

Coincidências $\gamma\gamma$ - PET

Gonalo Castro 78497, Ant3nio Costa 78653, and Maria Carolina Amoedo 78700

Instituto Superior T3cnico

Mestrado em Engenharia F3sica Tecnol3gica

Laborat3rio de F3sica Experimental Avanada

(Dated: Maro de 2016)

Com este trabalho pretendeu-se estudar a geometria da emiss3o de γ 's de aniquila3o para uma fonte de ^{22}Na . Numa primeira parte, estudou-se a correla3o angular dos dois γ 's de aniquila3o com a fonte equidistante dos dois detectores, tendo-se obtido uma distribui3o normal centrada em $\mu = 0.08 \pm 0.06$ e $\sigma = 4.52 \pm 0.04$. Posteriormente, com vista a caracterizar a dete3o em fun3o da posi3o da fonte, estudou-se o n3mero de coincid3ncias em fun3o da posi3o da mesma ao longo do eixo dos detetores, do eixo perpendicular a este, assim como para rota3es do porta-amstras. Com base nos conhecimentos anteriores, efectuou-se um mapa de resposta em coincid3ncias $\gamma - \gamma$ (sinograma) para duas fontes, com r3cio de atividades aproximado de 8:1. A partir deste obteve-se uma imagem reconstru3da das posi3es das fontes (topografia PET).

I. INTRODU3O TE3RICA

Neste trabalho estudam-se as coincid3ncias resultantes do decaimento β^+ , usando para isso uma fonte de Na^{22} . Este is3topo apresenta os seguintes decaimentos:

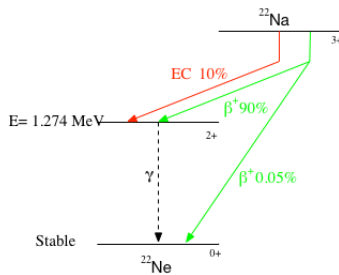


Figura 1: Esquema de Decaimento ^{22}Na

O decaimento β^+ 3 caracterizado pela convers3o dum prot3o num neutr3o, neutrino e positr3o. O positr3o vai ent3o interatuar com os el3tr3es at3micos do meio, perdendo energia at3 ficar com a energia t3pica destes. Nessa altura 3 capaz de capturar um el3tr3o, dando origem a um positr3o. Este 3 criado num estado excitado, ocorrendo transi3es at3 chegar a um estado de energia m3nima no qual ocorre a aniquila3o, dando origem a dois f3t3es, emitidos na mesma dire3o mas em sentidos opostos, cada um com 511 KeV, de acordo com as conserva3es de energia e momento.

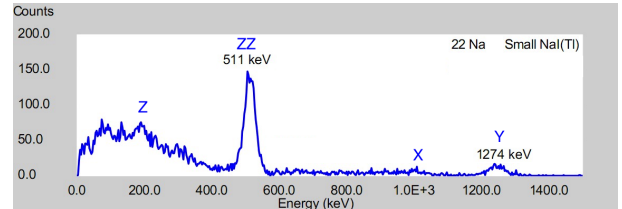


Figura 2: Espectro ^{22}Na

Obt3m-se assim, em cada um dos detetores, um espectro semelhante ao anterior, onde 3 poss3vel identificar claramente um pico correspondente a um dos f3t3es emitidos (pico 511 KeV). Consegue-se ainda identificar o joelho de Compton (pico X), o pico de absor33o total (pico Y) e a corrente negra (m3ximo da distribui3o em Z). No laborat3rio foi ainda poss3vel a dete33o de um pico de retrodifus3o identificado com pertencente ao ^{40}K , proveniente da radia33o ambiente.

3 considerada uma coincid3ncia de dois γ 's quando numa janela temporal τ s3o registados dois eventos com energia dentro do intervalo considerado para o pico de aniquila33o ZZ, um em cada um dos detetores utilizados. Uma vez que s3o se pode considerar que este 3 um evento de aniquila33o se os dois γ 's chegassem aos detetores ao mesmo tempo, ent3o h3 que ter em conta que nem todas as coincid3ncias s3o deste tipo, podendo haver, portanto, coincid3ncias fortuitas. O n3mero de coincid3ncias fortuitas (N_F) pode ser calculado teoricamente pela equa33o

abaixo, na qual N_A e N_B corresponde ao número de contagens registadas no detector A e B, respetivamente, τ é a janela temporal utilizada e Δt é o tempo de aquisição.

$$N_F = 2N_A N_B \frac{\tau}{\Delta t} \quad (1)$$

As taxas associadas aos eventos estão, neste aparato experimental, relacionadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} R_{A/B} &\propto A \varepsilon_{geo} \varepsilon_{int A/B} \\ R_C &\propto A \varepsilon_{geo} \varepsilon_{int A} \varepsilon_{int B} \end{aligned} \quad (2)$$

onde $R_{A/B}$ representam as taxas de contagens do detector A e B, respetivamente, e R_C a taxa de contagem de coincidências (detecção em simultâneo de um fóton em cada um dos detetores). A corresponde à atividade da fonte. O fator da eficiência geométrica é igual em ambos os casos, dado que a secção eficaz é igual para a detecção de um evento ou de uma coincidência, porém no cálculo da eficiência intrínseca das coincidências é necessário ter em conta as eficiências dos dois detetores. Fazendo a razão entre as taxas presentes em 2, podemos estimar a eficiência do fotopico.

$$\varepsilon_{int A} = \frac{R_C}{R_B} \quad \varepsilon_{int B} = \frac{R_C}{R_A} \quad (3)$$

A partir da medição das contagens emitidas por uma dada fonte é possível obter, projectando-se nos ângulos associados, a transformada de Radon da fonte, que será neste caso um conjunto de ondas sinusoidais, ao que se dá o nome de sinograma.

Aplicando a inversa da transformada de Radon ao sinograma é possível chegar a uma reconstrução e obter o sistema original, conceito associado à tomografia.

II. ESQUEMA DE MONTAGEM

Cada sessão é iniciada pela escolha dos limiares V1 e V2 de cada um dos analisadores monocanal (*timing SCA*) de modo a isolar o pico de aniquilação de 511 keV e criar uma porta lógica para o mesmo, considerando a largura do pico $[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma]$. Para concluir tal objetivo tem que se proceder a aquisição do espectro detetado em cada um todos dos detetores (A e B), segundo o esquema 3.

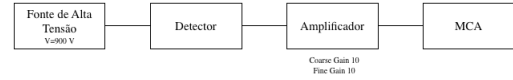


Figura 3: Esquema para a aquisição do espectro emitido pela fonte de Na^{22} . Válido para ambos os detetores

Do espectro adquirido, infere-se o intervalo $[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma]$ a considerar e, com o auxílio do *pulser*, faz-se uma correspondência entre canal e tensão, de acordo com o esquema 4.

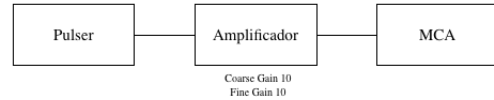


Figura 4: Esquema para correspondência entre canal e tensão de modo a definir os limites V1 e V2

Por fim, definem-se os limites superior e inferior do *timing SCA*, de modo a criar uma porta lógica que define que qualquer impulso dentro dos limites definidos corresponde a uma potencial aniquilação, uma vez que tem a energia/tensão característica da mesma. Para tal, considera-se a montagem esquematizada em 5.

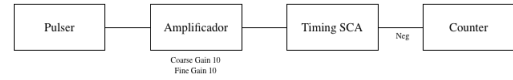


Figura 5: Esquema para a regulação dos limiares V1 e V2 de cada um dos *timing SCA*

As coincidências vão ser contadas através da montagem

7.

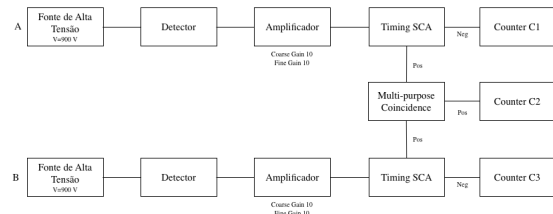


Figura 6: Esquema de montagem para a contagem de coincidências

Para estudar a correlação angular dos dois γ 's emitidos pela fonte, adota-se a montagem seguinte, na qual a fonte é colocada no centro do porta-alvos, um detetor é fixo e o

outro é móvel, podendo rodar segundo θ .

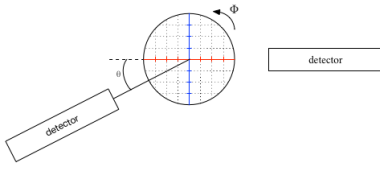


Figura 7: Esquema de montagem para posições dos detectores, porta-alvos e fonte

O eixo a vermelho corresponde ao eixo dos detectores, enquanto que o eixo a azul corresponde ao eixo perpendicular aos detectores. As rotações do porta-alvos são feitas segundo o ângulo ϕ assinalado na figura.

III. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A. Eficiência do fotopico

A eficiência do fotopico é estimada a partir do rácio entre a taxa de contagens de coincidências e as taxas de contagens simples. As taxas de contagem simples têm que ser corrigidas segundo um fator f que tem em conta o facto de no intervalo de energias do fotopico existirem eventos com física diferente do pico de aniquilação, por exemplo ruído da corrente negra. Assim sendo, este fator é calculado através da razão entre eventos de sinal (ROI_{net}) e eventos totais (ROI_{int}). O cálculo é feito para cada um dos detectores, A e B.

Detetor	ROI_{net}	ROI_{int}	f
A	13131 ± 275	18883 ± 137	0.70 ± 0.02
B	11219 ± 230	15251 ± 123	0.74 ± 0.02

Tabela I: Factor de correcção das contagens simples para cada detector

Tendo em conta as contagens simples corrigidas e em coincidência para a fonte equidistante dos detectores, com estes perfeitamente alinhados ($\theta=0^\circ$), pode calcular-se as taxas de contagem e as eficiências intrínsecas para cada um dos detectores a partir das relações 3, sendo os resultados apresentados nas tabelas II e III, respectivamente.

As eficiências intrínsecas dos detectores são compatíveis dentro do erro experimental.

Evento	Taxa	Taxa Corrigida
Detector A	34.83 ± 1.08	24.22 ± 1.39
Detector B	33.07 ± 1.05	24.32 ± 1.39
Coincidências	8.80 ± 0.54	-

Tabela II: Taxas de contagens para os detectores A e B e de coincidências

Detector	ϵ_{int} (%)
A	$36,33 \pm 2,50$
B	$36,18 \pm 2,51$

Tabela III: Eficiência Fotopico para os detectores A e B

B. Verificação das coincidências fortuitas

Para verificação dos eventos fortuitos, colocam-se os detectores a $\theta = 90$ para garantir que qualquer coincidência detetada não pertence a um evento de aniquilação.

Recolheram-se, em 4 longas aquisições, os dados apresentados na tabela V

τ (ns)	Δt (s)	N_A	N_B	N_F
6250	600	22087 ± 149	21676 ± 147	15 ± 4
5000	600	20237 ± 142	21195 ± 146	11 ± 3
1250	600	19764 ± 141	20167 ± 142	5 ± 2
250	300	10489 ± 102	9642 ± 98	1 ± 1

Tabela IV: Coincidências Fortuitas

Uma vez consideradas as taxas de contagens de eventos fortuitos realizou-se o ajuste a uma equação do tipo $y = p_0 + p_1 x$ pelo método dos mínimos quadrados aos pares de dados (τ, R_F) . Este ajuste é realizado tendo por base a relação 1, que nos diz que $R_F \propto \tau$.

O valor de χ^2 do ajuste é 0.11, justificável pelo facto de os erros serem bastante grandes.

O ajuste realizado apenas com valores experimentais, denota que existe um offset dado pelo parâmetro p_0 , o qual indica que mesmo que $\tau \rightarrow 0$ ainda seriam detetadas experimentalmente coincidências fortuitas. Ainda que tal não esteja de acordo com o modelo teórico apresentado em 1, note-se que este valor inclui o valor esperado a menos de $1,1\sigma$, logo pode considerar-se o ajuste razoável. Se pela reta de ajuste calcularmos a taxa de coincidências para o τ utilizado durante o resto da atividade experimental ($\tau = 50ns$), obtemos $R_F = (3,228 \pm 0.048) \times 10^{-3} (s^{-1})$,

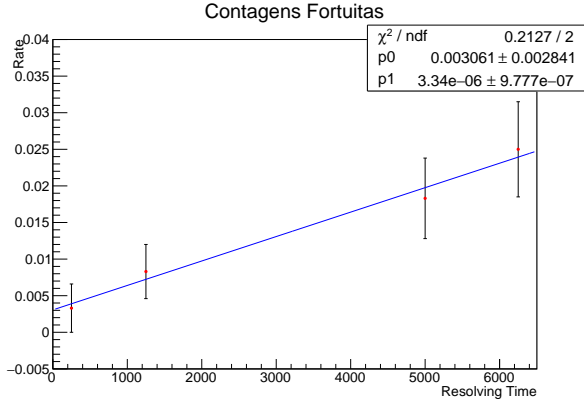


Figura 8: Taxa de coincidências fortuitas em função da janela temporal τ considerada

perfeitamente desprezável face às taxas de contagens e erros associados às mesmas.

Comparam-se ainda as taxas de contagens verificadas experimentalmente e as previstas pela relação 1. É de notar que quanto maior a janela de coincidência, mais afastados do modelo teórica estão os resultados experimentais. Isto reforça o facto de para o resto da atividade experimental na qual $\tau = 50ns$, as taxas de fortuitos sejam desprezáveis.

τ (ns)	$R_F \cdot 10^{-3} (s^{-1})$	$R_{Teor} \cdot 10^{-3} (s^{-1})$	$\Delta \cdot 10^{-3}$
6250	25.0 ± 6.5	16.62 ± 0.16	8.4
5000	18.3 ± 5.5	11.91 ± 0.12	6.4
1250	8.33 ± 3.73	2.77 ± 0.03	5.57
250	3.33 ± 3.33	0.56 ± 0.01	2.77

Tabela V: Coincidências Fortuitas

C. Distribuição da correlação angular com a fonte equidistante dos dois detetores

Nos eventos de aniquilação, o dois γ 's são emitidos com 180° de diferença. O estudo da correlação angular com a fonte equidistante dos dois detetores consiste na análise das contagens de coincidência para a montagem com o detetor A fixo e o detetor B a deslocar-se para valores de theta de -20° a 20° . As aquisições foram feitas com intervalos de tempo crescentes com θ de modo a que os erros se mantivessem sensivelmente iguais. Para analisar a simetria e compatibilidade dos pontos com a

distribuição calcularam-se os parâmetros *skewness* e *kurtosis*, respetivamente, através das fórmulas 4 e 5.

$$Skewness = \frac{1}{\sigma^3} \frac{\sum_{n=1}^N (\theta_i - \bar{\theta})^3 R(\theta_i)}{\sum_{n=1}^N R(\theta_i)} \quad (4)$$

$$Kurtosis = \frac{1}{\sigma^4} \frac{\sum_{n=1}^N (\theta_i - \bar{\theta})^4 R(\theta_i)}{\sum_{n=1}^N R(\theta_i)} \quad (5)$$

Para ambas, $\bar{\theta}$ é a média ponderada dos valores de θ_i e σ a variância dos mesmos.

Os parâmetros obtidos são apresentados na tabela VI.

Parametro	Valor
$\bar{\theta}$	$(0.0634 \pm 0.0024)^\circ$
σ	4.44°
Skewness	-0.02
Kurtosis	2.88

Tabela VI: Parâmetros calculados.

A skewness entre -0.5 e 0.5 indica que a distribuição é aproximadamente simétrica, enquanto o kurtosis próximo de 3 indica que a distribuição é compatível com a distribuição normal, razão pela qual se realizou o ajuste pelo método dos mínimos quadrados à equação 6, para a qual p_0 é o valor médio da distribuição μ , p_1 é a variância σ e p_2 é a amplitude da distribuição.

$$R_C = p_2 \exp\left(-0.5 \left(\frac{\theta - p_0}{p_1}\right)^2\right) \quad (6)$$

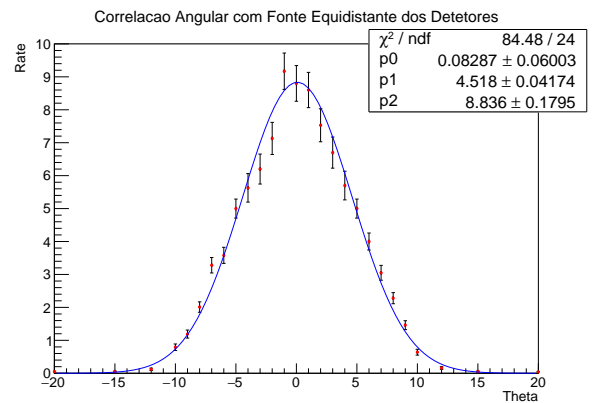


Figura 9: Correlação angular

O ajuste está centrado no zero como esperado ($\mu = 0.08 \pm 0.06$), a menos de 1.3σ do erro, contudo χ^2 maior

que 1 mostra que Gaussiana não é o melhor ajuste. Embora a distribuição obtida se assemelhe claramente a uma distribuição normal, o valor do χ^2 ser relativamente elevado corrobora o facto de o kurtosis ter dado ligeiramente inferior a 3. Neste caso, a distribuição é mais achatada que uma gaussiana, essencialmente devido ao facto de a distribuição ser afetada pela variação do ângulo sólido de deteção para as diferentes aquisições.

D. Distribuição da correlação angular diferentes posições da fonte no eixo dos detetores

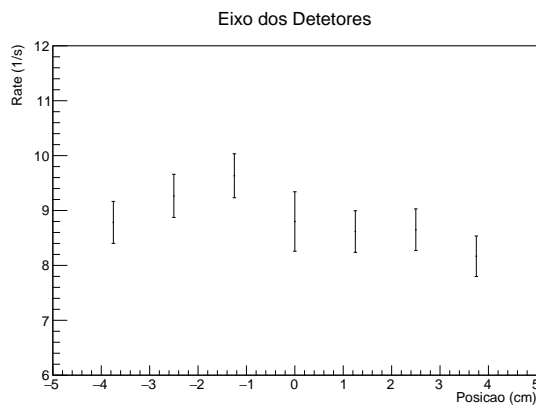


Figura 10: Taxa de coincidências para diferentes posições no eixo dos detetores

Estudaram-se o número de coincidências para diferentes posições no eixo dos detetores. As posições indicadas correspondem às distâncias -3.75 cm a 3.75 cm, com intervalos de 1.25 cm.

Note-se que o número de contagens de coincidências neste eixo varia muito pouco, sendo praticamente todos os valores compatíveis estatisticamente entre si dentro dos intervalos de erro. À exceção da posição $|y|=1$, existe semelhança entre as taxas de coincidência para posições simétricas no eixo, pelo que não se pode concluir acerca de assimetrias da fonte.

A diminuição da taxa de contagem de forma simétrica ao longo do eixo positivo e negativo pode ser justificada pela alteração da eficiência geométrica dos detetores para as diferentes posições da fonte. Quando a posição da fonte varia neste eixo, afastamos a fonte de um detetor e aproximamo-la do outro, pelo que à medida que a efi-

ciência geométrica de um diminui a do outro aumenta, respetivamente. Neste caso, a diminuição da eficiência geométrica de um dos detetores é um fator crucial, uma vez que menos contagens num detetor vai implicar que podem ser perdidos eventos de aniquilação, logo a taxa de coincidências medida é menor.

Note-se ainda que para a posição 0 seria de esperar uma taxa superior, o que não aconteceu devido às diferenças das distâncias dos detetores à fonte da primeira para a segunda sessão.

E. Distribuição das coincidências diferentes posições da fonte no eixo perpendicular aos detetores

Nesta parte da experiência colocou-se a fonte forte nas seis posições anteriormente apresentadas e efectuaram-se medições das coincidências com um tempo de 60s para cada. Obteve-se assim o gráfico 11, onde também se juntaram os dados da 1ª sessão correspondentes à variação das contagens com o ângulo do detetor para o caso em que a fonte se encontrava no centro do porta-alvos.

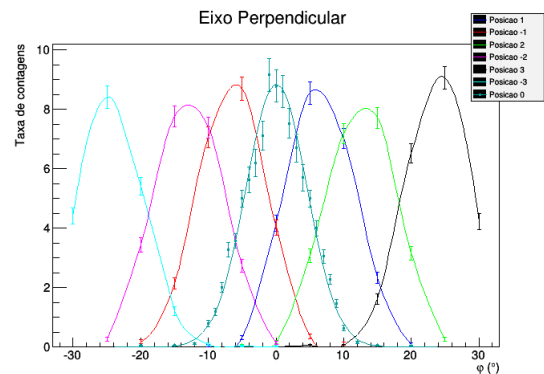


Figura 11: Taxa de coincidências para diferentes posições no eixo perpendicular aos detetores

Seria de esperar que da posição 0 para as circundantes existisse um decréscimo mais acentuado da taxa de contagens, devido ao facto da fonte se encontrar então descentrada, algo que acaba por não se evidenciar devido às diferenças, entre sessões, das distâncias da fonte aos detetores quando alinhados.

Já entre as posições mais extremas (que são compatíveis estatisticamente) e as anteriores nota-se um incremento das taxas de coincidências, algo que se justifica

pelo facto de, nestas posições mais afastadas do centro, a distância da fonte aos detectores diminuir e consequentemente aumentar o ângulo sólido, que se traduz neste aumento de contagens.

F. Distribuição das coincidências em função da rotação do porta-amostras

Colocando a fonte em três raios diferentes (1, 2 e 3) no porta-alvos, foi medido o número de coincidências para cada φ do porta-alvos de 10° em 10° e para o detector em $\theta = 0$.

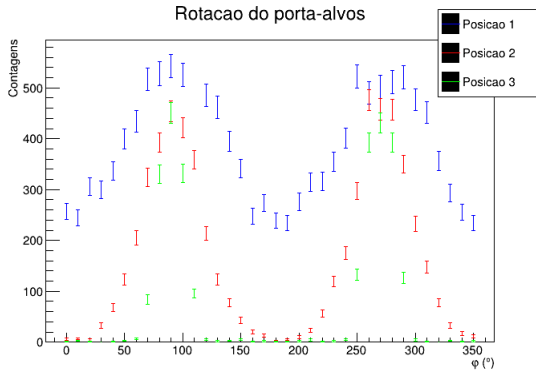


Figura 12: Coincidências em função da rotação do porta-alvos; as posições 1, 2 e 3 são as referidas anteriormente.

Como comportamento geral, notam-se vales para $\varphi = 0, 180$, quando a fonte está o mais afastada possível do eixo dos detectores, e máximos para $\varphi = 90, 270$, quando a fonte está nesse eixo, como seria esperado, tendo em conta as medições feitas anteriormente. Para além disso, nota-se um estreitamento dos máximos, explicado pela maior variação da distância ao eixo dos detectores com o aumento da distância ao centro do porta-alvos.

É de notar ainda que, enquanto para a posição 1 existem contagens entre os máximos, para as outras duas posições, e para determinados ângulos, as contagens praticamente anulam-se, sendo que a fonte nestes pontos (e para o ângulo 0 do detector) não é detectada.

Este comportamento é melhor visualizado nos gráficos 13, 14 e 15.

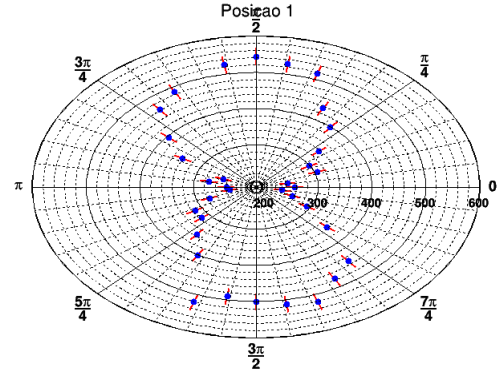


Figura 13: Rotação da fonte forte para a posição 1

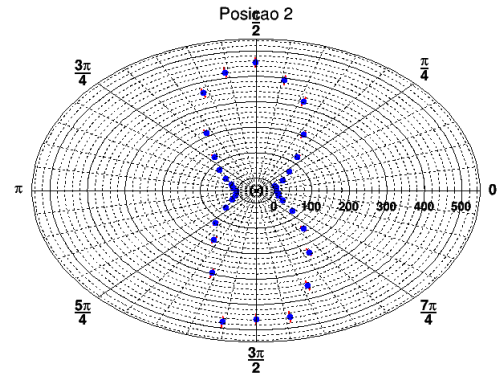


Figura 14: Rotação da fonte forte para a posição 2

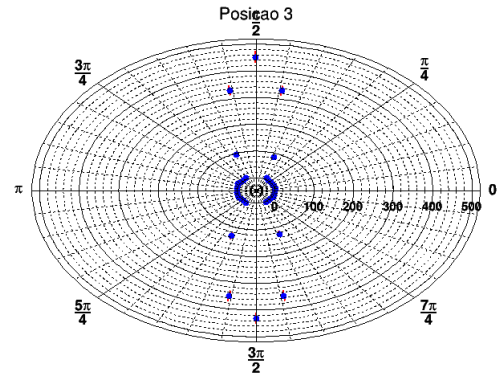


Figura 15: Rotação da fonte forte para a posição 3. Nos três gráficos, o ângulo é ϕ (definido anteriormente) e o raio o número de coincidências.

G. Limites da área de deteção e resolução angular. Possíveis assimetrias

1. Assimetrias da fonte

No âmbito de estudar a simetria da fonte forte usada, foi calculada a skewness (3º momento de uma distribuição) das distribuições para os três raios, tendo-se obtido:

Posição	Média	Skewness
1	177.94 ± 4.81	-0.042 ± 0.021
2	182.53 ± 6.07	-0.027 ± 0.032
3	185.57 ± 6.21	-0.120 ± 0.046

Tabela VII: Momentos de interesse das distribuições das rotações dos porta-alvos para o intervalo $[0^\circ, 360^\circ]$

Sendo a skewness uma medida da simetria de uma distribuição relativamente à sua média, podemos concluir, a tabela anterior aponta para que a fonte seja radialmente simétrica, visto os valores de skewness para as várias posições serem próximos de 0, tendo em conta os erros.

Posição	Intervalo	Média	Skewness	Kurtosis
1	$[0^\circ, 180^\circ]$	89.38 ± 2.29	0.037 ± 0.030	2.035 ± 0.059
1	$[180^\circ, 360^\circ]$	271.04 ± 2.24	0.156 ± 0.029	2.060 ± 0.058
2	$[0^\circ, 180^\circ]$	91.26 ± 2.01	0.043 ± 0.046	3.305 ± 0.091
2	$[180^\circ, 360^\circ]$	272.22 ± 1.94	0.093 ± 0.045	3.462 ± 0.090
3	$[0^\circ, 180^\circ]$	90.35 ± 1.40	-0.037 ± 0.046	11.830 ± 0.091
3	$[180^\circ, 360^\circ]$	269.81 ± 1.29	-0.360 ± 0.045	10.042 ± 0.090

Tabela VIII: Momentos de interesse das distribuições das rotações dos porta-alvos para os intervalos $[0^\circ, 180^\circ]$ e $[180^\circ, 360^\circ]$

De modo a comparar cada uma das distribuições obtidas com uma normal (Kurtosis - 4º momento), a distribuição em cada posição foi separada em duas e os momentos foram calculados para cada uma delas.

Continuou-se a notar, em geral, a simetria de cada distribuição, com valores de skewness próximos de zero. Já quanto à kurtosis, as distribuições obtidas variam de demasiado achatadas relativamente a uma distribuição normal (posição 1) para demasiado finas (posição 3). Daqui se pode concluir que a distribuição do número contagens em função do ângulo não é normal, confirmando a suspeita levantada no ajuste à gaussiana efetuado.

2. Limites da área de deteção

Para estimar os limites da área de deteção, procuraram-se os pontos nas rotações realizadas para os quais não havia praticamente contagens. Baseando-nos nos pa-

râmetros das distribuições do número de contagens de coincidência calculados na tabela VIII para os intervalos $[0^\circ, 180^\circ]$ e $[180^\circ, 360^\circ]$, verificaram-se os ângulos que se encontravam fora do intervalo $[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma]$, uma vez que nestes esperamos que o número de contagens já seja desprezável. Os ângulos fora do intervalo considerado delimitam a região de sombra para cada rotação. Os resultados para os valores extremos dos intervalos encontram-se na tabela abaixo.

Posição	$[0^\circ, 180^\circ]$		$[180^\circ, 360^\circ]$	
	$\mu - 3\sigma$	$\mu + 3\sigma$	$\mu - 3\sigma$	$\mu + 3\sigma$
1	-58.8879	237.638	181.823	423.263
2	10.8302	171.693	194.115	350.316
3	49.7932	130.914	228.794	310.834

Tabela IX: Limites de deteção estimados a partir do critério probabilístico das distribuições

Como se pode observar, para a posição 1 não existe região de sombra, pelo que análise seguinte tem apenas em conta as rotações do porta-amostras para as posições 2 e 3 e as zonas de sombra (Z_1 e Z_2) da tabela X.

Posição	Z_1	Z_2
2	$[-9.68365; 10.8302]$	$[171.693; 194.115]$
3	$[-49.79166; 49.7932]$	$[130.914; 228.794]$

Tabela X: Zonas de sombra, i.e. zonas onde não existem praticamente contagens de coincidências

Devido ao reduzido número de pontos em análise, o ajuste que se realizou foi apenas o ajuste linear que unisse os dois extremos dos intervalos de sombra de cada quadrante, um pertencente a cada um das posições. As retas obtidas encontram-se representadas em cor cinzenta e a cheio na figura 16. A interseção das regiões definidas por cada uma das retas são as estimativas encontradas para a área de deteção.

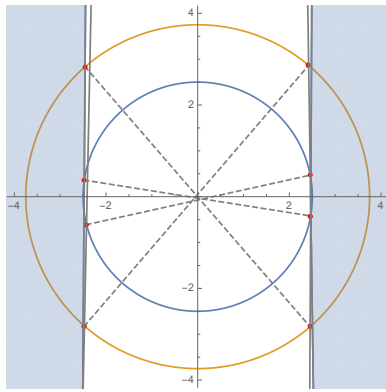


Figura 16: Limites da área de detecção

Repare-se, ainda nas retas traçadas em cor cinzenta e tracejado. Esta representam a união de pontos opostos e deviam, se a simetria fosse perfeita, cruzar-se na origem. Tal não acontece, porém a interseção é muito perto do valor esperado. A ligeira assimetria encontrada é corroborada pelos parâmetros calculados na tabela X.

Por fim, analisa-se a forma da região de sombra encontrada, correspondente ao limite da área de detecção. Teoricamente, esta região devia ser definida por retas verticais espaçadas de distância igual ao diâmetro do detector, uma vez que, sabendo que estamos a detetar radiação γ proveniente de eventos de aniquilação, então a radiação será detetada ao longo de linhas paralelas, desde que estas se encontrem contidas dentro da área definida pelo diâmetro do detector.

Note-se que na região encontrada, as retas são praticamente verticais, havendo apenas um pequeno ângulo de diferença, que poderá ser justificado pela situação não ser ideal, i.e. o detector possuir uma ligeira aberração que faz com que as linhas se tornem ligeiramente mais afastadas à medida que nos afastamos do detector. O fato da área não ser igual para valores de x positivos ou negativos é justificado pela ligeira assimetria dos intervalos, mas também pelo fato de os detectores poderem ter eficiências geométricas diferentes, logo produzir aberrações diferentes.

H. Rácio de Atividade da Fonte Fraca

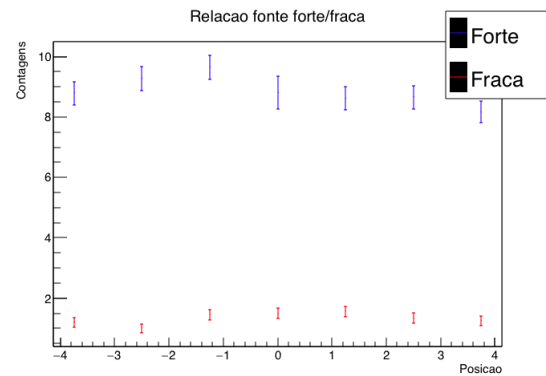


Figura 17: Número de coincidências ao longo do eixo dos detectores para as fontes forte e fraca

Antes de introduzir uma nova fonte (fonte fraca) na atividade experimental, realizou-se a medição das taxas de contagem ao longo do eixo dos detectores para esta fonte e compararam-se os valores obtidos com os já discutidos na **secção D**.

Como a montagem utilizada é exatamente igual para as duas medições, então o único fator que justifica a diferença no número de contagens é a atividade das fontes ser diferente. Para avaliar a diferença de atividade das duas fontes, fez-se o rácio das taxas de contagem para cada posição $\left(\frac{R_F}{R_f}\right)$ e ajustou-se aos valores obtidos uma reta do tipo $y = p_0 + p_1 x$ pelo método dos mínimos quadrados. No ajuste realizado, o parâmetro p_1 será o rácio entre as duas fontes, enquanto que o parâmetro p_0 deverá ser próximo de 0, indicando que para qualquer posição se verifica o mesmo rácio.

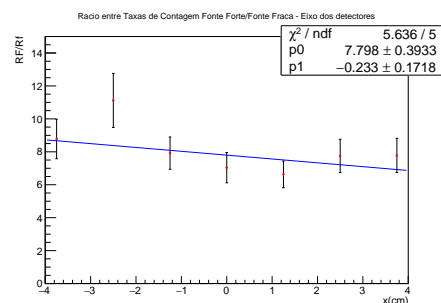


Figura 18: Ajuste para o rácio entre fontes

O ajuste obtido é muito bom, uma vez que o χ^2 é 1.1272, muito próximo de 1. Os parâmetros obtidos in-

dicam que o rácio entre a fonte forte e a fonte fraca é $(7.798 \pm 0.3933) : 1$. Como esperado, o declive da reta é igual a zero a menos de um 1.35σ .

I. Reconstrução tomográfica

1. Justificação das posições das fontes

Como é possível observar nos gráficos da variação das contagens em função do ângulo ϕ para a fonte forte, o número de contagens é mínimo para as vizinhanças dos ângulos de 0 e 90 graus, tendo-se mesmo, para estes ângulos, contagens nulas para posições da fonte mais afastadas do centro. Tendo isto em conta, e dado que a fonte fraca tem, como o nome indica, uma baixa actividade, a melhor forma de as coincidências a ela associada não sofrerem interferência das da fonte forte, pareceu ser então a colocação da fonte fraca a 90 graus da forte, de modo a que quando uma tivesse o máximo de coincidências, a outra tivesse o seu mínimo.

Analisando-se mais uma vez os gráficos das rotações, verifica-se existir uma maior facilidade em encontrar a fonte para posições mais afastadas do porta-alvos, uma vez que assim os picos se encontram mais bem definidos. Este facto é especialmente relevante para a fonte fraca, visto que, devido à sua baixa actividade, o número de coincidências vai ser reduzido, pelo que é necessária uma forma eficiente de as distinguir do ruído. Assim, colocou-se a fonte fraca numa posição o mais afastada possível do centro do porta-alvos. Já para a fonte forte optou-se por uma posição intermédia, que permitisse ter um bom número de contagens associado e que estivesse a um raio suficientemente diferente para que quando as fontes se encontrassem alinhadas fosse possível ter picos distintos.

2. Sinograma

Para cada ângulo ϕ no porta-alvos fizeram-se medições das coincidências rodando o detector móvel entre as amplitudes máximas, obtendo-se assim uma matriz, a partir da qual é possível obter o sinograma da figura 19.

Analisando-se a figura consegue-se notar a presença

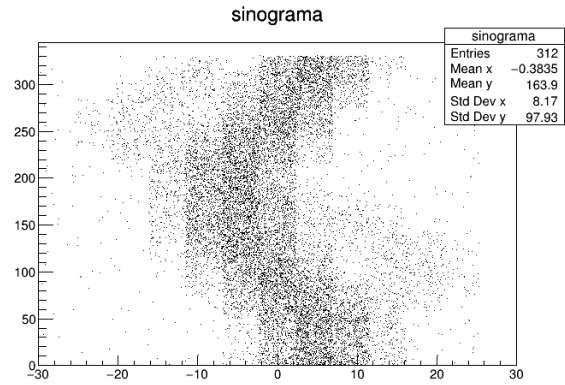


Figura 19: Sinograma obtido

de duas curvas, do tipo sinusoidal, correspondendo a de menor amplitude à fonte forte e a outra à fonte fraca. O perfil de contagens visto anteriormente nos gráficos das rotações da fonte ao longo do porta-alvos vai aparecer também no sinograma, mas agora para cada um dos ângulos do detector, verificando-se este comportamento tanto para ângulos positivos como negativos, dando assim origem a uma sinusóide.

Algo que também se pode observar no gráfico é o facto das sinusóides terem tanta maior amplitude quanto maior for a distância ao centro do porta-alvos, o que é expectável, dado que para maiores distâncias o pico da gaussiana se vai apresentar a ângulos também maiores. A presença de um desfasamento entre as curvas é também notória, sendo próxima dos 90º esperados, tendo em conta as posições nas quais foram colocadas as fontes.

3. Reconstrução

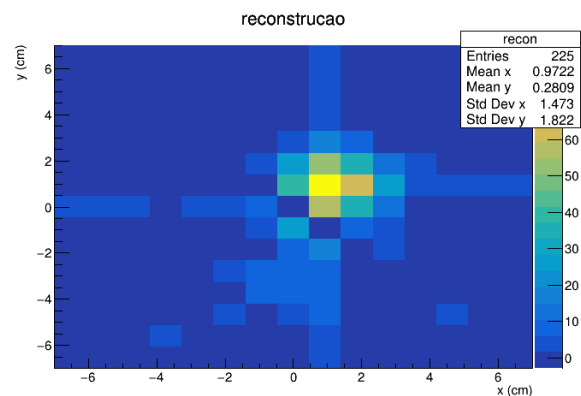


Figura 20: Reconstrução obtida; eixos cartesianos

Tendo o sinograma sido construído para (θ, ϕ) , a reconstrução directa (transformada inversa de Radon mencionada na introdução) encontra-se em coordenadas θ para $\phi = 0, 90$. Para obter uma distribuição em coordenadas cartesianas, foi necessário obter uma transformação de coordenadas adequada, tendo esta sido aplicada para os três gráficos apresentados.

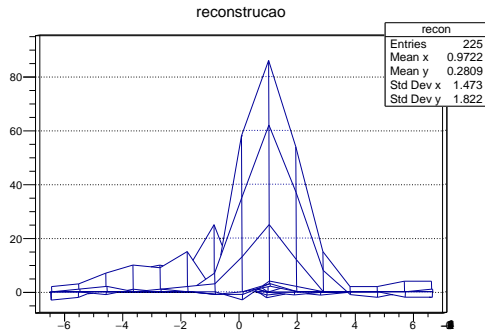


Figura 21: Imagem lateral da reconstrução obtida; projecção em y

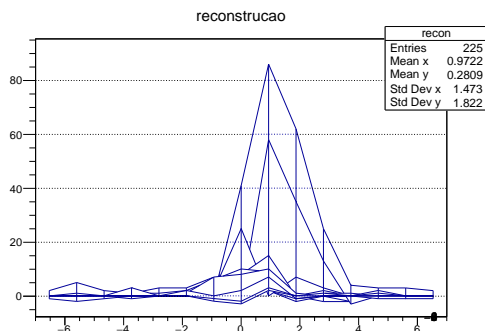


Figura 22: Imagem lateral da reconstrução obtida; projecção em x

Por análise das imagens laterais obtidas foi possível

obter uma estimativa das posições das fontes (tabela XI)

Fonte	x (cm)	y (cm)
Forte	1 ± 1	1 ± 1
Fraca	0 ± 1	-2.5 ± 1.5

Tabela XI: Posições das fontes

IV. CONCLUSÃO

Como referido ao longo do trabalho as distâncias entre os detectores e a fonte por vezes variaram entre sessões, o que levou a alguns resultados incorrectos.

Em relação às posições escolhidas para as fontes concluiu-se que, apesar de que com um desfasamento de 180° as curvas do sinograma pudessem aparecer mais separadas, não existiam garantias de que, posteriormente, ao se fazer a reconstrução, o resultado fosse melhor.

A falta de resolução do mapeamento deve-se à quantidade limitada de medições que é possível realizar no laboratório, sendo necessária uma maior amplitude de ângulos do detector móvel para se conseguir um resultado mais satisfatório. Um intervalo entre ângulos (tanto ϕ como θ) menor levaria também a uma maior resolução.

Nota-se que os picos obtidos na reconstrução 3D, especialmente para a fonte fraca, não se encontram tão bem definidos quanto o desejado. Isto deve-se, em parte, ao baixo número de contagens, mas também à própria montagem experimental, sendo uma melhoria ter um portalvos de maiores dimensões, que permitisse colocar as fontes em posições mais afastadas e obter assim picos mais definidos.

V. REFERÊNCIAS

- [1] *Imagem do Espectro de Radiação de ^{22}Na* <http://teacher.pas.rochester.edu/LUX/Electronics/DDC-8/22NaSpectrum.jpg>