

Espetroscopia Gama e Atenuação de Fótons na Matéria

Filipe Miguel (84381) • Francisco Duque (84383) • João Bravo (84390) • José Figueiredo (84402)

Instituto Superior Técnico

Mestrado Integrado em Engenharia Física Tecnológica

LFRA - Quarta-feira - Grupo 4B - Prof. Sérgio Ramos

Novembro de 2017

I. PRIMEIRA SESSÃO

1. Calibração em Energia

Pretende-se fazer uma calibração em energia do detetor de cintilação e uma análise dos espectros de energia de duas fontes distintas de radiação γ : o ^{137}Cs e o ^{60}Co . Realizaram-se duas aquisições para a tensão de $3 \times 235 \text{ V} = 705 \text{ V}$ durante períodos de $\Delta t = 400 \text{ s}$, com um ganho no amplificador de $6 \times$, e utilizando um *shaping* bipolar do sinal físico, devido à sua eficiência temporal superior em relação ao unipolar. Apresentam-se nas tabelas abaixo os dados adquiridos para os picos observados no espectro de cada fonte.

Tabela 1: Dados do espectro do ^{137}Cs

Evento	N_t	N_s	Centride (Canal)	FWHM (Canal)
Raios X	27813 ± 167	18117 ± 235	16.61 ± 1.08	3.42
Corrente Negra	97115 ± 312	27559 ± 959	54.98 ± 0.12	45.74
Retrodifusão	48646 ± 221	5170 ± 556	111.58 ± 0.10	16.66
Joelho de Compton	14453 ± 120	2084 ± 318	251.17 ± 0.16	16.46
Absorção total	81279 ± 226	48961 ± 276	375.020 ± 0.045	23.37

Tabela 2: Dados do espectro do ^{60}Co

Evento	N_t	N_s	Centride	FWHM
Corrente Negra	57694 ± 240	18860 ± 796	51.89 ± 0.14	42.01
Retrodifusão 1 e 2	24605 ± 157	4270 ± 429	130.66 ± 0.15	22.91
1º Joelho de Compton	17752 ± 133	3519 ± 505	511.01 ± 0.36	49.90
2º Joelho de Compton	7711 ± 88	1025 ± 295	602.13 ± 0.13	9.14
1ª Absorção total	15571 ± 125	12108 ± 247	668.15 ± 0.12	30.88
2ª Absorção total	12791 ± 110	10613 ± 183	758.22 ± 0.14	34.49

A resolução em energia do espectrômetro usado não permitiu distinguir os dois múltiplos de retrodifusão do ^{60}Co , pelo que se considerou um único pico cujo valor se apresenta na tabela acima.

A expressão para o cálculo do erro dos centrídes (C) ao longo de todo o tratamento de dados foi:

$$\sigma_C = \frac{\sigma_{N_s}}{\sqrt{N_s}} = \frac{FWHM}{2.35\sqrt{N_s}} \quad (1)$$

O número de eventos utilizado é o correspondente ao sinal do pico (N_s) e não o total detectado (N_t), pois não se pretende contabilizar os erros associados ao patamar de Compton e/ou Corrente Negra.

De forma a determinar a relação canal-energia do detetor, e assumindo que esta é linear, ajustou-se pelo método dos mínimos quadrados uma expressão do tipo $y = ax + b$, à energia tabelada para certos picos em função do canal do centríde que lhe está associado. Os picos utilizados foram os de absorção total de ambas as fontes: ^{137}Cs - 662 keV, ^{60}Co - 1173 e 1333 keV; e o pico de raio X do ^{137}Cs - 32 keV.

O ajuste e parâmetros obtidos encontram-se respetivamente na fig. 6 e tabela 3

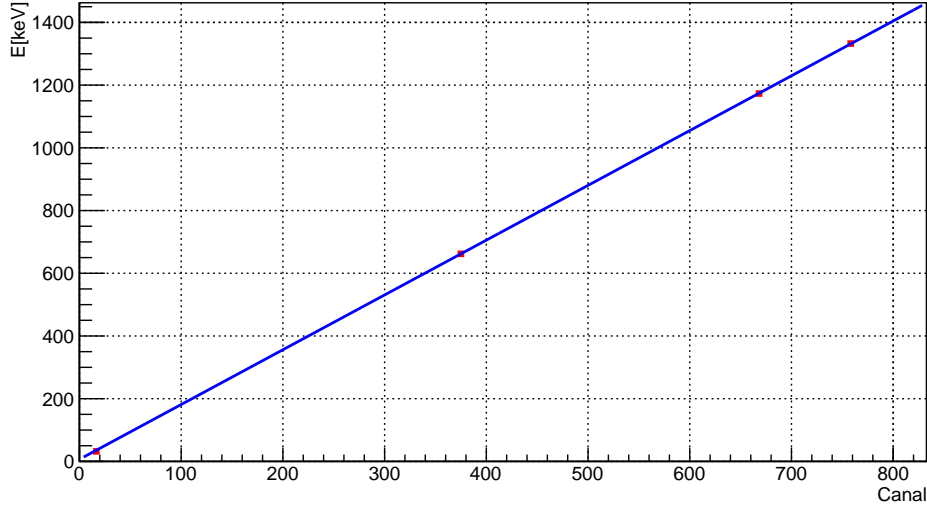


Figura 1: Ajuste obtido para a Calibração Energia-Canal

Tabela 3: Parâmetros de ajuste da Calibração Energia-Canal

a (keV/canal)	b (keV)	ngl	χ^2/ngl
1.74732 ± 0.00053	6.67 ± 0.24	2	19.99

O valor de χ^2/ngl é bastante superior à unidade, apesar da aparente correção do ajuste, que interseca todos os pontos nas respectivas incertezas. Isto deve-se a erros sistemáticos não considerados que se sobrepõem aos erros estatísticos tomados em conta.

Para o espectro de ^{60}Co , foi ainda possível observar um pico com um centróide localizado aproximadamente no canal 838. Não se conseguiu retirar a partir do programa os dados respectivos, devido à forma muito achatada do pico. Esta corresponde a uma energia de $1.74732 \times 838 \text{ Ch} = (1467.47 \pm 0.44) \text{ keV}$. Comparando com valores tabelados, identificou-se este como sendo um pico de absorção total do potássio ^{40}K , presente principalmente nas paredes do laboratório, que emite γ s de 1461 keV.

Pode-se encontrar a energia dos picos de retrodifusão e joelhos de Compton através das seguintes expressões:

$$E_{\text{retrodifusao}} = \frac{E_{\gamma}}{1 + \frac{2}{511} E_{\gamma}} \text{ (keV)} \quad (2)$$

$$E_{\text{joelho}} = T_{\text{max}}^e = E_{\gamma} - E_{\text{retrodifusao}} \quad (3)$$

em que E_{γ} é a energia tabelada para a radiação γ emitida por cada fonte.

Apresenta-se nas tabelas 4 e 5 a comparação das energias obtidas com as tabeladas de cada fonte. Os erros tomados para a todas as energias medidas ao longo do tratamento de dados são obtidos por propagação quadrática de erros da expressão de conversão $E = a \cdot C + b$ (em que C é o Centróide do pico respectivo):

$$\sigma_E = \sqrt{(aC)^2 \left(\left(\frac{\sigma_C}{C} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a} \right)^2 \right) + \sigma_b^2} \quad (4)$$

Tabela 4: Comparação entre valores teóricos e medidos do espectro de ^{137}Cs

Pico	$E_{\text{Teórica}}$ (keV)	E_{Medida} (keV)	Desvio à Exatidão (%)	Desvio em $\# \sigma$
Raio X	32	35.69 ± 0.27	11.54	-13.8
Retrodifusão	184	201.64 ± 0.47	9.58	-37.41
Joelho Compton	478	445.54 ± 0.64	6.79	50.62
Absorção total	662	661.94 ± 0.52	0.01	0.1

Tabela 5: Comparação entre valores teóricos e medidos do espectro de ^{60}Co

Pico	$E_{Teórica}$ (keV)	E_{Medida} (keV)	Desvio Exatidão (%)	Desvio em $\# \sigma$
1 Å Retrodifusão	209	234.97 ± 0.57	12.43	-45.58
2 Å Retrodifusão	214	234.97 ± 0.57	9.8	-36.8
1 Å Joelho de Compton	963	899.57 ± 1.14	6.59	55.82
2 Å Joelho Compton	1118	1058.78 ± 0.77	5.3	76.76
1 Å Absorção total	1173	1174.14 ± 0.8	0.1	-1.42
2 Å Absorção total	1333	1331.52 ± 0.89	0.11	1.66
Pico ^{40}K	1461	1467.47 ± 0.44	0.44	-14.47

Os picos que apresentam menor desvio em $\# \sigma$ são, como esperado, os de absorção total. Para além de que estes apresentam maior número de contagens, logo estarão menos afetados pelo ruído, a calibração em energia foi feita utilizando justamente estes picos. Assim a existência de erros sistemáticos, como fazem querer os elevados desvios em $\# \sigma$ para os picos de retrodifusão e joelhos de Compton, serão menos visível para estes picos de absorção total.

Note-se ainda que ambos os picos de retrodifusão do ^{60}Co apresentam-se sobrestimados, o que leva a querer que os erros sistemáticos conduzem a um excesso nos valores experimentais. Esta afirmação parece estar em contradição com os desvios em $\# \sigma$ positivos obtidos para os Joelhos de Compton. Por fim, como estes são dados no espectro por picos assimétricos (não perfeitamente gaussianos) e enviesados à esquerda, o cálculo numérico do centríside conduzir a valores inferiores ao verdadeiro valor do Joelho. Por conseguinte, existe um sistemático associado ao cálculo dos joelhos de Compton que se traduz numa subestimação da sua energia.

Por fim, ainda que o γ emitido pelo ^{40}K tenha uma energia superior ao limiar para a produção de pares (1022 keV), não se observam no espectro picos de escape simples e duplo. Contudo, este processo será dominante para fotões com energias superiores a 5 MeV , pelo que estes picos deverão estar sobrepostos por outros e/ou pelo patamar de Compton.

II. SEGUNDA Sessão

1. Calibração em Energia com ambas as fontes de ^{137}Cs e ^{60}Co

Na primeira parte da segunda sessão de laboratório começou-se por voltar a proceder a uma calibração, nas mesmas condições da anterior, exceto que agora utilizam-se as fontes de ^{137}Cs e ^{60}Co em simultâneo. Colocaram-se estas a distâncias distintas do detetor de forma a garantir um número de contagens semelhantes para os picos de ambas as fontes (tendo-se garantido que o pico de absorção total do ^{137}Cs era maior que os dois de ^{60}Co). Uma segunda calibração justifica-se pois, apesar de se ter tentado manter o ganho no mesmo valor nominal, a sua regulação foi feita com um botão de ganho fino bastante sensível, e por isso difícil de acertar como na primeira semana. Para além disso os próprios aparelhos têm flutuações no tempo.

Os dados obtidos para uma aquisição de $t_{aq} = 120 \text{ s}$ encontram-se na tabela 6. O ajuste pelo método dos mínimos quadrados foi idêntico ao anterior, tendo-se utilizado os mesmos valores de referência para as energias. Os resultados obtidos apresentam-se a baixo:

Tabela 6: Comparação entre valores teóricos e medidos do espectro de ^{60}Co

Evento	Nt	Ns	$E_{Teórica}$ (keV)		FWHM (Canal) Centríside (Canal)
Raio X	1628 ± 40	410 ± 64	32	2.81	16.05 ± 0.06
Absorção Total (^{137}Cs)	4183 ± 65	2335 ± 173	662	24.43	379.91 ± 0.22
Absorção Total (^{60}Co)	2396 ± 49	1843 ± 99	1173	24.78	670.43 ± 0.25
Absorção Total (^{60}Co)	1736 ± 42	1504 ± 71	1333	25.8	760.41 ± 0.28

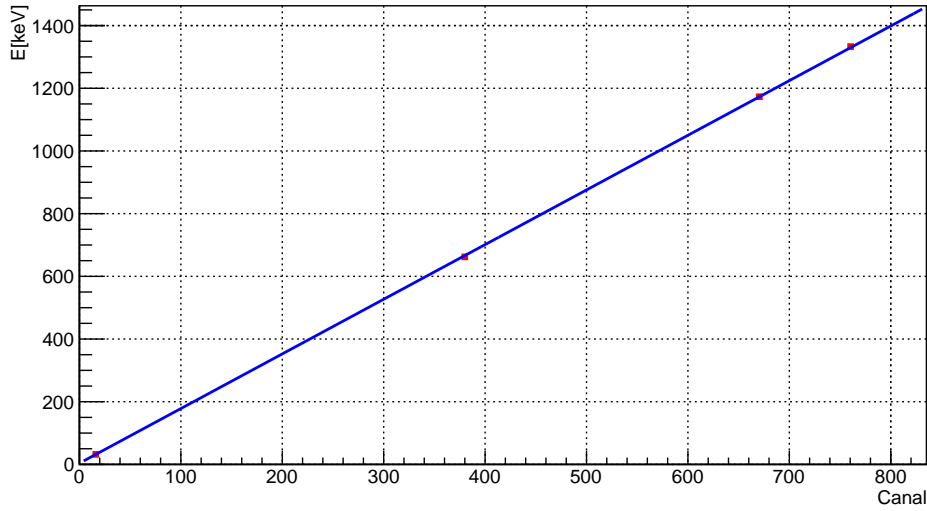


Figura 2: Ajuste obtido para a Calibração Energia-Canal

Tabela 7: Parâmetros de ajuste da Calibração Energia-Canal

a (keV/canal)	b (keV)	n_{gl}	χ^2/n_{gl}
1.74357 ± 0.00045	3.85 ± 0.11	2	88.23

Como seria de esperar, uma vez que o ganho foi regulado para corresponder ao mesmo valor da primeira sessão, o declive obtido foi muito semelhante (apesar dos erros não se intersetarem). Já a ordenada na origem, que é a partida resulta de erros sistemático, não se manteve idêntica. O valor de χ^2/n_{gl} aumentou bastante, sendo que para esta calibração se apresenta novamente bastante superior à unidade. Este aumento é estranho tendo em conta que a diminuição da estatística face à calibração da semana passada deveria implicar um maior erro estatístico, e por conseguinte uma sobreposição face ao sistemático que conduziria à diminuição do χ^2/n_{gl} . No entanto, este argumento só é verdadeiro se o erro sistemático se mantiver o mesmo da semana passada, algo que não é possível de garantir, especialmente se este advir da regulação da fonte, que como já se disse é bastante sensível.

2. Estudo do Espectro de γ s de uma fonte desconhecida

Pretende-se identificar uma fonte desconhecida de radiação γ a partir do estudo do seu espectro. Fez-se uma aquisição de $t_{aq} = 120$ s e obteve-se o espectro da fig. 3, cujos dados estatísticos para os picos identificados se encontram na tabela 8. Para os picos assinalados com *, o programa de aquisição não permitiu a obtenção dos dados que se apresentam para os restantes. Ainda assim retirou-se o canal que aproximadamente correspondia ao centróide do pico, de forma a ter-se alguma informação sobre estes eventos. Esta permitirá corroborar as conclusões retiradas a partir dos restantes picos, cujos dados estatísticos puderam ser bem adquiridos.

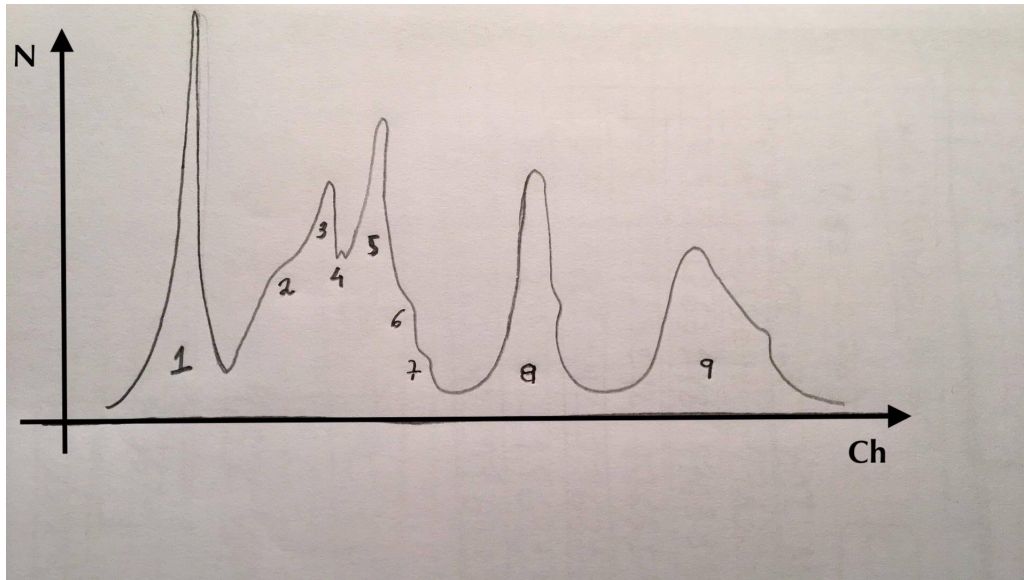


Figura 3: Esboço do espectro obtido para a fonte desconhecida

Tabela 8: Dados do espectro da fonte desconhecida

Pico	Tipo	N_t	N_s	FWHM (Canal)	Centração (Canal)	E (keV)
1	Gaussiano	70804 ± 266	67574 ± 283	3.24	13.71 ± 0.005	27.76 ± 0.11
2	Ombro	6731 ± 82	418 ± 157	3.99	45.48 ± 0.083	83.15 ± 0.18
3	Quase Gaussiano	10476 ± 102	931 ± 217	4.81	65.64 ± 0.067	118.30 ± 0.16
4*	Quase Gaussiano	-	-	-	~ 78	139.85 ± 0.11
5	Múltiplo	16695 ± 129	6169 ± 250	9.46	102.89 ± 0.051	183.25 ± 0.15
6*	Ombro	-	-	-	~ 120	213.08 ± 0.12
7*	Ombro	-	-	-	~ 133	235.75 ± 0.12
8	Duplo	1641 ± 127	11885 ± 248	21.23	248.18 ± 0.083	436.57 ± 0.21
9	Múltiplo	8259 ± 91	6803 ± 165	31.47	350.37 ± 0.162	614.75 ± 0.34

Utilizou-se a base de dados <http://nucldata.nuclear.lu.se/toi/> para procurar os núcleos que poderiam estar na origem do espectro detectado. Por terem mais contagens recorreram-se aos seguintes picos: Gaussiano-1, Múltiplo-5, Duplo-8 e Múltiplo-9. O intervalo definido para cada procura foi o correspondente em energia ao $\sigma = FWHM/2.35$ de cada pico. Impôs-se ainda que o tempo de semi-vida do núcleo fosse superior a 1 ano e restringiu-se a procura a núcleos com número de massa inferior a 210, ou seja, ao ^{210}Pb , por se saber que em laboratório não se encontram (habitualmente) fontes com número de massa superior.

Para cada pico obtiveram-se um conjunto de núcleos possíveis. Eliminou-se de cada conjunto aqueles cuja probabilidade de emissão de γ s correspondente ao pico respetivo fosse menor que 1%. Comparando os quatro conjuntos finais para cada pico utilizado, o núcleo presente na maior parte, e cujas probabilidades associadas a cada energia eram coerentes com o número de contagens do pico respetivo, foi o Antimônio-125, ^{125}Sb .

Na tabela 9 apresentam-se os valores tabelados para as energias dos γ s emitidos pelo ^{125}Sb com probabilidade de decaimento superior a 1 %, bem como a energia dos joelhos de Compton e picos de retrodifusão que lhes estão associados. Acrescentou-se ainda a energia de Raios-X relevantes para a explicação do pico Gaussiano-1. Os erros para os valores de E_{Retro} e E_{Joelho} são dados por:

$$\sigma_{E_{\text{Retro}}} = \frac{\sigma_{E_{\gamma}}}{\left(1 + \frac{2}{511} E_{\gamma}\right)^2} \quad (5)$$

$$\sigma_{E_{\text{Joelho}}} = \sqrt{\sigma_{E_{\gamma}}^2 + \sigma_{E_{\text{Retro}}}^2} \quad (6)$$

Tabela 9: Decaimentos do ^{125}Sb

Evento	E (keV)	Probabilidade (%)	E_{Retro} (keV)	E_{Joelho} (keV)
Raio X ($K_{\alpha 2}$)	27.202	13.5 ± 0.5	-	-
Raio X ($K_{\alpha 1}$)	27.472	25.2 ± 0.9	-	-
γ	35.4919 ± 0.0005	4.29 ± 0.12	31.16210 ± 0.00065	4.32890 ± 0.00082
γ	176.313 ± 0.002	6.823 ± 0.024	104.3229 ± 0.0057	71.9901 ± 0.0061
γ	380.452 ± 0.008	1.516 ± 0.012	152.850 ± 0.050	227.603 ± 0.050
γ	427.875 ± 0.006	30	159.974 ± 0.043	267.901 ± 0.043
γ	463.364 ± 0.004	10.493 ± 0.015	164.69 ± 0.32	298.674 ± 0.32
γ	600.600 ± 0.004	17.86 ± 0.05	179.247 ± 0.045	421.353 ± 0.045
γ	606.718 ± 0.003	5.026 ± 0.021	179.788 ± 0.034	426.930 ± 0.034
γ	635.954 ± 0.005	11.31 ± 0.09	182.271 ± 0.061	453.683 ± 0.061
γ	671.445 ± 0.004	1.795 ± 0.007	185.075 ± 0.053	486.370 ± 0.053

Comecemos por explicar os picos observados no espectro. Como já se disse, os dois raios X emitidos contribuem para o pico Gaussiano-1. Dada a proximidade de energias entre estes, apenas se observa um pico devido à resolução limitada do detetor. O ombro-2, apesar de estar à esquerda de um pico, poder-se-á dever-se ao joelho de Compton do γ de ~ 176 keV, que leva a uma diminuição no patamar de Compton e forma um ombro no pico Quase-Gaussiano-3. Já este último dever-se-á corresponder ao pico de retrodifusão total que está associado ainda ao γ em discussão. Geralmente, os picos de retrodifusão estão sobrepostos por patamares/outras picos, pelo que o número baixo de contagens para este sinal é um bom indicador de se tratar de um pico desta natureza. Para além disso, os picos de retrodifusão não são perfeitamente gaussianos devido à degradação adicional de energia que os eletrões resultantes deste tipo de choques promove no meio. Assim, apresentam uma "cauda" à direita (que corresponde a múltiplos) o que explica que este pico não seja perfeitamente gaussiano.

O pico Quase-Gaussiano-4 pode ser justificado pelos picos de retrodifusão total que se esperam encontrar devido ao γ de ~ 380 e ~ 428 keV. Como no caso dos raios X, a resolução do detetor não permite que se observem dois picos devido à reduzida diferença entre as energias associadas a cada retrodifusão (para além de que a emissão do γ mais energético é muito mais provável, logo terá um número de contagens superior).

O múltiplo-5 deve-se à combinação construtiva do pico de absorção total associado ao γ de ~ 176 keV, e os picos de retrodifusão dos γ 's mais energéticos que o de 463 keV (inclusive).

Os ombros 6 e 7 são aos joelhos de Compton dos γ s de ~ 380 e ~ 428 keV. Ainda que a diferença entre energias medidas e as que resultam de valores tabelados seja significativa, como para estes picos o centríside foi obtido manualmente por procura no espectro sem utilizar as ferramentas do programa de aquisição de dados, é expectável que para estes picos haja um maior desvio à exatidão, o que legitima a consideração tomada para estes ombros.

O pico Duplo-8 corresponde aos picos de absorção total dos γ 's de ~ 428 e ~ 463 keV. O γ de ~ 428 keV tem uma probabilidade de emissão muito superior aos restantes, o que corrobora o número elevado de contagens do sinal deste pico duplo, e que o maior pico ocorra à esquerda, ou seja, para o γ menos energético. A largura deste pico duplo explica porque não se observam os joelhos de Compton dos γ 's mais energéticos que ~ 601 keV, cujas energias se encontram no intervalo $[E - \Delta E, E + \Delta E]$ deste pico, à exceção do joelho mais energético de ~ 486 keV. No entanto, como a probabilidade do γ que lhe corresponde é baixa não é de estranhar que este não tenha sido observado no espectro adquirido.

Finalmente, o múltiplo-9 dever-se-á corresponder a picos de absorção total dos γ 's de ~ 601 , ~ 607 , ~ 636 e ~ 671 keV. Como a probabilidade de emissão cada um destes γ s diminui com a energia, este múltiplo dever-se-á apresentar um alongamento para a direita como de facto se verifica no esboço.

Todos os picos observados podem ser explicados por emissões da fonte ^{125}Sb . Não obstante, o espectro também deve ser capaz de reciprocamente ilustrar os picos de absorção total, retrodifusão e joelhos de Compton dos vários γ s que a fonte emite. Face à discussão já feita, ficam por observar os picos e joelhos do γ menos energético, de ~ 35 keV. Tendo em conta a baixa percentagem de ocorrência deste decaimento e a reduzida largura ΔE do pico Gaussiano-1 (devido aos Raios X), o grande declive da gaussiana impede a visualização do ombro que se esperaria observar devido ao pico de absorção total deste γ . Já o pico de retrodifusão e joelho de Compton estão sobrepostos pelo pico dos Raios-X. Isto também deve acontecer com o pico de absorção total do γ de ~ 380 keV, que por ter uma baixa probabilidade de ocorrência, dever-se-á estar sobreposto por um patamar. O joelho de Compton associado ao γ de ~ 463 keV não é justificado pelo espectro, e dever-se-á corresponder a um ombro negligenciado pelo grupo durante a aula.

Na tabela 10 condensam-se as conclusões tiradas e calculam-se os respetivos desvios à exatidão, precisão e em $\# \sigma$.

Tabela 10: Comparação entre os valores teóricos e medidos para o espectro da fonte desconhecida

Origem	Pico	$E_{Teórica} (keV)$	$E_{Medida} (keV)$	Desvio % Exatidão (%)	Desvio em $\# \sigma$
Raio X ($K_{\alpha 2}$)	Gaussiano-1	27.202	$27,76 \pm 0,11$	2.04	-5.24
Raio X ($K_{\alpha 1}$)		27.472		1.04	-2.69
γ 176 keV Joelho	Ombro-2	71.9901	83.15 ± 0.18	15.5	-61.94
γ 176 keV Retrodifusão	Quase Gaussiano-3	104.3229	118.30 ± 0.16	13.4	-87.29
γ 380 keV Retrodifusão	Quase Gaussiano-4	152.85	139.85 ± 0.11	8.51	118.18
γ 428 keV Retrodifusão		159.97		12.58	182.91
γ 463 keV Retrodifusão	Multipico-5	164.69	183.25 ± 0.15	11.27	-127.29
γ 176 keV Absorção Total		176.31		3.93	-47.57
γ 600 keV Retrodifusão		179.247		2.23	-27.44
γ 607 keV Retrodifusão		179.788		1.92	-23.73
γ 635 keV Retrodifusão		182.271		0.54	-6.7
γ 671 keV Retrodifusão		185.075		0.99	12.53
γ 380 keV Joelho	Ombro-6	227.602	213.08 ± 0.12	6.38	122.43
γ 428 keV Joelho	Ombro-7	267.9	235.75 ± 0.12	12	264.7
γ 427 keV Absorção total	Duplo-8	427.875	436.57 ± 0.21	2.03	-41.08
γ 463 keV Absorção total		463.364		5.78	126.57
γ 600 keV Absorção total	Multipico-9	600.6	614.75 ± 0.34	2.36	-41.38
γ 607 keV Absorção total		606.718		1.32	-23.49
γ 635 keV Absorção total		635.954		3.33	62.04
γ 671 keV Absorção total		671.445		8.44	166.75

Ainda que os desvios % exatidão sejam relativamente reduzidos, os valores elevados dos desvios em $\# \sigma$ são indicativos da presença de um erro sistemático, ainda mais considerando que na sua maioria apresentam o mesmo sinal negativo (o sistemático seria um *offset* positivo). Os maiores desvios em $\# \sigma$ positivos correspondem aos picos cujo centróide foi obtido manualmente (caso do Quase Gaussiano-4, Ombro-6 e Ombro-7) e a multipicos que devido às probabilidades de decaimento dos γ que os constituem se encontram enviesados à esquerda (caso do Multipico-5, Duplo-8 e Multipico-9). Por conseguinte, os desvios em $\# \sigma$ destes picos têm menos relevância estatística, o que reforça a tese da existência de um *offset* positivo que se sobrepõe ao estatístico. Por conseguinte, como os elevados valores dos desvios em $\# \sigma$ têm explicação, pode-se afirmar com grande fiabilidade que a fonte do espectro é o Antimônio-125.

3. Estudo da radioatividade natural ambiente

De modo a estudar a radioatividade ambiente efetuou-se uma longa aquisição de $t_{aq} = 2839$ s sem utilizar qualquer fonte radioativa. O esboço do espectro obtido está na figura 4, encontrando-se os dados obtidos para os picos assinalados condensados na tabela 11. É semelhante do que ocorreu no item anterior, teve-se o cuidado de registar o formato de cada pico, de modo a ser possível uma melhor identificação do evento que lhe corresponde.

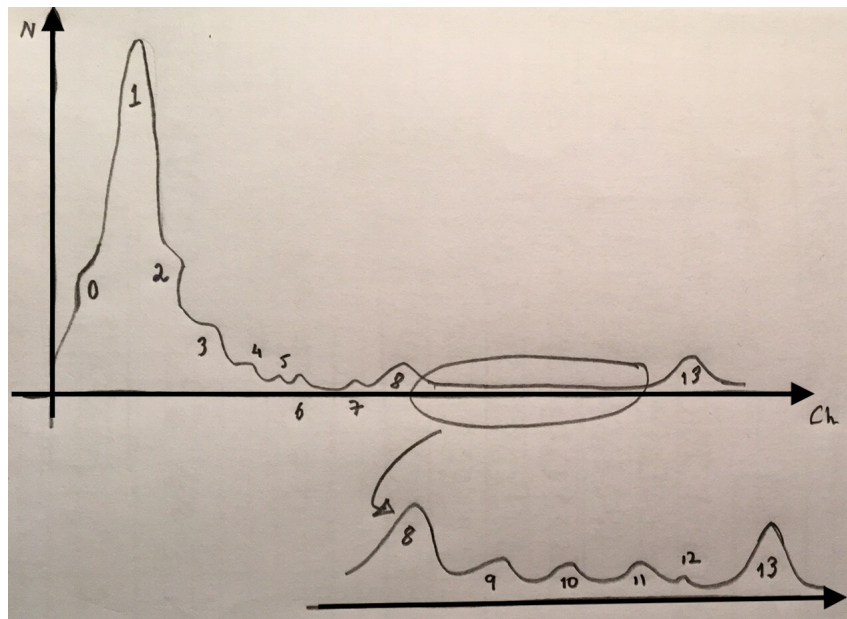


Figura 4: Esboço do espectro obtido para a radiação ambiente

Tabela 11: Dados do espectro da radioatividade natural ambiente

Pico	Tipo	Nt	Ns	Centr.Åside	FWHM	Energia Centr.Åside (keV)
0*	Gaussiano	-	-	~ 16	-	~ 32
1	(corrente negra)	202507±450	59770±1304	56.27	51.96±0.10	94.45±0.20
2	Ombro	18931±138	994±253	7.93	136.62±0.11	242.06±0.22
3	Pico	15383±124	389±261	2.25	173.92±0.05	307.09±0.16
4	Pico	10520±103	486±214	6.12	200.77±0.12	353.91±0.25
5	Ombro	7399±86	470±190	4.23	227.02±0.08	399.68±0.21
6	Pico	9430±97	476±242	4.20	236.99±0.08	417.06±0.21
7	Ombro	7437±86	352±231	1.72	283.99±0.04	499.01±0.18
8	Gaussiano	8028±90	1291±247	18.75	343.73±0.22	603.17±0.43
9	Pico	4465±67	377±205	3.71	430.75±0.08	754.89±0.26
10	Pico	4811±69	821±225	11.52	521.73±0.17	913.52±0.40
11	Pico	4713±69	871±248	5.81	636.99±0.08	1114.49±0.34
12	Ombro	600±24	84±47	3.49	714.77±0.16	1250.10±0.44
13	Gaussiano	4488±67	3356±151	37.27	830.19±0.27	1451.35± 0.62

Apesar do longo tempo de aquisição, dada a fraca atividade ambiente, a definição dos picos foi reduzida, sobrepondo-se muitas vezes ruído aos dados da experiência, tornando difícil a leitura do espectro. Por este motivo, não foi possível uma correta distinção entre picos gaussianos e não gaussianos, como foi possível no item anterior, tendo-se antes designado os eventos por ombro, pico no caso em que não se conhece ao certo a sua natureza e pico gaussiano nos verdadeiramente gaussianos. Por outro lado, para o pico 0, a sua completa caracterização não foi possível, tendo-se apenas retirado manualmente uma estimativa para o centr.Åside. Para os picos menos energéticos, a abundância de contagens devido à corrente negra implicou uma sobreposição nessa região, perdendo-se talvez as propriedades menos evidentes do espectro, como por exemplo joelhos de Compton associados a γ s pouco energéticos.

Recorrendo novamente à base de dados presente em <http://nucldata.nuclear.lu.se/toi/> preencheu-se a tabela abaixo com os picos que se esperam encontrar:

Tabela 12: Eventos previstos teoricamente

Evento	E (keV)	Probabilidade (%)	E_{Retro}	E_{Joelho}
γ ^{210}Pb	46.539	4.3	39.368	7.171
γ ^{214}Pb 1	241.997	2.5	124.283	117.714
γ ^{214}Pb 2	295.224	19.5	136.965	158.259
γ ^{214}Pb 3	351.932	37.2	148.031	203.901
γ ^{214}Bi 1	609.312	46.3	180.815	429.297
γ ^{214}Bi 2	768.356	5.04	191.741	576.615
γ ^{214}Bi 3	1120.287	15.04	208.051	912.236
γ ^{40}K	1460.830	11	217.465	1243.365
escape simples ^{40}K	949.830	-	-	-
escape duplo ^{40}K	438.830	-	-	-

A maioria dos eventos apresentados devem-se à longa cadeia de decaimento do Urânio-238, um nucléido com um elevado tempo de semi-vida, bastante abundante no norte de Portugal. A sua cadeia de decaimento compreende vários elementos sólidos, até que ao chegar ao Rádion-222, (gás nobre), se dissemina pela atmosfera. Este decai rapidamente (por emissão α) em Polônio-218, que decai no Chumbo-214 (^{214}Pb). A emissão de radiação γ é muito pouco frequente para o Rádion, e impossível para o Chumbo-214, pelo que estas atividades não serão detetadas. A cadeia continua com o decaimento do chumbo (por emissão de β) em Bismuto-214 (^{214}Bi), que decai pelo mesmo processo em Polônio-214. Contrariando os casos anteriores, estes decaimentos comportam a emissão de fotões de várias energias, encontrando-se os eventos de maior probabilidade explanados na tabela acima. Mais adiante na cadeia, o decaimento do Chumbo-210 resulta na emissão pouco provável de um fotão pouco energético, e o nucléido resultante evolui até se alcançar o Chumbo-206, espere esta etapa.

Já o Potássio-40 (^{40}K) é um isótopo radioativo que se pode encontrar nos constituintes das paredes do Laboratório. O γ que emite é bastante energético ($\sim 1500 \text{ keV}$), ultrapassando o limiar mínimo de energia (1022 keV) para que haja produção de pares, pelo que se espera encontrar picos de escape simples e duplo a ele correspondentes. Em paralelo com os picos de absorção total de cada fotão, teve-se o cuidado de calcular a energia do joelho de Compton e do pico de retrodifusão correspondentes, que apesar do ruído, talvez se possam observar. Comparando as energias dos eventos previstos teoricamente com as dos picos medidos em laboratório, identificou-se o significado de cada um destes na tabela abaixo (a identificação com γ *Nucléido* refere-se ao pico de absorção total):

Tabela 13: Identificação dos picos obtidos

Pico	Evento	E_{medida} (KeV)	$E_{teorica}$	Desvio Δ Exatidão(%)	Desvio em $\# \sigma$
0	γ ^{210}Pb	~ 32	46.593	~ 31	-
1	Corrente negra	94.45 ± 0.20	-	-	-
2	γ $^{214}\text{Pb}1$	242.06 ± 0.22	241.997	0.0254	-0.28
3	γ $^{214}\text{Pb}2$	307.09 ± 0.16	295.224	4.0206	-75.76
4	γ $^{214}\text{Pb}3$	353.91 ± 0.25	351.932	0.5616	-7.94
5	Joelho γ ^{214}Be	399.68 ± 0.21	429.297	6.8378	141.82
6	Escape Duplo ^{40}K	417.06 ± 0.21	438.830	4.9608	104.74
8	γ $^{214}\text{Bi} 1$	603.17 ± 0.43	609.312	1.0081	14.26
9	γ $^{214}\text{Bi} 2$	754.89 ± 0.26	768.356	1.7519	50.90
10	Escape simples ^{40}K	913.52 ± 0.40	949.830	3.8223	-91.65
11	γ $^{214}\text{Bi} 3$	1114.49 ± 0.34	1120.287	0.5176	16.94
12	Joelho γ ^{40}K	1250.10 ± 0.44	1243.365	0.5420	-15.16
13	γ ^{40}K	1451.35 ± 0.62	1460.830	0.6492	15.32

Todos os picos de absorção total previstos teoricamente foram identificados no espectro, tendo-se ainda identificado os picos de escape simples e duplo do ^{40}K , o joelho de Compton correspondente ao fotão menos energético do ^{214}Bi , e o análogo correspondente ao ^{40}K . Note-se que estes dois últimos γ s correspondem aos eventos com maior relevância estatística, apresentando por isso contagens suficientes para uma correta identificação dos seus joelhos de Compton. Os restantes joelhos previstos não se observaram experimentalmente, possivelmente devido a uma conjugação de insuficientes contagens, com a sobreposição de outros picos e ruído. Nenhum dos picos de retrodifusão previstos foi encontrado, conjecturando-se, mais uma vez, que devido a uma insuficiência nas contagens para a região em que deveriam ser detetados, que é dominada por ruído.

Estudando agora a adequação do espectro obtido em relação ao previsto teoricamente, dois casos delicados devem ser discutidos. Relativamente ao pico 7, nenhum dos valores previstos na tabela 12 o justifica. Para qualquer das hipóteses teóricas, ter-se-ia um desvio Δ exatidão de 400σ , que mesmo em conta erros sistemáticos abundantes não é justificável. Devido à sua baixa probabilidade, muitos dos fotões emitidos pelo ^{214}Bi e pelo ^{214}Pb foram omitidos da referida tabela. No entanto, para ^{214}Pb , há um γ de 487.09 keV emitido com uma probabilidade de 0.422%, apresentando-se como um candidato a explicar este pico. Já para o pico 0, inicialmente considerou-se que seria devido a Radiação-X ambiente. Por fim as energias deste tipo de radiação quando emitida pelos núcleos considerados são predominantemente mais baixas, excluindo-se portanto essa hipótese. Ainda assim, a hipótese alternativa apresentada (γ resultante do decaimento do Chumbo-210) apresenta um desvio Δ exatidão muito elevado ($\sim 30\%$). Este valor não é tão preocupante como possa parecer, visto que a precisão com que este centróide deste sinal foi calculado é baixa. Assim, sem um maior aprofundamento experimental não é possível validar esta hipótese.

Ainda que os desvios Δ exatidão sejam reduzidos os desvios em $\# \sigma$ chegam aos $\sim 140\sigma$. Este valor poderia invalidar as conclusões feitas se certeza houvessem de a experiência não ter sido perturbada por erros sistemáticos, algo que já se viu ser falso. No entanto, apesar dos seus elevados valores quando comparados com os correspondentes estatísticos, os desvios Δ exatidão não ultrapassam uma percentagem de 7%, apresentando um sinal predominantemente positivo. Deste modo, atribuem-se estes desvios a um sistemático que causa um *offset* negativo nos dados experimentais e à dificuldade em definir o centróide dos picos.

Por uma questão de completude do estudo, decidiu-se comparar as frequências relativas obtidas para cada γ emitido pelo ^{214}Pb e ^{214}Bi com a sua probabilidade de emissão:

Tabela 14: Comparação entre as frequências obtidas e as probabilidades tabeladas

Pico	Ns	$Freq_{rel}(\%)$	Prob.(%)	Pico	Ns	$Freq_{rel}(\%)$	Prob.(%)
γ $^{214}\text{Pb} 1$	994	31.5	2.5	γ $^{214}\text{Bi} 1$	1291	33.7	46.3
γ $^{214}\text{Pb} 2$	389	12.3	19.5	γ $^{214}\text{Bi} 2$	377	9.8	5.04
γ $^{214}\text{Pb} 3$	486	15.4	37.2	γ $^{214}\text{Bi} 3$	871	22.8	15.04
total	1869	59.2	59.2	total	2539	66.38	66.38

Para o fazer, calculou-se frequência relativa de cada evento no universo dos fotões de um dado núcleo, renormalizando-se esse valor pela soma das probabilidades de emissão de cada fotão. Para o ^{214}Pb nota-se uma discordância entre as frequências previstas e as observadas, principalmente para o menos energético. Esta deve advir da abundância de contagens provenientes da corrente negra, que terá incrementado bastante este sinal. Em paralelo, nota-se a proximidade da sua energia com a do pico de retrodifusão do ^{40}K (ver tabela 12), prevendo-se uma contribuição significativa do segundo para o sinal do primeiro. Pelo contrário, no caso do ^{214}Bi , apesar de a correspondência entre previsto teórico e medido experimental não ser exata, a concordância é mais notável, sendo a sua evolução semelhante, havendo apenas um desfasamento nas contagens respeitantes ao seu fotão menos energético.

Conclui-se, que apesar de a correspondência entre valores teóricos e experimentais não ser exata, estando a experiência afetada de erros sistemáticos que diferem em parte dos encontrados anteriormente, a cadeia de decaimento do Urânio-238 em conjunto com o Potássio-40 das paredes do laboratório são responsáveis pela maior parte da radioatividade ambiente.

4. Estudo da Resolução em Energia

De forma a estudar a resolução em energia do detector, calculou-se a resolução dos picos gaussianos bem definidos retirados durante a segunda sessão do trabalho, através da expressão:

$$R = \frac{\Delta E}{E} = \frac{FWHM_{KeV}}{E} \quad (7)$$

uma vez que esta apenas tem significado para esse tipo de picos. Devido ao número reduzido de picos claramente gaussianos, optou-se por usar também os picos de partida tendencialmente gaussianos, com um número de contagens alto de forma garantir a boa definição dos mesmos quanto à sua largura a meia altura (FWHM). Para preservar o erro estatístico, todos os picos utilizados teriam que estar igualmente espaçados. No entanto, devido à escassez de picos razoáveis para a medição da grandeza pretendida, não foi possível satisfazer completamente essa condição. Para os erros ainda não especificados utilizaram-se as expressões apresentadas de seguida:

$$\sigma_{FWHM_{KeV}} = FWHM \cdot \sigma_a \quad (8)$$

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{1}{E}\right)^2 \sigma_{FWHM}^2 + \left(\frac{FWHM}{E^2}\right)^2 \sigma_E^2} \quad (9)$$

Assim, apresentam-se os valores obtidos na tabela abaixo:

Tabela 15

Fonte	Pico	E (keV)	FWHM (keV)	Resolução (%)
^{137}Cs	Raio X	31.84 ± 0.22	4.8994 ± 0.0013	15.39 ± 0.11
	Absorção Total	666.25 ± 0.65	42.595 ± 0.011	6.3933 ± 0.0065
^{60}Co	Absorção Total 1	1172.79 ± 0.84	43.206 ± 0.011	3.6840 ± 0.0028
	Absorção Total 2	1329.68 ± 0.95	44.984 ± 0.012	3.3831 ± 0.0026
Desconhecida	Gaussiano 1	27.76 ± 0.12	5.6492 ± 0.0015	20.353 ± 0.089
	Quase Gaussiano 3	118.30 ± 0.25	8.3866 ± 0.0022	7.089 ± 0.015
Ambiente	Gaussiano 2	242.06 ± 0.22	13.8265 ± 0.0037	5.7121 ± 0.0055
	Gaussiano 8	603.17 ± 0.65	32.6919 ± 0.0086	5.4200 ± 0.0060
	Gaussiano 13	1451.35 ± 0.96	64.983 ± 0.017	4.4774 ± 0.0032

Como detector de cintilação utilizado funciona com efeito fotoelétrico, e este segue uma distribuição aproximadamente de Poisson, haverá uma energia média ω para a remoção de eletrões. No caso em que todos os eventos são independentes e a energia não é totalmente absorvida, a estatística é verdadeiramente de Poisson e tem-se:

$$R = \frac{\Delta E}{E} = 2.35 \sqrt{\frac{\omega}{E}} \quad (10)$$

Pelo que $R \propto \frac{1}{\sqrt{E}}$. Espera-se que, com o aumento da energia, o número médio de ionizações aumente e as flutuações estatísticas relativas diminuam. Fez-se um ajuste pelo método dos mínimos quadrados dos valores obtidos à seguinte expressão para testar a validade do modelo referido:

$$R = \sqrt{\frac{a}{E}} + b \quad (11)$$

Abaixo apresenta-se o ajuste, bem como os respetivos parâmetros resultantes:

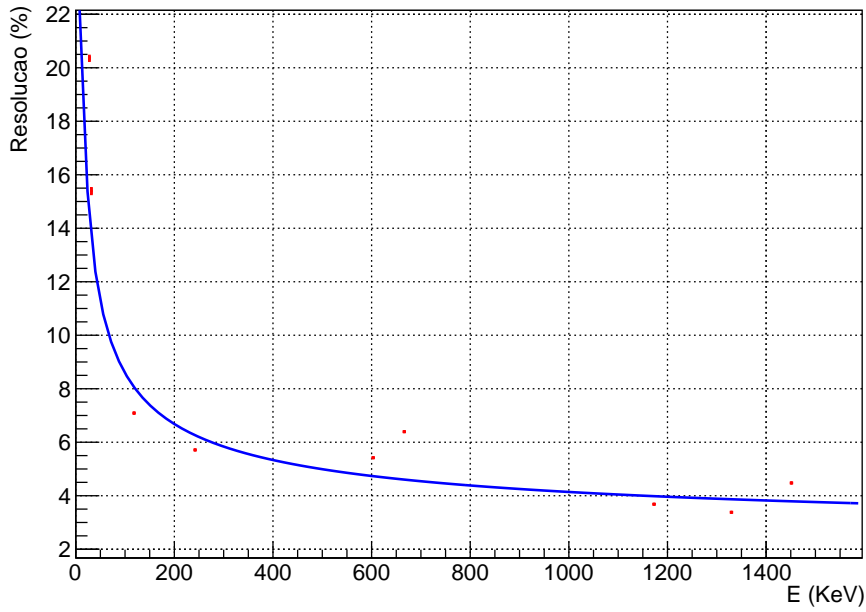


Figura 5: Ajuste obtido para a variação de R com E

Tabela 16: Parâmetros do ajuste da variação de R com E

a (KeV)	b	ngl	χ^2/ngl
4222 ± 18	2.0858 ± 0.0046	7	27391.3

O valor de χ^2/ngl é muito elevado, o que reflete que este modelo seja apenas uma aproximação para um caso simples de uma distribuição de Poisson perfeita com todos os eventos independentes. Para além disso, o facto de todos os erros estatísticos calculados serem tão diminutos contribui para o aumento deste valor. Isto deve-se pois a sistemas da montagem não considerados que afetam a resolução do detetor e se sobrepõem aos erros estatísticos. Devido aos mesmos, a largura a meia altura (FWHM) decai a uma taxa inferior à esperada com a energia. Note-se que estes erros estatísticos são distintos dos que afetam a calibração e as medições em energia. Por se tratarem de erros em resolução, estes sistemas englobam fenômenos com distribuições gaussianas como o ruído eletrónico ou flutuações na deriva de eletrões no interior do detetor, por exemplo.

A ordenada na origem já foi introduzida para detetar a existência de possíveis sistemas, pelo que o seu valor esperado era zero. Não sendo este valor englobado pelo erro associado ao parâmetro, aumenta assim a certeza de sistemas em resolução associados à montagem.

Já a validade do parâmetro a pode ser averiguada pela sua relação com a energia média de ionização ω :

$$\omega = \frac{a}{100^2 \cdot 2.35^2} \quad (12)$$

$$\delta_\omega = \frac{\delta_a}{100^2 \cdot 2.35^2} \quad (13)$$

Obtém-se assim $\omega = (76.45 \pm 0.33) \text{ eV}$, um valor superior e cuja incerteza não cobre a energia média esperada para ionização no detetor, cerca de 30 eV .

Apesar de se verificar a diminuição das flutuações estatísticas relativas com o aumento de energia, não é assim possível com os dados retirados corroborar o modelo proposto. No entanto, tomando em consideração a identificação de erros sistemáticos na experiência, não se pode negar a hipótese de que as ionizações seguem uma estatística de Poisson com acontecimentos independentes e que de facto R varia com $1/\sqrt{E}$.

5. Estudo da Lei de Atenuação de um feixe de partículas γ em placas de chumbo

Nesta parte do trabalho estudou-se a lei de Beer-Lambert, que descreve a atenuação da intensidade de um feixe de partículas (neste caso partículas γ) com a espessura de um material absorvedor que atravessa. O objetivo é determinar o coeficiente de absorção de massa do Chumbo, um bom absorvedor devido à sua densidade elevada. Isto faz com que o efeito fotoelétrico compita (em termos de secção eficaz) com difusões de Compton mesmo para fótons mais energéticos.

Efetuarão-se várias aquisições de $t_{aq} = 120 \text{ s}$ onde foram colocadas diferentes combinações de placas de chumbo, com diferentes espessuras ($g \cdot cm^{-2}$), entre uma fonte de ^{137}Cs e o detetor. Para a análise dos resultados, partindo da Lei de Beer-Lambert:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (14)$$

Ál' possÁvel chegar a

$$\ln(I_0/I) = \mu x \quad (15)$$

onde I Ál' a intensidade da radiaÁo apÁs atravessar o absorvedor, I_0 Ál' mesma intensidade sem atravessar este material, x corresponde Á espessura do material (gcm^{-2}) e μ ao coeficiente de absorÁo mássico total (cm^2g^{-1}) que se pretende determinar. Para o chumbo este tem um valor tabelado de $\mu_{Tab}=0.105\text{ cm}^2g^{-1}$. Tendo em conta que o nÁmero de contagens Ál' proporcional Á intensidade do feixe, entÁo

$$I_0/I = N_0/N \quad (16)$$

onde N_0 corresponde ao nÁmero de contagens na ausÁncia de absorvedor. Os dados obtidos encontram-se na tabela abaixo:

Tabela 17: Dados para o estudo da atenuaÁo do feixe

CombinaÁo	Espessura (gcm^{-2})	N_t	N_s	FWHM (Canal)	CentrÁside (Canal)	$\ln(N_0/N)$
0	0	42684 ± 207	$41373 \pm 266 (N_0)$	48.18	758.74 ± 0.1	0.0000 ± 0.0091
1	0.9	41219 ± 203	39263 ± 289	46.53	757.4 ± 0.10	0.0524 ± 0.0098
2	1.8	39122 ± 198	37101 ± 287	48.13	757.61 ± 0.11	0.109 ± 0.010
1+2	2.7	34873 ± 187	33153 ± 268	47.08	757.7 ± 0.11	0.222 ± 0.010
3	3.6	34295 ± 185	32514 ± 274	45.57	756.98 ± 0.11	0.241 ± 0.011
2+3	5.4	25563 ± 160	23440 ± 272	48.40	757.25 ± 0.13	0.568 ± 0.013
4	7.2	26604 ± 144	18661 ± 246	46.41	756.03 ± 0.14	0.796 ± 0.015

$$\sigma_{\ln(N_0/N)} = \sqrt{(\sigma_{N_s}/N_s)^2 + (\sigma_{N_0}/N_0)^2} \quad (17)$$

Recorrendo ao método dos mínimos quadrados, foi realizado um ajuste linear aos pontos experimentais, de forma a obter uma expressÁo para o valor de $\ln(N_0/N)$ em funÁo da espessura. Essa relaÁo espera-se linear, com o coeficiente de proporcionalidade correspondente ao coeficiente de absorÁo mássico total (15). No entanto, ajustaram-se os valores experimentais a uma expressÁo do tipo $y = ax + b$, sendo que a constante b , que tem como valor esperado zero, permite identificar a existÁncia de erros sistemÁticos. A energia teÁrica do fotÁo emitido pela fonte Ál' de $E_\gamma = 662keV$, verificando-se que o centrÁside do pico de absorÁo total analisado nÁo sofreu deslocamentos significativos durante a realizaÁo da experiÁncia, que nÁo possam ser atribuÁdos Á flutuaÁo estatÁstica.

O resultado do ajuste e respetivos parÁmetros encontram-se abaixo:

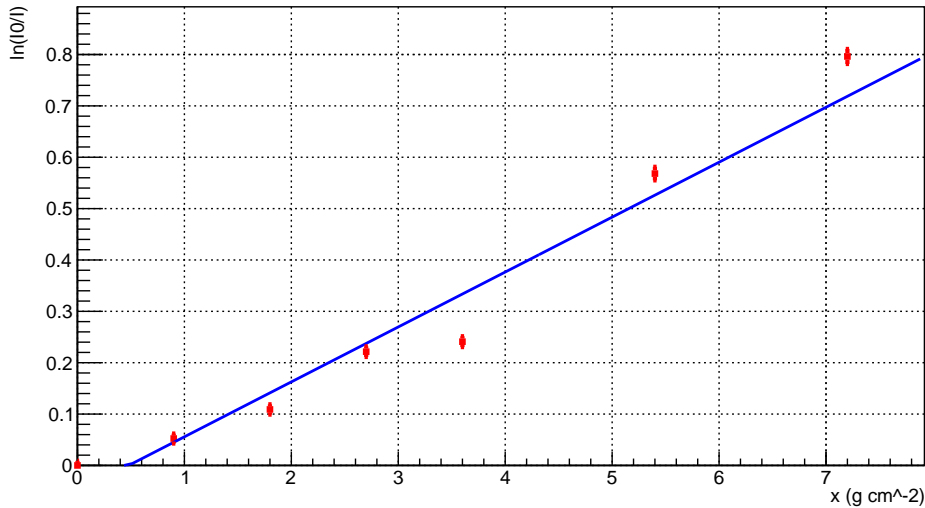


Figura 6: Ajuste para a verificaÁo da Lei de Beer-Lambert

Tabela 18: ParÁmetros do ajuste para a verificaÁo da Lei de Beer-Lambert

$a (gcm^{-2})$	b	n_{gl}	χ^2/n_{gl}
0.1069 ± 0.0019	$(-5.11 \pm 0.62) \times 10^{-2}$	5	31.91

Apesar do χ^2/n_{gl} ser relativamente elevado em relaÁo Á unidade, o valor experimental determinado para o coeficiente de absorÁo mássico total encontra-se muito prÁximo do esperado, com um desvio Á exatidÁo de 1.8%, e com um desvio em $\# \sigma$ de -1.02, pelo que se atribui grande confianÁa aos resultados obtidos. O valor de χ^2/n_{gl} tÁo elevado deve-se a eventuais erros sistemÁticos nÁo considerados, que se sobrepÁtem aos estatÁsticos, tambÁm visÁveis pelo facto do valor zero nÁo

estar contido no intervalo $]b - 3\sigma, b + 3\sigma[$, onde b é a ordenada na origem obtida no ajuste. No entanto, estes sistemas não correspondem na sua totalidade aos anteriores, pois este estudo é independente da calibração em energia e não terão os erros sistemáticos que lhe estão associados. Isto explica que ainda que o χ^2/n_{gl} seja algo maior que 1, o seu valor seja relativamente inferior aos χ^2/n_{gl} s que se obtiveram para outros ajustes que dependiam da calibração em energia. Por fim, os pontos utilizados para o ajuste estão igualmente espaçados levando a que sistemas em certas zonas se possam sobrepor ao erro estatístico global.