este rácio pode ser calculado através das contagens.

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{N_C}{N_B} \quad (3.9)$$

Então,

$$Ef_A = \frac{N_C}{N_B} \quad (3.10a)$$

$$e_{Ef_A}^2 = \frac{1}{N_B^2} e_{N_C}^2 + \frac{N_C^2}{N_B^4} e_{N_B}^2 \quad (3.10b)$$

E da mesma forma para o outro detector.

$$Ef_B = \frac{N_C}{N_A} \quad (3.11a)$$

$$e_{Ef_B}^2 = \frac{1}{N_A^2} e_{N_C}^2 + \frac{N_C^2}{N_A^4} e_{N_A}^2 \quad (3.11b)$$

Aplicam-se estas fórmulas às contagens para  $\theta = 0^\circ$  de forma a que a eficiência geométrica seja sempre a mesma.

Tabela VIII. Eficiência de cada detector

Detector	Eficiência (%)
A	$32,39 \pm 1,69$
B	$30,45 \pm 1,74$

Apesar de haver uma diferença percentual, os valores das eficiências são compatíveis entre os dois detectores.

#### IV. CONCLUSÃO

A experiência realizada tinha como principal objectivo o estudo da aniquilação de um electrão com um positrão, proveniente da fonte  $^{22}\text{Na}$ , e dando origem a dois  $\gamma$ s com velocidades diametralmente opostas.

Após a observação do espectro do Sódio foi possível definir a região de trabalho. A região utilizada foi satisfatória, pois apresentou um intervalo simétrico de largura aproximadamente a  $3\sigma$ , cobrindo uma grande parte dos eventos.

Para o estudo principal, os resultados obtidos revelaram que a probabilidade de se encontrarem um fóton diminui quando o  $\theta$  se afasta dos  $0^\circ$ . Como mencionado na Análise, a distribuição esperada não corresponde à obtida, pois esta não se encontra centrada na origem, e como já analisado, a distribuição não é gaussiana.

A distribuição verificou-se ser assimétrica em torno do valor médio, porém o valor da assimetria é muito pequeno, pelo que possivelmente este seja consequência das flutuações estatísticas.

Verificou-se ainda que não ocorreram grandes flutuações no número de contagens entre os detectores, pelo

que se conclui que a aproximação da fonte a uma fonte pontual não conduziu a erros sistemáticos.

Relativamente à eficiência dos detectores, sabe-se que apesar de serem idênticos, o detector A é mais antigo. Portanto é normal que a eficiência intrínseca deste seja ligeiramente inferior. Apesar de tudo as eficiências são compatíveis dentro dos erros experimentais, pelo que a variação pode ser unicamente estatística uma vez que estas foram determinadas em função de contagens.

Os resultados experimentais foram consistentes com a

teoria, no entanto há características da montagem que podem ser melhoradas de forma a obter uma distribuição da taxa de contagens em função do ângulo mais exacta.

Para uma melhor resolução angular os detectores deviam estar mais afastados da fonte e ainda ter uma blindagem de forma a diminuir o ângulo sólido que está a ser detectado. Mas tal montagem iria exigir uma fonte com mais actividade e tempos de aquisição superiores, o que não é possível no regime actual de funcionamento da cadeira.

---

[1] Professores Paula Bordalo e Sérgio Ramos, *Apontamentos das aulas teóricas de LFEA*, Instituto Superior Técnico

[2] [nucleardata.nuclear.lu.se](http://nucleardata.nuclear.lu.se)