

# COINCIDÊNCIAS $\gamma\gamma$ - PET

Filipe Miguel (84381)  
Francisco Duque (84383)  
João Bravo (84390)

*Grupo 2C*  
*Laboratório de Física Experimental Avançada*  
*Profs. João Dias e Marta Fajardo*  
**MEFT**

*Departamento de Física*  
*Instituto Superior Técnico*  
*Universidade de Lisboa*

*2 Abril, 2018*



# Introdução Fenomenológica

Decaimento  $\beta^+$

$$p \longrightarrow n + e^+ + \nu$$

$$(Z, A) \longrightarrow (Z - 1, A) + e^+ + \nu$$

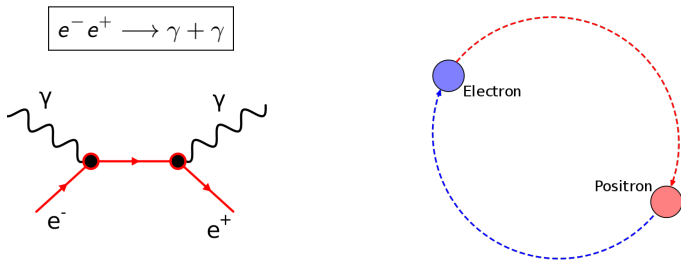
Ocorre em núclídeos de núcleo rico em prótons.

Espectro de energia contínuo.

$$\boxed{\beta^+} \left\{ \begin{array}{l} \text{Perdem energia em colisões inelásticas com elétrons atômicos} \\ \text{Defletidas a grandes ângulos} \end{array} \right.$$

# Introdução Fenomenológica

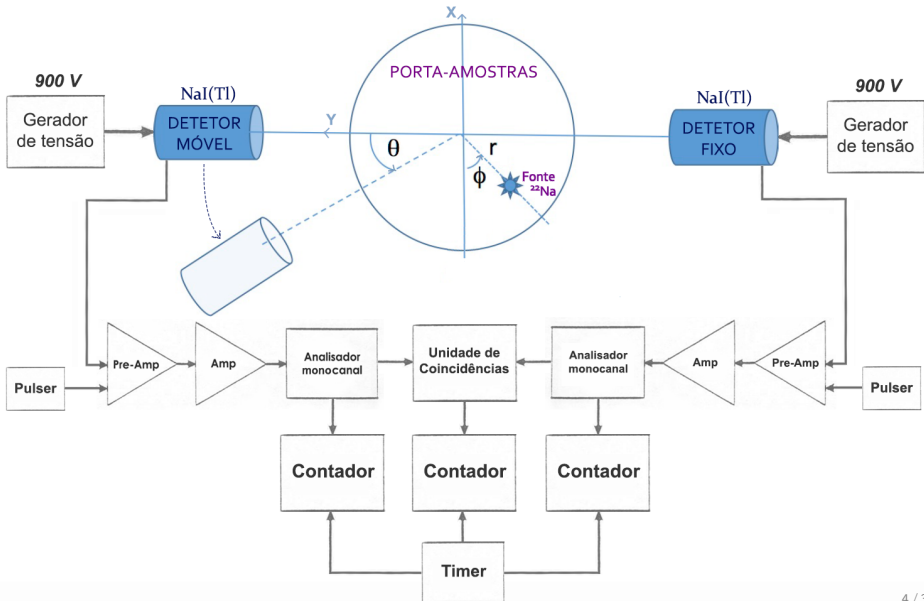
Positronium  $e^-e^+$



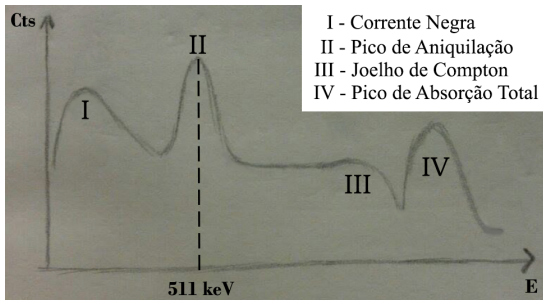
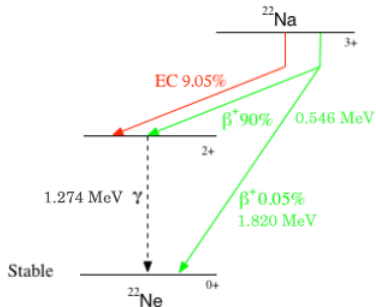
- Sucessivas transições até energia mínima
- Emissão de 2  $\gamma$  back-to-back (conserva momento linear)
- $\gamma \rightarrow$  trajetórias retílineas, interação pouco com o meio

# Montagem

Espectômetro nuclear duplo, mesa de correlações angulares, duas fontes de  $^{22}\text{Na}$



# Decaimento $\beta^+$ do $^{22}\text{Na}$



Principal decaimento emite partículas  $\beta^+$  com 546 keV.

# Eficiência do Fotópico

$$\epsilon_{geo_F} = \epsilon_{geo_M} \equiv \epsilon_g$$

$$\epsilon_{F/M} = \epsilon_{I_{F/M}} \epsilon_g$$

$$\epsilon_C = \epsilon_{I_F} \epsilon_{I_M} \epsilon_g$$

$$\epsilon_{I_{F/M}} = \frac{\epsilon_C}{\epsilon_{M/F}}$$

$$\overline{\epsilon_I} = \frac{\epsilon_C}{2} \left( \frac{1}{\epsilon_F} + \frac{1}{\epsilon_M} \right)$$

$N_C$	$N_F$	$N_M$	$\epsilon_{I_F}$	$\epsilon_{I_M}$	$\overline{\epsilon_I}$
$3964 \pm 63$	$13881 \pm 118$	$13819 \pm 118$	$0.2869 \pm 0.0052$	$0.2856 \pm 0.0051$	$0.2862 \pm 0.0049$

- Eficiências semelhantes
- $\overline{\epsilon_I}$  não é de 100% → energia dos fótons nem sempre absorvida nos detetores

# Dependência das coincidências fortuitas, $N_C^{fort}$

Dependência em  $\tau$

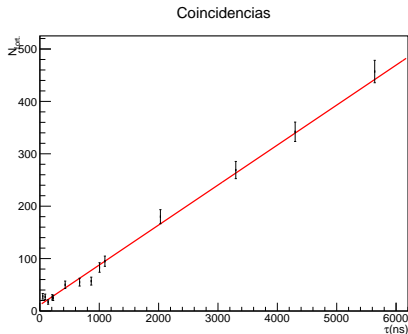
Detetores a  $\theta = 90^\circ$

Modelo Teórico:

$$N_C^{fort} = 2 N_{Fixo} N_{Movel} \frac{\tau}{T}$$

Ajuste ( $T = 20\text{ s}$ ):

$$N_C^{fort} = \overline{P_0} \tau + \overline{P_1}$$



$P0\text{ (cts}/\mu\text{s})$	$P1\text{ (cts)}$	$\chi^2/ndf$
$76.3 \pm 2.4$	$11.5 \pm 2.1$	1.82

- $\chi^2/ndf$  da ordem da unidade  $\rightarrow$  bons ajustes
- $P_1$  não nulo  $\rightarrow$  existência de coincidências fortuitas independentes da janela  $\leftrightarrow$  patamar de Compton do  $\gamma$  de  $1.274\text{ MeV}$

# Dependência das coincidências fortuitas, $N_C^{fort}$

Offset para  $\tau = 0$

$$\begin{aligned}\epsilon_{Fort_{\tau_0}} &= 2 \epsilon_g^2 \epsilon_I \epsilon_{I_{\gamma 1.274 Mev}} \\ \epsilon_{I_{\gamma 1.274 Mev}} &\simeq \epsilon_I \frac{N_T - N_S}{N_S} \\ \epsilon_{Fort_{\tau_0}} &\simeq 2 \epsilon_g \epsilon_I \frac{N_T - N_S}{N_S} \epsilon_F \\ \epsilon_g &\simeq \frac{R^2}{4 d^2} \simeq 4.7 \cdot 10^{-3} \\ N_F &= 27225 \implies N_{Fort_{\tau_0}} \sim 16\end{aligned}$$

- $N_T$  e  $N_S$  retirados por análise do espectro (logbook)
- $R$  e  $d$  estimados adiante
- Contagens previstas coerentes a  $2\sigma$  com offset anterior ( $P_1 = 11.5 \pm 2.1$ )
- Imprecisão do cálculo computacional de  $N_S \rightarrow$  resultado pouco preciso



# Dependência das coincidências fortuitas, $N_C^{fort}$

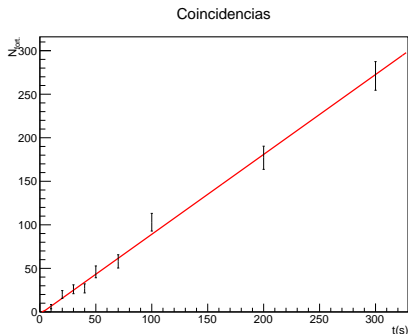
Detetores a  $\theta = 90^\circ$

Modelo Teórico:

$$N_C^{fort} = (2 R_{Fixo} R_{Movel} \tau + R_{Offset}) T$$

Ajuste ( $\tau = 48.4$  s):

$$N_C^{fort} = \overline{P_0} T + \overline{P_1}$$



$\overline{P_0}$ (cts/s)	$\overline{P_1}$ (cts)	$\chi^2/ndf$
$0.917 \pm 0.041$	$-2.6 \pm 2.1$	0.745

$2 R_{Fixo} R_{Movel} \tau + R_{Offset}$	$\overline{P_0}$ (cts)	$\delta(\# \sigma)$
$0.79 \pm 0.11$	$0.917 \pm 0.041$	1.08

- Offset nas contagens compatível a 0 em  $2\sigma$
- Correspondência a  $1\sigma$  do declive do ajuste  $\rightarrow$  validade do modelo teórico

# Distribuição das Coincidências

Fonte no Plano Equidistante aos Detetores - (0,0)

Ajuste a modelo gaussiano:

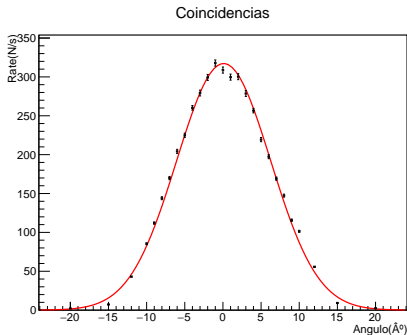
$$\frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \exp(-(\theta - \mu)^2/2\sigma^2)$$

Skewness:

$$S = \frac{\sum_i (\theta_i - \bar{\theta})^3 R_i}{\sigma^3 \sum_i R_i}$$

Kurtosis:

$$K = \frac{\sum_i (\theta_i - \bar{\theta})^4 R_i}{\sigma^4 \sum_i R_i}$$

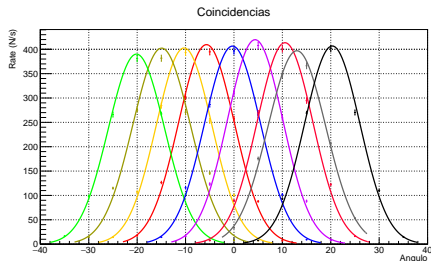


$A \text{ (cts/s)}$	$\mu(^{\circ})$	$\sigma(^{\circ})$	$\chi^2/ndf$	$S$	$K$
$1953.0 \pm 7.7$	$0.0966 \pm 0.0028$	$6.155 \pm 0.023$	16.63	0.020	1.569

- $S$  baixa  $\rightarrow$  boa simetria, mas perturbação visível no pico
- $K < 3 \rightarrow$  curva mais achatada que distribuição normal
- $\chi^2/ndf$  alto  $\rightarrow$  modelo gaussiano não é perfeito

# Distribuição das Coincidências

Fonte no Plano Equidistante aos Detetores - (x,0)



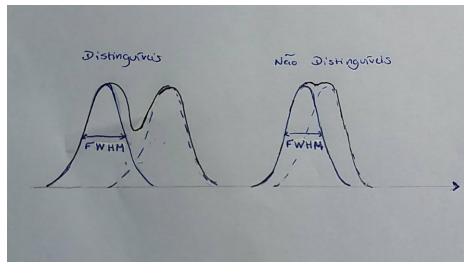
x (cm)	A (cts/s)	$\mu$ ( $^{\circ}$ )	$\sigma$ ( $^{\circ}$ )	$\chi^2 / Ndf$	S	K
-3.2	2263 $\pm$ 22	-20.138 $\pm$ 0.058	5.793 $\pm$ 0.039	22.81	-0.072	2.72
-2.4	2391 $\pm$ 23	-14.946 $\pm$ 0.058	5.935 $\pm$ 0.039	81.01	-0.052	2.66
-1.6	2303 $\pm$ 23	-10.298 $\pm$ 0.057	5.708 $\pm$ 0.037	26.03	-0.0045	2.75
-0.8	2357 $\pm$ 24	-5.685 $\pm$ 0.057	5.747 $\pm$ 0.037	20.23	-0.0090	2.71
0	2351 $\pm$ 24	-0.303 $\pm$ 0.059	5.773 $\pm$ 0.037	19.68	-0.0030	2.73
0.8	2395 $\pm$ 24	4.367 $\pm$ 0.058	5.696 $\pm$ 0.036	13.92	0.014	2.75
1.6	2370 $\pm$ 24	10.543 $\pm$ 0.057	5.7232 $\pm$ 0.036	19.2	0.032	2.72
2.4	2366 $\pm$ 23	12.999 $\pm$ 0.061	5.961 $\pm$ 0.047	5.9	-0.0010	2.19
3.2	2320 $\pm$ 23	20.307 $\pm$ 0.057	5.693 $\pm$ 0.038	20.02	0.065	2.76

$\left\{ \begin{array}{l} K < 3 \\ \chi^2 / ndf \text{ elevados} \\ \text{Melhores ajustes com ruído} \end{array} \right. \Rightarrow \text{modelo gaussiano não validado}$

# Distribuição da Correlação Angular

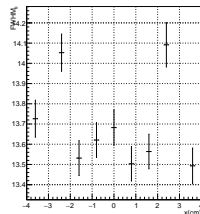
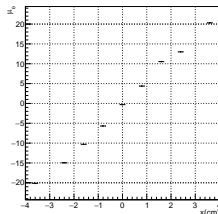
## Resolução Angular em $\theta$

- Picos  $\approx$  gaussianos com mesma amplitude  
→ distinguíveis se centróides afastados de  $FWHM$
- $FWHM_{\theta} \approx$  constantes  
⇔ distância fonte-detetor  
⇐ variação em  $x$



Média/desvio quadrático médio:

$$FWHM_{\theta} = 13.70 \pm 0.40 (^{\circ})$$



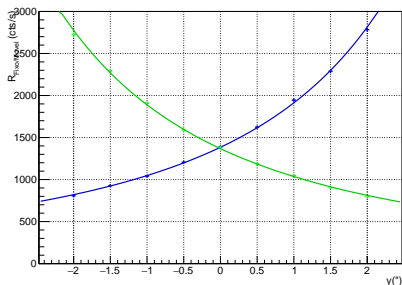
# Distribuição das Coincidências

Fonte no Eixo entre Detetores - (0,y)

Detetores alinhados ( $\theta = 0^\circ$ )

Rates  $\propto$  ângulo sólido:

$$R_{F/M} = \frac{A}{(d \pm y)^2}$$



detetor	A ( $10^3 \cdot \text{"}^2 \text{cts/s}$ )	d (")	$\chi^2/ndf$
fixo	$62.0 \pm 1.2$	$6.693 \pm 0.058$	1.0128
móvel	$61.6 \pm 1.2$	$6.709 \pm 0.058$	1.48086

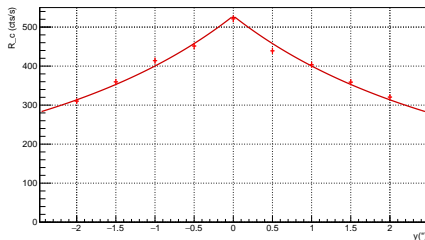
- $\chi^2/ndf$  da ordem da unidade  $\rightarrow$  boa qualidade do ajuste
- $d >$  distância dos detetores ao centro ( $6.14''$ ,  $15.6 \text{ cm}$ )  
 $\rightarrow$  livre percurso médio dos  $\gamma$  no detetor não negligenciável ( $\sim 1.3 \text{ cm}$ ).

# Distribuição das Coincidências

Fonte no Eixo entre Detetores - (0,y)

$R_C \rightarrow$  menor ângulo sólido:

$$R_C = \frac{A}{(d_{avg} - |y|)^2}$$



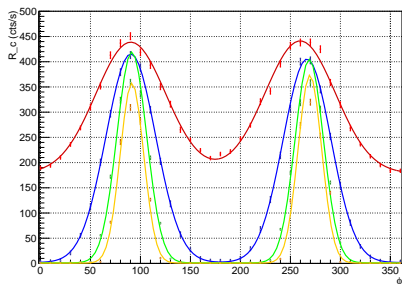
A ( $10^3 \cdot (")^2 \cdot \text{cts/s}$ )	d (") - <b>Fixo</b>	$\chi^2/ndf$
$23.74 \pm 0.13$	$6.7007 \pm 0.0082$	2.12

- $\chi^2/ndf$  da ordem da unidade  $\rightarrow$  boa qualidade do ajuste
- $A$  diminui para  $1/3 \rightarrow$  eficiência do fotópico

# Distribuição das Coincidências

Rotação do Porta-amostras -  $(r, \phi)$

$$\begin{aligned} & \frac{A_1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp(-(\theta - \mu_1)^2/2\sigma_1^2) \\ & + \frac{A_2}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp(-(\theta - \mu_2)^2/2\sigma_2^2) \\ & + \text{Off} \end{aligned}$$



$r$ (")	$A_1$ (cts/s)	$\mu_1$ (°)	$\sigma_1$ (°)	S	K	$A_2$ (cts/s)	$\mu_2$ (°)	$\sigma_2$ (°)	Off (cts)	S	K	$\chi^2/ndf$
0.5	$260.6 \pm 3.4$	$90.317 \pm 0.375$	$34.964 \pm 0.516$	-0.11	3.90	$263.1 \pm 3.3$	$259.776 \pm 0.372$	$32.5 \pm 0.518$	$178.2 \pm 2.1$	0.16	3.49	2.333
1.0	$414.3 \pm 3.7$	$90.392 \pm 0.236$	$24.157 \pm 0.208$	0.0039	3.67	$404.3 \pm 3.8$	$266.496 \pm 0.242$	$24.102 \pm 0.218$	$1.715 \pm 1.025$	-0.080	3.71	0.468
1.5	$418.2 \pm 3.7$	$91.295 \pm 0.058$	$14.868 \pm 0.053$	-0.11	5.87	$403.8 \pm 3.7$	$268.832 \pm 0.092$	$14.195 \pm 0.056$	$1.109 \pm 0.067$	-0.12	6.32	37.12
2	$357.1 \pm 4.0$	$91.496 \pm 0.102$	$11.737 \pm 0.066$	-0.044	7.19	$372.9 \pm 4.0$	$269.470 \pm 0.106$	$11.807 \pm 0.063$	$0.6335 \pm 0.0930$	-0.059	7.05	43.29

- Maior raio  $\rightarrow$  maior região angular de sombra  $\rightarrow$  ajustes com pior qualidade
- Kurtosis  $> 3 \rightarrow$  FWHM sobrestimada
- Centróides do ramo direito com *offset*  $\Leftrightarrow$  perturbações da fonte no porta amostras.

# Distribuição das Coincidências

## Limites da Área de Detecção

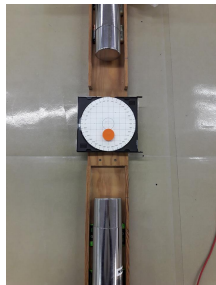
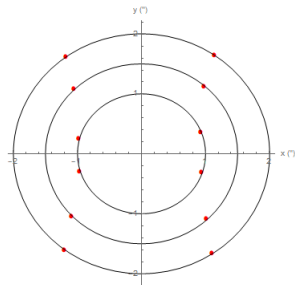
Limites:  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$   
quando  $r > R_{detetor}$

$$x_{\pm} = r \cos(\mu_i \pm 3\sigma_i)$$

$$y_{\pm} = r \sin(\mu_i \pm 3\sigma_i)$$

$x_{esq} (")$	$x_{dir} (")$
$-0.962 \pm 0.018$	$0.941 \pm 0.013$

Assimetria:  
eixo entre detetores  
vs. eixo do porta-amostras





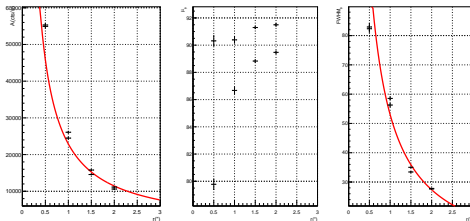
# Distribuição das Coincidências

Resolução Angular em  $\phi$

$Rates(r)$  e  $FWHM_{\phi}(r)$ :

$$f(r) = b_{\infty} + \frac{a}{r^{\alpha}}$$

$\rightarrow \alpha = 1$ :



	$b_{\infty}$	$a$	$\chi^2/ndf$
$FWHM_{\phi}$	$1.7 \pm 1.7 (^{\circ})$	$51.3 \pm 2.8 ('' ^{\circ})$	4.78
$A$	$0 \pm 60$ (cts/s)	$22883 \pm 307$ ( $''$ cts/s)	3.45

- $\chi^2/ndf$  da ordem da unidade  $\rightarrow$  boa qualidade do ajuste
- $b_{\infty}$  compatíveis com assíntota horizontal nula

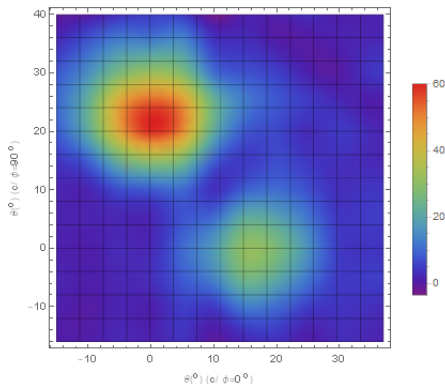
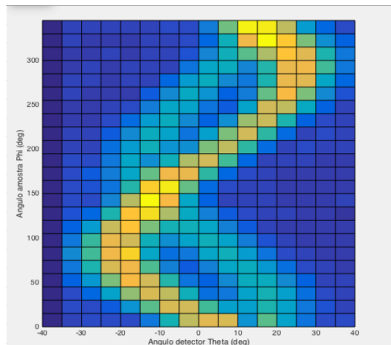
# Sinograma e Reconstrução Tomográfica

## Posição das Fontes e recolha de dados

- 2 fontes:  $A_{Forte} \sim 2A_{Fraca}$
- Ajuste  $A(r) \rightarrow$  contagens semelhantes se  $r_{Forte} = 1.5''$  e  $r_{Fraca} = 1''$
- Desfasamento de  $90^\circ$  entre fontes  $\rightarrow$  região de sombra de uma coincidente com pico da outra
- Passos na aquisição  $\simeq FMWH_{\phi/\theta}/2$  ( $15^\circ$  e  $5^\circ$ )
- Inclusão de caudas da fonte forte  $\rightarrow$  varrimento em  $\theta \in [-35^\circ, 35^\circ]$

# Sinograma e Reconstrução Tomográfica

## Gráficos



- Dois picos desfasados de  $90^\circ$
- Pico mais intenso  $\rightarrow$  mais afastado da origem

# Sinograma e Reconstrução Tomográfica

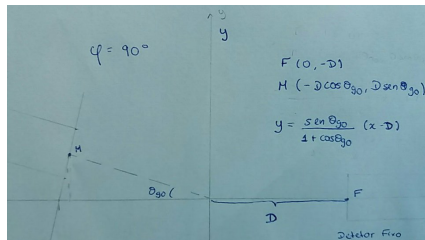
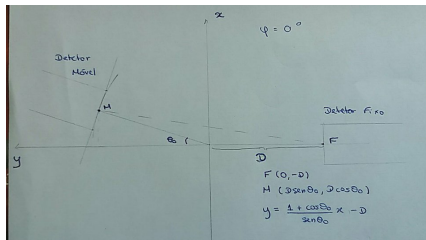
## Resultados

- $\theta_{0_{Max}}$  ,  $\theta_{90_{Max}}$  : valor médio e desvio médio  $\rightarrow$  integração numérica em  $[\bar{\theta}_{\alpha}-FWHM_{\alpha}, \bar{\theta}_{\alpha}+FWHM_{\alpha}]$
- Iterar até convergência

	$\theta_0$ ( $^{\circ}$ )	$\theta_{90}$ ( $^{\circ}$ )
Fonte Fraca	$16.53 \pm 5.01$	$-0.21 \pm 4.99$
Fonte Forte	$0.19 \pm 5.07$	$-23.53 \pm 6.09$

# Sinograma e Reconstrução Tomográfica

## Resultados



$$x = D \frac{\sin \theta_0 (1 + \cos \theta_0) + \sin \theta_0 \sin \theta_{90}}{(1 + \cos \theta_{90}) (1 + \cos \theta_0) + \sin \theta_0 \sin \theta_{90}}$$

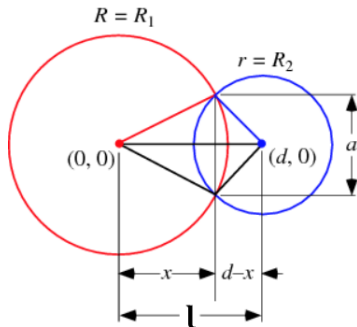
$$D = 6.7''$$

	$x (")$	$\delta_x (\#\sigma)$	$y (")$	$\delta_y (\#\sigma)$
Fonte Fraca	$0.965 \pm 0.304$	-0.115	$-0.010 \pm 0.277$	-0.036
Fonte Forte	$0.013 \pm 0.310$	0.042	$1.383 \pm 0.338$	-0.346

- Resultados concordantes com posição original  $\rightarrow$  método experimental eficaz

# Estudo geral das Distribuições Angulares

## Modelo Teórico



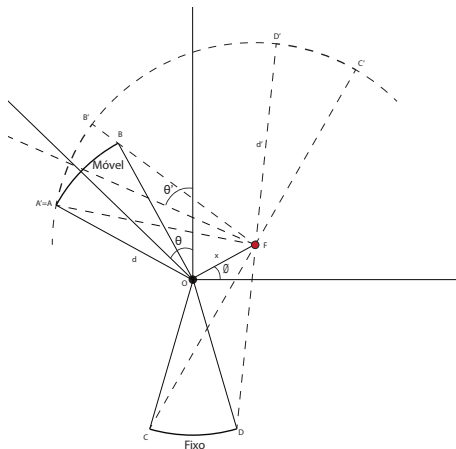
- Intersectar projeção de A com projeção inversa de B
- Desprezar excentricidade das projeções

→ fórmula geral de interseção círculo-círculo

$$A(R_1, R_2, l) = R_1^2 \arccos \left( \frac{l^2 + R_1^2 - R_2^2}{2lR_1} \right) + R_2^2 \arccos \left( \frac{l^2 - R_1^2 + R_2^2}{2lR_2} \right) - \frac{1}{2} \sqrt{(-l + R_1 + R_2)(l - R_1 + R_2)(l + R_1 - R_2)(l + R_1 + R_2)}$$

# Estudo geral das Distribuições Angulares

## Modelo Teórico



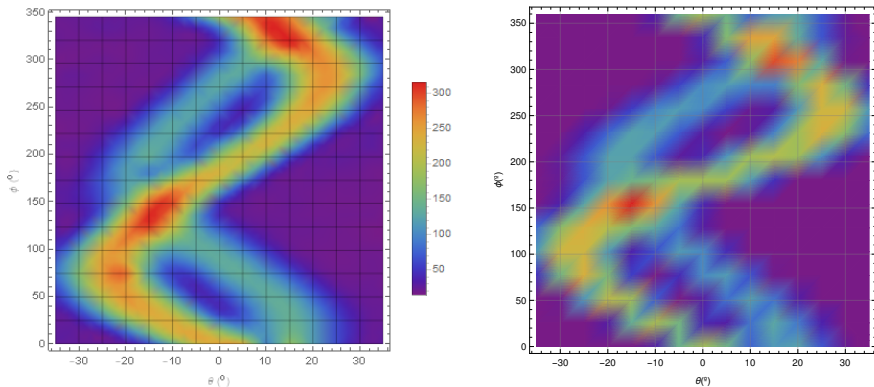
- Raio de projeção:  $\overline{FA}$
- Parâmetros calculados geometricamente (*logbook*)
- Distâncias fonte-centro pequenas  
→ excentricidade desprezável  
→ melhores resultados

$$\Omega_C(\theta, \phi, x, d, R) = \frac{A(R'_{\text{Fixo}}, R'_{\text{Móvel}}, \Delta_l)}{d'^2}$$

# Estudo geral das Distribuições Angulares

## Previsão do Sinograma

### Resultados experimentais vs. Modelo teórico

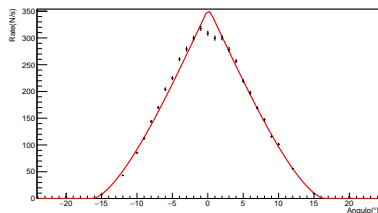


Correspondência quase total  $\rightarrow$  validade do modelo



# Estudo geral das Distribuições Angulares

Fonte no Plano Equidistante aos Detetores - (0,0)

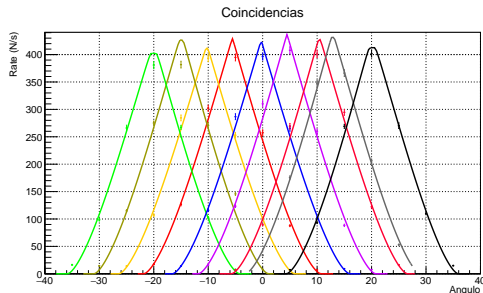


Parâmetro	Valor
$R (")$	$0.920 \pm 0.011$
$d (")$	$6.570 \pm 0.058$
$x_0 (")$	$-0.194 \pm 0.167$
$A (10^3 cts/s)$	$5.780 \pm 0.063$
$\theta_0 (^\circ)$	$3.5 \pm 2.9$
$\chi^2/ndf$	27.88

- $\chi^2/ndf$  superior ao obtido com gaussiana (16.63)  $\rightarrow$  má qualidade dos dados
- $\theta$  ,  $x$ : sistemáticos compatíveis com 0 a  $2\sigma$
- Raio do detetor coerente com estimativa ( $\sim 1''$ )
- Distância  $d$  inferior à obtida na variação no eixo (6.7007 ")  
 $\rightarrow$  livre percurso médio dos  $\gamma \sim 1.1cm$

# Estudo geral das Distribuições Angulares

Fonte no Plano Equidistante aos Detetores - (x,0)



Parâmetros fixos:

$R \text{ ("})$	0.920
$d \text{ ("})$	6.701
$\theta_0 \text{ (}^\circ)$	0
$\phi_0 \text{ (}^\circ)$	0

$x \text{ (cm)}$	$A$	$\chi^2/ndf$
$-0.8273 \pm 0.0074$	$7006.4 \pm 74.2$	8.1884
$-1.5263 \pm 0.0077$	$6811.7 \pm 72.1$	5.7916
$-2.2326 \pm 0.0074$	$7174.0 \pm 64.5$	33.739
$-3.0038 \pm 0.0071$	$6951.7 \pm 66.5$	19.669
$-0.0412 \pm 0.0078$	$6932.7 \pm 73.3$	5.4012
$0.6641 \pm 0.0075$	$7117.9 \pm 75.5$	9.9867
$1.5538 \pm 0.0074$	$7063.9 \pm 74.7$	8.8625
$1.9218 \pm 0.0088$	$7195.5 \pm 73.7$	7.5493
$3.0207 \pm 0.0070$	$7137.6 \pm 68.6$	11.993

$\chi^2/ndf$  menores  $\rightarrow$  validade do modelo teórico

# Estudo geral das Distribuições Angulares

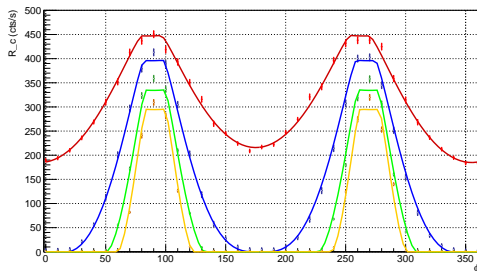
Fonte no Plano Equidistante aos Detetores - (x,0)

$x_{\text{Medição}} (\pm 0.05 \text{ cm})$	$x_{\text{Fit}} (\text{cm})$	$\delta (\text{cm})$	$\delta (\# \sigma)$
-3.2	$-3.0038 \pm 0.0071$	0.1962	3.89
-2.4	$-2.2326 \pm 0.0074$	0.1674	3.31
-1.6	$-1.5263 \pm 0.0077$	0.0737	1.46
-0.8	$-0.8273 \pm 0.0074$	-0.0273	0.54
0	$-0.0412 \pm 0.0078$	-0.0412	0.81
0.8	$0.6641 \pm 0.0075$	-0.1359	2.69
1.6	$1.5538 \pm 0.0074$	-0.0462	0.91
2.4	$1.9218 \pm 0.0088$	-0.4782	9.42
3.2	$3.0207 \pm 0.0070$	-0.1793	3.55

- Distâncias fonte-centro pequenas concordantes com teoria  
→ validade do novo modelo
- Distâncias maiores subestimadas → excentricidade não nula das projeções

# Estudo geral das Distribuições Angulares

Rotação do Porta-amostras -  $(r, \phi)$



Parâmetros fixos:

$$\begin{array}{l|l} R \text{ (") } & 0.920 \\ d \text{ (") } & 6.701 \end{array}$$

$\phi_0(^{\circ})$	$\theta_0(^{\circ})$	$x(^{\circ})$	A (cts/s)	$\chi^2/Ndf$
$5.180 \pm 0.284$	$0.443 \pm 0.020$	$0.4652 \pm 0.0026$	$8312.2 \pm 41.8$	1.688
$1.757 \pm 0.167$	$0.453 \pm 0.039$	$0.9718 \pm 0.0044$	$8437.8 \pm 54.4$	2.036
$0.215 \pm 0.059$	$0.551 \pm 0.023$	$1.4435 \pm 0.0031$	$8032.8 \pm 50.5$	31.47
$-0.486 \pm 0.068$	$0.421 \pm 0.033$	$1.8077 \pm 0.0056$	$7725.5 \pm 59.3$	12.01

- $\chi^2/ndf$  menores  $\rightarrow$  validade do novo modelo
- Pior ajuste para maiores distâncias  $\rightarrow$  falha das aproximações assumidas
- Offset geral em  $\theta$  incompatível com 0  $\rightarrow$  desalinhamento da montagem

# Estudo geral das Distribuições Angulares

Rotação do Porta-amostras -  $(r, \phi)$

$r_{\text{Medição}} (")$	$r_{\text{Fit}} (")$	$\delta (")$	$\delta (\# \sigma)$	$\phi_{\text{Medição}} (^\circ)$	$\phi_{\text{Fit}} (^\circ)$	$\delta (^\circ)$	$\delta (\# \sigma)$
$0.5 \pm 0.02$	$0.4652 \pm 0.0026$	-0.0348	-1.72	$0 \pm 2.29$	$5.180 \pm 0.284$	5.180	2.24
$1 \pm 0.02$	$0.9718 \pm 0.0044$	-0.0282	-1.38	$0 \pm 1.15$	$1.757 \pm 0.167$	1.757	1.52
$1.5 \pm 0.02$	$1.4435 \pm 0.0031$	-0.0565	-2.79	$0 \pm 0.76$	$0.215 \pm 0.059$	0.215	0.28
$2 \pm 0.02$	$1.8077 \pm 0.0056$	-0.1923	-9.26	$0 \pm 0.57$	$-0.486 \pm 0.068$	-0.486	-0.84

- Distâncias fonte-centro pequenas concordantes com teoria
- Distâncias maiores subestimadas
- Offset em  $\phi$  menor para distâncias superiores  $\rightarrow$  menor influência da incerteza na escala

# Estudo geral das Distribuições Angulares

## Sinograma - Tratamento do Ruído

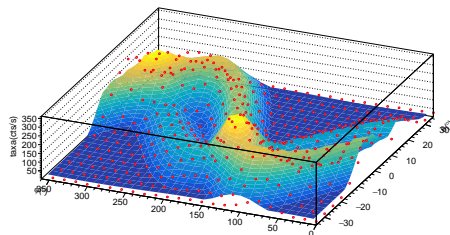
- Contagens fortuitas não desprezáveis  
(lapso: janela de coincidências  $\rightarrow 5600 \text{ ns}$ )
- $W \rightarrow$  fonte fraca,  $S \rightarrow$  fonte forte
- Ajuste do Sinograma a soma de duas instâncias do modelo geométrico e respectivas contribuições de ruído

$$R_{\text{noise (W/S)}} = 2\Omega_A\Omega_B\tau \frac{A_{W/S}}{\epsilon_I^2}$$

$$R_{\text{Fit}}(\theta, \phi) = A_S \cdot \Omega_{C_S} + A_W \cdot \Omega_{C_W} + R_{\text{noise (S)}} + R_{\text{noise (W)}}$$

# Estudo geral das Distribuições Angulares

## Ajuste aos dados do Sinograma



### Parâmetros fixos:

$$\begin{array}{l|l} R \text{ (") } & 0.920 \\ d \text{ (") } & 6.701 \end{array}$$

### Resultados:

$$\begin{array}{l|l} \chi^2/ndf & 46.9824 \\ \epsilon_I & 0.18987 \pm 0.00089 \end{array}$$

Fonte Fraca		
$\phi_0(^{\circ})$	$r(^{\circ})$	$A(\text{cts/s})$
$0.0091 \pm 0.1656$	$0.97944 \pm 0.00233$	$2130.2 \pm 12.0$

Fonte Forte		
$\phi_0(^{\circ})$	$r(^{\circ})$	$A(\text{cts/s})$
$90.1154 \pm 0.1243$	$1.34188 \pm 0.00241$	$4202.8 \pm 17.0$

	x	$\delta_x(\# \sigma)$	y	$\delta_y(\# \sigma)$
Fonte Fraca	$0.9794 \pm 0.0023$	-1.0212	$0.0002 \pm 0.0028$	0.0077
Fonte Forte	$-0.0027 \pm 0.0029$	-0.1337	$1.3419 \pm 0.0024$	-7.8493

- $\chi^2/ndf$  elevado  $\rightarrow$  sistemáticos na montagem/adequação imperfeita do modelo
- $\epsilon_I$  30 % menor que estimado  $\rightarrow$  descrição do ruído imperfeita
- $A_S \approx 2A_W \rightarrow$  concordante com atividades medidas
- Resultados mais precisos que obtidos pela inversa de Rádón
- Resultados concordantes com posição original, mas desvio em  $8\sigma$  de  $y_{\text{Forte}}$  em ambos os modelos  $\rightarrow$  montagem

# Referências

- [1] Março 2018,  
Guião da Experiência *Coincidências  $\gamma\gamma$ -PET* - LFEA
- [2] Março 2018,  
Guião da Experiência *Annihilation Radiation Coincidence Studies with  $^{22}\text{Na}$*
- [3] Fernandes, Hugo; 2009,  
*Reconstrução de Imagem PET por Decomposição do Sinograma (Cap. 2)*,  
IBILI
- [4] Março 2018,  
<http://mathworld.wolfram.com/Circle-CircleIntersection.html>