

# Espetroscopia de Raios-X e Ótica Fina

Gonçalo Andrade (78339), Patrícia Manso (79026), André Moreira (75502)  
(Grupo 4A)

*Instituto Superior Técnico*  
*Mestrado Integrado em Engenharia Física Tecnológica*  
*Laboratório de Física Experimental Avançada*

13 de Maio de 2016

## Resumo

Neste trabalho utilizou-se a espectroscopia de Raios-X para caracterizar estruturas cristalinas de vários materiais. Verificou-se também as condições de desdobramento do efeito de Zeeman, mas não a sua linearidade com o campo magnético, a condição de interferência do interferómetro Lummer-Gehrcke e chegou a um valor com desvio de 8% do valor tabelado de  $\frac{e}{m}$ . Estudou-se também o interferómetro Fabry-Pérot, chegando à conclusão que o usado não é de grande qualidade, tendo-se concluído sobre a sua aplicabilidade.

## 1 Introdução

### 1.1 Espetroscopia de Raios-X

A espectroscopia de Raios-X é uma técnica amplamente utilizada no estudo de estruturas cristalinas. Isto acontece porque o comprimento de onda típico da radiação X é da ordem de grandeza das distâncias entre pontos das redes cristalinas, o que permite obter fenómenos de difração.

Segundo a lei estabelecida por W. L. Bragg, em 1913, ao fazer incidir radiação X numa estrutura cristalina, a condição para interferência construtiva é

$$n\lambda = 2d \sin \theta, \quad (1)$$

onde  $d$  corresponde à distância entre planos de difração definidos na rede e  $\theta$  é o ângulo de incidência em relação ao plano de reflexão.

Uma estrutura cristalina define-se como uma repetição periódica, a três dimensões, de grupos de átomos idênticos a que se chama base. Ao conjunto de pontos no espaço em que se localizam as bases chama-se rede.

A rede é definida por três vetores de translação,  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ , de tal forma que qualquer ponto da rede  $\vec{r}$  pode ser escrito como uma combinação linear destes:  $\vec{r} = \vec{r}_0 + u_1 \vec{a} + u_2 \vec{b} + u_3 \vec{c}$ .

Aquando do estudo da difração de raios-X em estruturas cristalinas, é útil definir uma notação que permita facilmente identificar os planos de difração. Esta notação são os índices de Miller, consistindo em três números inteiros,  $h$ ,  $k$  e  $\ell$ , relacionados com os vetores  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$  conforme mencionado no capítulo 1 de [6].

Para estruturas cúbicas, a distância  $d$  entre planos de difração, utilizada em 1, é dada, em função dos índices de Miller e da aresta  $a$  do cubo da base, por

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + \ell^2}} \quad (2)$$

### 1.2 Espetroscopia Atómica - Efeito de Zeeman

O efeito de Zeeman é o efeito de divisão de linhas espectrais em várias componentes na presença de um campo magnético constante. É diferenciado entre efeito de Zeeman normal (Quando uma risca é dividida em 3) e anómalo (quando é dividida em mais de 3), sendo o último o efeito para o caso em que o spin total dos electrões é não nulo.

Para o caso do efeito de Zeeman normal, o momento total angular é apenas o momento orbital angular, pelo que um campo magnético exterior faz com que os electrões tenham um movimento oscilatório de frequência :

$$\nu = \frac{eB}{4\pi m} \quad (3)$$

Sendo  $\nu$  a frequência de Larmor.

A transição  $^1P_1 - ^1D_2$  do Cádmio emite várias linhas linhas vermelhas de energias muito semelhantes. As transições permitidas estão representadas na figura abaixo.

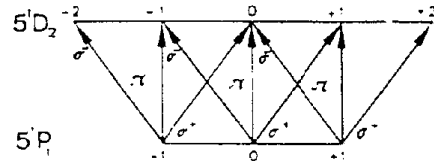


Figura 1: Diagrama de polarização da linha vermelha do Cádmio

A linha vermelha do Cádmio é dividida em duas componentes  $\sigma$  e numa componente interior  $\pi$ , todas linearmente polarizadas, quando observada na direção perpendicular ao campo magnético.

Ao visualizar na direção do campo magnético, são observadas duas riscas com polarizações circulares contrárias, não sendo visível nenhuma linha central.

A partir do desvio observado das linhas é possível

retirar a mudança no comprimento de onda, dado por:

$$\Delta\lambda = \frac{\delta a}{\Delta a} \frac{\lambda^2 \sqrt{n^2 - 1}}{2d(n^2 - 1 - n \times \lambda \frac{\delta n}{\delta \lambda})} \quad (4)$$

Onde  $\delta a$  é a distância numa linha de interferência à linha sem campo magnético e  $\Delta a$  é a distância numa linha à outra (sem campo magnético). Na análise que se irá realizar desprezou-se o termo  $\frac{n\lambda\delta n}{\delta \lambda}$ .

### 1.3 Espectroscopia Fina Laser - Interferómetro de Fabry-Pérot

O interferómetro de Fabry-Pérot consiste em dois espelhos, planos, paralelos e altamente reflectivos, com algum modo de modificar a distância entre eles. Utiliza a interferência de feixes múltiplos, confinando feixes luminosos em frequências bem definidas.

A cavidade do interferómetro determina estas frequências, ou modos longitudinais, definidos por ondas estacionárias

$$E(r) = A \sin(kz) \quad (5)$$

com  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  e  $z$  variando entre 0 e L, que corresponde ao comprimento da cavidade ressonante.

As frequências dos modos são dadas por

$$\nu_n = n \frac{c}{2L} \Rightarrow \Delta\nu_f = \frac{c}{2L} \quad (6)$$

com  $\Delta\nu$  correspondente ao espaçamento entre modos e ao Free Spectral Range (FSR) do interferómetro para esse L.

A utilização do interferómetro consiste na medição da intensidade do sinal transmitido pelo segundo espelho, ou transmissividade, que é dada por

$$T_I = \frac{I_t}{I_e} = \frac{1}{1 + K \sin^2(kL)} \quad (7)$$

em que  $K = \left(\frac{2\sqrt{R}}{1-R}\right)^2$  é o coeficiente de *finesse* e R é a reflectividade dos espelhos.

A função é periódica em k e em L pelo que se pode fixar L e variar k (ou  $\lambda$ ), obtendo  $T_I = 1$  para apenas certos  $\lambda$  (ou  $\nu$  separadas de  $\Delta\nu = FSR$ ), ou fazer o inverso e fixar  $\lambda$ , variando L e obtendo picos com  $T_I = 1$  separados de  $\frac{\lambda}{2}$ .

Um interferómetro de Fabry-Pérot é caracterizado pela sua *finesse* que é dada, como se verifica na Figura 2, por

$$f = \frac{\Delta\nu_{FSR}}{\nu_{FWHM}} \quad \text{ou} \quad f = \frac{\pi\sqrt{K}}{2} \quad (8)$$

pelo que só depende de R.

Pode-se utilizar o Fabry-Pérot para realizar a análise espectral de um laser e obter o poder resolutivo do interferómetro para esse  $\nu$  específico

$$A = \frac{\nu}{\Delta\nu_{FSR}} f \quad (9)$$

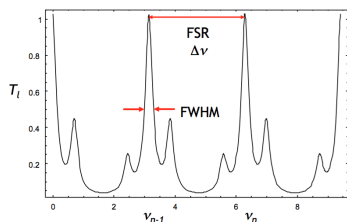


Figura 2: Exemplo de espectro obtido no Fabry-Pérot.

## 2 Esquema de montagem

### 2.1 Espectroscopia de Raios-X

Na primeira parte desta experiência pretende-se caracterizar o espectro de emissão do Molibdénio e estudar a estrutura cristalina de vários cristais. Para isso, utiliza-se um tubo emissor de raios-X, com goniómetro e detetor de Geiger-Müller incorporados, conforme esquematizado na Figura 3.

A emissão de radiação X neste difratómetro é feita utilizando um tubo com ânodo de Molibdénio. No tubo existe um filamento, onde se faz passar uma corrente elétrica, que emite eletrões por efeito termiônico. Os eletrões emitidos são acelerados por um potencial elétrico elevado, até chegarem ao ânodo.

No ânodo sucedem dois fenómenos distintos, que são detetados nos espectros adquiridos:

- Os eletrões sofrem uma desaceleração rápida, emitindo radiação de Bremsstrahlung (espectro contínuo);
- Os eletrões de elevada energia removem eletrões das camadas internas dos átomos de Mo que constituem o ânodo, sendo este vazio colmatado por eletrões de camadas mais externas, que transitam para as camadas internas emitindo radiação X (espectro discreto).

Em toda a experiência o difratómetro encontra-se em modo *COUPLED*, o que permite que o emissor e o detetor se movam solidariamente.

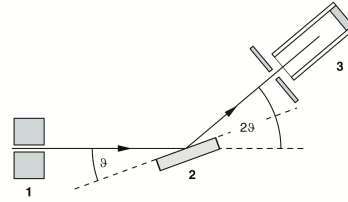


Figura 3: Esquema da montagem experimental para a espectroscopia de raios-X. (1) Ampola de Molibdénio emissora de Raios-X; (2) Suporte e cristal; (3) Detetor de Geiger-Müller.

### 2.2 Espectroscopia Atómica - Efeito de Zeeman

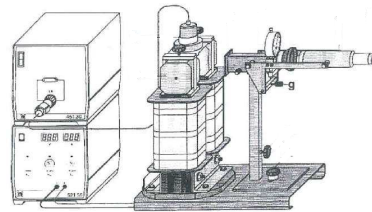


Figura 4: Montagem da experiência

A montagem consiste numa lâmina de Lummer-Gehrcke, onde os raios luminosos são reflectidos dentro duma lâmina fina, onde em cada, onde em cada reflexão é refractada uma parte do feixe próxima do ângulo crítico. Em seguida, todos os raios são focado, formando um padrão de difracção.

Possui ainda um electroiman para a geração do campo magnético, um telescópio para a observação das linhas e uma lâmpada espectral.

### 2.3 Espectroscopia Fina Laser - Interferómetro de Fabry-Pérot

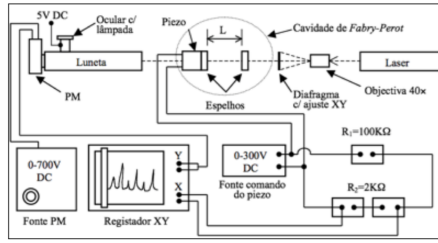


Figura 5: Esquema de montagem do Fabry-Pérot e sistema de aquisição.

O interferómetro Fabry-Pérot utilizado funciona com sintonia por actuador piezoeléctrico anelar de grande sensibilidade, equipado com uma luneta autocolimadora munida de um fotomultiplicador side-on (PM) com a respectiva fonte de alimentação. O conjunto assenta numa calha óptica de grande estabilidade e está ligado a um sistema de aquisição de dados, com o canal x a registar a tensão fornecida ao piezoeléctrico (atenuada pela resistência R1 até prefazer um total de 10V). A tensão fornecida ao PM é determinada fazendo várias aquisições e variando a tensão até o sinal estar suficientemente visível, mas sem saturar. A distância entre os espelhos é modificada, em grande escala, movendo um dos espelhos na calha e, em pequena escala, variando a tensão fornecida ao piezoeléctrico.

## 3 Espectroscopia de Raios-X

### 3.1 Caracterização do espectro de emissão do Molibdénio

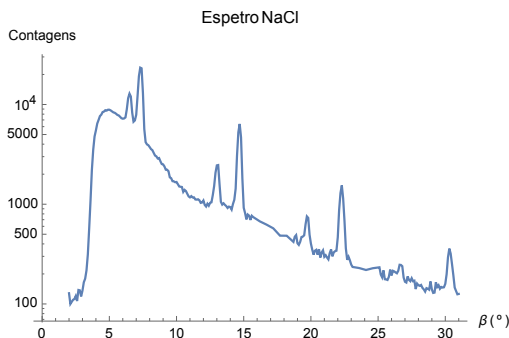


Figura 6: Espectro obtido com o monocristal de  $NaCl$ .

Para iniciar o estudo da espectroscopia de raios-X, utilizou-se um monocristal de cloreto de sódio para obter o espectro de emissão do Molibdénio (radiação de Bremsstrahlung e transições eletrônicas). Para isso, definiu-se a corrente do filamento e a tensão de aceleração dos eletrões com os valores  $I = 1.00 \text{ mA}$  e  $U = 35 \text{ kV}$ , respetivamente, e efetuou-se um varrimento para  $2^\circ \leq \beta \leq 31^\circ$ , com um passo  $\Delta\beta = 0.1^\circ$  e  $\Delta t = 10 \text{ s}$  para cada posição angular. O espectro obtido encontra-se representado na Figura 6.

Por observação direta da Figura 6, verifica-se que o espectro é constituído por uma parte contínua correspondente à radiação de Bremsstrahlung, à qual se sobrepõem alguns picos discretos. Estes picos aparecem aos pares, e todos os pares se localizam com distâncias angulares semelhantes entre si. Cada par de picos corresponde a uma ordem de difração (da esquerda para a direita,  $n = 1$ ,  $n = 2$  e  $n = 3$ ). Em cada par, o pico da esquerda corresponde a uma transição eletrônica do tipo  $K_\beta$  e o pico da direita a uma transição  $K_\alpha$ .

Seguidamente, utilizando a lei de Bragg (1), calcularam-se os comprimentos de onda  $\lambda$  de cada um dos picos. Para determinar o centróide de cada pico, calculou-se uma média ponderada dos pontos do pico, tomando para incerteza em  $\beta$  o desvio padrão da distribuição. Obtidos os valores de  $\lambda$  de cada um dos picos, calculou-se as médias dos picos correspondentes a transições do mesmo tipo ( $K_\alpha$  ou  $K_\beta$ ), tomando esses valores como os comprimentos de onda experimentais. Os resultados estão expressos na Tabela 1

Pico	$\lambda_{\text{tab}} \text{ (pm)}$	$\lambda \text{ (pm)}$	Desvio (%)
$K_\alpha$	71.08	$69.16 \pm 0.92$	2.71
$K_\beta$	63.10	$61.54 \pm 0.84$	2.46

Tabela 1: Resultados experimentais para os comprimentos de onda  $\lambda$  dos picos  $K_\alpha$  e  $K_\beta$ .

Como se pode verificar, ambos os valores de  $\lambda$  encontram-se cerca de  $2 \text{ pm}$  abaixo dos valores tabelados, o que pode indiciar a presença de um erro sistemático (de calibração, provavelmente). No entanto, o desvio percentual é apenas cerca de 2.5 %, o que indica um bom resultado.

### 3.2 Resolução Espectral

Em seguida, utilizaram-se os centróides e desvios padrão, expressos em comprimento de onda, para calcular a potência resolvente,  $R = \lambda/\Delta\lambda$ , do espectrómetro utilizado. Os resultados, expressos na Tabela 2, mostram que a potência resolvente aumenta à medida que nos afastamos positivamente de  $\beta = 0^\circ$ . Isto acontece apenas porque a largura de cada pico  $\Delta\lambda$  diminui para  $\beta$  mais elevados, uma vez que os valores de  $\lambda$  são muito semelhantes para picos correspondentes às mesmas transições.

Ordem	Pico	$R$
1	$K_\alpha$	46.15
	$K_\beta$	49.35
2	$K_\alpha$	99.99
	$K_\beta$	89.20
3	$K_\alpha$	119.69
	$K_\beta$	107.58

Tabela 2: Valores obtidos para a potência resolvente do espectrómetro de raios-X.

### 3.3 Estudo dos espectros de outros cristais

Após caracterização do espectro de emissão do Molibdénio, utilizam-se os dados obtidos e tabelados para caracterização das estruturas cristalinas de  $LiF$ ,  $MgO$ ,

*Si* e *Al*. Em todos os casos foi usada uma corrente de filamento  $I = 1.00 \text{ mA}$  e uma tensão de aceleração  $U = 35 \text{ kV}$ , fazendo varrimentos suficientemente grandes para se observarem duas ou três ordens de difração dos picos  $K_\alpha$  e  $K_\beta$ . Para cada posição angular mediu-se um intervalo de tempo  $\Delta t = 10 \text{ s}$  e o passo do varrimento foi variado entre  $\Delta\beta = 0.1^\circ$ , para regiões de maior detalhe, ou  $\Delta\beta = 0.5^\circ$ , para regiões de menor detalhe.

### 3.3.1 Fluoreto de Lítio

A Figura 7 mostra o espectro de raios-X obtido com o cristal de fluoreto de lítio, com vista à determinação da distância  $d$  entre planos de difração. Tal como para o caso do cristal de *NaCl*, é possível observar um espectro composto por uma componente contínua - radiação de Bremsstrahlung - e uma componente discreta - picos das transições  $K_\alpha$  e  $K_\beta$  de ordem  $n = 1, 2, 3$ .

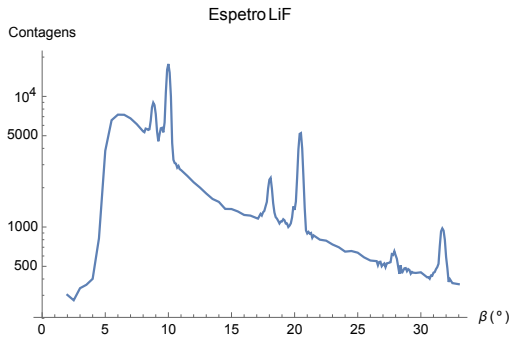


Figura 7: Espectro obtido com o cristal de *LiF*.

Para cada um dos picos  $K_\alpha$  e  $K_\beta$  obtiveram-se os centróides e desvios padrão, pelo mesmo método que no caso do *NaCl*. A cada um dos picos associou-se o comprimento de onda tabelado correspondente (indicados na Tabela 1), o que permite resolver a equação 1 em ordem a  $d$ . Fazendo a média dos valores obtidos para cada pico, obtém-se o valor final  $d = 204.35 \pm 2.78 \text{ pm}$ .

De forma a caracterizar o plano de difração, calcularam-se os valores de  $d$ , através da expressão 2 com  $a = 403 \text{ pm}$ , para diversos índices de Miller ( $hkl$ ). Como critério de seleção, escolheu-se o conjunto de índices que resulta num valor de  $d$  com um desvio percentual ao valor experimental mínimo. Obtém-se, assim, que o plano de difração é caracterizado pelos índices (200), com um valor de  $d$  calculado de  $d = 201.5 \text{ pm}$  e um desvio de 1.4%.

### 3.3.2 Óxido de Magnésio

Na Figura 8 está representado o espectro obtido com o cristal de óxido de magnésio. Da mesma forma que nos anteriores, observa-se facilmente o espectro de radiação de Bremsstrahlung e os picos das transições  $K_\alpha$  e  $K_\beta$  para três ordens de difração.

Para calcular o valor de  $d$  e determinar os índices de Miller do plano de difração, procedeu-se da mesma forma que para o cristal de *LiF*. Obteve-se, então, o valor  $d = 205.16 \pm 1.87 \text{ pm}$ . Através da expressão 2, e usando o mesmo critério de seleção, conclui-se que os índices que caracterizam o plano de difração são (200),

com um valor calculado de  $d = 210.6 \text{ pm}$  e um desvio de 2.6%

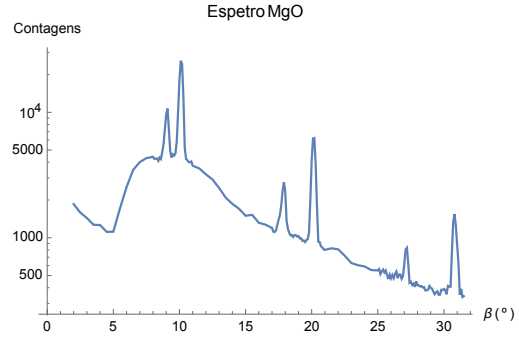


Figura 8: Espectro obtido com o cristal de *MgO*.

### 3.3.3 Silício

Na Figura 9 pode observar-se o espectro obtido utilizando o cristal de silício. Neste caso, é possível observar apenas três picos - os dois primeiros (da esquerda para a direita) correspondentes a  $K_\alpha$  e  $K_\beta$  de ordem  $n = 1$  e o terceiro (pouco visível), com  $\beta \approx 31^\circ$ , que se considerou corresponder a uma transição  $K_\alpha$  (em geral, são os picos com mais contagens) de ordem  $n = 2$  (a posição angular  $\beta$  do pico é cerca de o dobro da do primeiro pico  $K_\alpha$ ). Esta suposição acerca do terceiro pico foi depois confirmada pelos coerência valores obtidos para  $d$ .

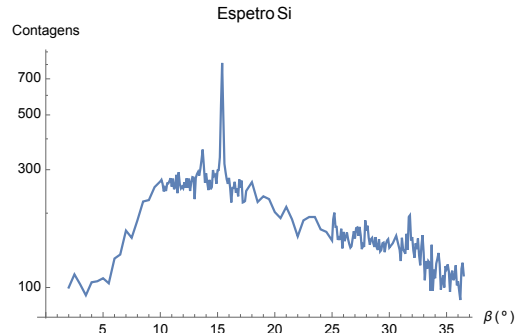


Figura 9: Espectro obtido com o cristal de *Si*.

No caso do cristal de *Si*, verifica-se a existência de ruído significativo, o que dificulta a visualização dos picos. Isto sucede porque o número de contagens para cada posição é bastante menor que nos restantes casos (nos picos mais altos, o espectro do cristal de *Si* apresenta um número de contagens duas ordens de grandeza inferior aos analisados anteriormente), o que, desde já, revela uma fraca refletividade deste cristal.

Procedendo da mesma forma que para os restantes espectros, calculou-se a distância entre planos de difração, através da expressão 1, e os índices de Miller que caracterizam estes planos, com  $a = 543.1 \text{ pm}$ , utilizando apenas os picos disponíveis. Obteve-se então o valor  $d = 134.29 \pm 2.26 \text{ pm}$ , e os índices de Miller que caracterizam o plano de difração são (410) ou (322), correspondendo a  $d = 131.72 \text{ pm}$  e a um desvio de 2.0%.

### 3.3.4 Alumínio

Em último lugar estuda-se o espectro obtido com um cristal de alumínio, representado na Figura

10. Neste espectro é possível identificar a componente contínua, correspondente à radiação de Bremsstrahlung, bem como cinco picos correspondentes a transições eletrônicas. Os picos distribuem-se por três ordens de difração, sendo que para  $n = 3$  é apenas possível identificar o pico correspondente à transição  $K_\alpha$ , devido ao ruído existente.

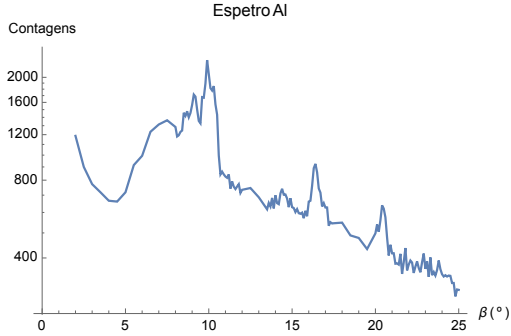


Figura 10: Espectro obtido com o cristal de  $Al$ .

Na tentativa de calcular a distância entre planos de difração, procedeu-se da mesma forma que para os restantes cristais. No entanto, para o  $Al$ , os valores de  $d$  obtidos para os vários picos são extremamente diferentes uns dos outros, como se pode observar na Tabela 3. Assim, a média das distâncias não tem qualquer significado físico.

Ordem	Pico	$d$ (pm)
1	$K_\alpha$	$203.68 \pm 5.44$
	$K_\beta$	$197.57 \pm 3.35$
2	$K_\alpha$	$250.39 \pm 4.05$
	$K_\beta$	$252.21 \pm 2.35$
3	$K_\alpha$	$306.17 \pm 2.82$

Tabela 3: Resultados experimentais para a distância entre planos de difração no cristal de  $Al$ .

Não foi, portanto, possível calcular a distância  $d$  entre planos de difração nem concluir sobre os índices de Miller que caracterizam estes planos.

### 3.4 Estudo da refletividade dos cristais estudados

Para estudar a refletividade dos cristais de  $LiF$ ,  $MgO$ ,  $Si$  e  $Al$ , comparou-se o número total de contagens ao longo de todo o varrimento realizado para a determinação das distâncias entre planos de difração com o número total de contagens observado para o cristal de  $NaCl$ :  $N_{NaCl} = 549187$ . Os resultados das refletividades relativas estão expressos na Tabela 4.

Cristal	Contagens	Refletividade relativa (%)
$LiF$	372446	67.82%
$MgO$	379325	69.07%
$Si$	42318	7.71%
$Al$	114620	20.87%

Tabela 4: Valores da refletividade relativa dos vários cristais estudados, em relação ao cristal de  $NaCl$ .

Tentou-se ainda determinar a refletividade absoluta do cloreto de sódio, obtendo um varrimento em torno de  $\beta = 0^\circ$  (sem difração pelo cristal), com corrente de filamento  $I = 0.01$  mA (a tensão de aceleração manteve-se). No entanto, ao adquirir o espectro difratado pelo cristal, fez-se apenas um varrimento até aos picos de primeira ordem de difração, o que resultou num valor de refletividade absoluta de 4.4%. Este valor foi descartado, porque sem um varrimento até ordens superiores não se obtém todas as contagens refletidas pelo cristal.

## 4 Espetroscopia Atômica - Efeito de Zeeman

### 4.1 Verificação da condição de interferência

Sem campo magnético, retiraram-se os seguintes valores para as posições do centro das riscas:

Ordem	Posição (m)	Erro (m)
1	0.00253	0.00002
2	0.00287	0.0000325
3	0.00315	0.000035
4	0.00336	0.00002
5	0.00354	0.00002
6	0.0036	0.00002
7	0.00386	0.00002
8	0.00399	0.00003

A condição de interferência é dada por  $\chi_q = \frac{(n'^2 - n^2)}{n} \sqrt{\frac{\lambda_0}{d}} \sqrt{q - e}$  sendo  $\chi_q$  o ângulo da riscas número  $q$  do centro.

Esta condição pode ser escrita por  $y(q) = g \times a\sqrt{q - e}$  onde  $a$  são as constantes da condição,  $g$  um factor geométrico desconhecido.

Fez-se portanto um ajuste a  $y(q) = a\sqrt{q - e} + b$ , sendo  $e$  um parâmetro livre.

Obteve-se o seguinte ajuste:

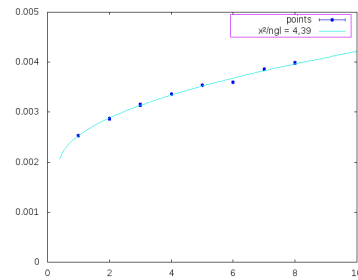


Figura 11: Ajuste para a verificação da condição de interferência

Com os seguintes parâmetros :

$a = 0.000723 \pm 0.000087$ ,  $b = 0.0019 \pm 0.0002$  e  $e = -0.4 \pm 0.5$

Não se pode retirar nenhuma conclusão das constantes não se pode retirar nenhuma conclusão, pois incorpora o factor geométrico desconhecido.

O valor de  $\chi^2$  é um pouco alto, o que retira um pouco a confiança da verificação da condição de interferência, no entanto, como se pode ver na figura, a recta ajusta-se bem aos pontos, pelo que se pode dizer que a condição foi verificada.



## 4.2 Poder resolutivo e Free Spectral Range

Retiraram-se as posições das riscas correspondentes ao mínimo de intensidade de corrente para a qual se conseguiam distinguir as duas riscas:

I (A)	Início risca sup (mm)	Final risca inf (mm)
3.6	2.75	2.84
3.6	2.78	2.85
3.5	2.78	2.85

Assumindo que as riscas têm a mesma largura, então  $\delta a$  é um quarto da distância da diferença entre os limites das riscas e  $\Delta a$  foi calculado fazendo a média da diferença da risca de primeira ordem com a da segunda ordem (onde todas as medições foram efectuadas) e a diferença entre a risca de segunda ordem com a terceira, tendo-se chegado ao valor de  $\Delta a = 0.31 \pm 0.03$

Encontraram-se portanto os seguintes valores de  $\Delta\lambda$ :  $3.5 \pm 0.7 \times 10^{-12}$  (para os dois últimos pontos) e  $\Delta\lambda$ :  $2.7 \pm 0.5 \times 10^{-12}$ .

Os valores do poder resolutivo  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$  são então, respectivamente:  $1.8 \pm 0.18 \times 10^5$  e  $2.4 \pm 0.23 \times 10^5$ .

Destes valores considera-se o maior para comparação com os restantes, pois assume-se que um dos membros observou com melhor precisão as riscas.

O valor obtido encontra-se na mesma ordem de grandeza com o valor esperado ( $5 \times 10^5$ ), embora seja metade do valor esperado. Esta discrepância pode dever-se ao facto de não se ter retirado a posição da separação das riscas, pelo que se teve de estimar a posição das mesmas.

Temos que o FSR da placa de Lummer-Gehrcke é obtido igualando  $\frac{\delta a}{\Delta a} = 1$  obtendo  $\Delta\lambda = 4.84 \times 10^{-11} \text{ m}$ . Uma vez que  $\Delta\nu = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2}$  então o FSR é  $\Delta\nu = 3.5 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ .

## 4.3 Desdobramento das riscas em função do campo magnético

Observando perpendicularmente ao campo magnético, retiraram-se as posições do início e do fim de cada risca para diferentes valores do campo magnético, tendo dois elementos dos grupo varrido os valores, obtendo assim dois conjuntos de dados.

Em seguida calculou-se a posição média de cada risca fazendo uma média entre a posição final e inicial de cada risca, calculando em seguida o valor de  $\Delta\lambda$  de forma igual ao item anterior, sendo  $\delta a$  a média entre a posição da linha superior com a posição da linha inferior e  $\Delta a$  o mesmo valor que no item anterior. Em seguida calculou-se  $\Delta\nu$  da mesma maneira do item anterior.

De modo a contabilizar o erro da medição da corrente, fez-se um ajuste linear com os dados da tabela fornecida no guia, que corresponde os valores da intensidade de corrente com a intensidade do campo magnético, apresentado abaixo:

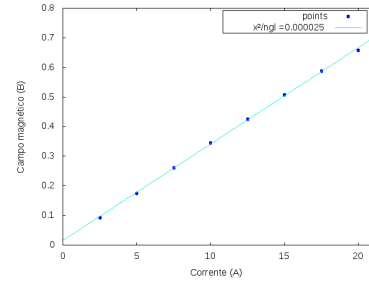


Figura 12: Ajuste para determinar a relação de B com a.

Abaixo encontra-se a tabela com os dados correspondentes.

I (A)	B (T)	$\Delta\nu(10^9 \text{ s}^{-1})$	$\Delta\nu(10^9 \text{ s}^{-1})$
$2.5 \pm 0.1$	$0.093 \pm 0.00401$	$3.39 \pm 0.78$	$5.09 \pm 0.94$
$5 \pm 0.1$	$0.175 \pm 0.00476$	$2.83 \pm 0.73$	$3.11 \pm 0.75$
$7.5 \pm 0.1$	$0.261 \pm 0.00551$	$4.24 \pm 0.86$	$4.24 \pm 0.86$
$10 \pm 0.1$	$0.345 \pm 0.00626$	$5.94 \pm 1.03$	$5.65 \pm 1$
$12.5 \pm 0.1$	$0.426 \pm 0.00701$	$7.63 \pm 1.19$	$7.63 \pm 1.19$
$15 \pm 0.1$	$0.508 \pm 0.00776$	$9.05 \pm 1.33$	$8.2 \pm 1.25$
$17.5 \pm 0.1$	$0.587 \pm 0.00851$	$7.92 \pm 1.22$	$10.46 \pm 1.46$
$20 \pm 0.1$	$0.658 \pm 0.00926$	$11.87 \pm 1.6$	$11.59 \pm 1.57$

Com os da tabela, fez-se um ajuste a  $\Delta\nu = \frac{a}{4\pi} B + b$ , tendo-se obtido os seguintes ajustes:

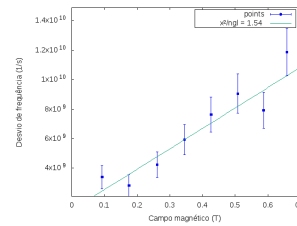


Figura 13: Ajuste para determinar o valor de  $\frac{e}{m}$  usando os primeiros dados

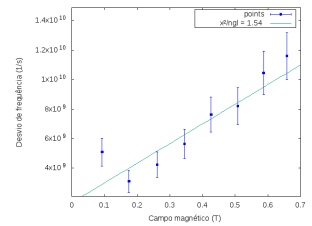


Figura 14: Ajuste para determinar o valor de  $\frac{e}{m}$  usando os segundos dados

Os valores de  $\frac{\chi^2}{n.g.l.}$ , 0.97 e 1.54 são bastante bons, mostrando que o ajuste se adequa bem aos dados.

Os valores encontrados para  $\frac{e}{m}$ ,  $1.74 \pm 0.25 \times 10^{11} \frac{C}{Kg}$  e  $1.67 \pm 0.34 \times 10^{11} \frac{C}{Kg}$  encontram-se próximos do valor experimental de  $1.76 \times 10^{11} \frac{C}{Kg}$ , com desvios de 8% e de 26%,

No entanto, o valor de b não se encontra compatível com 0, apresentando valores de  $1.2 \pm 0.7 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$  e  $1.7 \pm 0.9 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ .

Observando na direção do campo magnético, ainda observou o seguinte desdobramento, para  $I = 10 \text{ A}$ , verificando que se desdobra em duas riscas como o esperado.

	Risca superior	Risca inferior
Limite sup	2.76	2.82
Limite inf	2.79	2.87
Limite sup	2.73	2.77
Limite inf	2.82	2.88

## 5 Espectroscopia fina laser - Interferómetro de Fabry-Pérot

### 5.1 Amplitude de deslocamento do actuator piezoeléctrico

Para calcular a amplitude do deslocamento do actuator piezoeléctrico durante a operação do Fabry-Pérot, teve de se determinar primeiro duas grandezas: a variação total de tensão no eixo dos xx,  $\Delta V$ , correspondente ao deslocamento do piezoeléctrico; e o FSR em Volts;

De modo a obter  $\Delta V$ , subtraiu-se ao valor máximo de x em cada conjunto de dados, o seu valor mínimo:  $\Delta V = x_{max} - x_{min}$ . Este valor variou ligeiramente durante a experiência, possivelmente devido a interferências no circuito, pelo que se calculou uma média, obtendo  $\Delta V = 9.96 \pm 0.02V$ .

Já para determinar o FSR em Volts, bastou subtrair o máximo de um pico ao máximo do consecutivo, obtendo-se uma média de  $FSR = 3.1 \pm 0.1V$ .

Como sabemos, o FSR, variando a distância entre espelhos, corresponde a  $\frac{\lambda}{2}$ , pelo que para calcular  $\Delta L$  teremos a expressão:

$$\Delta L = \Delta V \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot FSR} \quad (10)$$

Obtém-se então  $\Delta L = 1008 \pm 35 \text{ nm}$ .

### 5.2 Finesse, poder resolutivo e FSR

Na experiência foram utilizados dois lasers (2mW e 10mW) e duas distâncias entre espelhos ( $L1 = 67 \pm 2 \text{ mm}$  e  $L2 = 77 \pm 2 \text{ mm}$ ).

#### 5.2.1 Laser de 2mW

De modo a determinar a finesse, de entre os vários dados escolheram-se, para cada distância entre espelhos, os dois espectros mais claros e bem definidos, cada um com um número de modos diferente (que variou devido à alteração da temperatura no interior da cavidade do laser). Em cada um dos espectros, seleccionaram-se os dois melhores picos e fez-se um ajuste, após se retirar o offset, a cada um deles por uma função gaussiana do tipo

$$f(x) = \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{x-\mu}{2\sigma^2}\right\}$$

Obtendo os parâmetros da gaussiana, é possível calcular o seu FWHM que será utilizado para calcular a finesse.

Começando para a distância entre espelhos  $L1$ , o FSR, no domínio das frequências, toma o valor de  $2.238 \pm 0.067 \text{ GHz}$ .

Os dois espectros escolhidos encontram-se de seguida, já com os ajustes sobrepostos.

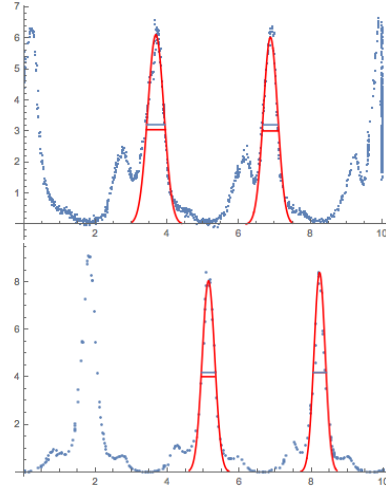


Figura 15: Espectro escolhido para L1 e 2 e 3 modos, com ajustes gaussianos.

Os parâmetros obtidos para os ajustes encontram-se na tabela que se segue.

modos	2	
pico	1	2
A (V)	$3.4357 \pm 0.0012$	$2.9977 \pm 0.0011$
$\mu$ (V)	$3.679490 \pm 0.000062$	$6.877800 \pm 0.000079$
$\sigma$ (V)	$0.224157 \pm 0.000075$	$0.198220 \pm 0.000094$

---

modos	3	
pico	1	2
A (V)	$3.49790 \pm 0.0022$	$3.2570 \pm 0.0018$
$\mu$ (V)	$5.1329 \pm 0.00011$	$8.221600 \pm 0.000087$
$\sigma$ (V)	$0.17342 \pm 0.00013$	$0.154600 \pm 0.000089$

Tabela 5: Parâmetros dos ajustes gaussianos.

Os valores de  $\chi^2$  são da ordem dos milhares devido às incertezas de 0.01 V para os vários pontos e ao facto de se estar a fazer um ajuste por gaussiana a um conjunto de pontos que não segue uma distribuição gaussiana (embora seja aproximado).

Como se verifica, para estes dois espectros, o ajuste não foi ideal e os máximos da gaussiana ficaram um pouco abaixo dos máximos dos picos do espectro. Assim, para calcular o FWHM não se utilizou a expressão habitual, resolvendo em vez disso a expressão da gaussiana para  $f(x) = \max/2$ .

Já para calcular o FSR, basta subtrair os valores médios,  $\mu$  dos dois picos em cada espectro:  $FSR = \mu_2 - \mu_1$ .

Assim obtiveram-se os valores

modos	2	
pico	1	2
FWHM (V)	$0.508 \pm 0.044$	$0.445 \pm 0.024$
FSR (V)	$3.19831 \pm 0.00014$	

---

modos	3	
pico	1	2
FWHM (V)	$0.396 \pm 0.016$	$0.364 \pm 0.014$
FSR (V)	$3.08870 \pm 0.00020$	

Tabela 6: Valores obtidos para FWHM de cada pico.

Passando para a segunda distância entre espelhos,  $L2$ , o FSR, no domínio das frequências, toma o valor de  $1.948 \pm 0.051$  GHz.

Os dois espectros escolhidos encontram-se de seguida, já com os ajustes sobrepostos.

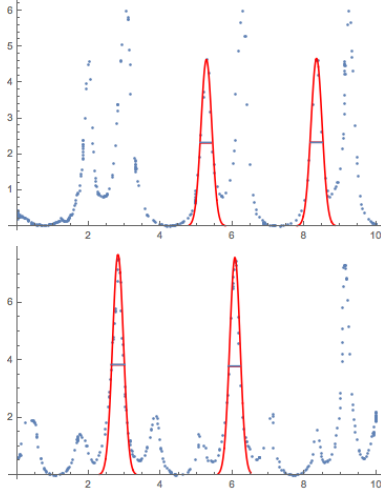


Figura 16: Espectro escolhido para  $L2$  e 2 e 3 modos, com ajustes gaussianos.

Os parâmetros obtidos para os ajustes encontram-se na tabela que se segue.

modos	2	
pico	1	2
$A$ (V)	$1.7449 \pm 0.0019$	$1.8137 \pm 0.0024$
$\mu$ (V)	$5.27490 \pm 0.00022$	$8.34220 \pm 0.00024$
$\sigma$ (V)	$0.15027 \pm 0.00017$	$0.15501 \pm 0.00021$

---

modos	3	
pico	1	2
$A$ (V)	$2.9129 \pm 0.0013$	$2.7602 \pm 0.0020$
$\mu$ (V)	$2.811000 \pm 0.000071$	$6.06260 \pm 0.00011$
$\sigma$ (V)	$0.151330 \pm 0.000071$	$0.145410 \pm 0.000097$

Tabela 7: Parâmetros dos ajustes gaussianos.

Os valores de  $\chi^2$  são, novamente, da ordem dos milhares pelos mesmos motivos.

O cálculo do FWHM e FSR foi feito como anteriormente.

Assim obtiveram-se os valores

modos	2	
pico	1	2
FWHM (V)	$0.352 \pm 0.024$	$0.365 \pm 0.025$
FSR (V)	$3.06730 \pm 0.00046$	

---

modos	3	
pico	1	2
FWHM (V)	$0.356 \pm 0.014$	$0.342 \pm 0.014$
FSR (V)	$3.25160 \pm 0.00017$	

Tabela 8: Valores obtidos para FWHM de cada pico.

Passa-se então ao cálculo da *finesse*. O valor teórico desta depende da reflectividade ( $R=0.8$ ) dos espelhos

no interferómetro e é dada por

$$f = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} = 14.05 \quad (11)$$

Já o valor de *finesse* obtido experimentalmente é dado por

$$f = \frac{FSR}{FWHM} \quad (12)$$

Utilizando médias dos valores para cada distância, obtém-se  $f_{L1} = 7.44 \pm 0.39$  e  $f_{L2} = 8.94 \pm 0.48$ . Estes valores, embora não estejam incluídos nos respectivos erros, têm a mesma ordem de grandeza e são bastante aproximados, o que, tendo em conta que em ensaios com o mesmo valor de  $L$  a largura dos picos variava bastante, é bastante satisfatório. Por este motivo, em cálculos futuros será utilizada a média dos dois valores  $f = 8.19 \pm 0.44$ . O desvio deste valor ao valor teórico é mais significativo, tomando um valor de 42%.

No entanto, tem ainda assim a mesma ordem de grandeza, pelo que é um valor aceitável. Por outro lado, por ser inferior ao valor teórico, revela que, possivelmente, a reflectividade dos espelhos já não seja exactamente 80%. Calculou-se, então, a partir da *finesse* obtido, um novo valor para a reflectividade, obtendo-se  $R = 0.6831 \pm 0.083$ , desviando-se 15% do valor dado. Este valor é bastante provável, já que era possível observar imperfeições nos espelhos que, com certeza, afetaram a sua reflectividade.

Calculou-se ainda o poder resolutivo  $A = \frac{\nu}{FSR}f$  para cada distância entre espelhos (com  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ ). Obteve-se  $A_{L1} = (1.73 \pm 0.14) \times 10^6$  e  $A_{L2} = (1.99 \pm 0.16) \times 10^6$ , valores inferiores ao esperado de  $10^8$ . No entanto isto implicaria um valor de *finesse* de aproximadamente 1000, para as distâncias entre espelhos possíveis para interferómetro presente no laboratório, o que implicaria uma reflectividade dos espelhos superior a 99.7%, que não é o caso.

### 5.2.2 Laser de 10mW

Para este laser, começou-se com a distância entre espelhos  $L2 = 77 \pm 2mm$ .

Para determinar a *finesse*, reduziram-se os gráficos às gaussianas principais, fazendo em seguida um ajuste do tipo  $y = \frac{ac}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(x-b)^2}{2c^2}) + d$

Procedeu-se desta forma para dois conjuntos de dados, obtendo os seguintes ajustes

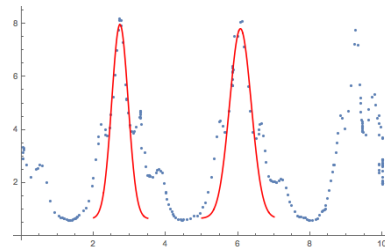


Figura 17: Primeiro conjunto de dados e respectivos ajustes gaussianos

Com os seguintes parâmetros:

$a = 81 \pm 1$ ,  $b = 2.73 \pm 0.0003$ ,  $c = 0.227 \pm 0.0002$ ,  $d = 0.6 \pm 0.02$ ,  $\frac{\chi^2}{n.g.l} = 1844$  (primeiro pico)  
 $a = 60 \pm 1$ ,  $b = 6.068 \pm 0.0002$ ,  $c = 0.299 \pm 0.0002$ ,  $d = 0.656 \pm 0.003$ ,  $\frac{\chi^2}{n.g.l} = 2051$  (segundo pico)



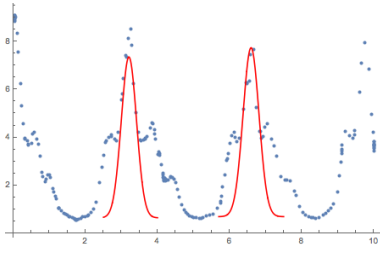


Figura 18: Primeiro conjunto de dados e respectivos ajustes gaussianos

$a = 79.8 \pm 0.9$ ,  $b = 3.206 \pm 0.002$ ,  $c = 0.211 \pm 0.0002$ ,  
 $d = 0.643 \pm 0.003$ ,  $\frac{\chi^2}{n.g.l} = 1788$  (primeiro pico)

$a = 80 \pm 1$ ,  $b = 6.595 \pm 0.0002$ ,  $c = 0.221 \pm 0.0001$ ,  
 $d = 0.689 \pm 0.03$ ,  $\frac{\chi^2}{n.g.l} = 1956$  (segundo pico)

Uma vez que se admitiu apenas erro de 0.01 V nos pontos obtidos, os valores de  $\chi^2$  são muito elevados. No entanto, por observação visual dos gráficos, as gaussianas aparentam estar bem ajustadas aos pontos.

Subtraindo o valor médio  $b$  de cada pico, conseguimos obter o valor do FSR em V, obtendo os valores de  $3.338$  e  $3.339 \pm 0.0004$  V para o primeiro e segundo conjunto de dados, respectivamente. Utilizando ainda o desvio padrão  $c$ , obtemos valor do FWHM de cada pico.

Uma vez que a *finesse*  $f = \frac{FWHM}{FSR}$  obtemos os seguintes valores para a *finesse* (pela ordem apresentada):  $6.24 \pm 0.01$ ,  $4.71 \pm 0.009$ ,  $6.72 \pm 0.02$ ,  $6.41 \pm 0.01$ , valores mais baixos que a *finesse* prevista pela teoria: 14.05.

Os valores do poder resolutivo respectivos são então:  $1.53 \pm 0.04 \times 10^6$ ,  $1.16 \pm 0.03 \times 10^6$ ,  $1.64 \pm 0.05 \times 10^6$ ,  $1.57 \pm 0.04 \times 10^6$ .

Estes valores estão abaixo do que se considera um bom interferómetro Fabry-Pérot, que apresenta poderes resolutivos da ordem de  $10^8$ .

Para este conjunto de dados, obteve-se valores consistentes, com a excepção do segundo pico, que apresenta uma *finesse* e um poder resolutivo, o que indica que a aquisição foi um pouco precipitada.

Agora para a distância de  $67 \pm 2mm$ , realizou-se a mesma análise para um primeiro conjunto de dados, apresentado abaixo:

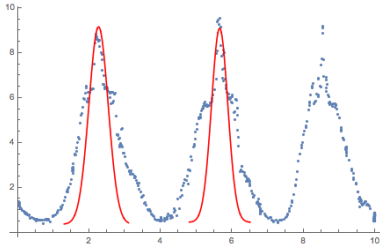


Figura 19: Ajuste gaussiano e espectro obtido

Os valores obtidos no ajuste foram:

$a = 95 \pm 1$ ,  $b = 7.097 \pm 0.002$ ,  $c = 0.230 \pm 0.0007$ ,  
 $d = 0.455 \pm 0.003$ ,  $\frac{\chi^2}{n.g.l} = 2611$

De modo a calcular o FSR (V), estimou-se o pico encontrando os valores máximos à esquerda do valor, obtendo  $3.89 \pm 0.02$  V. O valor do FSR (V) é assim  $3.21 \pm 0.02$  V pelo que se tem que a *finesse* é  $5.9 \pm 0.5$  e o poder resolutivo é  $1.3 \pm 0.15 \times 10^6$ . Estes valores

de erro devem-se à imprecisão do cálculo do segundo pico.

Para o último conjunto de dados, apresentados abaixo:

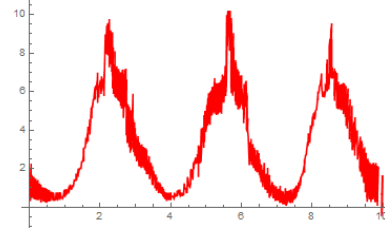


Figura 20: Espectro bruto - Os eixos coordenados estão ambos em tensão (V)

Fez-se uma rolling average a cada par consecutivo dos pontos e só depois é que se ajustou a gaussiana ao pico, obtendo o seguinte ajuste:

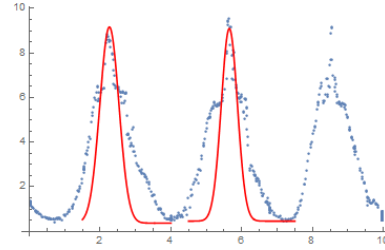


Figura 21: Ajuste gaussiano e espectro corrigido

Os parâmetros obtidos foram :

$a = 82 \pm 1$ ,  $b = 2.261 \pm 0.002$ ,  $c = 0.269 \pm 0.0001$ ,  
 $d = 0.366 \pm 0.004$ ,  $\frac{\chi^2}{n.g.l} = 2032$  (primeiro pico)

$a = 95 \pm 1$ ,  $b = 5.649 \pm 0.0001$ ,  $c = 0.228 \pm 0.0001$ ,  
 $d = 0.366 \pm 0.004$ ,  $\frac{\chi^2}{n.g.l} = 1856$  (segundo pico)

Obtemos então FSR (V) =  $3.338 \pm 0.0004$  V e as finesses dos picos são  $5.27 \pm 0.01$  e  $6.62 \pm 0.04$ , respectivamente e os poderes resolutivos  $1.12 \pm 0.04 \times 10^6$  e  $1.32 \pm 0.05 \times 10^6$ .

De notar que o poder resolutivo diminuiu com o aumento do FSR, tal como seria de esperar, pois a *finesse*, que se mantém mais ou menos constante com a mudança da distância entre os espelhos, o que é consistente com o facto de esta depender apenas da reflectividade dos espelhos segundo a teoria.

Como tal, existe um trade-off entre o poder resolutivo e o FSR, o que é consistente com os resultados encontrados na segunda sessão, em que o FSR do interferómetro de Lummer-Gehrcke é de 35 GHz, uma ordem de grandeza superior ao de Fabry-Pérot, mas o poder resolutivo do Lummer-Gehrcke é uma ordem de grandeza inferior ao de Fabry-Pérot.

Temos assim que o interferómetro Fabry-Pérot é adequado para estudar fenómenos que envolvam bandas de frequência pequenas com elevada resolução, ao passo que para estudar fenómenos com bandas de frequência mais elevadas, como o efeito de Zeeman para campos magnéticos maiores, é necessário usar o interferómetro de Lummer-Gehrcke.

### 5.3 Espaçamento entre modos

#### 5.3.1 Laser de 2mW

De modo a determinar o espaçamento entre modos do laser, estimaram-se os valores médios dos picos do espectro e calcularam-se as diferenças para cada espectro, convertendo-se posteriormente para MHz, utilizando a conversão correspondente para cada L.

Assim obtém-se

modos	2	
pico	1	2
dist. (MHz)	$552 \pm 87$	$586 \pm 90$

---

modos	3	
pico	1	2
dist. (MHz)	$613 \pm 80$	$614 \pm 76$

Tabela 9: Valores de espaçamento entre modos para cada espectro.

Fazendo a média dos valores tem-se  $d = 591 \pm 83$  MHz, que corresponde a um desvio de 4% do valor teórico de 614 MHz.

#### 5.3.2 Laser de 10mW

Para determinar o espaçamento entre os modos do laser, estimaram-se os picos dos modos das mesmas imagens apresentadas anteriormente, e converteu-se a distância em Volts para GHz usando a fórmula de conversão:  $D(Hz) = \frac{FSR(Hz) \times D(V)}{FSR(V)}$

Assim, obteve-se a seguinte tabela:

Posição do máx (V)	Distância (V)	Distância (GHz)
2.31±0.01	0.42±0.01	0.24±0.01
2.73±0.01	0.58±0.01	0.34±0.02
3.31±0.01	0.51±0.05	0.3±0.04
3.82±0.05		
5.49±0.01	0.58±0.01	0.34±0.02
6.07±0.01	0.56±0.03	0.33±0.03
6.63±0.03	0.59±0.04	0.34±0.03
7.22±0.03		
2.7±0.04	0.506±0.04	0.29±0.03
3.206±0.01	0.654±0.02	0.38±0.02
3.86±0.02	0.53±0.04	0.31±0.03
4.39±0.03		
6.1±0.05	0.5±0.05	0.29±0.04
6.6±0.01	0.4±0.04	0.23±0.03
7±0.04	0.64±0.07	0.37±0.05
7.64±0.06		
6.68±0.03	0.42±0.03	0.29±0.03
7.097±0.01	0.28±0.03	0.2±0.03
7.38±0.03		
1.91±0.02	0.351±0.02	0.24±0.02
2.261±0.01	0.369±0.02	0.25±0.02
2.63±0.015	0.28±0.03	0.19±0.02
2.91±0.02		
5.225±0.01	0.424±0.01	0.28±0.02
5.649±0.01	0.451±0.02	0.3±0.02
6.1±0.02		

Tabela 10: Dados para o espaçamento entre modos

Em seguida, fez-se um ajuste aos dados da última coluna a uma constante:

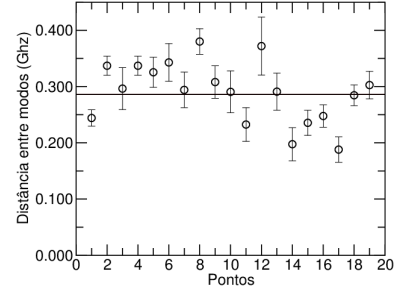


Figura 22: Ajuste às distâncias calculadas  $\frac{\chi^2}{n.g.l} = 5.13$

O valor obtido foi  $0.286 \pm 0.05$  GHz, o que se encontra bastante longe do valor tabelado pelo fabricante de 0.320 GHz, embora se tenha encontrado vários valores próximos do tabelado. Muitos dos valores mais baixos para o espaçamento dos modos são os correspondentes à distância menor entre espelhos.

Retirando esses pontos e repetindo o ajuste temos:

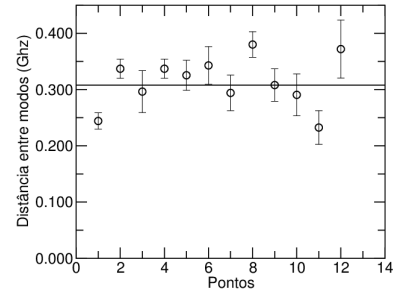


Figura 23: Ajuste às distâncias calculadas, apenas para a distância maior entre espelhos  $\frac{\chi^2}{n.g.l} = 4.09$

Que não só apresenta um  $\chi^2$  mais pequeno, como tem um valor de  $0.307 \pm 0.07$  GHz, encontrando-se muito mais próximo valor tabelado.

O que indica, tal como assinalado, que a aquisição dos valores para a distância menor não é muito fidedigna.

### 5.4 Largura da banda de ganho e comprimento de coerência

#### 5.4.1 Laser de 2mW

Para determinar a largura da banda de ganho, seleccionaram-se os pontos na vizinhança dos máximos dos picos de cada modo e fez-se um ajuste gaussiano, assumindo, como aproximação, que o *lasing threshold* se encontra a meia altura do máximo da gaussiana.

Assim, obtiveram-se gráficos do género do que se segue.

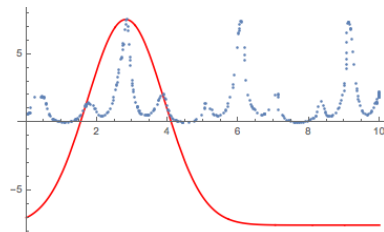


Figura 24: Curva de ganho do laser.

Utilizando, então, a expressão para o cálculo do FWHM da gaussiana  $FWHM = 2\sqrt{2\text{Log}(2)}\sigma$ , obtiveram-se os valores

modos	2	
pico	1	2
$\sigma$ (V)	$0.86522 \pm 0.00035$	$0.72412 \pm 0.00027$
FWHM (GHz)	$1.426 \pm 0.043$	$1.236 \pm 0.037$

---

modos	3	
pico	1	2
$\sigma$ (V)	$1.2357 \pm 0.0079$	$1.05993 \pm 0.00049$
FWHM (GHz)	$1.848 \pm 0.060$	$1.495 \pm 0.040$

Tabela 11: Valores obtidos para largura da banda de ganho.

Pode-se verificar que alguns valores se afastam bastante do valor tabelado de 1.5GHz, no entanto, ao calcular a média, obtém-se o valor de  $1.5014 \pm 0.045$ , um valor muito próximo do teórico, com um desvio deste de apenas 0.09%.

Por esta razão, também o comprimento de coerência do laser, calculado pela aproximação  $l = \frac{c}{FWHM_{ganho}}$ , se aproxima muito do valor tabelado de 20 cm, tomando o valor de  $19.98 \pm 0.60$ cm, com um desvio também de 0.09%.

#### 5.4.2 Laser de 10mW

Para estimar a largura da banda de ganho  $L_g$ , encontraram-se os mínimos locais, obtendo-se os dados da tabela que se segue, onde todos os valores encontrados são superiores ao tabelado para um laser de He-Ne, de 1.5 GHz e, conseqüentemente, os valores do comprimento de coerência encontram-se um pouco distantes do valor tabelado de 20 cm, aproximando-se mais de 15 cm (que ainda assim é aceitável para um laser de He-Ne de 632.8 nm).

$x_{min}$ (V)	$L_g$ (V)	$L_g$ (GHz)	$L_c$ (m)
4.43±0.02	3.08±0.05	1.79±0.08	0.168±0.007
1.35±0.05			
8.06±0.09			
4.43±0.02	3.63±0.09	2.11±0.11	0.142±0.007
5.1±0.1			
1.75±0.05			
8.35±0.04	3.25±0.11	1.89±0.11	0.159±0.009
5.1±0.1			

Tabela 12: Largura da banda de ganho e comprimento de coerência

Esta discrepância pode indicar uma falha na aquisição dos dados ou até da montagem, ou então que para os dados considerados, a largura da banda de ganho não pode ser aproximada pela distância entre os

mínimos, pelo que seria necessário fazer uma transformada inversa de Fourier do espectro obtido, e a partir desse espectro encontrar o tempo de coerência do laser, obtendo em seguida o comprimento de coerência e a largura da banda de ganho.

## 6 Conclusões

No estudo da difração de raios-X pelo cristal  $NaCl$ , conclui-se a existência de um erro de calibração, que desviou os resultados para os comprimentos de onda dos picos  $K_\alpha$  e  $K_\beta$  de cerca de 2 pm em relação aos valores tabelados.

No estudo da difração de raios-X por outros cristais, a técnica de espectroscopia de raios-X revelou-se bastante precisa na determinação de distâncias entre planos de difração e conseqüente caracterização destes planos através dos seus índices de Miller, exceto para o cristal de alumínio. Neste último conclui-se que deverá existir uma fonte de erro sistemático desconhecida, que fez com que os resultados para  $d$  fossem muito díspares.

Quando ao estudo do efeito de Zeeman, foi possível verificar a condição de interferência, embora não se tenha encontrado os valores das constantes.

Foi possível observar o desdobramento das riscas em duas e três componentes, com condições de acordo com a teoria.

O poder resolutivo e o FSR encontrados estão de acordo com o previsto pela teoria para um interferômetro de Lummer-Gehrcke.

Quando à análise da relação entre o desdobramento e o campo magnético, não foi possível verificar a linearidade entre as duas, no entanto o valor encontrado de  $\frac{e}{m}$  encontra-se muito próximo do tabelado.

Na parte da análise do interferômetro Fabry-Pérot, pode-se concluir que este não é um interferômetro de alta qualidade, dado que a *finesse* e o poder resolutivo se encontram duas ordens de grandeza abaixo do que se considera um bom interferômetro Fabry-Pérot, devido ao facto de a reflectividade dos espelhos ser menor do que seria desejável. Verificou-se ainda que existe um trade-off entre o poder resolutivo e a banda espectral, uma vez que a *finesse* se mantém sensivelmente constante, como previsto.

No entanto, a análise do laser mais potente foi comprometida pelo facto de as aquisições para a distância entre espelhos menor serem de má qualidade, o que resultou na largura dos modos estivesse longe do valor tabelado.

Por último, os valores encontrados para a largura da banda de ganho e para o comprimento de coerência encontram-se de acordo com os tabelados no caso do laser de 2mW mas não no caso do de 10mW, revelando talvez uma falha na aquisição dos dados, ou uma aproximação pouco eficaz no cálculo da largura da banda de ganho.

## Referências

- [1] João Mendanha Dias. *Slides\_RX.pdf*. 2016.
- [2] João Mendanha Dias. *Slides\_FabryPerot.pdf*. 2016.
- [3] Werner Lauterborn, Thomas Kurz. *Coherent Optics: Fundamentals and Applications*. Springer Science & Business Media, 2003.
- [4] Max Born, Emil Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon Press, 1970.
- [5] *LD Lummer-Gehrcke*. Leybold Didactic GmbH, 1988.
- [6] Charles Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, 1986