

# Difusão de Compton

Grupo 3A

Maria Beira (72752), Gonalo Catarina (72788), Shane Lennon (73594)

Laborat3rio de F3sica At3mica, 3ptica e F3sica das Radia3es

MEFT - Instituto Superior T3cnico

22 de Dezembro de 2013

**Resumo:** Estudo da energia do fot3o difundido em fun3o do 3ngulo de difus3o: determina3o experimental da massa do electr3o  $m_e = 0,5262 \pm 0,0022 MeV/c^2$  com um desvio de  $-6,9\sigma$  face ao valor tabelado. Estudo da sec3o eficaz diferencial em fun3o do 3ngulo de difus3o: compara3o dos resultados experimentais com os resultados previstos pelas express3es de Klein-Nishina e Thomson e verifica3o de que o modelo de Klein-Nishina 3 melhor descri3o dos resultados experimentais.

## I. INTRODU33O TE3RICA

A radioactividade, cuja descoberta se atribui ao franc3s Henri Becquerel em 1896, est3 associada 3s part3culas emitidas por um n3cleo inst3vel atrav3s de um processo conhecido como decaimento radioactivo. O conte3do destas emiss3es nucleares 3 variado, sendo necess3rio considerar apenas a emiss3o de part3culas  $\beta$  e de radia3o  $\gamma$  para o estudo que se vai realizar.

No processo de decaimento beta, a desintegra3o do n3cleo d3-se devido 3 emiss3o de um par electr3o-antineutrino ( $\beta^-$ ) ou de um par positr3o-neutrino ( $\beta^+$ ). As reac3es que descrevem estes dois processos s3o respectivamente apresentadas abaixo, juntamente com a reac3o relativa ao processo de captura electr3nica, concorrente com a emiss3o  $\beta^+$ :

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$

A emiss3o de radia3o  $\gamma$  acontece como consequ3ncia de uma desintegra3o nuclear da qual resulta um n3cleo no estado excitado. Este 3ltimo emite um ou mais fot3es, de modo a perder a energia em excesso e chegar ao estado fundamental.

Descrevam-se agora os processos de interac3o da radia3o  $\gamma$  com a mat3ria que s3o relevantes para a actividade que se vai realizar:

Efeito fotoel3ctrico:

Ocorre quando um electr3o at3mico de um material, ligado a este por uma energia de liga3o  $\phi$ , absorve um fot3o incidente de energia  $E_\gamma$  e 3 ejectado com uma energia cin3tica dada por:

$$T_e = E_\gamma - \phi$$

Caso o electr3o ejectado pertença a uma camada mais interna, ser3 substituído por um outro de uma camada exterior. Fica, ent3o, dispon3vel a diferena de energia entre as camadas intervenientes para a emiss3o de um raio X ou para a emiss3o de um electr3o da camada mais externa (electr3o de Auger). Este tipo de interac3o 3 o mais frequente para raios  $\gamma$  pouco energ3ticos ( $\sim 100$  KeV), sendo que a sua probabilidade de ocorr3ncia aumenta com a quarta pot3ncia do n3mero at3mico  $Z$  dos 3tomos absorvedores e decresce com o cubo da energia do fot3o incidente.

Produ3o de pares:

3ste tipo de interac3o d3-se quando a radia3o tem energia  $E_\gamma$  igual ou superior a  $1.022$  MeV (duas vezes a massa em repouso do electr3o) e consiste na interac3o de um fot3o com o campo electromagn3tico de um 3tomo, aniquilando-se e formando um par electr3o-positr3o. Energeticamente 3 descrito pela seguinte igualdade:

$$E_\gamma = 2m_e c^2 + T_e + T_p$$

onde  $T_e$  e  $T_p$  s3o respectivamente as energias cin3ticas do electr3o e do positr3o produzidos.

Ap3s a cria3o do par, o electr3o interage com a mat3ria e o positr3o, depois dum processo que envolve a perda de energia cin3tica na interac3o com as nuvens electr3nicas dos 3tomos constituintes do meio e a forma3o dum positr3nio quando a sua energia desceu at3 ser da ordem da energia do electr3o, acaba por se aniquilar, criando dois fot3es com direc3es opostas (reac3o de aniquila3o), como est3 descrito abaixo:

$$e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma$$

A probabilidade de ocorr3ncia da produ3o de pares cresce logisticamente a partir da energia limiar ( $1.022$  MeV) e torna-se dominante a partir de cerca de  $5$  MeV de energia de radia3o incidente.

Difus3o de Compton:

3ste processo ocorre quando um fot3o da radia3o incidente choca com um electr3o at3mico e 3 difundido segundo um 3ngulo  $\theta$  em rela3o 3 sua direc3o inicial. No caso da radia3o  $\gamma$ , como a energia do fot3o incidente ( $E_\gamma$ ) 3 muito superior 3 energia de liga3o do electr3o ao 3tomo, p3de dizer-se que o electr3o 3 livre e est3 inicialmente em repouso. Aplicando a conserva3o de energia e do momento linear, obt3m-se para a energia do fot3o difundido:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (1)$$

Esta interac3o 3 a mais significativa para energias m3dias de radia3o incidente (de  $0.5$  MeV at3 alguns MeV) e a sec3o eficaz diferencial que lhe est3 associada 3 dada, no quadro da mec3nica qu3ntica, pela express3o de Klein-Nishina traduzida igualdade que se segue (onde  $\alpha = \frac{E_\gamma}{m_e c^2}$  e  $r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2}$ ):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Z r_0^2 \left( \frac{1}{1 + \alpha(1 - \cos \theta)} \right)^2 \left( \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \left( 1 + \frac{\alpha^2 (1 - \cos \theta)^2}{(1 + \cos^2 \theta)(1 + \alpha(1 - \cos \theta))} \right) \quad (2)$$

No limite de muito baixas energias ( $E_\gamma \ll m_e c^2$ ) obt3m-se a express3o da sec3o eficaz diferencial de Thomson, dada por:

$$\frac{d\sigma_{Th}}{d\Omega} = Z r_0^2 \left( \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \right) \quad (3)$$

Este 3ltimo 3 o processo de interac3o que se pretende estudar mais a fundo, sendo que os objectivos desta actividade passam por traar o perfil experimental de varia3o da energia do fot3o difundido e da sec3o eficaz diferencial com o 3ngulo de difus3o  $\theta$ .

## II. MATERIAIS E M3TODOS

A seq3ncia de equipamento electr3nico associado 3 detec3o e visualiza3o dos dados encontra-se esquematizada na figura que se segue:

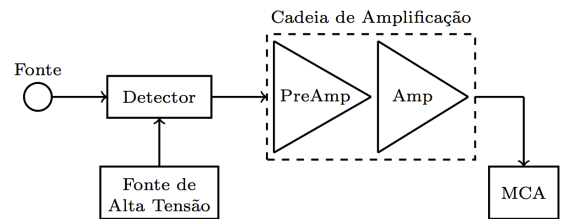


Figura 1. Esquema relativo ao equipamento electr3nico utilizado na actividade.

Nesta actividade utiliza-se um detector de cintila3o para a detec3o dos fot3es difundidos. Um detector de cintila3o baseia-se nas propriedades luminescentes de alguns materiais,

i.e., a emissão de luz por parte do material como resposta a estímulos externos (radiação, calor, etc). Concretamente, nesta actividade utiliza-se um cristal de iodeto de sódio dopado com tálio - NaI(Tl). Quando sujeitos a radiação  $\gamma$  os electrões da banda de valência do cristal excitam-se para a banda de condução, criando electrões e buracos livres e também excitações (pares ligados electrão-buraco). As propriedades de cintilação advêm das desexcitações que ocorrem devido à interacção das entidades descritas com os átomos da substância activadora (neste caso o tálio). De facto, as cintilações induzidas pela interacção da radiação  $\gamma$  com o cristal apenas podem ser tratadas após a sua conversão para um sinal eléctrico suficientemente forte. A conversão da luminiscência para um sinal eléctrico é efectuada através de um fotomultiplicador acoplado ao material cintilador, e cuja representação interna se encontra na Figura 2.

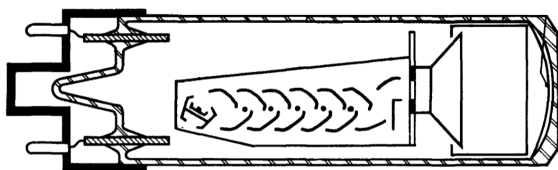


Figura 2. Representação esquemática de um Fotomultiplicador. Imagem adaptada de Schonkeren [9.1].

Um fotomultiplicador é formado por um fotocátodo (constituído por uma liga de metais alcalinos ou elementos do grupo V, e caracterizado por uma elevada eficiência quântica), que ao ser sujeito às cintilações provenientes do cristal, emite electrões por efeito fotoeléctrico. Os electrões emitidos são posteriormente multiplicados por acção de um conjunto de electrodos (chamados de dínodos) revestidos de materiais com elevados coeficientes de emissão electrónica secundária, sendo por fim o sinal eléctrico, agora apreciável, recolhido no ânodo. Ao fotomultiplicador estão associados dois tipos de ruído: o ruído estatístico, devido às flutuações em torno do valor médio da emissão fotoeléctrica do cátodo e das emissões secundárias dos dínodos, e a corrente negra, devida essencialmente à emissão termiônica do cátodo e dínodos, regida pela expressão:

$$I = AT^2 e^{-\frac{e\phi}{kT}} \quad (4)$$

O sinal eléctrico recolhido pelo ânodo é posteriormente amplificado pela cadeia de amplificação (ver Figura 1). O Pré Amplificador (neste caso de tensão) tem como função amplificar o sinal de forma a que na passagem do detector para o amplificador linear, que inevitavelmente se processa com o auxílio de cabos condutores, não ocorram distorções significativas do sinal devido ao ruído electromagnético envolvente. O amplificador linear tem como função amplificar de forma linear o sinal recebido do pré amplificador (tentando que se mantenha a proporcionalidade (ou pelo menos linearidade) da tensão relativamente à energia do fotão incidente), ajustando o mesmo para as gamas de tensão da placa MCA (geralmente 0V - 10V). O Amplificador Linear poderá ainda efectuar o "Shaping" do sinal de forma a evitar o empilhamento dos diferentes sinais. O sinal amplificado passa finalmente pelo analisador multicanal, MCA, que procede a digitização das amplitudes dos sinais analógicos recebidos da cadeia de amplificação num conjunto de canais (geralmente 1024), cada qual com uma memória associada que permite a contagem de cada um dos sinais de amplitude discretizada recebido.

A Montagem Experimental utilizada para a realização da actividade encontra-se representada esquematicamente na Figura 3.

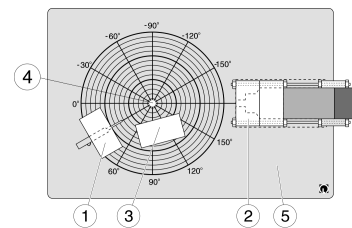


Figura 3. Montagem experimental do equipamento utilizado. Imagem adaptada do Protocolo Experimental.

Relativamente à figura anterior pode identificar-se cada um dos elementos legendados:

1. Fonte radioactiva blindada e colimada.
2. Detector de cintilação.
3. Bloco de chumbo.
4. Difusor cilíndrico de alumínio.
5. Base de trabalho com escala angular.

Há que referir alguns detalhes da montagem. O bloco de chumbo, 3, foi posicionado de forma a eliminar a incidência de fotões provenientes directamente da fonte no detector (i.e., uma tentativa de reduzir a contagem de fotões que não sofreram efeito de Compton, e portanto não são relevantes para o estudo que se pretende realizar). O difusor, 4, foi dimensionado de forma a permitir apenas uma única interacção de Compton por fotão incidente no difusor. Este aspecto é de extrema relevância para a actividade visto que caso não se tivesse este cuidado haveria a possibilidade de ocorrerem múltiplas interacções, impossibilitando o estudo pretendido.

Atente-se agora nos seguintes esquemas de decaimento dos elementos utilizados:

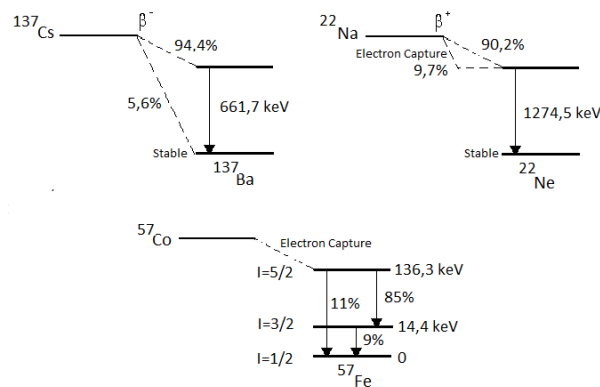


Figura 4. Esquemas de decaimento das fontes utilizadas na actividade.

Com recurso às fontes representadas no esquema, procedeu-se a uma calibração em energia, i.e., determinou-se a quantidade de energia associada a cada canal do ADC, para o valor de amplificação escolhido. Como a fonte a utilizar para fazer o estudo da difusão de Compton é a de  $^{137}\text{Cs}$ , este valor de amplificação foi escolhido de tal forma que o espectro do cézio adquirido utilizasse o máximo de canais do ADC. Para a calibração em energia, foram utilizados os picos de absorção total do  $^{137}\text{Cs}$  e do  $^{57}\text{Co}$  (respectivamente 662 keV e 122 keV) e o pico de aniquilação do sódio (511 keV - associado à emissão  $\beta^+$ ).

De seguida, adquiriu-se o espectro de uma fonte de  $^{137}\text{Cs}$  com maior actividade para diferentes ângulos de difusão ( $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $70^\circ$  e  $90^\circ$ ) de forma a estudar a energia

do fóton difundido e a secção eficaz diferencial. Experimentalmente, teve o cuidado de variar-se o tempo de aquisição para cada ângulo de forma a obter aproximadamente as mesmas contagens para a área do pico de absorção total. Nesta montagem, verificou-se ainda que para o ângulo de  $10^\circ$  havia passagem de fótons diretos da fonte para o detetor (mesmo utilizando o bloco de chumbo, havia diretos a passarem pelo próprio difusor) pelo que se fizeram aquisições com e sem difusor para  $0^\circ$  e  $10^\circ$  para uma posterior correcção.

Para valores de energia diferentes, o detetor não assume a mesma eficiência intrínseca, pelo que é necessário efetuar essa correcção e para isso foi fornecido o gráfico apresentado na Figura 5:

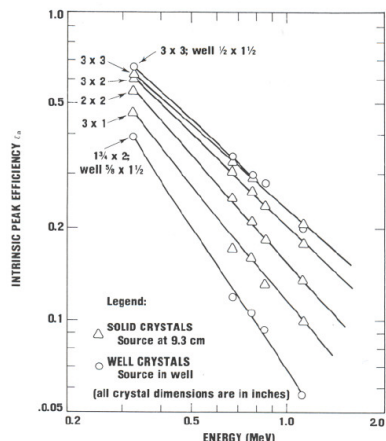


Figura 5. Variação da eficiência intrínseca com a energia para detectores de diferentes dimensões. O detetor utilizado é o  $2 \times 2$  (5 por 5 cm).

### III. TRATAMENTO DE DADOS E ANÁLISE DE RESULTADOS

#### 1. Calibração em energia.

Pico	$E_{tab}$ (KeV)	ROI Net (Cts.Chn)	FWHM (Chn)	Centróide (Chn)
$^{137}Cs$ : Absorção total	662	$41199 \pm 600$	72,22	$900,86 \pm 0,15$
$^{22}Na$ : Aniquilação $\beta^+$	511	$19164 \pm 635$	59,77	$704,97 \pm 0,18$
$^{57}Co$ : Absorção total	122	$27048 \pm 476$	25,97	$187,83 \pm 0,07$

Tabela I. Resultados experimentais obtidos para as energias de referência.

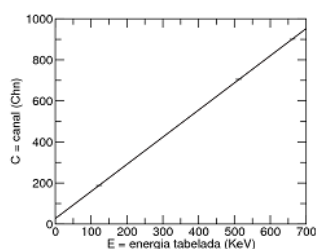


Figura 6. Gráfico de ajuste à expressão  $C = mE + b$ .

m (Chn/KeV)	b (Chn)	$\chi^2/ndf$
$1,3226 \pm 0,0003$	$26,57 \pm 0,09$	$266,5/(3-2)$

Tabela II. Resultados do ajuste da figura 6.

Os parâmetros  $m$  e  $b$  foram convertidos para outros com verdadeiro significado físico, considerando a expressão

$$E = \frac{C - b}{m} = kC + d$$

onde  $k = \frac{1}{m}$  e  $d = -\frac{b}{m}$ .

k (KeV/Chn)	d (KeV)
$0,7561 \pm 0,0002$	$-20,09 \pm 0,07$

Tabela III. Parâmetros de ajuste convertidos.

Analisando os resultados do ajuste, observa-se que o valor de  $b$  (ou  $d$ ) obtido não foi compatível com 0 como seria esperado. De facto, o valor  $d$  obtido do ajuste (que corresponde pela expressão à energia do canal 0) deu um valor negativo, algo que fisicamente não tem sentido e que remete imediatamente para a existência de um erro sistemático. De facto, o valor elevado de  $\chi^2/ndf$  indica que os erros sistemáticos nesta experiência foram dominantes face aos erros estatísticos (os erros nos centróides foram realmente muito baixos). Uma possível explicação para este erro sistemático será a existência de um *offset* algures no sistema de aquisição de dados que deverá estar associado ao amplificador. Outra explicação será um possível empilhamento que pode ocorrer a baixas energias (abundância de sinais nessa gama). De facto, aquilo que se verificou experimentalmente foi que o regime de linearidade falhava mais quanto menor fosse o canal/energia em que se fizessem as medições. Não foi feita no entanto nenhuma análise mais profunda deste erro sistemático (não foi contabilizado) pelo que a análise dos resultados obtidos terá que ter sempre este aspeto em conta.

#### 2. Resultados experimentais para os diferentes ângulos de difusão.

Para o restante tratamento de dados, usaram-se os resultados dos seguintes ajustes aos pontos experimentais obtidos para cada ângulo de difusão  $\theta$ :

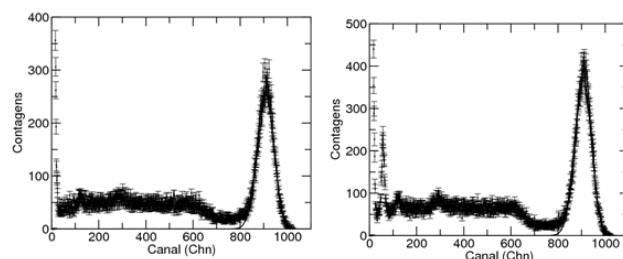


Figura 7. Ajuste a  $f(x) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$  para  $\theta = 0^\circ$  com difusor (à esquerda) e sem difusor (à direita).

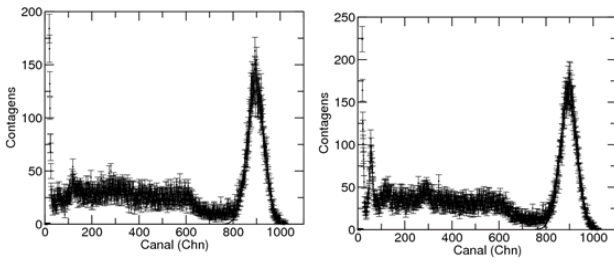


Figura 8. Ajuste a  $f(x) = \frac{N}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$  para  $\theta = 10^\circ$  com difusor (à esquerda) e sem difusor (à direita).

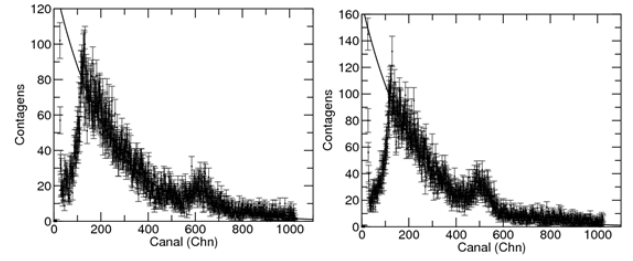


Figura 10. Ajuste a  $f(x) = \frac{N}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} + Ae^{-mx}$  para  $\theta = 50^\circ$  com difusor (à esquerda) e para  $\theta = 70^\circ$  com difusor (à direita).

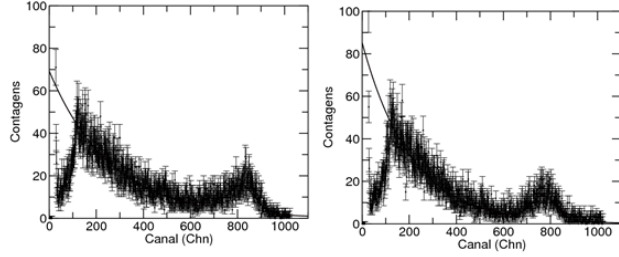


Figura 9. Ajuste a  $f(x) = \frac{N}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} + Ae^{-mx}$  para  $\theta = 20^\circ$  com difusor (à esquerda) e para  $\theta = 30^\circ$  com difusor (à direita).

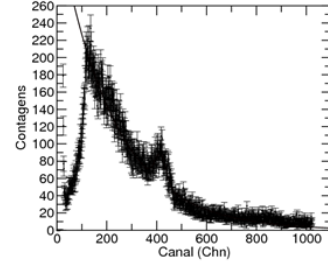


Figura 11. Ajuste a  $f(x) = \frac{N}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} + Ae^{-mx}$  para  $\theta = 90^\circ$  com difusor.

$\theta$ ( $^\circ$ )	$t_{aq}$ (s)	N (Cts.Chn)	$\sigma^2$ (Chn $^2$ )	$\mu$ (Chn)	A (Chn)	m ( $10^{-3} \cdot Chn^{-1}$ )	$\chi^2/ndf$
0 c/dif	60	$22970,6 \pm 151,6$	$1260,3 \pm 14,0$	$906,27 \pm 0,25$	-	-	$1685,8/(1024-750-3)$
0 s/dif	60	$33088,0 \pm 182,0$	$1266,2 \pm 11,5$	$905,69 \pm 0,21$	-	-	$1982,7/(1024-750-3)$
10 c/dif	60	$11689,8 \pm 108,2$	$1353,8 \pm 21,6$	$895,04 \pm 0,36$	-	-	$775,3/(1024-750-3)$
10 s/dif	60	$14393,5 \pm 120,1$	$1401,8 \pm 20,6$	$894,36 \pm 0,33$	-	-	$855,7/(1024-750-3)$
20 c/dif	220	$1808,4 \pm 67,5$	$3239,2 \pm 274,9$	$815,57 \pm 2,71$	$69,3 \pm 1,8$	$3,82 \pm 0,07$	$1014,9/(1024-150-5)$
30 c/dif	250	$1501,1 \pm 53,1$	$2802,7 \pm 188,1$	$772,84 \pm 1,90$	$85,2 \pm 2,5$	$4,79 \pm 0,09$	$1042,2/(1024-150-5)$
50 c/dif	479	$791,0 \pm 59,8$	$1340,0 \pm 224,5$	$630,49 \pm 3,02$	$136,0 \pm 2,8$	$4,41 \pm 0,06$	$1121,1/(1024-150-5)$
70 c/dif	554	$1049,8 \pm 63,4$	$763,8 \pm 81,4$	$508,07 \pm 1,84$	$168,2 \pm 3,0$	$4,55 \pm 0,01$	$1109,5/(1024-150-5)$
90 c/dif	1177	$1910,6 \pm 97,5$	$484,2 \pm 49,9$	$415,96 \pm 1,13$	$355,9 \pm 4,3$	$4,51 \pm 0,03$	$1507,1/(1024-150-5)$

Tabela IV. Resultados dos ajustes das figuras 7 a 11.

Notas: Para ângulos pequenos ( $0^\circ$  e  $10^\circ$ ), os picos de absorção total do  $\gamma$  difundido não foram significativamente afetados por nenhum ruído de fundo pelo que foi ajustada apenas uma gaussiana a pontos a partir do canal 750 (os outros pontos apresentam-se ‘plotados’ mas não foram ajustados). Para ângulos superiores, verificou-se que a influência do ruído de fundo foi significativa pelo que foi ajustada a soma duma gaussiana com uma exponencial negativa que rege a corrente negra (expressão (4)) a pontos a partir do canal 150.

Visualmente as retas ajustaram bem aos pontos experimentais, o que é refletido no baixo  $\chi^2/ndf$  obtido dos ajustes.

### 3. Energia do fóton difundido em função do ângulo de difusão. Obtenção da massa do eletrão.

$\theta$ ( $^\circ$ )	$E'_{\gamma tab}$ (KeV)	$\mu$ (Chn)	$E'_{\gamma}$ (keV)	Desvio (nº de $\sigma$ )
0	662	$906,27 \pm 0,25$	$665,14 \pm 0,25$	-12,8
10	649	$895,04 \pm 0,36$	$656,65 \pm 0,31$	-24,0
20	614	$815,57 \pm 2,71$	$596,56 \pm 2,05$	8,5
30	564	$772,84 \pm 1,90$	$564,26 \pm 1,44$	-0,1
50	453	$630,49 \pm 3,02$	$456,62 \pm 2,29$	-1,8
70	357	$508,07 \pm 1,84$	$364,06 \pm 1,40$	-4,8
90	288	$415,96 \pm 1,13$	$294,42 \pm 0,86$	-7,0

Tabela V. Comparação dos resultados obtidos com os tabelados, previstos pela expressão (1).



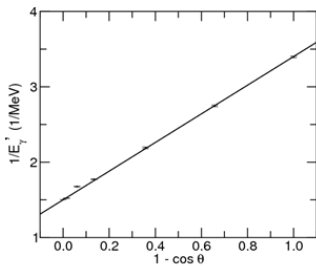


Figura 12. Ajuste a  $\frac{1}{E'} = \frac{1}{E_\gamma} + \frac{1 - \cos \theta}{m_e c^2}$ .

$E_\gamma$ (MeV)	Desvio (n° de $\sigma$ )	$m_e c^2$ (MeV)	Desvio (n° de $\sigma$ )	$\chi^2/\text{ndf}$
$0,6665 \pm 0,0002$	-22,5	$0,5262 \pm 0,0022$	-6,9	236,2/(7-2)

Tabela VI. Resultados do ajuste da figura 12.

Os resultados obtidos do ajuste para a massa do elétron e para a energia da radiação incidente (decaimento do  $^{137}\text{Cs}$ ) apresentam-se bastante desviados em n° de  $\sigma$  pelos motivos já mencionados: por um lado, há um erro sistemático que desvia os resultados experimentais dos tabelados (note-se que o desvio é sempre no mesmo sentido); por outro, os erros estatísticos são muito baixos e, sendo dominados pelo sistemático, provocam estes desvios muito altos. Ainda assim, olhando só em termos de exatidão, os resultados experimentais foram satisfatórios (mesmo ignorando o sistemático os valores obtidos não foram absurdos).

#### 4. Secção eficaz diferencial em função do ângulo de difusão.

Para o estudo da secção eficaz diferencial, é de interesse determinar-se o número de difusões de Compton detetadas por unidade de tempo (definiu-se por  $R_{det}$ ) para cada ângulo de difusão  $\theta$ . Considerações:

- A partir de  $\theta = 20^\circ$ , a montagem experimental garante que não há emissões de  $\gamma$  directos que passem pelo difusor cilíndrico, pelo que  $R_{det} = \frac{N}{t_{aq}}$ .
- Para  $\theta = 0^\circ$  não existe teoricamente difusão (este ângulo não será portanto analisado). A fração  $\frac{N_{0cdf}}{N_{0sdf}}$  é, no entanto, relevante e corresponde à fração de  $\gamma$  não difundidos em relação aos  $\gamma$  incidentes sem difusor, visto que a  $0^\circ$  não existe difusão.
- Para  $\theta = 10^\circ$  é necessário subtrair o número de contagens directas que, na aproximação de que o caminho percorrido no difusor cilíndrico é igual a  $10^\circ$  e a  $0^\circ$ , resulta na expressão de correção  $N_{10compton} = N_{10cdf} - N_{10sdf} \frac{N_{0cdf}}{N_{0sdf}}$ .

$\theta$ (°)	$t_{aq}$ (s)	N (Cts.Chn)	$N_{corrigido}$ (Cts.Chn)	$R_{det}$ (Cts.Chn/s)
0 c/dif	60	$22970,6 \pm 151,6$	-	-
0 s/dif	60	$33088,0 \pm 182,0$	-	-
10 c/dif	60	$11689,8 \pm 108,2$	$1697,4 \pm 161,3$	$28,29 \pm 2,69$
10 s/dif	60	$14393,5 \pm 120,1$	-	-
20 c/dif	220	$1808,4 \pm 67,5$	$1808,4 \pm 67,5$	$8,22 \pm 0,31$
30 c/dif	250	$1501,1 \pm 53,1$	$1501,1 \pm 53,1$	$6,00 \pm 0,21$
50 c/dif	479	$791,0 \pm 59,8$	$791,0 \pm 59,8$	$1,65 \pm 0,12$
70 c/dif	554	$1049,8 \pm 63,4$	$1049,8 \pm 63,4$	$1,89 \pm 0,11$
90 c/dif	1177	$1910,6 \pm 97,5$	$1910,6 \pm 97,5$	$1,62 \pm 0,08$

Tabela VII.  $R_{det}$  para os vários ângulos de difusão.

Conhecendo  $R_{det}$ , pretende determinar-se o número de difusões de Compton que incidem no detetor (definiu-se  $R_{inc}$ ). Para isso, é importante notar que a energia dos fótons difundidos varia com o ângulo, variando também a eficiência intrínseca  $\epsilon_p$  do detetor (ver figura 5). Pela própria definição de eficiência intrínseca, a correção a aplicar leva a  $R_{inc} = \frac{R_{det}}{\epsilon_p}$ .

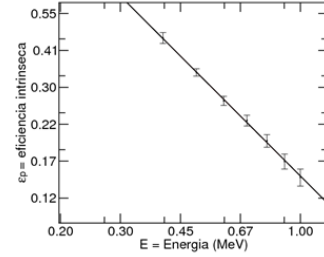


Figura 13. Ajuste a  $\epsilon_p = e^b E^m$ ; os pontos experimentais foram tirados da figura 5.

m	b	$\chi^2/\text{ndf}$
$-1,22 \pm 0,06$	$-1,92 \pm 0,04$	$0,38/(7-2)$

Tabela VIII. Resultados do ajuste da figura 13.

O ajuste realizado teve, como seria de esperar, um baixo  $\chi^2/\text{ndf}$  e foi feito unicamente porque há pontos do gráfico da figura 5 mais fáceis de tirar que os pontos pretendidos. Ainda mais, como os nossos olhos não são muito sensíveis a variações em escalas logarítmicas, foi mesmo necessário realizar este ajuste para evitar esse tipo de erros.

$\theta$ (°)	$E'_\gamma$ (KeV)	$\epsilon_p$	$R_{det}$ (Cts.Chn/s)	$R_{inc}$ (Cts.Chn/s)
10	$665,65 \pm 0,31$	$0,245 \pm 0,009$	$28,29 \pm 2,69$	$115,7 \pm 11,0$
20	$596,56 \pm 2,05$	$0,275 \pm 0,011$	$8,22 \pm 0,31$	$29,90 \pm 1,12$
30	$564,26 \pm 1,44$	$0,294 \pm 0,011$	$6,00 \pm 0,21$	$20,41 \pm 0,72$
50	$456,62 \pm 2,29$	$0,381 \pm 0,016$	$1,65 \pm 0,12$	$4,34 \pm 0,33$
70	$364,06 \pm 1,40$	$0,502 \pm 0,022$	$1,89 \pm 0,11$	$3,78 \pm 0,23$
90	$294,42 \pm 0,86$	$0,650 \pm 0,031$	$1,62 \pm 0,08$	$2,50 \pm 0,13$

Tabela IX.  $R_{inc}$  para os vários ângulos.

Para retirar a dependência da geometria da montagem e da própria fonte, pode agora normalizar-se  $R_{inc}$  dividindo pelo  $R_{inc}$  do ângulo mais baixo para o qual se confia nos resultados (escolheu-se  $\theta = 20^\circ$ ). Por definição de secção eficaz diferencial tem-se que  $(R_{inc})/(R_{inc})_{20} = (\frac{d\sigma}{d\Omega})/(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{20}$  e os resultados obtidos podem ser comparados com as expressões teóricas de Klein-Nishina (2) e Thomson (3).

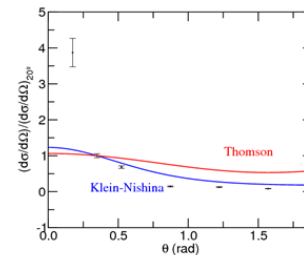


Figura 14. Comparação dos pontos experimentais obtidos com as curvas teóricas de Klein-Nishina e de Thomson normalizadas a 20 graus.

Analisando a figura 14, podem fazer-se várias verificações. Em primeiro lugar, observa-se que o valor obtido para  $\theta = 10^\circ$  está bastante afastado de ambas as curvas teóricas o que pode ser justificado à partida pelo facto da correção efetuada para eliminar os fótons diretos não ser suficiente e na realidade estarem a ser contabilizadas mais contagens do que as relativas ao processo de difusão (note-se que isso iria provocar o desvio no sentido observado). O valor obtido para  $\theta = 20^\circ$  não terá à partida qualquer significado pois as secções eficazes foram normalizadas a esse valor, portanto quer os valores experimentais quer os previstos pelo modelo teriam que dar 1. Quanto aos restantes ângulos, observa-se que o comportamento aproxima-se mais do modelo de Klein-Nishina do que do modelo de Thomson, o que faz sentido tendo em conta que o modelo de Thomson é para o limite de baixas energias que não é compatível com o caso em estudo. Ainda assim, apesar dos pontos experimentais seguirem mais ou menos a tendência do modelo de Klein-Nishina, há ainda aqui algo a discutir. Os pontos experimentais obtidos ficaram todos abaixo da expressão teórica o que pode querer indicar um sistemático: de facto, a  $\theta = 20^\circ$  poderão existir também fótons diretos (à semelhança do que acontece para  $\theta = 10^\circ$ ) pelo que a normalização por um valor de fótons superior ao previsto teoricamente pode justificar o desvio neste sentido.

#### IV. CONCLUSÃO E CRÍTICA

A atividade experimental decorreu como o previsto, tendo sido cumpridos os objetivos propostos: estudo da energia do fóton difundido e da secção eficaz diferencial em função do ângulo de difusão.

A análise de dados começou com uma calibração em energia que evidenciou a presença de um erro sistemático (cuja possíveis explicações foram discutidas anteriormente) que afetou em exatidão e em precisão a energia do fóton difundido e consequentemente os resultados obtidos para a massa do eletrão ( $m_e = 0,5262 \pm 0,0022 \text{ MeV}/c^2$ ) e para a energia da radiação  $\gamma$  do  $^{137}\text{Cs}$  ( $E_\gamma = 0,6665 \pm 0,0002 \text{ MeV}/c^2$ ). Ainda assim, os valores obtidos foram satisfatórios, ainda que não tenhamos detetado e contabilizado explicitamente o erro sistemático.

Para o estudo da secção eficaz diferencial, o erro sistemático na calibração em energia pouco afetava (apenas interessava na correção da eficiência intrínseca do detetor) pelo que seria de esperar que os resultados obtidos nesta parte fossem melhores que os anteriores. No entanto, dada a necessidade de normalizar o número de contagens por unidade de tempo ao ângulo  $\theta = 20^\circ$  para tirar a dependência de parâmetros relativos à fonte e à montagem, surgiu outro erro sistemático (também já discutido) que desviou os pontos experimentais da reta relativa à expressão de Klein-Nishina. Ainda assim, foi possível verificar que os pontos seguiam mais ou menos a tendência do modelo de Klein-Nishina que se verificou ser uma muito melhor descrição da experiência comparativamente com o modelo de Thomson, como não podia deixar de acontecer dado a não concordância experimental com o limite de baixas energias do modelo de Thomson.

Para além de tudo isto, não se devem descartar também os possíveis erros experimentais. Apesar de se ter tido grande cuidado com o alinhamento do detetor e do difusor cilíndrico, haverá sempre um erro experimental nesse alinhamento que não terá sido contabilizado na propagação de erros (note-se que não foi estimado nenhum erro nos ângulos de difusão). Esse erro será à partida reduzido mas, para aquisições demoradas onde o erro no centróide é muito pequeno e a precisão é enorme, esse erro poderá não ser desprezável.

#### V. PROPAGAÇÃO DE ERROS

Erro no centróide:

$$\sigma_{centroide} = \frac{FWHM}{2\sqrt{2\log 2}\sqrt{ROINet}}$$

Erro em  $k$  e  $d$ :

$$\sigma_k = \frac{\sigma_m}{m^2}$$

$$\sigma_d^2 = \frac{\sigma_b^2}{m^2} + \frac{\sigma_m^2 b^2}{m^4}$$

Erro nas contagens ( $N$  = número de contagens):

$$\sigma_{contagens} = \sqrt{N}$$

Erro na calibração:

$$\sigma_E^2 = \frac{\sigma_c^2}{m^2} + \frac{\sigma_b^2}{m^2} + \frac{(C-b)^2 \sigma_m^2}{m^4}$$

Erro em  $\frac{1}{E_\gamma}$ :

$$\sigma_{\frac{1}{E_\gamma}} = \frac{\sigma_{E'_\gamma}}{E_\gamma'^2}$$

Erro em  $R_{det}$ :

$$\sigma_{R_{det}} = \frac{\sigma_{N_{corrigido}}}{t_{aq}}$$

Erro em  $\epsilon_p$ :

$$\sigma_{\epsilon_p}^2 = \sigma_b^2 \epsilon_p^2 + \sigma_m^2 (\epsilon_p \log E)^2 + \sigma_E^2 (me^b E^{m-1})^2$$

Erro em  $R_{inc}$ :

$$\sigma_{R_{inc}}^2 = \frac{\sigma_{R_{det}}^2}{\epsilon_p^2} + \sigma_{\epsilon_p}^2 \left( \frac{R_{det}}{\epsilon_p^2} \right)^2$$

Erro na normalização  $\frac{R_{inc}}{R_{inc20}}$ :

$$\sigma_{\frac{R_{inc}}{R_{inc20}}}^2 = \frac{\sigma_{R_{inc}}^2}{R_{inc20}^2} + \sigma_{R_{inc20}}^2 \left( \frac{R_{inc}}{R_{inc20}^2} \right)^2$$

Erro na correção a  $10^\circ$ :

$$\sigma_{N_{10compton}}^2 = \sigma_{N_{10cdf}}^2 + \sigma_{N_{10sdf}}^2 \left( \frac{N_{10cdf}}{N_{0sdf}} \right)^2 + \sigma_{N_{0cdf}}^2 \left( \frac{N_{10sdf}}{N_{0sdf}} \right)^2 + \sigma_{N_{0sdf}}^2 \left( \frac{N_{10sdf} N_{0cdf}}{N_{0sdf}^2} \right)^2$$

#### VI. REFERÊNCIAS

- 
- [1] <http://www.canberra.edu.au/centres/iae/resources/scientific-paper.pdf>, acedido em Dezembro de 2013.
  - [2] [http://www.lip.pt/~sramos/ist/frad/teor/t4a\\_all.pdf](http://www.lip.pt/~sramos/ist/frad/teor/t4a_all.pdf), acedido em Dezembro de 2013.
  - [3] <http://www.lip.pt/~bordalo/lfaofr/det03.pdf>, acedido em Dezembro de 2013.
  - [4] <http://pt.wikipedia.org/wiki/Radioatividade>, acedido em Dezembro de 2013.
  - [5] [http://pt.wikipedia.org/wiki/Part%C3%ADcula\\_beta](http://pt.wikipedia.org/wiki/Part%C3%ADcula_beta), acedido em Dezembro de 2013.
  - [6] [http://www.lip.pt/~sramos/ist/frad/teor/t2a\\_all.pdf](http://www.lip.pt/~sramos/ist/frad/teor/t2a_all.pdf), acedido em Dezembro de 2013.
  - [7] [http://www.lip.pt/~bordalo/lfaofr/guia\\_compton.pdf](http://www.lip.pt/~bordalo/lfaofr/guia_compton.pdf), acedido em Dezembro de 2013.
  - [8] <http://www.secundarialixa.com/fisicanalixa/artigos/compton.pdf>, acedido em Dezembro de 2013.
  - [9] <http://www.lip.pt/~varela/fexpIV/slides/difusao-compton.pdf>, acedido em Dezembro de 2013.
  - [10] <http://arjuna.ist.utl.pt/dissertacoes/entrega/teses/46746/TeseMargaridaCaldeira.pdf>, acedido em Dezembro de 2013.