

Aula 07 – Filtragem espacial II

Prof. João Fernando Mari

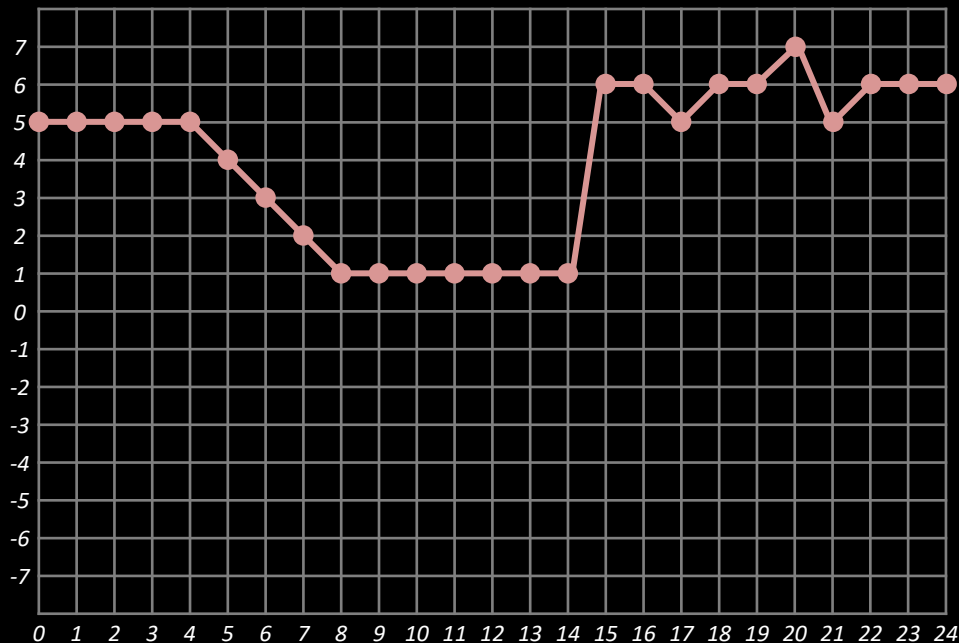
joaofmari.github.io

joaof.mari@ufv.br

- Derivadas de funções discretas 1D
- O Laplaciano
- Variações do Laplaciano
- O Gradiente
- Operadores diagonais de Roberts
- Operadores de Prewitt e Sobel

DERIVADAS DE FUNÇÕES DISCRETAS 1D

Derivadas de funções discretas 1D



Derivada de primeira ordem de uma função 1D $f(x)$:

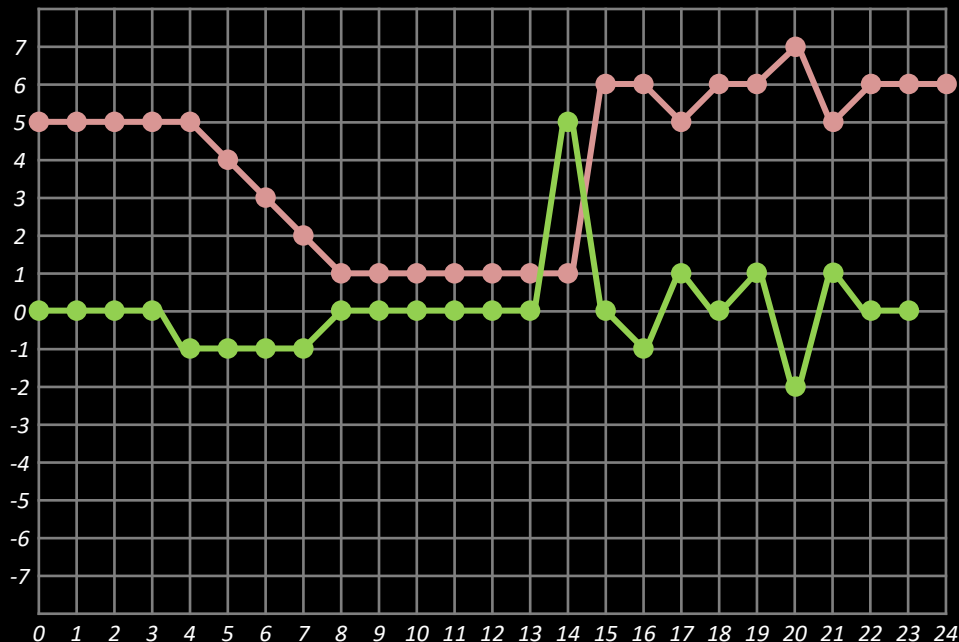
$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada de segunda ordem de uma função 1D $f(x)$:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6	Sinal
																										Primeira derivada
																										Segunda derivada

Derivadas de funções discretas 1D



Derivada de primeira ordem de uma função 1D $f(x)$:



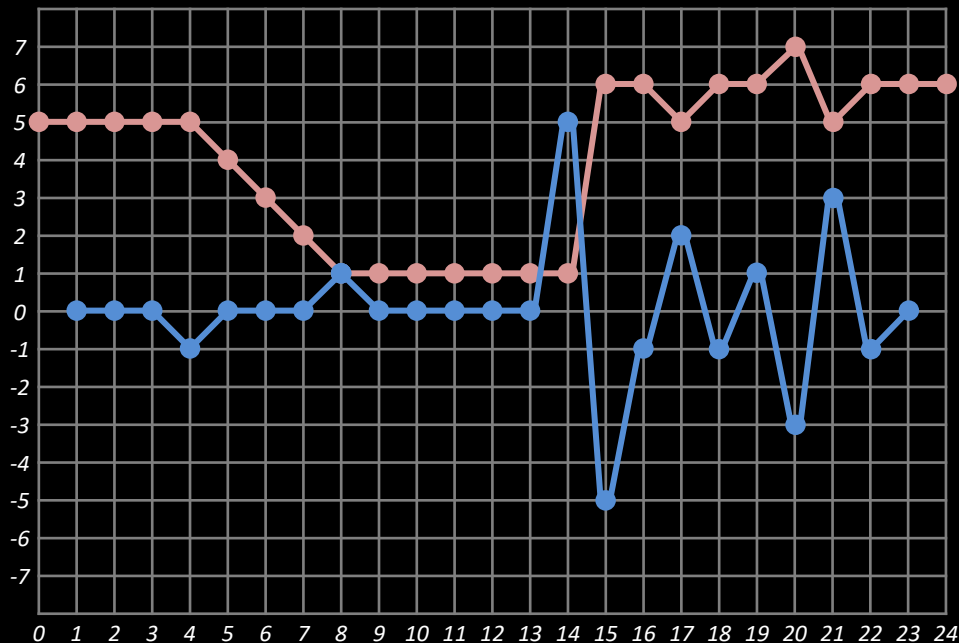
$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada de segunda ordem de uma função 1D $f(x)$:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6	Sinal
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	5	0	-1	1	0	1	-2	1	0	0	0	Primeira derivada
																									Segunda derivada

Derivadas de funções discretas 1D



Derivada de primeira ordem de uma função 1D $f(x)$:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

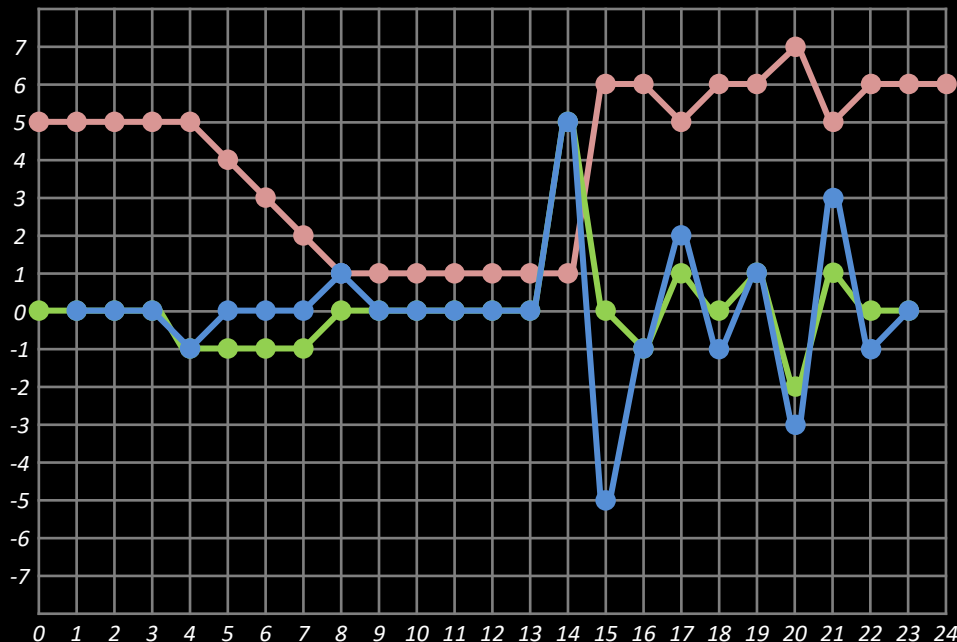
Derivada de segunda ordem de uma função 1D $f(x)$:



$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6	Sinal
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	5	0	-1	1	0	1	-2	1	0	0	Primeira derivada
	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5	-5	-1	2	-1	1	-3	3	-1	0	Segunda derivada

Derivadas de funções discretas 1D



Derivada de primeira ordem de uma função 1D $f(x)$:



$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

Derivada de segunda ordem de uma função 1D $f(x)$:



$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

5	5	5	5	5	4	3	2	1	1	1	1	1	1	1	6	6	5	6	6	7	5	6	6	6	Sinal
0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	5	0	-1	1	0	1	-2	1	0	0	Primeira derivada
	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	5	-5	-1	2	-1	1	-3	3	-1	0	Segunda derivada

O LAPLACIANO

O Laplaciano

- O Laplaciano de uma função de duas dimensões $f(x, y)$ é:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- Se separarmos o Laplaciano nas direções x e y , temos:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

- Dessa forma, o Laplaciano discreto de duas variáveis é:

$$\nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

	-1	0	1
-1	0	1	0
0	1	-4	1
1	0	1	0

	-1	0	1
-1	0	1	0
0	1	-4	1
1	0	1	0

	-1	0	1
-1	0	-1	0
0	-1	4	-1
1	0	-1	0

	-1	0	1
-1	1	1	1
0	1	-8	1
1	1	1	1

	-1	0	1
-1	-1	-1	-1
0	-1	8	-1
1	-1	-1	-1

O GRADIENTE

O gradiente

- O gradiente de uma função de duas dimensões $f(x, y)$ é:

$$\nabla f \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x, y) - f(x + 1, y), \quad \frac{\partial f}{\partial y} = f(x, y) - f(x, y + 1)$$

	0	1
0	1	0
1	-1	0

- A magnitude (tamanho) do vetor gradiente (∇f), $M(x, y)$ é:

$$M(x, y) = \text{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

	0	1
0	1	-1
1	0	0

- Ou pode ser aproximada por valores absolutos:

$$M(x, y) \approx |g_x| + |g_y|$$

O gradiente – Operadores diagonais de Roberts

- Os operadores diagonais de Roberts consideram as diferenças diagonais:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x, y) - f(x + 1, y + 1),$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = f(x + 1, y) - f(x, y + 1)$$

	0	1
0	1	0
1	0	-1

	0	1
0	0	-1
1	1	0

O gradiente – Operadores de Prewitt e Sobel

Prewitt:

$$g_x$$

	-1	0	1
-1	-1	-1	-1
0	0	0	0
1	1	1	1

$$g_y$$

	-1	0	1
-1	-1	0	1
0	-1	0	1
1	-1	0	1

Sobel:

$$g_x$$

	-1	0	1
-1	-1	-2	-1
0	0	0	0
1	1	2	1

$$g_y$$

	-1	0	1
-1	-1	0	1
0	-2	0	2
1	-1	0	1

- MARQUES FILHO, O.; VIEIRA NETO, H. Processamento digital de imagens. Brasport, 1999.
 - Disponível para download no site do autor (Exclusivo para uso pessoal)
 - <http://dainf.ct.utfpr.edu.br/~hvieir/pub.html>
- GONZALEZ, R.C.; WOODS, R.E.; Processamento Digital de Imagens. 3ª edição. Editora Pearson, 2009.
- J. E. R. Queiroz, H. M. Gomes. Introdução ao Processamento Digital de Imagens. RITA. v. 13, 2006.
 - <http://www.dsc.ufcg.edu.br/~hmg/disciplinas/graduacao/vc-2016.2/Rita-Tutorial-PDI.pdf>

FIM