

Análise - Sessão 1

21/04/2017

Com os dados obtidos do osciloscópio determinou-se com base num ajuste à função de erro, $\text{erf}(x)$, o valor do tempo de janela de coincidências a utilizar, de forma a garantir que por muito pequeno que este seja, todas as coincidências são detetadas. Ajustaram-se os dados à função $P_0 * \text{Erf}\left(\frac{t-P_1}{P_2\sqrt{2}}\right) + P_3$ e obteve-se o gráfico da Fig. 1

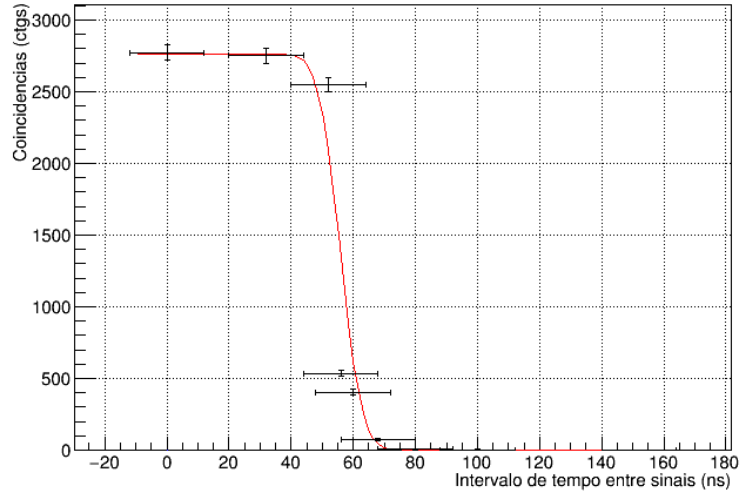


Figura 1: LEGENDA.

EXT NO.	PARAMETER NAME	VALUE	ERROR	STEP SIZE	FIRST DERIVATIVE
1	Amp	1.37851e+003	1.85750e+001	8.56226e-004	8.01289e-005
2	Mean	5.58173e+001	8.58377e+000	2.73360e-003	-6.21802e-006
3	Sigma	-5.53401e+000	5.39495e+000	1.71381e-003	4.24249e-006
4	sOffset	1.38295e+003	1.85725e+001	8.56217e-004	-7.45055e-005

0.0402587

Figura 2: LEGENDA

Esta função requeria aproximações iniciais muito próximas dos valores obtidos, devido à sua convergência difícil. Com base no ajuste, verificou-se que este valor seria na ordem dos 40ns, no entanto, como já se tinha feito uma estimativa para este valor (sessão 1 do logbook) de $\tau = 52ns$ e uma vez que as restantes sessões foram feitas utilizando este valor, decidiu-se prosseguir com a análise adotando este valor.

22/04/2017

Fez-se um ajuste linear que permite verificar a equação:

$$N_c^{fort} = 2N_A N_B \frac{\tau}{t_{aq}} \rightarrow N_c^{fort} = P_0 \tau + P_1 \quad (1)$$

Onde N_c^{fort} é o número de coincidências fortuitas do ar, N_A e N_B as contagens de cada detetor, τ o tempo de janela de coincidências e t_{aq} o tempo de aquisição.

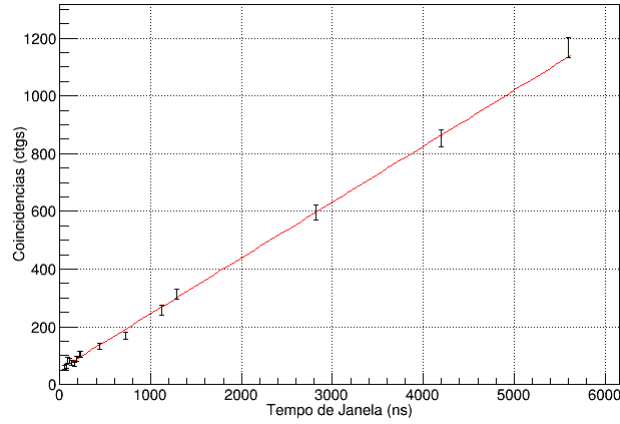


Figura 3: LEGENDA

EXT	PARAMETER	VALUE	ERROR	STEP	FIRST
NO.	NAME			SIZE	DERIVATIVE
1	p0	1.93434e-001	3.97811e-003	6.52422e-006	2.04203e-009
2	p1	5.18731e+001	2.97719e+000	4.88268e-003	1.81904e-012

0.807625

Figura 4: LEGENDA

O ajuste mostrou-nos que a relação linear é fortemente evidenciada pelo valor de $\chi^2/n_{gl} = 0.81$. No entanto, esperava-se o valor de P_1 fosse aproximadamente nulo e obteve-se $P_1 = 52ctgs$ o que indica a existência de um *offset* independente do tempo de janela.

Sendo $\tau = 52ns$ tem-se: $N_c^{fort} = 61.9 \pm 2.9ctgs \implies R_c^{fort} = 0.688 \pm 0.032ctgs/s$. Este será o rate a descontar a todos os rates medidos.

23/04/2017

Fez-se um ajuste dos dados da primeira sessão relativos aos rates de coincidências normalizados ao seu valor máximo à eq:

$$R(\theta) = 1 - \frac{\frac{P_0}{P_1}|\theta - P_2| \sqrt{1 - \left(\frac{P_0}{2P_1}(\theta - P_2)\right)^2} + 2\arcsin\left(\frac{P_0}{2P_1}|\theta - P_2|\right)}{\pi} \quad (2)$$

Onde P_0 é a distância da fonte ao detetor, P_1 o raio do detetor e P_2 um parâmetro de offset que pode indicar alguma assimetria dos valores.

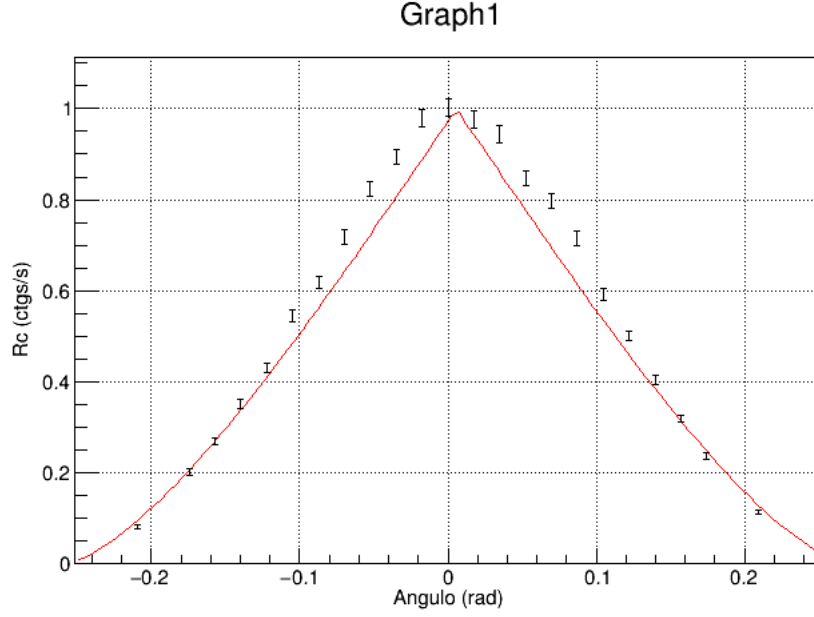


Figura 5: LEGENDA

EXT. PARAMETER		ELM-1.47435e-003		STRATEGY=1		ERROR MATRIX ADJ	
NO.	NAME	VALUE	ERROR	STEP SIZE	FIRST DERIVATIVE		
1	p0	1.77975e+001	7.30212e+000	5.01858e-004	4.44431e-004		
2	p1	2.35570e+000	9.68521e-001	6.64288e-005	-3.36052e-003		
3	p2	5.73535e-003	4.94047e-004	4.49654e-006	1.03307e-001		

15.2316

Figura 6: LEGENDA

Apesar dos resultados estarem de acordo com o esperado, isto é, o valor de l ser maior que 17cm que conta com o percurso médio de detecção dos γ dentro do detetor e o valor de r ser menor que 2.75cm que corresponde ao raio efetivo de detecção que exclui a camada metálica exterior, o ajuste não foi muito satisfatório, algo evidenciado pelo elevado valor de $\chi^2/n_{gl} = 15.2$. Decidiu-se então acrescentar um novo parâmetro de amplitude que "elevasse" a curva de forma a coincidir melhor com os pontos experimentais. A equação de ajuste passou então a ser:

$$R(\theta) = P_3 \left(1 - \frac{\frac{P_0}{P_1} |\theta - P_2| \sqrt{1 - \left(\frac{P_0}{2P_1} (\theta - P_2) \right)^2} + 2 \arcsin \left(\frac{P_0}{2P_1} |\theta - P_2| \right)}{\pi} \right) \quad (3)$$

Onde se obteve:

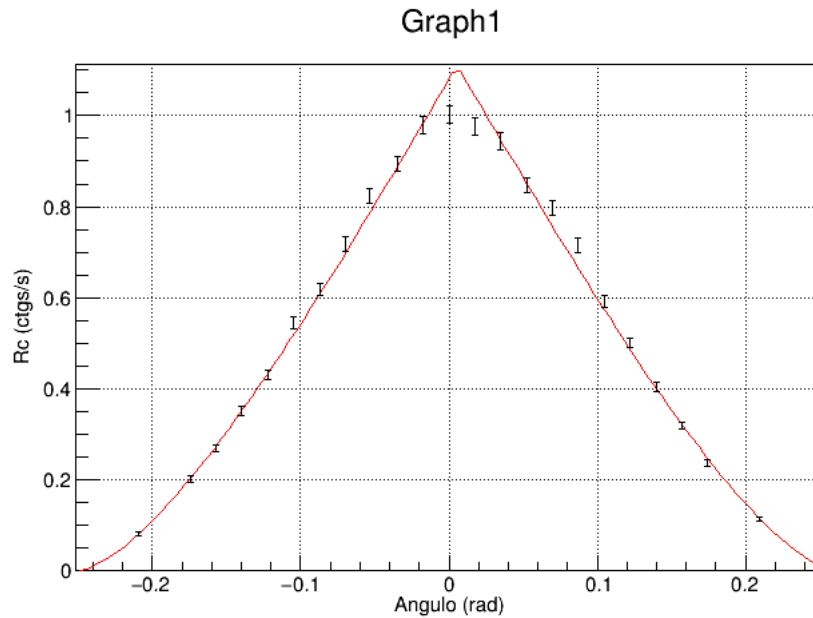


Figura 7: LEGENDA

EXT	PARAMETER	VALUE	ERROR	STEP	FIRST
NO.	NAME			SIZE	DERIVATIVE
1	p0	1.80925e+001	1.08673e+001	2.01604e-004	1.34783e-005
2	p1	2.30455e+000	1.38429e+000	2.56797e-005	-1.06031e-004
3	p2	5.46977e-003	4.43369e-004	1.73453e-006	-1.37941e-002
4	p3	1.11021e+000	6.55104e-003	2.06806e-005	1.26721e-003

2.77305

Figura 8: LEGENDA

É notório afirmar que os valores dos parâmetros continuam congruentes com a realidade física, no entanto podemos agora afirmar que existe um desfasamento de 11% entre o modelo teórico e os dados experimentais, evidenciado pelo valor do parâmetro P_3 . Apesar dos parâmetros obtidos terem um erro significativo, na mesma ordem de grandeza no caso do r e l , considera-se que pelo menos com a introdução deste novo parâmetro P_3 obteve-se um ajuste consideravelmente melhor, evidenciado pela significativa redução do valor do $\chi^2/n_{gl} = 2.8$. Verificou-se também que a tendência dos valores experimentais não coincide com a curva teórica para valores próximos de $\theta = 0$, algo que requer uma análise sofisticada, discutida com maior detalhe no relatório.

Análise - Sessão 2

28/04/2017

Fez-se um programa em Mathematica para fazer os plots relativos aos dados da 2ª sessão, correspondentes aos varrimentos angulares no eixo yy (dos detetores) e xx . Posteriormente foram ajustados os dados relativos ao varrimento no eixo xx a gaussianas, com o intuito de saber a dispersão dos dados experimentais e o valor médio de cada curva.

Análise - Sessão 3

29/04/2017

Depois de se obter as coincidências para as fontes em separado, somou-se ambas, pelo que a dispersão obtida será sempre maior ou igual à dispersão das coincidências das fontes isoladas. Criou-se um programa que transformava os valores de N_c , provenientes da folha de excell que contém todos os dados relativos a este laboratório, em função de ϕ , para função de x e y (VarPhi.nb), sendo os mesmos escritos no ficheiro "Phi.dat". De seguida inseriu-se os mesmos no programa Phi.cpp, que os "plotava" em 3D, e criaram-se os seguintes gráficos, a partir dos quais se pode verificar que as distribuições de decaimentos são desprezáveis fora de $[-2.2, 2.2]$ cm, em x , pelo que, quando for feita a tomografia, é necessário verificar que as fontes distem pelo menos 2 cm entre si.

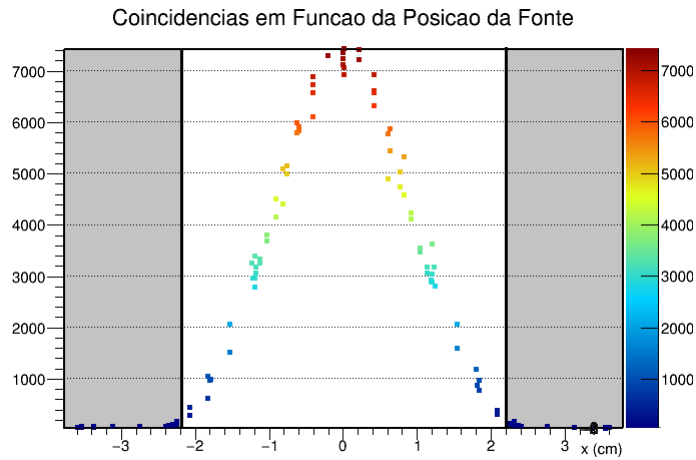


Figura 9: N_c em função de x

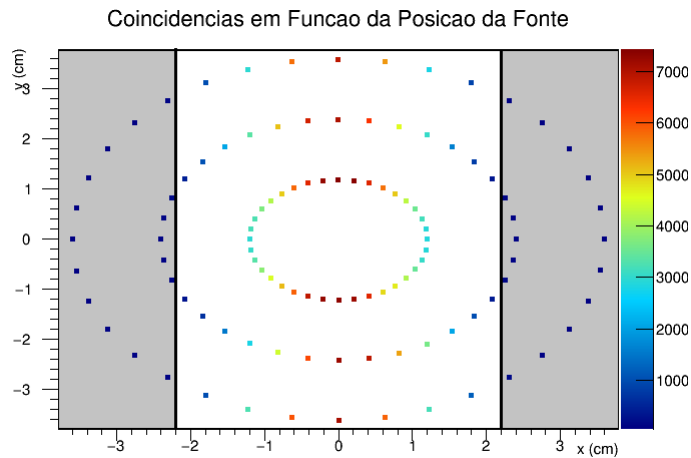


Figura 10: N_c em função de x e y

Análise - Sessão 4

13/05/2017

Criou-se o programa "VaiBuscarSinograma.nb", que transforma os valores das coincidências em função de ϕ e θ , no formato de matriz, provenientes do ficheiro excell que contém todos os dados referentes a PET, num ficheiro ordenado por θ e ϕ crescentes, no formato $\theta \ \phi \ N_c$, com o nome Phi360.dat.

Nota: é preciso não esquecer que foram sempre deduzidas as coincidências fortuitas em todos os valores utilizados ao longo de todas as sessões.

Criou-se um programa na mesma pasta do ficheiro anterior (Sessao4), denominado por Phi.cpp, que utiliza os pontos do mesmo, e cria um gradiente entre estes, gerando o sinograma. Criou-se, simultaneamente, um sinograma com o eixo zz (contagens) em formato logarítmico, de forma a poder notar-se a presença da fonte com menor atividade, tendo sido considerado que todos os pontos com 0 coincidências tinham 1 coincidência, de forma a poder realizar-se o plot.

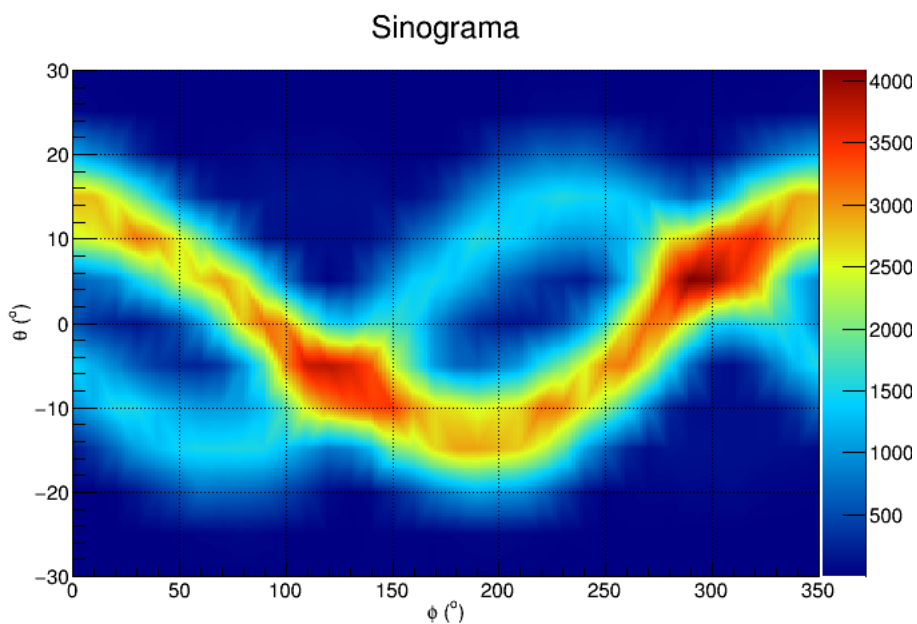


Figura 11: *Sinograma*

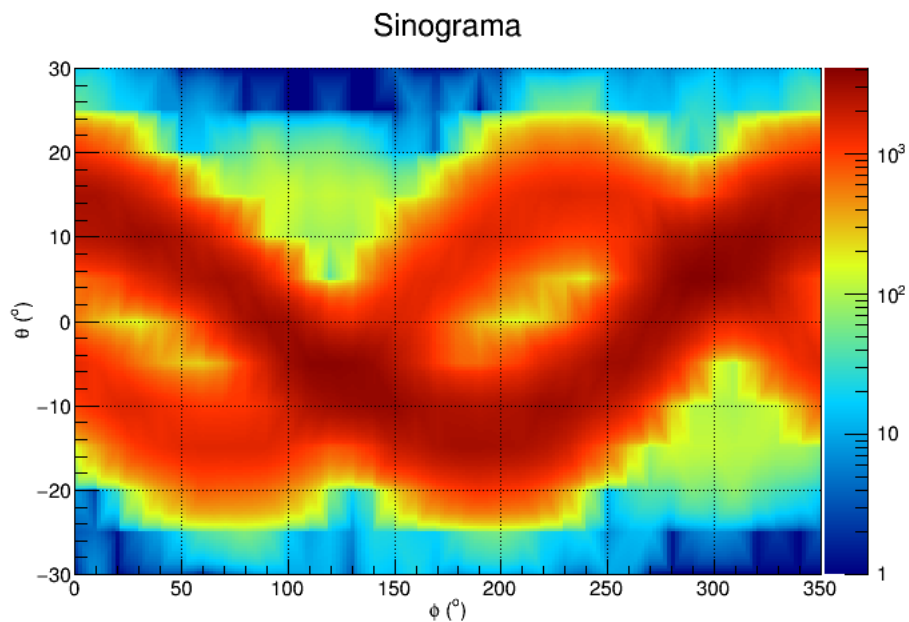


Figura 12: Sinograma em escala logarítmica

Se quisermos aprofundar um pouco mais a criação do sinograma, o programa transforma os pontos num histograma, com 40000 bins, sendo que os que coincidem com os valores obtidos mantêm esse mesmo valor, e os restantes são preenchidos com base num gradiente entre os anteriores, permitindo ver melhor a área de deteção de cada fonte, principalmente a de menor atividade, no gráfico em escala logarítmica.

14/05/2017 - Análise da 3ª sessão

Como já foi verificado, caso $l \gg R$, podemos considerar que o ângulo sólido não varia com $R \sin(\phi)$, pelo que, assumindo que $\theta = \text{const} = 0$, a nossa função de distribuição vai ter como variável somente $\frac{2R}{l} \cos(\phi)$. Assim, utilizando os dados da 3ª sessão em função de ϕ , foram plotados os gráficos referentes aos 3 valores de R , e foi realizado um ajuste para cada conjunto, respetivamente, de acordo com a equação 4. Note-se que, devido aos limites da função nos casos de $R = 2.4\text{cm}$ e $R = 3.6\text{cm}$ foi necessário realizar um ajuste para cada lado da função,

$$R \left(\frac{2R}{l} \cos(\phi - \phi_0) \right) \propto B * \left(1 - \frac{\frac{2R}{r} |\cos(\phi - \phi_0)| \sqrt{1 - \left(\frac{R}{r} \cos(\phi - \phi_0) \right)^2} + 2 \arcsin \left(\frac{R}{r} |\cos(\phi - \phi_0)| \right)}{\pi} \right) \quad (4)$$

onde B é uma constante de proporcionalidade aos valores normalizados, que como já se viu, pode ser utilizada para calcular a eficiência intrínseca do detetor através de $R_c^{\text{norm}} \times B = A(t) \times \varepsilon_i$, e onde r e R também são utilizados como parâmetros livres, com aproximações iniciais correspondentes aos seus valores medidos.

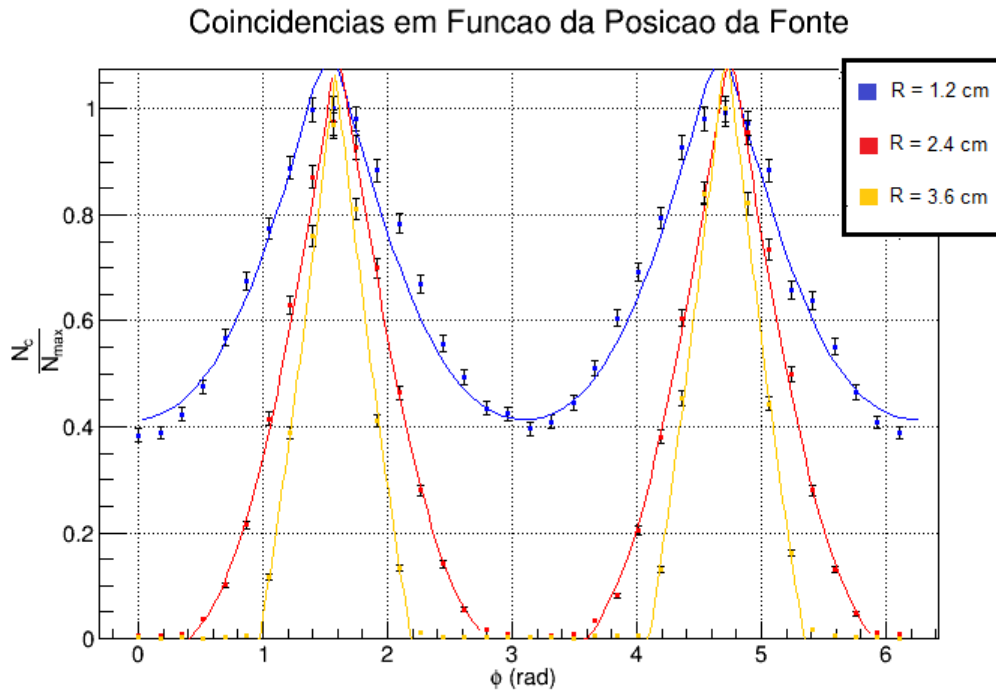


Figura 13: Ajuste segundo a eq.(4)

com os seus parâmetros indicados de seguida, sendo que a primeira função corresponde a $R=1.2\text{cm}$, as 2ª e 3ª a $R=2.4\text{cm}$ e as restantes a $R=3.6\text{cm}$. O parâmetro P_0 corresponde a R , P_1 a r , P_2 fornece-nos B , e P_4 dá-nos o valor de ϕ_0 , que corresponde ao offset, sendo de notar que o valor de ϕ_0 é igual a $\phi_0 \pm m\pi$.


```

FCN=184.083 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 104 CALLS 105 TOTAL
EDM=9.27377e-007 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP FIRST
1 p0 1.25400e+000 7.52838e-001 3.99790e-005 2.50121e-002
2 p1 2.14482e+000 1.28778e+000 6.83840e-005 -1.46247e-002
3 p2 1.14297e+000 9.08100e-003 3.35878e-005 -6.12188e-002
4 p3 -4.09985e-002 6.17303e-003 4.08416e-005 -2.17173e-001

Chi2_1/ngl = 184.083/32 = 5.75261
FCN=41.4706 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 107 CALLS 108 TOTAL
EDM=5.59014e-010 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP FIRST
1 p0 2.37011e+000 1.09802e+000 1.37045e-005 -7.39902e-003
2 p1 2.32765e+000 1.07837e+000 1.34590e-005 7.52793e-003
3 p2 1.11872e+000 1.13442e-002 3.26245e-005 1.09932e-003
4 p3 3.09070e-002 3.31273e-003 1.04618e-005 1.03445e-003

Chi2_2/ngl = 41.4706/9 = 4.60784
FCN=63.6631 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 105 CALLS 106 TOTAL
EDM=1.22607e-008 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP FIRST
1 p0 2.37904e+000 7.22956e-001 1.55760e-005 2.91211e-002
2 p1 2.31963e+000 7.04922e-001 1.51872e-005 2.98869e-002
3 p2 1.12480e+000 1.13772e-002 4.09119e-005 1.35197e-002
4 p3 3.88381e-002 3.16572e-003 1.22852e-005 -1.15943e-002

Chi2_4/ngl = 63.6631/9 = 7.07368
FCN=26.8647 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 102 CALLS 103 TOTAL
EDM=1.4615e-007 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP FIRST
1 p0 3.44921e+000 3.64423e+000 5.08557e-005 -1.95123e-002
2 p1 2.38613e+000 2.52112e+000 3.51848e-005 2.82063e-002
3 p2 1.06787e+000 1.59510e-002 3.51795e-005 -9.42001e-003
4 p3 9.56846e-003 3.01469e-003 7.71174e-006 2.22573e-002

Chi2_3/ngl = 26.8647/3 = 8.95489
FCN=37.8436 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 102 CALLS 103 TOTAL
EDM=5.03396e-009 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP FIRST
1 p0 3.40965e+000 3.49470e+000 6.11830e-005 -9.82757e-004
2 p1 2.40051e+000 2.46046e+000 4.30773e-005 1.39398e-003
3 p2 1.12311e+000 1.64503e-002 4.24784e-005 5.13215e-003
4 p3 7.56574e-003 3.09344e-003 9.35742e-006 -2.42062e-002

Chi2_5/ngl = 37.8436/3 = 12.6145

```

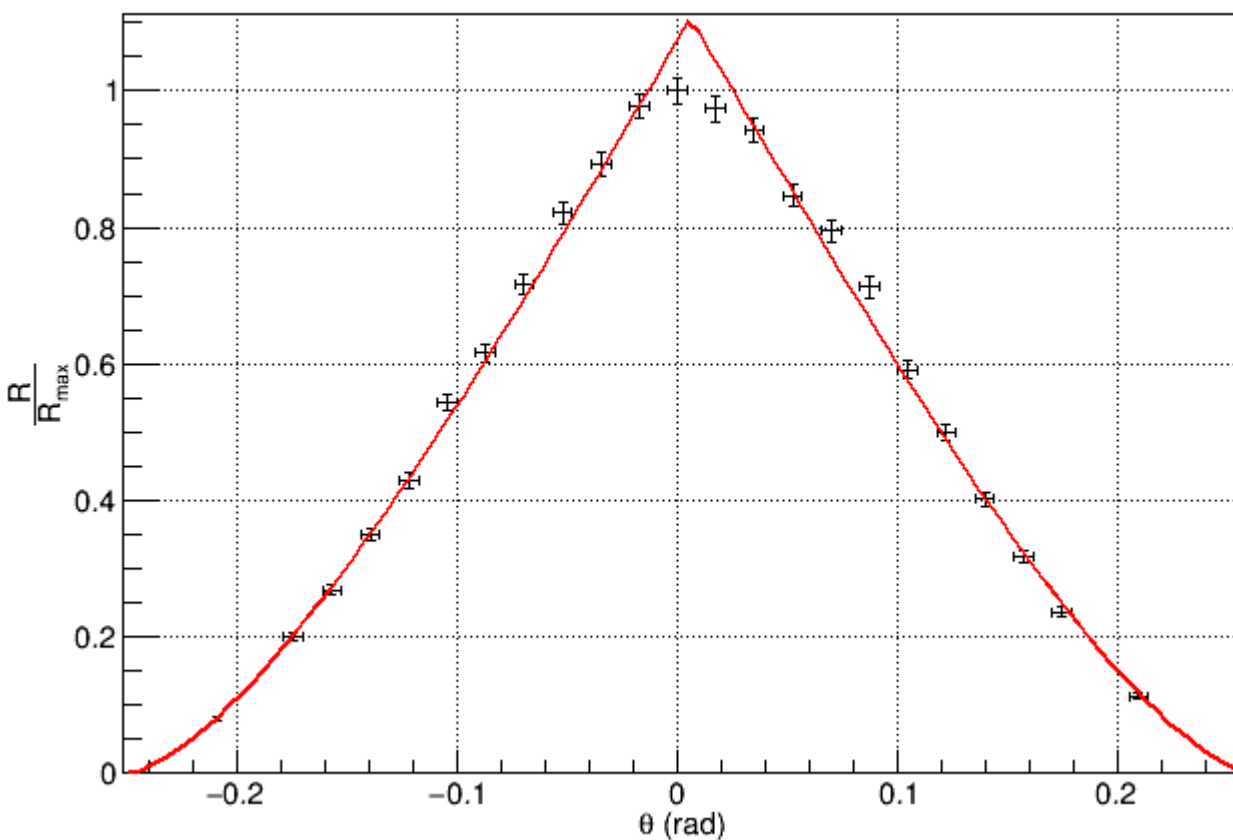
Figura 14: Parâmetros de ajuste

Deve-se referir durante o relatório o porquê das funções não se ajustarem tão bem aos dados como quando só se tentou ajustar em função de θ .

17/05/2017 - Análise da 1ª e 3ª sessões

Descobriu-se que na 1ª sessão não tinham sido considerados erros para θ , por lapso, pelo que refez-se o ajuste à função de resposta, e obtiveram-se os seguintes parâmetros, e os seguintes fits, que estão sobrepostos, porque utilizar uma constante $const = \frac{l}{r}$, com r fixo é a mesma coisa que usar $const = c$, com $c = \frac{l}{r}$, sendo ambos parâmetros livres:

Funcao de Resposta



```

EDM=9.76976e-007  STRATEGY= 1  ERROR MATRIX ACCURATE
EXT  PARAMETER
NO.  NAME      VALUE      ERROR      STEP      FIRST
1    p0        1.98878e+001  1.28006e-001  2.02841e-004  1.09787e-002
2    p1        2.54000e+000  fixed
3    p2        5.81421e-003  9.76995e-004  1.75169e-006  -2.62306e-001
4    p3        1.10721e+000  1.12665e-002  2.18444e-005  -4.93849e-002

0.888413
FCN=20.4335 FROM MIGRAD  STATUS=CONVERGED  90 CALLS  91 TOTAL
EDM=1.01831e-006  STRATEGY= 1  ERROR MATRIX ACCURATE
EXT  PARAMETER
NO.  NAME      VALUE      ERROR      STEP      FIRST
1    p0        1.81700e+001  2.02973e+001  1.85305e-004  -1.58637e-002
2    p1        2.32062e+000  2.59249e+000  2.36668e-005  1.24208e-001
3    p2        5.81447e-003  9.77078e-004  1.75189e-006  -1.53173e+000
4    p3        1.10721e+000  1.12676e-002  2.18418e-005  3.28494e-002

0.888413
root [1]
    
```

Como utilizar ambos r e l como parâmetros livres está errado, decidiu-se refazer os ajustes à função de resposta somente em função de ϕ , mantendo $r=2,54\text{cm}$, e obteve-se exatamente o mesmo gráfico, como no 1º caso.

```

FCN=184.083 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 88 CALLS 89 TOTAL
EDM=1.31265e-008 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP FIRST
1 p0 1.48504e+000 1.27883e-002 4.73448e-005 -7.78889e-004
2 p1 2.54000e+000 fixed
3 p2 1.14297e+000 9.08006e-003 3.35886e-005 -1.23126e-002
4 p3 -4.09948e-002 6.17303e-003 4.08423e-005 -1.94297e-002

Chi2_1/ngl = 184.083/33 = 5.57828
FCN=41.4706 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 77 CALLS 78 TOTAL
EDM=9.64331e-007 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP FIRST
1 p0 2.58634e+000 5.22953e-003 1.49553e-005 1.26923e-001
2 p1 2.54000e+000 fixed
3 p2 1.11872e+000 1.13431e-002 3.26249e-005 -6.95694e-002
4 p3 3.09089e-002 3.31273e-003 1.04620e-005 3.69818e-001

Chi2_2/ngl = 41.4706/10 = 4.14706
FCN=63.6631 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 81 CALLS 82 TOTAL
EDM=6.3814e-008 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP FIRST
1 p0 2.60505e+000 4.78927e-003 1.70541e-005 -3.90397e-002
2 p1 2.54000e+000 fixed
3 p2 1.12480e+000 1.13764e-002 4.09154e-005 1.48072e-002
4 p3 3.88386e-002 3.16571e-003 1.22839e-005 8.64947e-002

Chi2_4/ngl = 63.6631/10 = 6.36631
FCN=26.8647 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 72 CALLS 73 TOTAL
EDM=3.92547e-007 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP FIRST
1 p0 3.67163e+000 2.43940e-002 5.41360e-005 -9.19506e-003
2 p1 2.54000e+000 fixed
3 p2 1.06787e+000 1.59503e-002 3.51793e-005 -9.01618e-005
4 p3 9.56710e-003 3.01468e-003 7.71153e-006 -2.83498e-001

Chi2_3/ngl = 26.8647/4 = 6.71617

FCN=37.8436 FROM MIGRAD STATUS=CONVERGED 72 CALLS 73 TOTAL
EDM=5.94804e-008 STRATEGY= 1 ERROR MATRIX ACCURATE
EXT PARAMETER
NO. NAME VALUE ERROR STEP FIRST
1 p0 3.60778e+000 2.49551e-002 6.47351e-005 -9.20057e-004
2 p1 2.54000e+000 fixed
3 p2 1.12311e+000 1.64494e-002 4.24788e-005 -1.65200e-002
4 p3 7.56554e-003 3.09344e-003 9.35727e-006 -5.52650e-002

Chi2_5/ngl = 37.8436/4 = 9.4609

```

17/05/2017 - Análise da 1ª sessão

De forma a calcular as eficiências dos detectores e de coincidências, utilizou-se os valores dos rates corrigidos para $\theta=\phi=0$, pois para estes valores podemos assumir que a eficiência geométrica de cada um dos detectores, e de coincidências, eram iguais.

Calculou-se então inicialmente a eficiência geométrica segundo:

$$\varepsilon_g = \frac{r^2}{2l^2} \quad (5)$$

em que r representa o raio efectivo dos detectores, e toma o valor de $r=2.54$ cm, segundo indicação do docente; e l é a distância efectiva da fonte aos detectores, determinada pelo ajuste realizado à curva de resposta (já visto anteriormente), que toma o valor $l=19.89\pm 0.13$ cm.

De seguida, para calcular as eficiências totais de cada detector, bem como das coincidências, começou-se por determinar a atividade da fonte radioativa no momento da realização da experiência, que segue:

$$A(t) = 0.9A_0 e^{-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \Delta t} \quad (6)$$

sendo A_0 a atividade inicial da fonte ($A_0 \approx 10\mu\text{C}$); $t_{1/2}$ é o tempo de semi-vida da mesma ($t_{1/2}=2.6$ anos) e Δt o intervalo de tempo entre o momento em que se adquiriu a fonte, e o momento da medição, que se considerou ser, aproximadamente, 0.5 anos. Desta forma, a eficiência total do detector móvel/fixo (M/F) é obtida através de:

$$\varepsilon_{T_{M/F}} = \frac{R_{M/F}}{A(t)} \frac{A_{\text{signal}_{M/F}}}{A_{\text{total}_{M/F}}} \quad (7)$$

sendo $R_{M/F}$ os rates corrigidos medidos no detector (móvel ou fixo), e $\frac{A_{\text{signal}_{M/F}}}{A_{\text{total}_{M/F}}}$ o quociente entre a área de sinal e a área total (para o detector móvel ou fixo). Utilizou-se $R_M=1061.30$ ctg/s, $A_{\text{signal}_M}=884.20\pm6.95$ ctg e $A_{\text{total}_M}=1052.13\pm4.18$ ctg, para o detector móvel; e $R_F=1007.20$ ctg/s, $A_{\text{signal}_F}=834.83\pm7.00$ ctg, e $A_{\text{total}_F}=1000.88\pm4.08$ ctg, para o detector fixo. Todas as áreas utilizadas anteriormente foram obtidas através do software computacional que tínhamos ao nosso dispor, analisando o pico correspondente aos 511 KeV do espectro da fonte radioactiva em uso. Já para a eficiência total de coincidências, tem-se:

$$\varepsilon_{T_C} = \frac{R_C}{A(t)} \quad (8)$$

onde R_C representa o rate corrigido de coincidências, de valor $R_C=281.21\pm3.75$ ctg/s.

Com base nestes valores, facilmente se obteve valores para as eficiências intrínsecas, sabendo que a eficiência total é dada pelo produto da eficiência geométrica com a intrínseca. Tem-se então para os detectores e para as coincidências, respectivamente:

$$\varepsilon_{I_{M/F}} = \frac{\varepsilon_{T_{M/F}}}{\varepsilon_g} \quad \varepsilon_{I_C} = \frac{\varepsilon_{T_C}}{\varepsilon_g} \quad (9)$$

Por outro lado, intuitivamente se percebe que é possível obter a eficiência intrínseca de coincidências através do produto entre as eficiências intrínsecas dos dois detectores:

$$\varepsilon_{I_C} = \varepsilon_{I_M} \varepsilon_{I_F} \quad (10)$$

Finalmente, é ainda possível obter esta eficiência por um outro método, que segue:

$$\varepsilon_{I_C} = 2 \left(\frac{l}{r} \right)^2 \frac{R_C P_3}{A(t)} \quad (11)$$

onde P_3 é um dos parâmetros retirados do ajuste à curva de resposta, de valor $P_3=1.107\pm0.066$. Como a curva de resposta utilizada tinha sido normalizada a R_C e ao ângulo sólido (para θ e ϕ igual a 0), para ser possível calcular a eficiência deste modo é necessário multiplicar o parâmetro P_3 pelo factor $2 \left(\frac{l}{r} \right)^2$, que corresponde ao inverso da eficiência geométrica.

Efectuadas as contas, obtêm-se os valores expressos na tabela 1:

	ε_g	ε_{T_M}	ε_{T_F}	ε_{I_M}	ε_{I_F}	$\varepsilon_{I_C}(9)$	$\varepsilon_{I_C}(10)$	$\varepsilon_{I_C}(11)$
Eficiência (%)	0.82±0.01	0.31±0.07	0.29±0.07	37.53±9.08	35.35±8.58	11.83±2.80	13.27±6.43	13.10±3.07

Tabela 1: Valores obtidos para as eficiências, para $\theta=\phi=0^\circ$.

As fórmulas de erro para as expressões anteriores são apresentadas de seguida:

$$e_{\varepsilon_g} = \frac{r^2}{l^3} e_l \quad (12)$$

$$e_{\varepsilon_{T_{M/F}}} = \frac{e_{R_{M/F}}}{A(t)} \frac{A_{sinal_{M/F}}}{A_{total_{M/F}}} + \frac{R_{M/F}}{A(t)} \frac{e_{A_{sinal_{M/F}}}}{A_{total_{M/F}}} + \frac{R_{M/F}}{A(t)^2} \frac{A_{sinal_{M/F}}}{A_{total_{M/F}}} e_{A(t)} + \frac{R_{M/F}}{A(t)} \frac{A_{sinal_{M/F}}}{A_{total_{M/F}}^2} e_{A_{total_{M/F}}} \quad (13)$$

$$e_{\varepsilon_{T_C}} = \frac{e_{R_C}}{A(t)} + \frac{R_C}{A(t)^2} e_{A(t)} \quad (14)$$

$$e_{\varepsilon_{I_{M/F}}} = \frac{e_{\varepsilon_{T_{M/F}}}}{\varepsilon_g} + \frac{\varepsilon_{T_{M/F}}}{\varepsilon_g^2} e_{\varepsilon_g} \quad (15)$$

$$e_{\varepsilon_{I_C}} = \frac{e_{\varepsilon_{T_C}}}{\varepsilon_g} + \frac{\varepsilon_{T_C}}{\varepsilon_g^2} e_{\varepsilon_g} \quad (16)$$

$$e_{\varepsilon_{I_C}} = e_{\varepsilon_{I_M}} \varepsilon_{I_F} + \varepsilon_{I_M} e_{\varepsilon_{I_F}} \quad (17)$$

$$e_{\varepsilon_{I_C}} = 2 \left(\frac{l}{r} \right)^2 \frac{e_{R_C} P_3}{A(t)} + 2 \left(\frac{l}{r} \right)^2 \frac{R_C e_{P_3}}{A(t)} + 4 \frac{l}{r^2} \frac{R_C P_3}{A(t)} e_l + 2 \left(\frac{l}{r} \right)^2 \frac{R_C P_3}{A(t)^2} e_{A(t)} \quad (18)$$

Para a atividade da fonte, considerou-se, por indicação do docente, que a atividade inicial A_0 tinha um erro associado de 20% do seu valor original (ou seja, $e_{A_0}=20\%A_0$), dando-se ao intervalo de tempo um erro de ± 2 semanas = 0.038 anos, o que nos pareceu razoável, dado que a duração da experiência foi de 4 semanas. Obteve-se então:

$$e_{A(t)} = 0.9 \left(e_{A_0} + A_0 \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} e_{\Delta t} \right) e^{-\frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \Delta t} \quad (19)$$

18/05/2017 - Análise da 4ª sessão

Criou-se um programa "VaiBuscarInvertido.nb", que retira os valores do excell PET_4E, fornecido pela professora, com os dados da reconstrução, após a transformada inversa de Radon, e coloca-os no ficheiro Inversao.dat, com a seguinte estrutura: α ω transformada inversa.

Depois, visto que os ângulos α e ω são dados pelo esquema da figura 15, ou seja, há uma reparametrização tal que, caso se criassem dois detetores novos, o eixo entre estes e os reais interceptaria a fonte, pode-se verificar que, com alguma álgebra, os parâmetros x e y serão dados por:

$$x = l \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} \right) \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\omega}{2} \right) + 1}{1 + \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\omega}{2} \right)} \quad (20)$$

$$y = -l \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\omega}{2} \right) \frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} \right) - 1}{1 + \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} \right) \operatorname{tg} \left(\frac{\omega}{2} \right)} \quad (21)$$

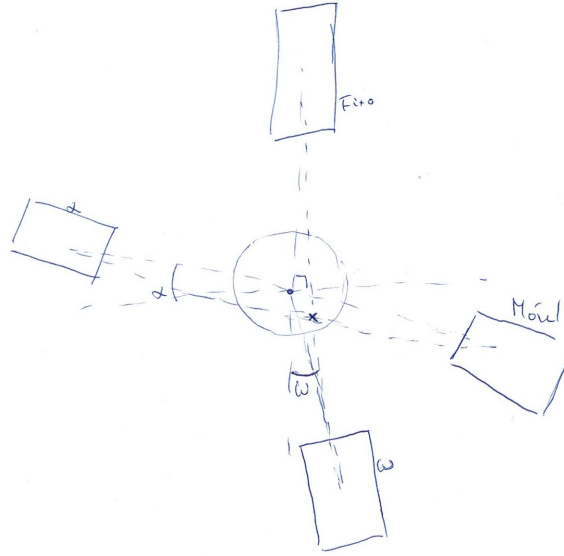


Figura 15: Parametrização de ω e ϕ

Depois realizaram-se plots semelhantes aos feitos para o sinograma, apresentados de seguida, com auxílio do programa "Inversao.nb", que fazia a conversão dos dados para um ficheiro "Invertido.dat", que era de seguida plotado através do programa "Invertido.cpp".

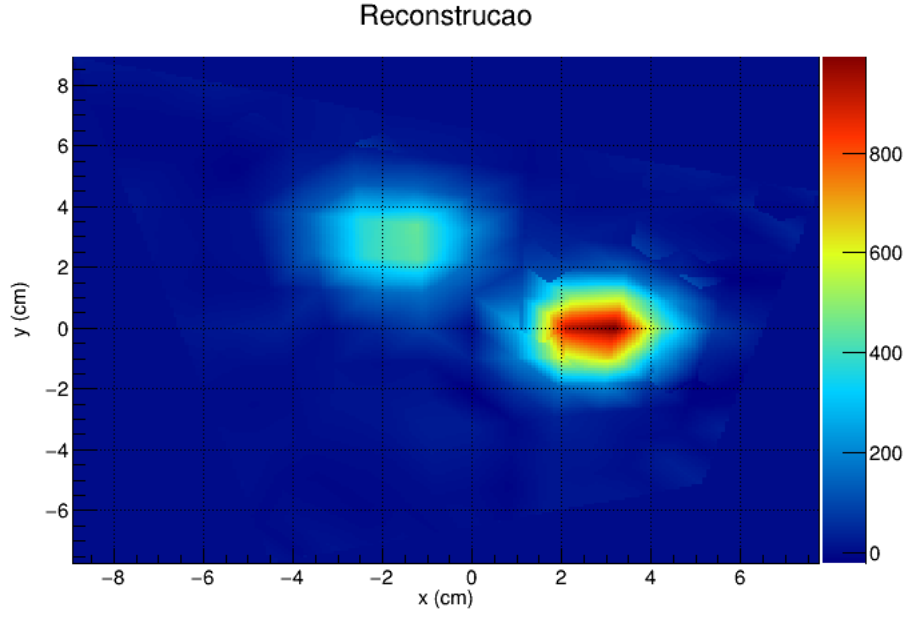


Figura 16: *Reconstrução*

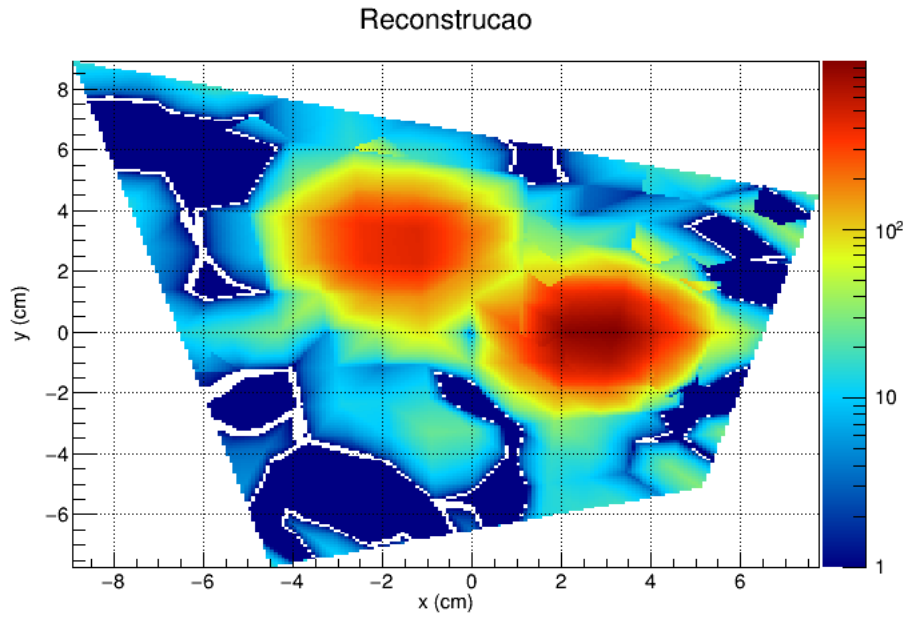


Figura 17: *Reconstrução em escala logarítmica*

A partir da figura 16 é possível verificar que as fontes se encontram nos intervalos $\{2, 4\}y$ e $\{-2.5, -0.5\}x$, e a segunda em $\{-1, 1\}y$ e $\{1.5, 4\}x$. Assim, seleccionaram-se os dados que correspondiam a estes intervalos, apresentado na tabela a seguir, e calculou-se tanto a média, como o seu desvio padrão, sendo que as relações apresentadas depois foram utilizadas para calcular ϕ e R .

Fonte (μc)	x (cm)	y (cm)	transformada
5	-2.338	2.338	382.81
5	-1.162	2.236	435.17
5	-2.443	3.533	369.97
5	-1.212	3.371	444.79
10	2.048	-0.975	620.38
10	3.088	-0.930	693.29
10	2.134	0.000	928.60
10	3.211	0.000	1005.19
10	2.219	0.968	517.11
10	3.332	-0.048	4353

Tabela 2: Valores utilizados para calcular x_1 , x_2 , y_1 e y_2

$$\phi = \arctg\left(\frac{y}{x}\right) \quad \sigma_\phi = \frac{1}{1 + \frac{y^2}{x^2}} \sqrt{\left(\frac{\sigma_y}{x}\right)^2 + \left(\frac{y\sigma_x^2}{x^2}\right)^2} \quad (22)$$

$$R = \frac{x}{\cos(\phi)} \quad \sigma_R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{\cos(\phi)}\right)^2 + \left(\frac{x\sin(\phi)\sigma_\phi}{\cos^2(\phi)}\right)^2} \quad (23)$$

$$desvio = \frac{\text{valor real} - \text{valor obtido}}{\sigma} \quad (24)$$

Nota: é necessário não esquecer que pode ser necessário somar π ao ϕ calculado por causa do período da $tg(\phi)$.

Depois de se aplicar as expressões, obteve-se, finalmente, a seguinte tabela.

Fonte (μc)	x (cm)	y (cm)	ϕ ($^\circ$)	ϕ_{real} ($^\circ$)	desvio ($\#\sigma$)	R (cm)	R_{real} (cm)	desvio ($\#\sigma$)
10	2.69 ± 0.55	-0.05 ± 0.77	-1 ± 16	0.0 ± 0.5	-0.13	3.35 ± 0.78	3.00 ± 0.05	-0.45
5	-1.74 ± 0.60	2.86 ± 0.59	121 ± 10	120.0 ± 0.5	-0.06	2.70 ± 0.055	3.00 ± 0.05	0.56

Tabela 3: Posição das Fontes. Note-se que os erros estão em σ