

Aula 09 – Segmentação de imagens II

Prof. João Fernando Mari

joaofmari.github.io

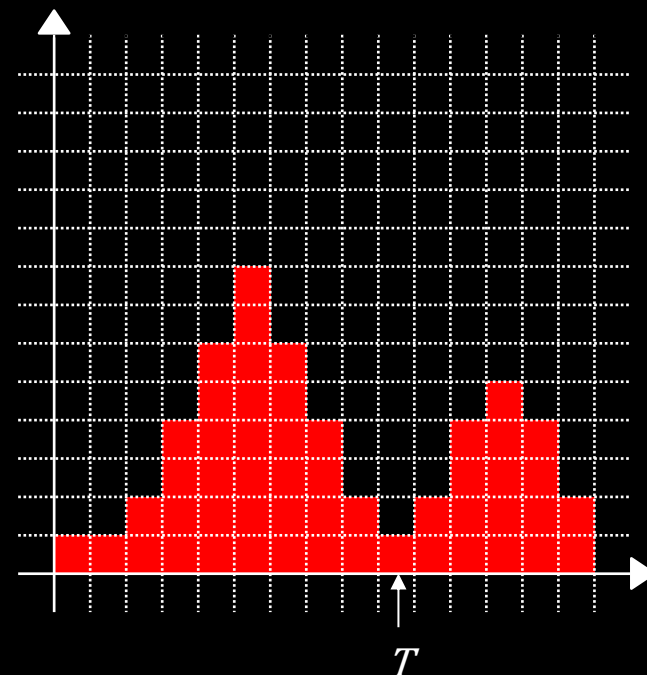
joaof.mari@ufv.br

- Limiarização
- Limiarização global simples
- O método de Otsu

Limiarização

- Limiarização de imagens
 - Posição central nas aplicações de segmentação de imagens
 - Facilidade de implementação
 - Velocidade computacional
- Limiarização global:
 - T é uma constante aplicável a uma imagem inteira.
- Limiarização local (variável ou regional):
 - T muda ao longo da imagem.

$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se } f(x, y) > T \\ 0, & \text{se } f(x, y) \leq T \end{cases}$$



LIMIARIZAÇÃO GLOBAL SIMPLES

Limiarização global simples

1. Selecionar uma estimativa inicial para o limiar global, T .
2. Segmentar a imagem usando T :

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{se } f(x, y) > T \\ 0 & \text{se } f(x, y) \leq T \end{cases}$$

– Isso dará origem a dois grupos de pixels:

- G_1 , pixels com valores de intensidade $> T$;
- G_2 , pixels com valores $\leq T$.

3. Calcular os valores de intensidade média m_1 e m_2 para os pixels em G_1 e G_2 , respectivamente.
4. Calcular um novo valor de limiar:

$$T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$$

5. Repetir as etapas 2 a 4 até que a diferença entre os valores de T em iterações sucessivas seja menor que o parâmetro predefinido ΔT .

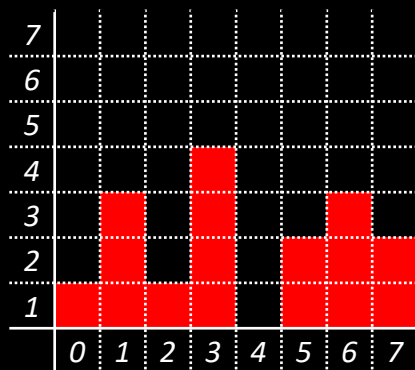
Limiarização global simples

Imagem I

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$$T_0 = \min(I) = 0$$

$$\Delta T = 0.001$$



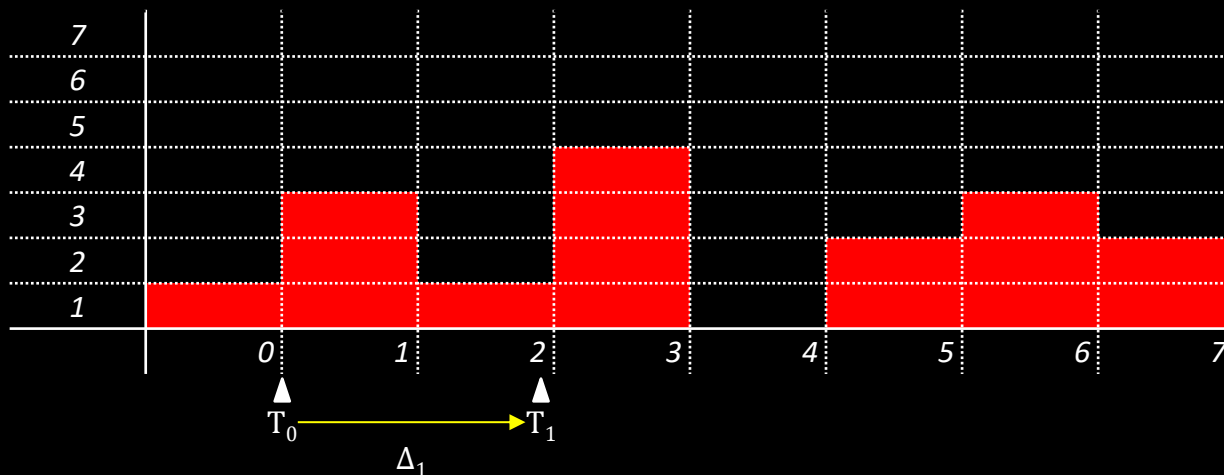
Limiarização global simples

Imagem I

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$T_0 = \min(I) = 0$
 $\Delta T = 0.001$

- $T_0 = \min(I) = 0$
- $G_1 = [2, 3, 6, 5, 3, 1, 1, 1, 6, 7, 6, 3, 5, 7, 3]$
- $G_2 = [0]$
- $m_1 = (2 + 3 + 6 + 5 + 3 + 1 + 1 + 1 + 6 + 7 + 6 + 3 + 5 + 7 + 3) / 15$
 $= 59 / 15 = 3.9333$
- $m_2 = 0 / 1 = 0$
- $T_1 = (3.9333 + 0) / 2 = 1.9667$
- $|T_1 - T_0| = |1.9667 - 0| = 1.9667 > \Delta T$, então nova iteração.



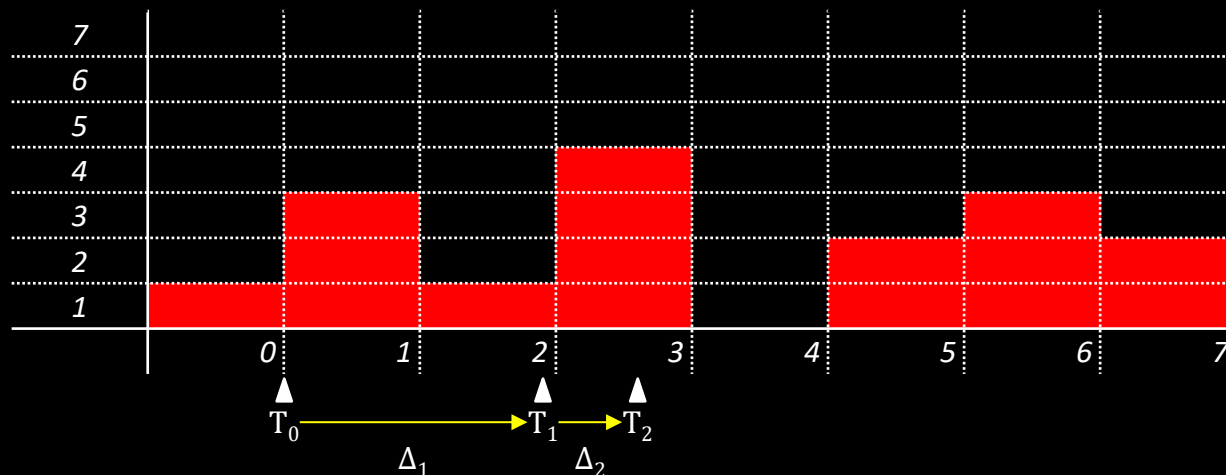
Limiarização global simples

Imagem I

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$T_0 = \min(I) = 0$
 $\Delta T = 0.001$

- $T_1 = 1.9667$
- $G_1 = [2, 3, 6, 5, 3, 6, 7, 6, 3, 5, 7, 3]$
- $G_2 = [1, 1, 1, 0]$
- $m_1 = (2 + 3 + 6 + 5 + 3 + 6 + 7 + 6 + 3 + 5 + 7 + 3) / 12$
 $= 56 / 12 = 4.6667$
- $m_2 = (1 + 1 + 1 + 0) / 4 = 3 / 4 = 0.75$
- $T_2 = (4.6667 + 0.75) / 2 = 2.7084$
- $|T_2 - T_1| = |2.7084 - 1.9667| = 0.7417 > \Delta T$, então nova iteração.



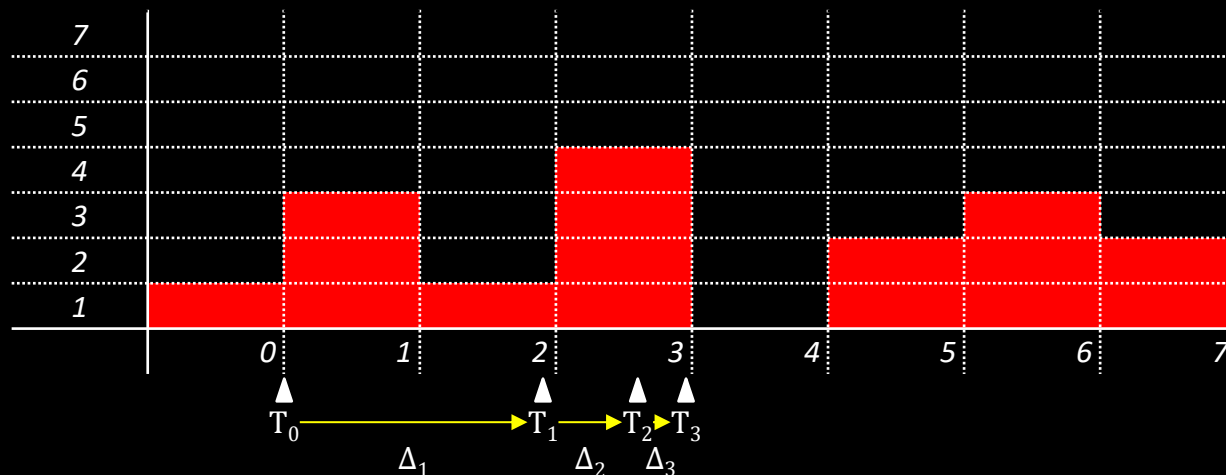
Limiarização global simples

Imagem I

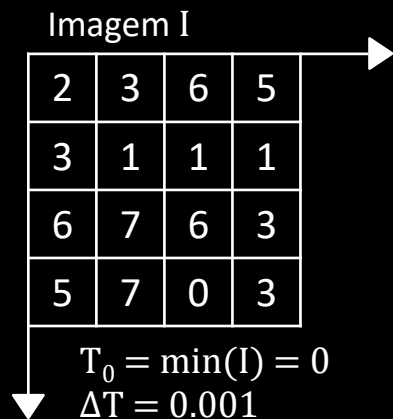
2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$T_0 = \min(I) = 0$
 $\Delta T = 0.001$

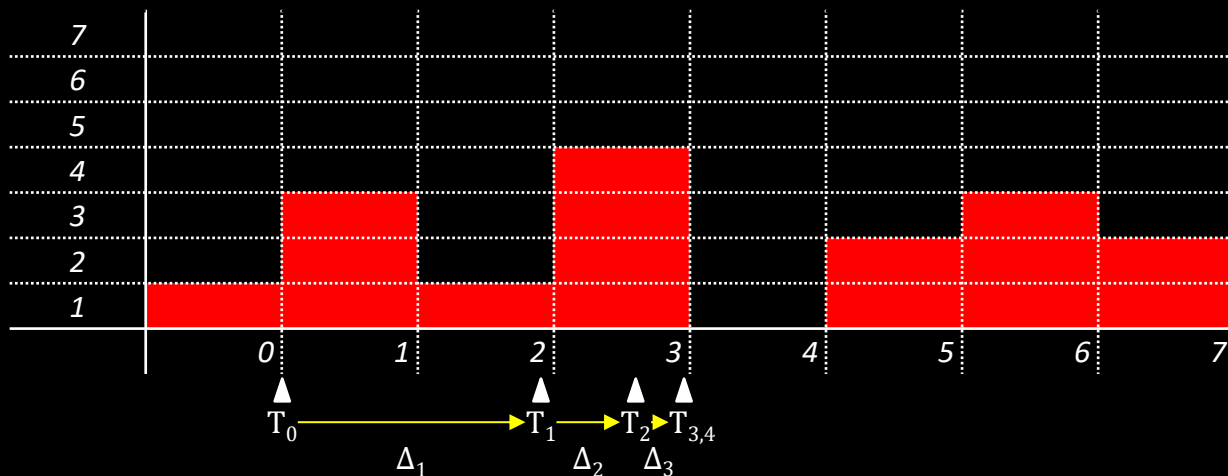
- $T_2 = 2,7084$
- $G_1 = [3, 6, 5, 3, 6, 7, 6, 3, 5, 7, 3]$
- $G_2 = [2, 1, 1, 1, 0]$
- $m_1 = (3 + 6 + 5 + 3 + 6 + 7 + 6 + 3 + 5 + 7 + 3) / 11$
 $= 54 / 11 = 4.9091$
- $m_2 = (2 + 1 + 1 + 1 + 0) / 5 = 1$
- $T_3 = (4.9091 + 1) / 2 = 2.9546$
- $|T_3 - T_2| = |2.9546 - 2,7084| = 0.2462 > \Delta T$, então nova iteração.



Limiarização global simples



- $T_3 = 2.9546$
- $G_1 = [3, 6, 5, 3, 6, 7, 6, 3, 5, 7, 3]$
- $G_2 = [2, 1, 1, 1, 0]$
- $m_1 = (3 + 6 + 5 + 3 + 6 + 7 + 6 + 3 + 5 + 7 + 3) / 11$
 $= 54 / 11 = 4.9091$
- $m_2 = (2 + 1 + 1 + 1 + 0) / 5 = 1$
- $T_4 = (4.9091 + 1) / 2 = 2.9546$
- $|T_4 - T_3| = |2.9546 - 2.9546| = 0.0 \leq \Delta T$, então, fim do algoritmo.



Limiarização global simples

Imagem I

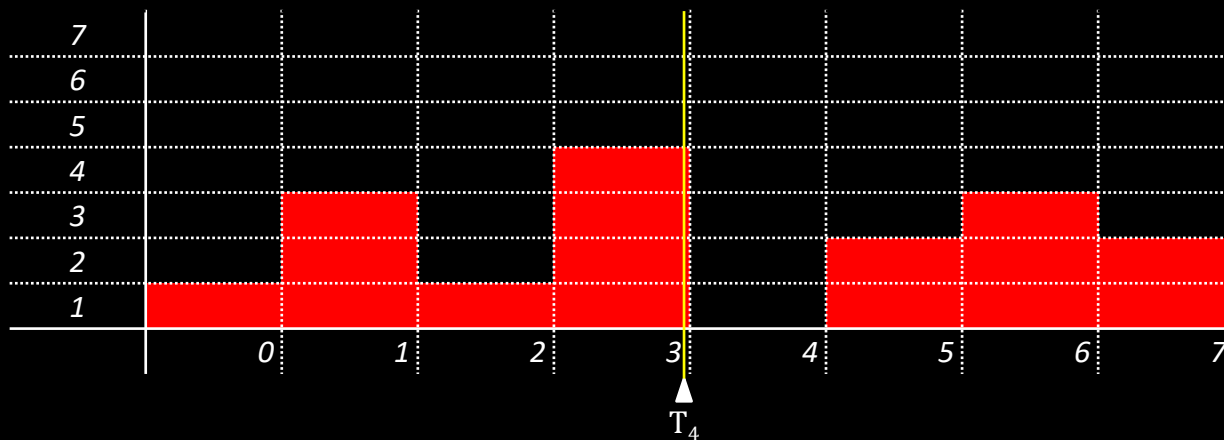
2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

$T_0 = \min(I) = 0$
 $\Delta T = 0.001$

Imagem I'

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

- $T_3 = 2.9546$
- $G_1 = [3, 6, 5, 3, 6, 7, 6, 3, 5, 7, 3]$
- $G_2 = [2, 1, 1, 1, 0]$
- $m_1 = (3 + 6 + 5 + 3 + 6 + 7 + 6 + 3 + 5 + 7 + 3) / 11$
 $= 54 / 11 = 4.9091$
- $m_2 = (2 + 1 + 1 + 1 + 0) / 5 = 1$
- $T_4 = (4.9091 + 1) / 2 = 2.9546$
- $|T_4 - T_3| = |2.9546 - 2.9546| = 0.0 \leq \Delta T$, então, fim do algoritmo.



O MÉTODO DE OTSU

O método de Otsu

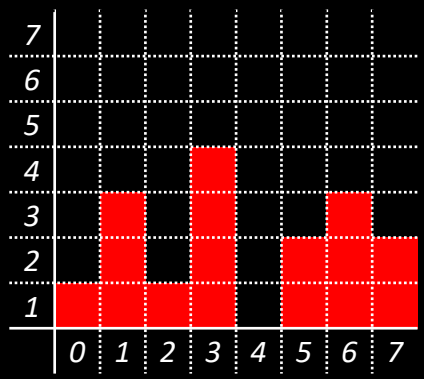
- Calcular o histograma normalizado da imagem de entrada:
 - Designar os componentes do histograma como p_i , $i = 0, 1, \dots, L-1$.
- Calcular as somas acumuladas, $P_1(k)$, para $k=0, 1, 2, \dots, L-1$, de acordo com:
 - $P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i$
- Calcular as médias acumuladas $m(k)$, para $k=0, 1, 2, \dots, L-1$, de acordo com:
 - $m(k) = \sum_{i=0}^k i p_i$
- Calcular a intensidade média global, m_G , de acordo com:
 - $m_G = \sum_{i=0}^{L-1} i p_i$
- Calcular a variância entre classes, $\sigma_B^2(k)$, para $k=0, 1, 2, \dots, L-1$, de acordo com:
 - $\sigma_B^2 = P_1(m_1 - m_G)^2 + P_2(m_2 - m_G)^2$, reescrita como: $\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$
- O limiar de Otsu, k^* , é valor de k para o qual $\sigma_B^2(k)$ é máxima.
 - Se ocorrer mais de uma máxima, K^* é a média dos valores de k correspondentes
- Obter a medida de separabilidade, η^* , considerando $k = k^*$ na equação:
 - $\eta(k) = \frac{\sigma_B^2(k)}{\sigma_G^2}$, em que: $\sigma_G^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (i - m_G)^2 p_i$

O método de Otsu

Imagem I

2	3	6	5
3	1	1	1
6	7	6	3
5	7	0	3

16 pixels (4 x 4)
3 bits = 8 níveis de cinza.
[0, ..., 7]



<i>i</i>	<i>h_i</i>	<i>p_i</i>	<i>P₁(k)</i>	<i>m(k)</i>	<i>σ_B²(k)</i>
0	1	0.0625			
1	3	0.1875			
2	1	0.0625			
3	4	0.2500			
4	0	0.0000			
5	2	0.1250			
6	3	0.1875			
7	2	0.1250			

16 1.0

<i>(i − m_G)²p_i</i>

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625		
1	3	0.1875	0.2500		
2	1	0.0625	0.3125		
3	4	0.2500	0.5625		
4	0	0.0000	0.5625		
5	2	0.1250	0.6875		
6	3	0.1875	0.8750		
7	2	0.1250	1.0000		

$(i - m_G)^2 p_i$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^k ip_i$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	

$(i - m_G)^2 p_i$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^k ip_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	

$m_G = 3.6875$

$(i - m_G)^2 p_i$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^k ip_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	0.906510
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	3.283026
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	4.159288
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	4.159288
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	3.344389
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	1.567522
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	----

$m_G = 3.6875$

$(i - m_G)^2 p_i$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^k ip_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

$$k^* = \frac{1}{2}(3 + 4) = 3.5$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	0.906510
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	3.283026
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	4.159288
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	4.159288
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	3.344389
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	1.567522
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	----

$m_G = 3.6875$

$(i - m_G)^2 p_i$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^k ip_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

$$k^* = \frac{1}{2}(3 + 4) = 3.5$$

$$\eta(k) = \frac{\sigma_B^2(k)}{\sigma_G^2},$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	0.906510
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	3.283026
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	4.159288
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	4.159288
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	3.344389
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	1.567522
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	----

↓
 $m_G = 3.6875$

$(i - m_G)^2 p_i$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^k ip_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

$$k^* = \frac{1}{2}(3 + 4) = 3.5$$

$$\eta(k) = \frac{\sigma_B^2(k)}{\sigma_G^2}, \quad \text{em que:}$$

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (i - m_G)^2 p_i$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	0.906510
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	3.283026
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	4.159288
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	4.159288
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	3.344389
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	1.567522
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	----

$$m_G = 3.6875$$

$(i - m_G)^2 p_i$
0.84985
1.35425
0.17798
0.11816
0.00000
0.21533
1.00269
1.37158

$$\sigma_G^2 = 5.08984$$

O método de Otsu

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^k p_i$$

$$m(k) = \sum_{i=0}^k ip_i$$

$$m_G = \sum_{i=0}^{L-1} ip_i$$

$$\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$$

$$k^* = \frac{1}{2}(3 + 4) = 3.5$$

$$\eta(k) = \frac{\sigma_B^2(k)}{\sigma_G^2}, \quad \text{em que:}$$

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (i - m_G)^2 p_i$$

i	h_i	p_i	$P_1(k)$	$m(k)$	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.0625	0.0	0.906510
1	3	0.1875	0.2500	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	0.3125	0.3125	3.283026
3	4	0.2500	0.5625	1.0625	4.159288
4	0	0.0000	0.5625	1.0625	4.159288
5	2	0.1250	0.6875	1.6875	3.344389
6	3	0.1875	0.8750	2.8125	1.567522
7	2	0.1250	1.0000	3.6875	----

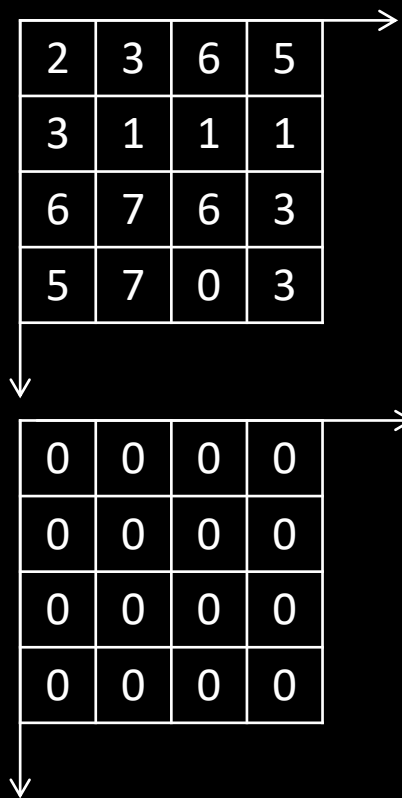
$$m_G = 3.6875$$

$(i - m_G)^2 p_i$
0.84985
1.35425
0.17798
0.11816
0.00000
0.21533
1.00269
1.37158

$$\sigma_G^2 = 5.08984$$

$$\eta(k^*) = 0.81717$$

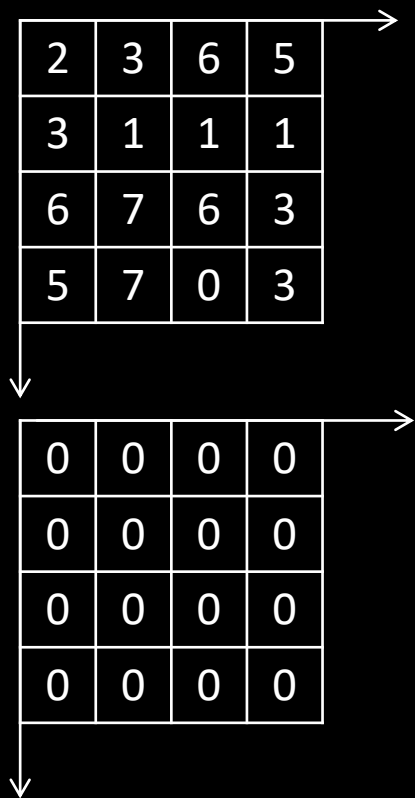
O método de Otsu



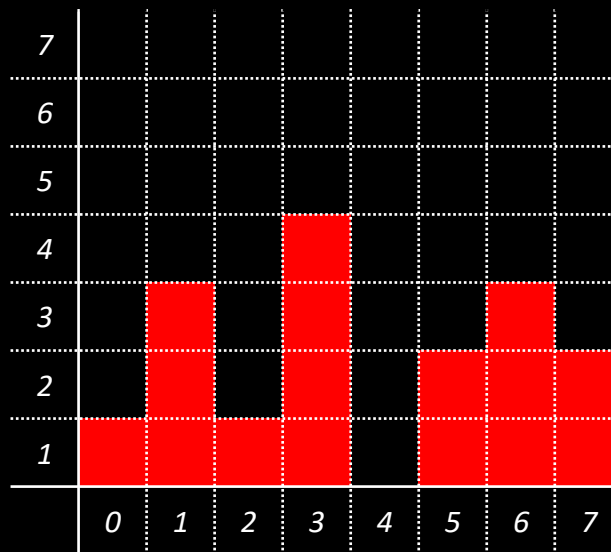
i	h_i	p_i	$\sigma_B^2(k)$
0	1		
1	3		
2	1		
3	4		
4	0		
5	2		
6	3		
7	2		

7								
6								
5								
4								
3								
2								
1								
	0	1	2	3	4	5	6	7

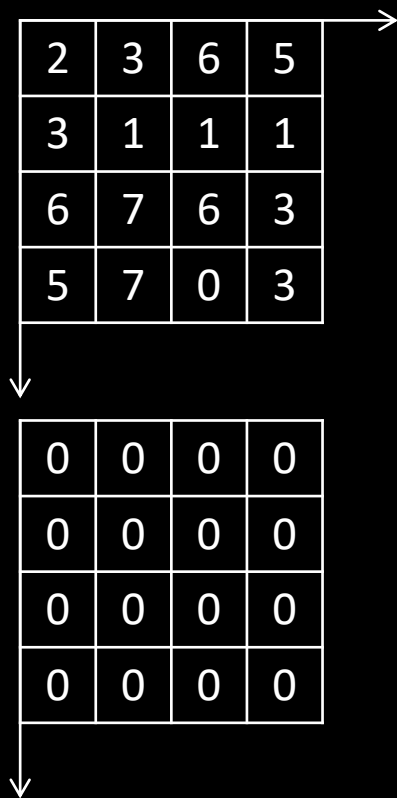
O método de Otsu



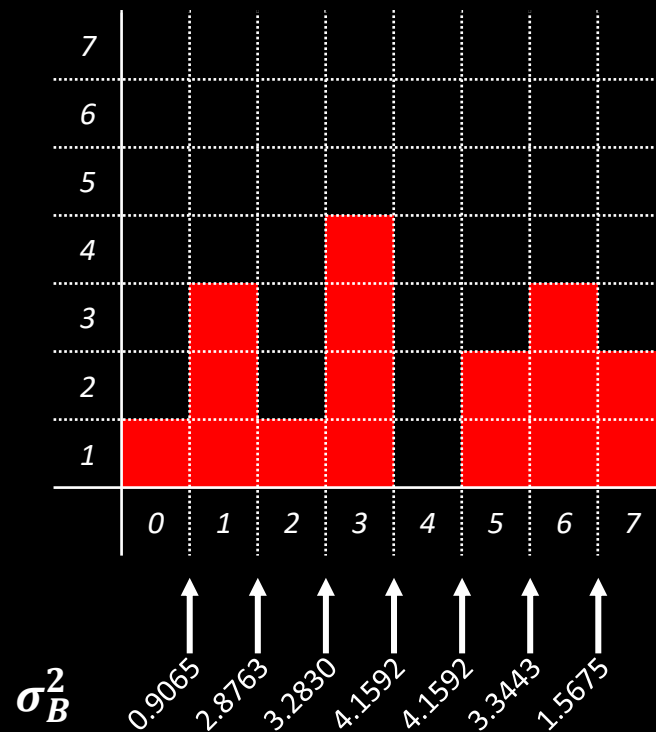
i	h_i	p_i	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	
1	3	0.1875	
2	1	0.0625	
3	4	0.2500	
4	0	0.0000	
5	2	0.1250	
6	3	0.1875	
7	2	0.1250	



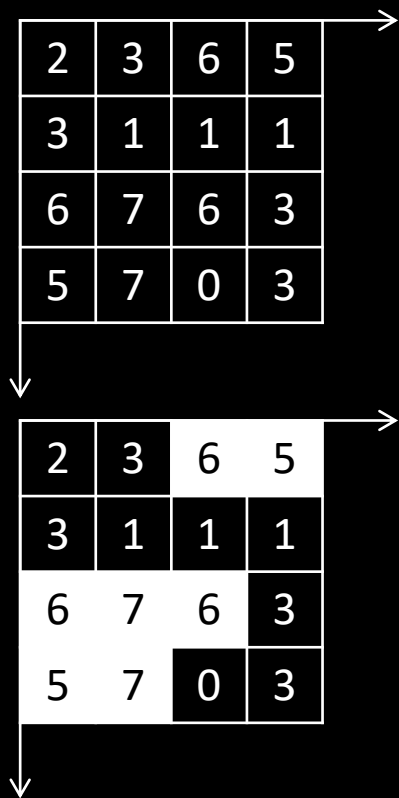
O método de Otsu



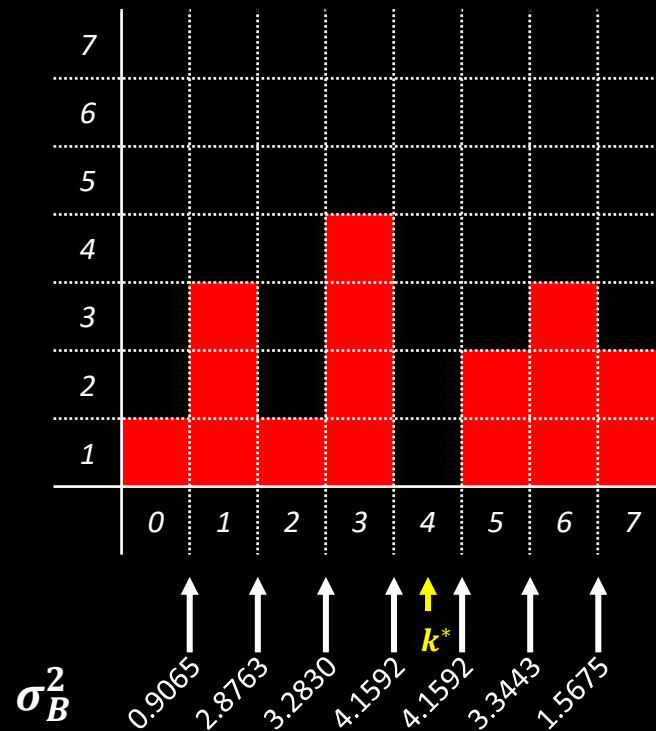
i	h_i	p_i	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.906510
1	3	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	3.283026
3	4	0.2500	4.159288
4	0	0.0000	4.159288
5	2	0.1250	3.344389
6	3	0.1875	1.567522
7	2	0.1250	----



O método de Otsu



i	h_i	p_i	$\sigma_B^2(k)$
0	1	0.0625	0.906510
1	3	0.1875	2.876302
2	1	0.0625	3.283026
3	4	0.2500	4.159288
4	0	0.0000	4.159288
5	2	0.1250	3.344389
6	3	0.1875	1.567522
7	2	0.1250	----



Bibliografia

- MARQUES FILHO, O.; VIEIRA NETO, H. **Processamento digital de imagens**. Brasport, 1999.
 - Disponível para download no site do autor (Exclusivo para uso pessoal)
 - <http://dainf.ct.utfpr.edu.br/~hvieir/pub.html>
- GONZALEZ, R.C.; WOODS, R.E.; **Processamento Digital de Imagens**. 3ª edição. Editora Pearson, 2009.
- J. E. R. Queiroz, H. M. Gomes. **Introdução ao Processamento Digital de Imagens**. RITA. v. 13, 2006.
 - <http://www.dsc.ufcg.edu.br/~hmg/disciplinas/graduacao/vc-2016.2/Rita-Tutorial-PDI.pdf>

FIM