Universidade Federal de Minas Gerais
Disciplina de Computação Natural

Trabalho prático 2

Algoritmo de Colônia de Formigas para resolver o problema da p-Mediana com restrições de capacidade

Data de entrega: 01 de novembro

1 Introdução

O problema da p-mediana com restrições de capacidade faz parte de uma classe ampla de problemas conhecidos como problemas de localização. O problema consiste em decidir onde localizar P centros em uma rede (composta por vértices e arestas) de forma a minimizar a soma de todas as distâncias de cada vértice ao centro mais próximo. Além disso, no problema da p-mediana com restrições de capacidade existe uma demanda associada à cada vértice que restringe a capacidade de atendimento dos centros. O problema da p-mediana é um problema de otimização combinatória NP-difícil.

São diversas as situações práticas reais em que se pretende localizar um centro de modo a minimizar a média das distâncias ponderadas entre cada cliente (vértice do grafo) e o centro mais próximo. Entre elas, podemos citar a localização de serviços públicos (escolas, hospitais, bibliotecas), instalação de novos pontos de ônibus, armazéns, antenas de telecomunicação, entre outros.

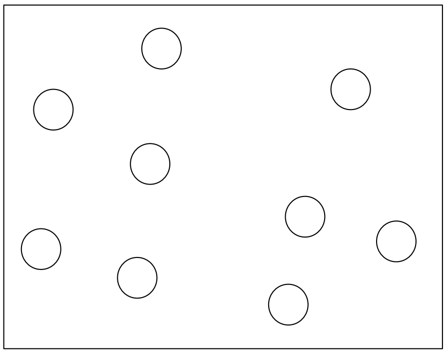

Figura 1: Entrada de dados inicial

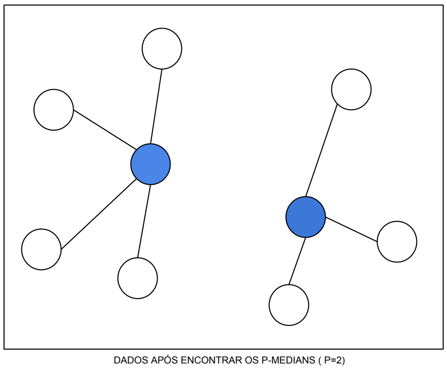

Figura 2: Solução para p=2

A seguir definimos formalmente esse problema. Dado um conjunto de pontos i queremos encontrar p pontos facilitadores de forma a minimizar as distâncias d_{ij} entre o nó i e um facilitador j, ou seja, queremos encontrar [2]:

$$v(P) \quad = \quad \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} \times x_{ij}$$

onde n é o número de vértices na rede, P é o número de centros (medianas) a serem localizados e $[d_{ij}]n \times n$ é uma matriz de custos (distâncias). Além disso, temos:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o vértice é atendido pelo centro } j,\ j \; != i, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$x_{jj} = \begin{cases} 1, & \text{se o vértice } j \text{ é um centro,} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

As seguintes restrições também devem ser respeitadas:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} - 1, \forall i \in N \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{jj} = p \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_{ij} \leq b_j x_{jj}, \forall j \in N \tag{3}$$

- A restrição (1) garante que, para todos os vértices, ou o vértice é uma mediana, e logo não é atendido por nenhuma outra mediana; ou ele é atendido por uma (e apenas uma) mediana.
- A restrição (2) garante que o número de medianas seja igual a p.
- Sendo a_i a demanda do vértice i e b_j a capacidade de atendimento do centro j, se este for escolhido como mediana, a restrição (3) garante que a capacidade de alocação de uma mediana não seja ultrapassada.

2 Objetivos

O principal objetivo desse trabalho é entender e implementar os componentes básicos de um algoritmo de colônia de formigas, fazer uma análise dos parâmetros utilizados pelo algoritmo e estudar como eles influenciam os resultados obtidos.

Existem diversas formas de se resolver o problema de p-medianas usando Colônia de Formigas. Um deles é criar um ponto imaginário (representado pelo quadrado na Figura 3), ao qual todas as formigas estão associadas inicialmente.

A primeira etapa do algoritmo é mover as formigas para p pontos medianos. A probabilidade de escolher um ponto deve seguir os detalhes do algoritmo de Colônia de formigas. Os p primeiros pontos para onde as formigas se movem representam as medianas (exemplo na Figura 4). A próxima etapa consiste em repetir o seguinte passo para todas as formigas: Dado uma formiga localizada na mediana i, mover essa formiga para um ponto final (ponto que não é mediana). Essa formiga só pode ser movida para dois tipos de pontos:

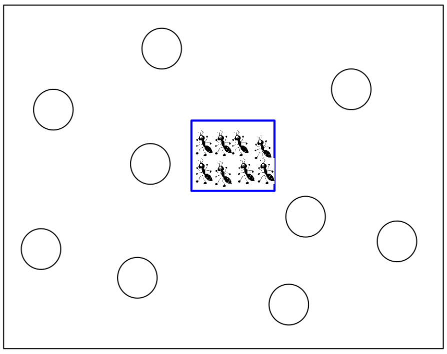

Figura 3: Entrada de dados inicial

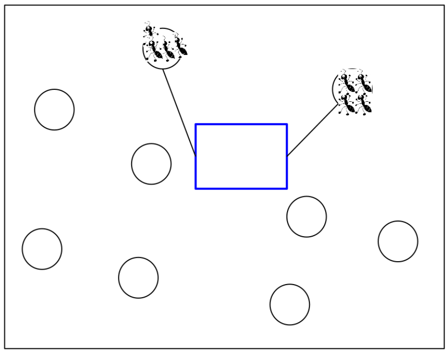

Figura 4: Primeira etapa para p=2

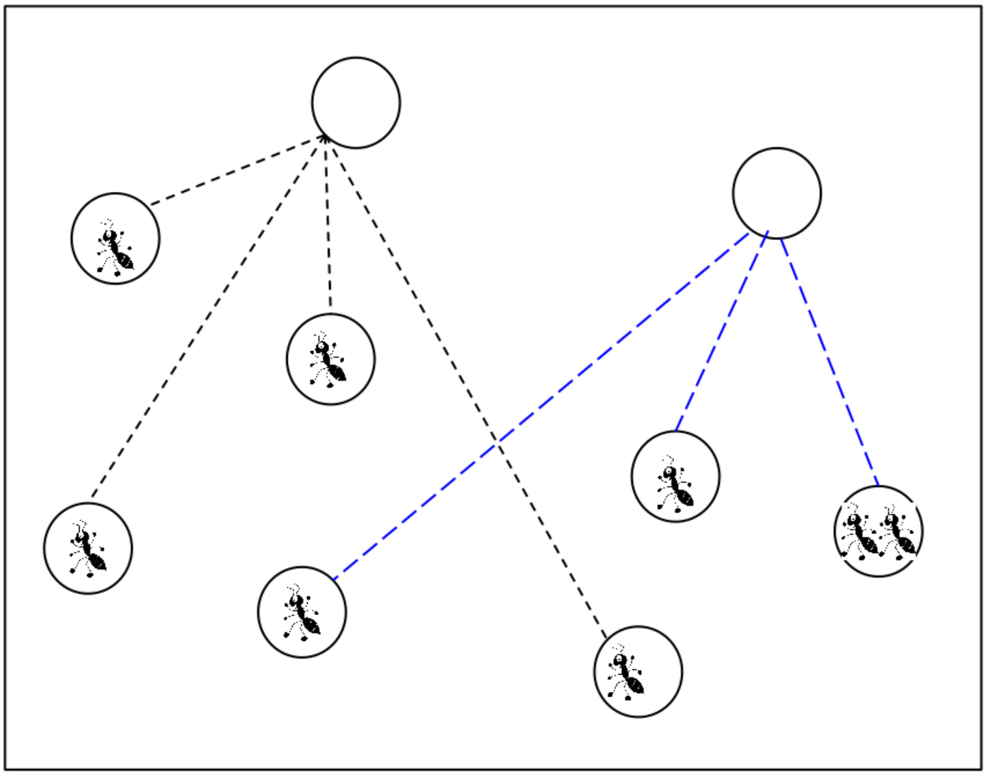

Figura 5: Exemplo de uma iteração completa, ao final, temos duas medianas (p=2) servindo todos os pontos

1. Um ponto que já é “alimentado”pela mediana i.
2. Um ponto que não é “‘alimentado”por nenhuma mediana.

Essas restrições forçam com que um ponto só seja servido por uma mediana. A Figura 5 ilustra um exemplo de uma iteração final.

3 Bases de dados

Serão utilizadas três bases de dados com diferentes números de nós e valores de p. A Tabela 3 apresenta as instâncias que serão utilizadas juntamente com o valor do ótimo encontrado. Os valores de solução ótima correspondem a um lower bound. Portanto a solução ótima verdadeira pode ser um pouco maior que o apresentado (para maiores detalhes veja [1]). Os resultados encontrados pelo ACO devem ser comparados com os ótimos apresentados.

Base	Nós	P	Ótimo
SJC1.dat	100	10	17246,53
SJC2.dat	200	15	33225,88
SJC3b.dat	300	30	40635,80

Os arquivos de entrada seguem o seguinte formato:

primeira linha: n p
i-ésima linha: x y c d

onde:

- n = # pontos
- p = # de p-medianas
- x = coordenada x do i-éssimo ponto
- y = coordenada y do i-éssimo ponto
- c = capacidade c do i-éssimo ponto
- d = demanda d do i-éssimo ponto

4 Guia de Experimentos

Faz parte da modelagem do algoritmo determinar:

- A função que define a quantidade de feromônio τ_{ij} a ser depositado ao percorrer o caminho do ponto inicial (o quadrado, ponto imaginário criado) até a mediana escolhida e depois para os pontos não medianas.
- A função que define a probabilidade de um ponto ser escolhido como mediana.
- Como atualizar os feromônios durante a evaporação dos mesmos (que se dá com uma taxa τ).
- A quantidade de formigas (uma sugestão, começe com $n - p$ formigas, onde n é o número total de pontos e p é o número de medianas).

5 Relatório

O relatório deve ser claro e preciso contendo as seguintes seções:

1. **O modelo:** descreva claramente o seu modelo, as dificuldades e as decisões de projetos adotadas. Explique cada decisão.

2. **Metodologia:** descreva como foram feitos os experimentos: quantidade de execuções, gráficos postados, parâmetros adotados em cada experimento, etc...

3. **Experimentos:** apresente todos os experimentos realizados.

4. **Resultados:** explique os resultados obtidos pelos experimentos. Comentários óbvios do tipo "Podemos ver pela figura 2 que a função a é maior que a função b." são desnecessários. Apresente conclusões obtidas, facilite o trabalho do leitor: "A figura 2 mostra que no contexto X a função a é sempre superior. Isso comprova nossa tese ..."

5. **Conclusão:** O que você aprendeu sobre ACO após fazer este trabalho?

6 Avaliação

- Código: instruções de como executar; toy-testes rodados com sucesso? (peso 2)
- O modelo adotado é coerente? Descreveu corretamente o modelo? (peso 1)
- Descreveu corretamente a metodologia adotada? (peso 1)
- Experimentação: testes relevantes? quantidade boa de testes? testou todas as bases? (peso 3)
- Resultados: A análise apresentada é coerente com os resultados? (peso 2)
- Conclusão: fechou bem o trabalho? (peso 1)

Referências

[1] Luiz Antonio Nogueira Lorena, Edson Luiz Fran¸ca Senne, Joã o Argemiro de Carvalho Paiva, and Marcos Antonio Pereira. Integração de modelos de localização a sistemas de informações geográficas. *Gestao & Produçao*, 8:180 – 195, 08 2001.

[2] Barbaros C. Tansel, Richard L. Francis, and Timothy J. Lowe. State of the art—location on networks: A survey. part i: The p-center and p-median problems. *Management Science*, 29(4):482–497, 1983.