



# Programação Funcional

## Capítulo 3

### Tipos e Classes

---

**José Romildo Malaquias**

2012.1

Departamento de Computação

Universidade Federal de Ouro Preto

1 **Valores, expressões e tipos**

2 **Listas**

3 **Tuplas**

4 **Funções**

5 **Polimorfismo paramétrico**

6 **Classes de tipos**

# Tópicos

1 **Valores, expressões e tipos**

2 Listas

3 Tuplas

4 Funções

5 Polimorfismo paramétrico

6 Classes de tipos

# Valores e Expressões

- **Valores** são as entidades básicas de uma linguagem de programação que são manipuladas durante a execução do programa.
- Valores representam os dados que são processados pelo programa.
- **Expressões** são frases de uma linguagem de programação que especificam uma computação: uma expressão pode ser **avaliada** para produzir um **valor**.
- Uma expressão **literal** é uma expressão cujo valor é dado diretamente, sem necessidade de avaliação.
- **Literais** são as formas mais simples de expressões.
- Exemplos de literais:

booleanos	<code>True, False</code>
números	<code>862, 78, 87.0451</code>
caracteres	<code>'B', '9', '!', '\n'</code>
strings	<code>"vila rica", "java"</code>
listas	<code>[56,0,17], ["banana", "ovo"]</code>
tuplas	<code>("Ana", 'F', 19), (4.2, 5.1)</code>

# Tipos

- Um **tipo** é uma coleção de valores relacionados.
- Por exemplo, em Haskell o tipo `Bool` contém os dois valores lógicos `False` e `True`.
- Os tipos servem para classificar os valores de acordo com as suas características.

# Tipos básicos

Haskell tem um número de tipos básicos, incluindo:

tipo	descrição
<b>Bool</b>	valores lógicos
<b>Char</b>	caracteres simples
<b>String</b>	seqüências de caracteres
<b>Int</b>	inteiros de precisão fixa
<b>Integer</b>	inteiros de precisão arbitrária
<b>Float</b>	núm. em ponto flutuante com precisão simples
<b>Double</b>	núm. em ponto flutuante com precisão dupla

# Tipos básicos (cont.)

Exemplos:

tipos	valores
Bool	True, False
Char	'B', '5', '!', '\n',
String	"vila rica", "Ana Carolina Gomes"
Int	876, 2012
Integer	10, 75473248389485727487828400002112123120
Float	4.56, 0.201E10
Double	78643, 987.3201E60

# Tipo de uma expressão

- Toda expressão tem um tipo associado: o tipo do valor da expressão.
- Se a avaliação de uma **expressão** produz um valor do **tipo**  $t$ , então o tipo de  $e$  é  $t$ , e escrevemos:

```
e :: t
```

- Exemplos:

```
True           :: Bool
'a'            :: Char
"maria das dores" :: String
58             :: Int
58             :: Integer
58             :: Float
58             :: Double
8.079E10       :: Float
8.079E10       :: Double
not False      :: Bool
(5 + 2.3) * 4   :: Double
2*(5 - 8) <= 6 + 1 :: Bool
```



# Consulta do tipo de uma expressão no GHCi

- No GHCi, o comando `:type` calcula o tipo de uma expressão, sem avaliá-la.
- Exemplos:

```
Prelude> not False  
True
```

```
Prelude> :type not False  
not False :: Bool
```

```
Prelude> :type 'Z'  
'Z' :: Char
```

```
Prelude> :t 2*(5 - 8) <= 6 + 1  
2*(5 - 8) <= 6 + 1 :: Bool
```

# Inferência de tipos

- Toda expressão bem formada tem um **tipo mais geral**, que pode ser calculado automaticamente em tempo de compilação usando um processo chamado **inferência de tipos**.
- Desta maneira não é necessário declarar os tipos das variáveis nos programas, em geral.

# Erros de tipo

- A aplicação de uma função a um ou mais argumentos de tipo inadequado constitui um **erro de tipo**.
- Por exemplo:

```
> 71 + False
```

```
<interactive>:3:4:
```

```
  No instance for (Num Bool)
    arising from a use of '+'
```

```
  Possible fix: add an instance declaration for (Num Bool)
```

```
  In the expression: 71 + False
```

```
  In an equation for 'it': it = 71 + False
```

## *Problema:*

A função (+) requer dois números, porém foi aplicada aos argumentos 71, que é um número, e **False**, que é um valor lógico.

# Checagem de tipos

- Haskell é uma linguagem **fortemente tipada**, com um sistema de tipos muito avançado.
- Todos os erros de tipo são encontrados em tempo de compilação (**tipagem estática**), o que torna os programas **mais seguros** e **mais rápidos**, eliminando a necessidade de verificações de tipo em tempo de execução.

# Tópicos

- 1 Valores, expressões e tipos
- 2 **Listas**
- 3 Tuplas
- 4 Funções
- 5 Polimorfismo paramétrico
- 6 Classes de tipos

# Tipos listas

- Uma **lista** é uma **seqüência** de valores do **mesmo tipo**.
- Uma lista pode ser escrita colocando os elementos da seqüência entre colchetes e separados por vírgula.
- Exemplos:

```
[False,True,False]      :: [Bool]
['a','b','c','d']       :: [Char]
["bom","dia","Brasil"]  :: [String]
[1,8,6,0,21]            :: [Int]
[3.4,5.6,3.213]         :: [Double]
```

- Em geral:

```
[ t ]
```

é o tipo das listas cujos elementos são do tipo *t*.

# Tipos listas (cont.)

- A **lista vazia** é escrita como

```
[]
```

- O tipo de uma lista não diz nada sobre seu tamanho:

```
[False,True]      :: [Bool]  
[False,True,False] :: [Bool]
```

- Não há restrição sobre o tipo dos elementos de uma lista. Por exemplo, podemos ter listas de listas:

```
[[False,True],[False,True,False]] :: [[Bool]]  
[['a'],['b','c'],['%','*'],[]]    :: [[Char]]  
[[[1,2,3],[10,20,30]],[-1,-2]]    :: [[[Int]]]
```

- O tipo **String** é idêntico ao tipo **[Char]**.

# Tópicos

- 1 Valores, expressões e tipos
- 2 Listas
- 3 **Tuplas**
- 4 Funções
- 5 Polimorfismo paramétrico
- 6 Classes de tipos



# Tipos tupla

- Uma **tupla** é uma **seqüência** de valores de **diferentes tipos**.
- Uma tupla é escrita colocando os elementos da seqüência entre parênteses e separados por vírgula.
- Exemplos:

```
(False, True)           :: (Bool, Bool)
(False, 'a', True)      :: (Bool, Char, Bool)
("Joel", 16, 5.34, True) :: (String, Int, Float, Bool)
```

- Em geral:

```
( t1, t2, ..., tn )
```

é o tipo das  $n$ -uplas cujos  $i$ -ésimo componentes são do tipo  $t_i$ , para qualquer  $i \in [1..n]$ .

# Tipos tupla (cont.)

- A **tupla vazia** é escrita como `()`
- O tipo da tupla vazia também é escrito como `()`, e é chamado de **unit**.
- O **tipo** de uma tupla **codifica o seu tamanho**:

```
(False, True)      :: (Bool, Bool)
(False, True, False) :: (Bool, Bool, Bool)
```

- O tipo dos componentes de uma tupla é irrestrito. Por exemplo:

```
('a', (False, 'b'))  :: (Char, (Bool, Char))
(True, ['a', 'b'])   :: (Bool, [Char])
(5.6, ("Ana", 18), 'F') :: (Double, (String, Int), Char)
```

# Tipos tupla (cont.)

- Não há tuplas de um único elemento por questão de sintaxe.
- Qualquer expressão pode ser escrita entre **parênteses** sem alterar o seu significado.
- Exemplo:

```
('a') :: Char
```

('a') é um valor do tipo **Char**.

Em Haskell não existe o tipo tupla de um caracter.

- Parênteses são usados para agrupar subexpressões em expressões mais complexas.

# Tópicos

- 1 Valores, expressões e tipos
- 2 Listas
- 3 Tuplas
- 4 **Funções**
- 5 Polimorfismo paramétrico
- 6 Classes de tipos

# Tipos função

- Uma **função** é um **mapeamento** de valores de um tipo (domínio) em valores de outro tipo (contra-domínio).
- Exemplos de funções do prelúdio:

```
not      :: Bool -> Bool
and      :: [Bool] -> Bool
words    :: String -> [String]
unwords  :: [String] -> String
isDigit  :: Char -> Bool
```

- Em geral:

```
 $t_1 \rightarrow t_2$ 
```

é o tipo das funções que mapeiam valores do tipo  $t_1$  em valores do tipo  $t_2$ .

# Tipos função (cont.)

- Os tipos do argumento e do resultado são irrestritos.
- Exemplo: funções com múltiplos argumentos ou resultados são possíveis usando listas ou tuplas:

```
add      :: (Int,Int) -> Int  
add (x,y) = x + y
```

```
zeroto   :: Int -> [Int]  
zeroto n = [0..n]
```

# Funções de ordem superior

- **Função de ordem superior** é uma função que tem outra função como argumento, ou produz uma função como resultado.
- Exemplo: A função `filter` do prelúdio recebe uma função e uma lista como argumentos, e filtra os elementos da lista para os quais a função dada retorna verdadeiro.

```
filter even [1,8,10,48,5,-3] ~> [8,10,48]  
filter odd [1,8,10,48,5,-3]  ~> [1,5,-3]
```

`filter` é uma função de ordem superior.

- Exemplo: A função `(.)` do prelúdio recebe duas funções como argumento e resulta em uma terceira função que é a composição das funções dadas.

```
sqrt . abs           ~> uma funcao  
(sqrt . abs) 9       ~> 3  
(sqrt . abs) (16 - 25) ~> 3
```

`(.)` é uma função de ordem superior.

# Tópicos

- 1 Valores, expressões e tipos
- 2 Listas
- 3 Tuplas
- 4 Funções
- 5 Polimorfismo paramétrico**
- 6 Classes de tipos



# Funções polimórficas

- Algumas funções podem operar sobre vários tipos de dados.
- Por exemplo: a função `head` recebe uma lista e retorna o primeiro elemento da lista:

```
head ['b', 'a', 'n', 'a', 'n', 'a']    ~> 'b'
head ["maria", "paula", "peixoto"]    ~> "maria"
head [True, False, True, True]        ~> True
head [("ana", 2.8), ("pedro", 4.3)]    ~> ("ana", 2.8)
```

Não importa qual é o tipo dos elementos da lista.

- Qual é o tipo de `head`?

# Funções polimórficas (cont.)

- Quando um tipo pode ser **qualquer** tipo da linguagem, ele é representado por uma **variável de tipo**.
- No exemplo dado, sendo **a** o tipo dos elementos da lista que é passada como argumento para a função **head**, então

```
head :: [a] -> a
```

**a** é uma variável de tipo e pode ser substituída por qualquer tipo.

O tipo de **head** estabelece que **head** recebe uma lista com elementos de um tipo qualquer, e retorna um valor deste tipo.

# Funções polimórficas (cont.)

- Uma função é chamada **polimórfica** (**de muitas formas**) se o seu tipo contém uma ou mais **variáveis de tipo**.
- Exemplo:

```
length :: [a] -> Int
```

para qualquer tipo a, `length` recebe uma lista de valores do tipo `a` e retorna um inteiro.

# Funções polimórficas (cont.)

- As variáveis de tipo podem ser instanciadas para diferentes tipos em diferentes circunstâncias:

```
length [False,True] ~> 2      - a = Bool  
length [1,2,3,4]    ~> 4      - a = Int
```

- As variáveis de tipo devem começar com uma **letra minúscula**, e são geralmente denominadas **a**, **b**, **c**, etc.

# Funções polimórficas (cont.)

- Muitas das funções definidas no prelúdio são polimórficas.
- Por exemplo:

```
fst  :: (a,b) -> a
head :: [a]  -> a
take :: Int  -> [a] -> [a]
zip  :: [a]  -> [b] -> [(a,b)]
id   :: a    -> a
```

# Tópicos

- 1 Valores, expressões e tipos
- 2 Listas
- 3 Tuplas
- 4 Funções
- 5 Polimorfismo paramétrico
- 6 Classes de tipos**

# Sobrecarga

- Uma função polimórfica é **sobrecarregada** se seu tipo contém uma ou mais restrições de classe.
- Exemplo:

```
sum :: Num a => [a] -> a
```

*para qualquer tipo numérico  $a$ ,  $sum$  recebe uma lista de valores do tipo  $a$  e retorna um valor do tipo  $a$ .*

# Sobrecarga (cont.)

- Variáveis de tipo restritas podem ser instanciadas para quaisquer tipos que satisfazer as restrições.
- Exemplo:

```
sum [1,2,3]      ~> 6      - a = Int
sum [1.1,2.2,3.3] ~> 6.6    - a = Float
sum ['a','b','c'] ~> ERRO DE TIPO: Char não é um tipo numérico
```



# Classes básicas

- Uma **classe** é uma coleção de tipos que suportam certas operações sobrecarregadas chamadas **métodos**.
- Haskell tem várias **classes de tipo** pré-definidas.

# Classes básicas: **Eq**

- **Pré-requisitos:** nenhum
- **Caracterização:** tipos com teste de **igualdade**
- **Métodos:**

```
(==) :: Eq a => a -> a -> Bool  
(/=) :: Eq a => a -> a -> Bool
```

- **São instâncias:**
  - todos os tipos básicos **Bool**, **Char**, **String**, **Int**, **Integer**, **Float**, **Double**
  - todos os tipos **listas** cujo tipo dos elementos é instância de **Eq**
  - todos os tipos **tuplas** cujos tipos dos componentes são todos instância de **Eq**
- **Não são instâncias:**
  - **tipos função**

# Classes básicas: **Eq** (cont.)

## Exemplos:

```
58 == 58           ~> True
'a' == 'b'         ~> False
"abc" == "abc"     ~> True
[1,2] == [1,2,3]   ~> False
('a',False) == ('a',False) ~> True
(1,2,3) /= (3,2,1) ~> True
even == odd        ~> ERRO DE TIPO
[even,odd] /= [even . abs] ~> ERRO DE TIPO
'a' == 65          ~> ERRO DE TIPO
```

# Classes básicas: **Ord**

- Pré-requisitos: **Eq**
- Caracterização: tipos com ordenação total
- Métodos:

```
(<)      :: Ord a => a -> a -> Bool
(<=)     :: Ord a => a -> a -> Bool
(>)      :: Ord a => a -> a -> Bool
(>=)     :: Ord a => a -> a -> Bool
compare  :: Ord a => a -> a -> Ordering
min      :: Ord a => a -> a -> a
max      :: Ord a => a -> a -> a
```

- O método **compare** recebe dois valores e retorna um resultado do tipo **Ordering**: **GT**, **LT** ou **EQ**.
- São instâncias:
  - todos os tipos básicos **Bool**, **Char**, **String**, **Int**, **Integer**, **Float** e **Double**
  - todos os tipos **listas** cujo tipo dos elementos é instância de **Ord**
  - todos os tipos **tuplas** cujos tipos dos componentes são todos instância de **Ord**
- Listas e tuplas são ordenadas lexicograficamente (da mesma maneira que as palavras em um dicionário).

# Classes básicas: Ord (cont.)

- Exemplos:

<code>False &lt; True</code>	<code>~&gt; True</code>
<code>"elegante" &lt; "elefante"</code>	<code>~&gt; False</code>
<code>[1,2,3] &gt; [1,2]</code>	<code>~&gt; True</code>
<code>('a',2) &gt;= ('b',1)</code>	<code>~&gt; False</code>
<code>compare "Abracadabra" "Zebra"</code>	<code>~&gt; LT</code>
<code>compare 5 3</code>	<code>~&gt; GT</code>
<code>compare (10.1,'a') (10.1,'a')</code>	<code>~&gt; EQ</code>
<code>compare ['a','b'] [3,2,7]</code>	<code>~&gt; ERRO DE TIPO</code>
<code>min 'a' 'b'</code>	<code>~&gt; 'a'</code>
<code>max "amaral" "ana"</code>	<code>~&gt; "ana"</code>

# Classes básicas: **Show**

- **Pré-requisitos:** nenhum
- **Caracterização:** tipos que podem ser convertidos para **String**
- **Métodos:**

```
show :: Show a => a -> String
```

- **São instâncias:**
  - todos os tipos básicos **Bool**, **Char**, **String**, **Int**, **Integer**, **Float** e **Double**
  - todos os tipos **listas** cujo tipo dos elementos é instância de **Show**
  - todos os tipos **tuplas** cujos tipos dos componentes são todos instância de **Show**
- **Não são instâncias:**
  - tipos função

# Classes básicas: Show (cont.)

- Exemplos:

```
show False           ~> "False"
show 'a'             ~> "'a'"
show 9172             ~> "9172"
show [123,-764,0,18] ~> "[123,-764,0,18]"
show ('a',True)       ~> "('a',True)"
show ['a','b','c']    ~> "\"abc\""
show ["hi","hello"]   ~> "[\"hi\", \"hello\"]"
show "adeus"          ~> "\"adeus\""
show even             ~> ERRO DE TIPO
```

# Classes básicas: **Read**

- **Pré-requisitos:** nenhum
- **Caracterização:** tipos que podem ser convertidos a partir de **String**
- **Métodos:**

```
read :: Read a => String -> a
```

- **Read** e **Show** são duais.
- **São instâncias:**
  - todos os tipos básicos **Bool**, **Char**, **String**, **Int**, **Integer**, **Float** e **Double**
  - todos os tipos **listas** cujo tipo dos elementos é instância de **Read**
  - todos os tipos **tuplas** cujos tipos dos componentes são todos instância de **Read**
- **Não são instâncias:**
  - tipos função



# Classes básicas: Read (cont.)

- Exemplos:

<code>not (read "False")</code>	<code>↪ True</code>
<code>read "67" + 11</code>	<code>↪ 78</code>
<code>read "False" :: Bool</code>	<code>↪ False</code>
<code>read "'a'" :: Char</code>	<code>↪ 'a'</code>
<code>read "123" :: Int</code>	<code>↪ 123</code>
<code>read "[1,2,3]" :: [Int]</code>	<code>↪ [1,2,3]</code>
<code>read "[1,2,3]" :: [Double]</code>	<code>↪ [1.0,2.0,3.0]</code>
<code>read "('a',5.6)" :: (Char,Double)</code>	<code>↪ ('a',5.6)</code>
<code>read "\"False\"" :: String</code>	<code>↪ "False"</code>
<code>read "marcos" :: String</code>	<code>↪ ERRO: NO PARSE</code>
<code>read "45"</code>	<code>↪ ERRO: AMBIGUIDADE</code>

- `read` converte uma string para um valor de um determinado tipo, que deve ser especificado pelo **contexto** (pode ser inferido) ou por uma **anotação explícita de tipo**.
- Se não for possível determinar o tipo do resultado de `read`, ocorre um **erro** de variável de tipo ambígua.

# Classes básicas: Enum

- Pré-requisitos: Ord
- Caracterização: tipos que podem ser enumerados
- Métodos:

```
succ      :: Enum a => a -> a
pred      :: Enum a => a -> a
toEnum    :: Enum a => Int -> a
fromEnum  :: Enum a => a -> Int
enumFrom  :: Enum a => a -> [a]
enumFromThen :: Enum a => a -> a -> [a]
enumFromTo   :: Enum a => a -> a -> [a]
enumFromThenTo :: Enum a => a -> a -> a -> [a]
```

- São instâncias:
  - os tipos básicos (), Bool, Char, Int, Integer, Float, Double e Ordering

# Classes básicas: Enum (cont.)

- Exemplos:

<code>pred 'M'</code>	<code>↪ 'L'</code>
<code>succ 56</code>	<code>↪ 57</code>
<code>succ 'z'</code>	<code>↪ '{'</code>
<code>succ "marcos"</code>	<code>↪ ERRO DE TIPO</code>
<code>fromEnum 'A'</code>	<code>↪ 65</code>
<code>toEnum 65 :: Char</code>	<code>↪ 'A'</code>
<code>fromEnum True</code>	<code>↪ 1</code>
<code>not (toEnum 0)</code>	<code>↪ True</code>
<code>enumFromTo 4 10</code>	<code>↪ [4,5,6,7,8,9,10]</code>
<code>enumFromThenTo 4 7 20</code>	<code>↪ [4,7,10,13,16,19]</code>
<code>take 7 (enumFrom 100)</code>	<code>↪ [100,101,102,103,104,105,106]</code>
<code>take 10 (enumFromThen 'A' 'C')</code>	<code>↪ "ACEGIKMOQS"</code>

# Classes básicas: **Bounded**

- **Pré-requisitos:** nenhum
- **Caracterização:** tipos que possuem um valor mínimo e um valor máximo
- **Métodos:**

```
minBound :: Bounded a => a  
maxBound :: Bounded a => a
```

- **São instâncias:**
  - os tipos básicos **()**, **Bool**, **Char**, **Int**, **Ordering**
  - os tipos **tuplas** cujos componentes são de tipos que são instâncias de **Bounded**

# Classes básicas: Bounded (cont.)

- Exemplos:

```
minBound :: Bool      ~> False
minBound :: Char      ~> '\NUL'
minBound :: Int        ~> -9223372036854775808
maxBound :: (Bool,Int,Ordering) ~> (True,9223372036854775807,GT)
```

# Classes básicas: **Num**

- Pré-requisitos: **Eq**, **Show**
- Caracterização: tipos numéricos
- Métodos:

```
(+)      :: Num a => a -> a -> a  
(-)      :: Num a => a -> a -> a  
(*)      :: Num a => a -> a -> a  
negate   :: Num a => a -> a  
abs      :: Num a => a -> a  
signum   :: Num a => a -> a
```

- São instâncias:
  - os tipos básicos **Int**, **Integer**, **Float**, **Double**
- Observe que a classe **Num** não oferece um método para divisão.

# Classes básicas: Num (cont.)

- Exemplos:

```
1 + 2 * 3      ~> 7
1.1 + 2.2      ~> 3.3000000000000003
negate 3.3      ~> -3.3
negate (-3.3)   ~> 3.3
abs 3           ~> 3
abs (-3)        ~> 3
signum 13       ~> 1
signum 0        ~> 0
signum (-13)    ~> -1
```

# Classes básicas: **Real**

- **Pré-requisitos:** **Ord**, **Num**
- **Caracterização:** tipos cujos valores podem ser expressos como uma razão de dois números inteiros de precisão arbitrária

- **Métodos**

```
toRational :: Real a => a -> Rational
```

- **São instâncias:**

- os tipos básicos **Int**, **Integer**, **Float**, **Double** e **Rational**
- **Real** é formada pelos tipos numéricos cujos valores podem ser comparados com (<) e demais operações relacionais da classe **Ord**.
- Nem todos os números podem ser comparados com (<), como por exemplo os números complexos.
- Todo número real de precisão finita pode ser expresso como um número racional.



# Classes básicas: **Real** (cont.)

- Exemplos:

```
toRational 45      ~> 45 % 1  
toRational (-4.5) ~> (-9) % 2  
toRational 6.7     ~> 7543529375845581 % 1125899906842624
```

# Classes básicas: **Integral**

- Pré-requisitos: **Real**, **Enum**
- Caracterização: tipos inteiros
- Métodos:

```
div      :: Integral a => a -> a -> a
mod      :: Integral a => a -> a -> a
divMod   :: Integral a => a -> a -> (a, a)
toInteger :: Integral a => a -> Integer
```

- São instâncias:
  - os tipos básicos **Int** e **Integer**

# Classes básicas: Integral (cont.)

- Exemplos:

```
div 7 2      ~> 3
mod 7 2      ~> 1
divMod 20 3 ~> (6,2)
17 'div' 3   ~> 5
17 'mod' 3   ~> 2
```

# Classes básicas: **Integral** (cont.)

- A função

```
fromIntegral :: (Integral a, Num b) => a -> b
```

recebe um número integral e retorna este número convertido para um tipo numérico.

- Exemplo:

```
fromIntegral 17 :: Double           ~> 17.0  
fromIntegral (length [1,2,3,4]) + 3.2 ~> 7.2
```

# Classes básicas: **Fractional**

- Pré-requisitos: **Num**
- Caracterização: tipos numéricos não inteiros
- Métodos:

```
(/)    :: Fractional a => a -> a -> a  
recip :: Fractional a => a -> a
```

- São instâncias:
  - os tipos básicos **Float**, **Double** e **Rational**

# Classes básicas: `Fractional` (cont.)

- Exemplos:

```
7.0 / 2.0 ≈ 1.625
```

```
5.2 / 3.2 ≈ 3.5
```

```
recip 2.0 ≈ 0.5
```

# Classes básicas: Floating

- Pré-requisitos: Fractional
- Caracterização: tipos em ponto flutuante

# Classes básicas: Floating (cont.)

## ● Métodos:

```
pi      :: Floating a => a
exp      :: Floating a => a -> a
sqrt     :: Floating a => a -> a
log      :: Floating a => a -> a
(**)     :: Floating a => a -> a -> a
logBase  :: Floating a => a -> a -> a
sin      :: Floating a => a -> a
tan      :: Floating a => a -> a
cos      :: Floating a => a -> a
asin     :: Floating a => a -> a
atan     :: Floating a => a -> a
acos     :: Floating a => a -> a
sinh     :: Floating a => a -> a
tanh     :: Floating a => a -> a
cosh     :: Floating a => a -> a
asinh    :: Floating a => a -> a
atanh    :: Floating a => a -> a
acosh    :: Floating a => a -> a
```



# Classes básicas: Floating (cont.)

- São instâncias:

- os tipos básicos `Float` e `Double`

# Classes básicas: Floating (cont.)

- Exemplos:

```
pi::Float      ~> 3.1415927
pi::Double     ~> 3.141592653589793
5 ** 2.3       ~> 40.51641491731905
exp 1          ~> 2.718281828459045
sin (pi/2)     ~> 1.0
atan (-1)      ~> -0.7853981633974483
logBase 10 1000 ~> 2.9999999999999996
```

# Classes básicas: RealFrac

- Pré-requisitos: `Real`, `Fractional`
- Caracterização: tipos reais fracionários
- Métodos

```
properFraction :: (RealFrac a, Integral b) => a -> (b,a)
truncate      :: (RealFrac a, Integral b) => a -> b
round         :: (RealFrac a, Integral b) => a -> b
ceiling       :: (RealFrac a, Integral b) => a -> b
floor         :: (RealFrac a, Integral b) => a -> b
```

- São instâncias:
  - os tipos básicos `Float`, `Double` e `Rational`

# Classes básicas: RealFrac (cont.)

- Exemplos:

```
truncate 2.756      ~> 2
round 2.756         ~> 3
ceiling 2.756       ~> 3
floor 2.756         ~> 2
properFraction 2.756 ~> (2,0.75599999999999998)
properFraction (9%4) ~> (2,1 % 4)
```

# Sobrecarga de literais

Literais também podem ser sobrecarregados:

```
187      :: Num a => a
-5348    :: Num a => a
3.4      :: Fractional a => a
-56.78E13 :: Fractional a => a
```

# Dicas e Sugestões

- Ao definir uma nova função em Haskell, é útil começar por escrever o seu tipo.
- Dentro de um **script**, é uma boa prática indicar o tipo de cada nova função definida.
- Ao indicar os tipos de funções polimórficas que usam números, igualdade, ou ordenações (ou outras restrições), tome o cuidado de incluir as restrições de classe necessárias.

# Exercícios

## Exercício 1

Defina uma função chamada `exOr` para calcular o **ou exclusivo** de dois valores lógicos. Determine o tipo desta função.

# Exercícios (cont.)

## Exercício 2

Considere a seguinte definição de função:

```
mystery :: Integer -> Integer -> Integer -> Bool  
mystery m n p = not (m == n && n == p)
```

1. Explique o que é calculado pela função.
2. Mostre a avaliação passo a passo da expressão

```
mystery (2+4) 5 (11 'div' 2)
```

3. Escreva uma definição alternativa para esta função.



# Exercícios (cont.)

## Exercício 3

Defina a função

```
averageThree :: Integer -> Integer -> Integer -> Float
```

para calcular a média aritmética de três números inteiros.

# Exercícios (cont.)

## Exercício 4

Quais são os tipos dos valores a seguir?

- a) `['a', 'b', 'c']`
- b) `('a', 'b', 'c')`
- c) `[(False, '0'), (True, '1')]`
- d) `[(False, True), ['0', '1']]`
- e) `[tail, init, reverse]`
- f) `[]`
- g) `[[]]`
- h) `[[10, 20, 30], [], [5, 6], [24]]`
- i) `(10e-2, 20e-2, 30e-3)`
- j) `[(2, 3), (4, 5.6), (6, 4.55)]`
- k) `reverse`
- l) `(["bom", "dia", "brasil"], sum, drop 7 "Velho mundo")`
- m) `[sum, length]`

# Exercícios (cont.)

## Exercício 5

Determine o tipo de cada uma das funções definidas a seguir, e explique o elas calculam.

- a) `second xs = head (tail xs)`
- b) `swap (x,y) = (y,x)`
- c) `pair x y = (x,y)`
- d) `double x = x*2`
- e) `palindrome xs = reverse xs == xs`
- f) `twice f x = f (f x)`

Fim