Aula 03 – Lógica Digital

Prof. João Fernando Mari
joaof.mari@ufv.br

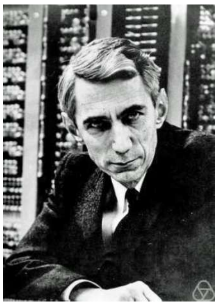
Roteiro

- Lógica Digital
- AND e OR – Analogia lâmpada
- NAND, NOR e XOR
- Tabela Verdade
- Identidades básicas da álgebra booleana
- Portas Lógicas

Lógica Digital

- Álgebra booleana
  - George Boole (1854)
    - Propôs os princípios básicos da álgebra booleana.
  - Claude Shannon (1938)
    - Álgebra booleana para projetos de circuitos de comutação de *reles*
    - As técnicas sugeridas por Shannon foram subsequentemente utilizadas para projetos de <u>*circuitos eletrônicos digitais*</u>

2



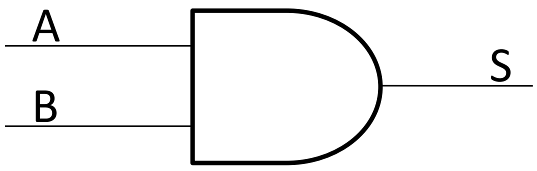
1

Lógica Digital

- Álgebra booleana
  - Variáveis
    - 1 (verdadeiro)
    - 0 (falso)
  - Operações básicas
    - AND (E)
    - OR (OU)
    - NOT (NÃO)
  - Representação simbólica
    - A ***AND*** B = $A \cdot B$
    - A ***OR*** B = $A + B$
    - ***NOT*** A = $\bar{A}$, A’

Lógica Digital

- Operação ***AND***
  - O resultado da operação é verdadeiro (valor binário 1) se e somente se todas as entradas forem verdadeiras (1)

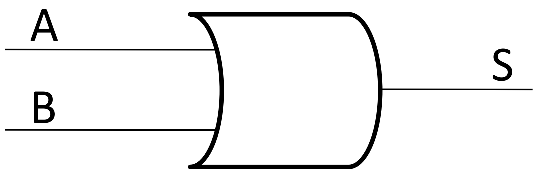


A	B	S = A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

S = A ***AND*** B = A · B

Lógica Digital

- Operação ***OR***
  - O resultado da operação é verdadeiro (valor binário 1) se qualquer uma das entradas, ou ambas, forem verdadeiras

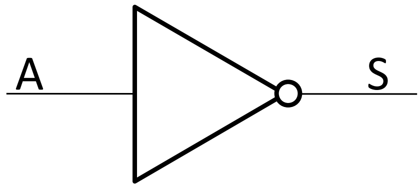


A	B	S = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

S = A ***OR*** B = A + B

Lógica Digital

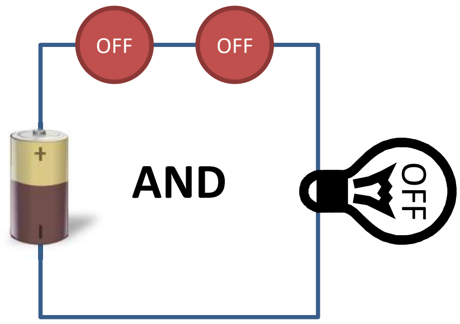
- Operação ***NOT***
  - Operação unária
  - Inverte o valor do entrada

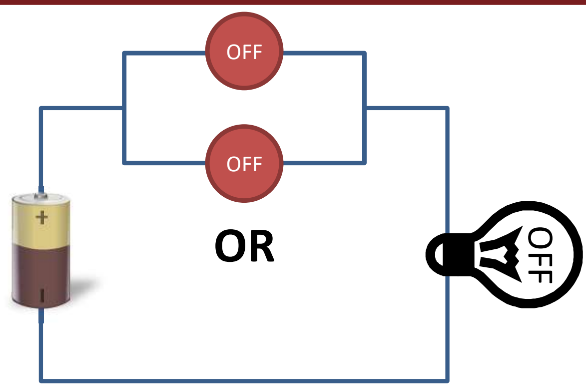


A	S = NOT Ā
0	1
1	0

S = ***NOT*** A = Ā

AND e OR – Analogia lâmpada

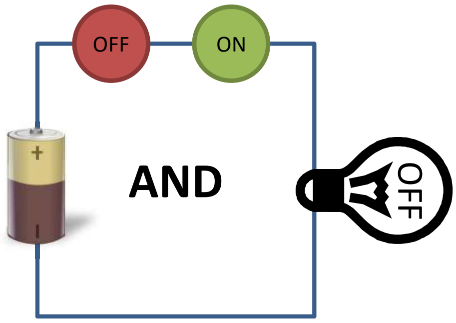


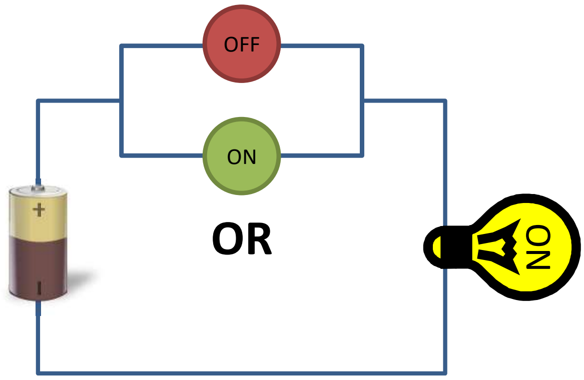


A	B	S = A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	S = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

AND e OR – Analogia lâmpada

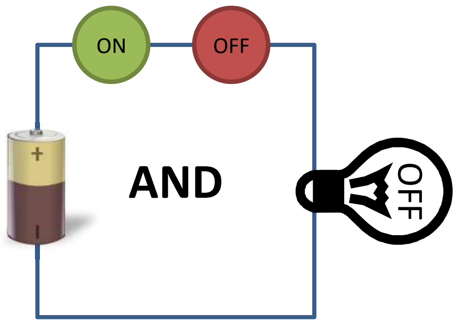


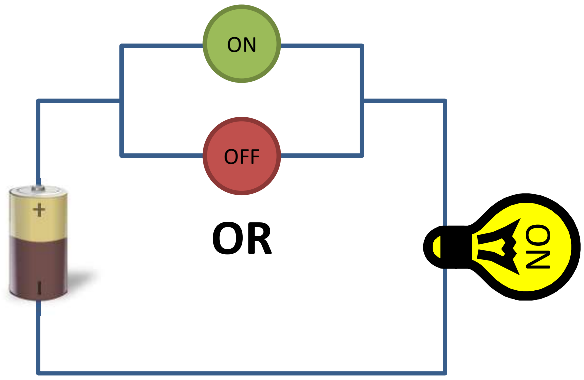


A	B	S = A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	S = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

AND e OR – Analogia lâmpada

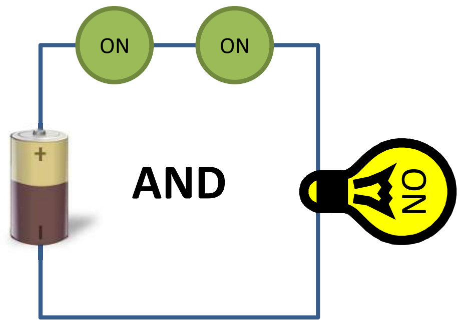


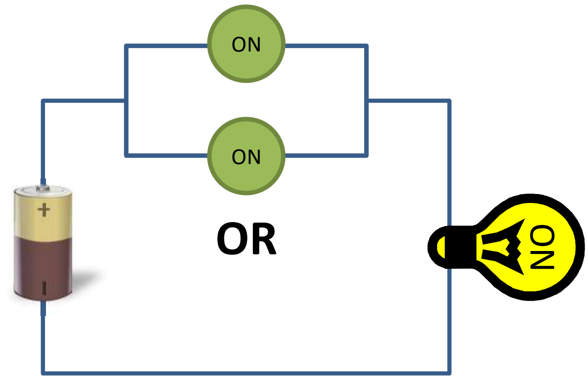


A	B	S = A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	S = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

AND e OR – Analogia lâmpada





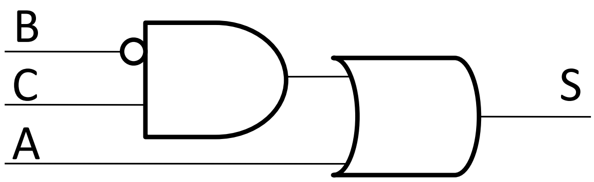
A	B	S = A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	S = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

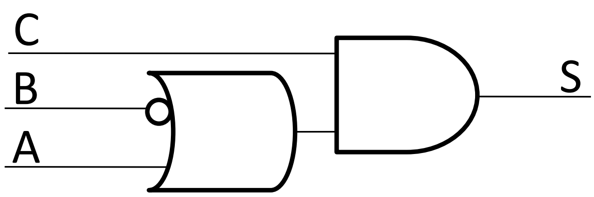
Observações

- A operação AND tem precedência sobre a operação OR

$S = A + \overline{B} \cdot C$



$S = (A + \overline{B}) \cdot C$



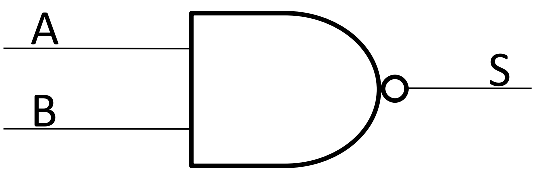
- A operação AND pode ser representada pela concatenação dos operandos
  - $A \cdot B = AB$

NAND, NOR e XOR

- Outras operações lógicas importantes
  - ***NAND*** *- Complemento (NOT) da função AND*
    - A NAND B = NOT(A AND B) = $\overline{AB}$
  - ***NOR*** *- Complemento (NOT) da Função OR*
    - A NOR B = NOT (A OR B) = $\overline{A + B}$
  - ***XOR*** *– Ou Exclusivo*
    - *A XOR B = A ⊕ B*

Operações lógicas - ***NAND***

- Operação ***NAND***
  - O resultado da operação é o complemento (NOT) da função AND.
  - Ou seja, o resultado é falso (valor binário 0) se e somente se todas as entradas forem verdadeiras

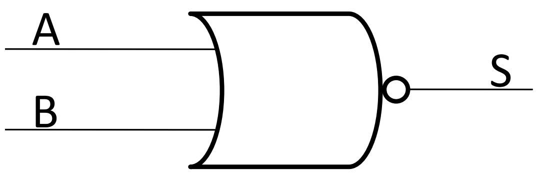


A	B	S = A NAND B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

S = A ***NAND*** B = $\overline{A \cdot B}$

Operações Lógicas - *NOR*

- Operação ***NOR***
  - O resultado da operação é o complemento (NOT) da função OR.
  - Ou seja, o resultado é falso (valor binário 0) se qualquer uma das entradas, ou ambas, forem verdadeiras

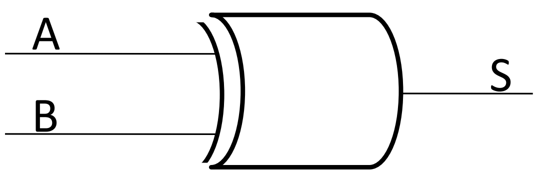


A	B	S = A NOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

S = A ***NOR*** B = $\overline{A + B}$

Operações lógicas - XOR

- Operação ***XOR*** (OU - Exclusivo)
  - O resultado da operação é verdadeiro (valor binário 1) se e somente se exatamente um dos operandos tem valor 1



A	B	S = A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

S = A ***XOR*** B = $A \oplus B$

Tabela Verdade

P	Q	P AND Q	P OR Q	NOT P	P NAND Q	P NOR Q	P XOR Q
0	0	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**
0	1	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**
1	0	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
1	1	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**

Identidades básicas da álgebra booleana

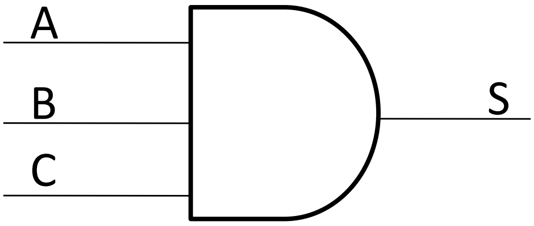
	Postulados Básicos	
$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$	Leis da comutatividade
$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$	Leis da distributividade
$1 \cdot A = A$	$0 + A = A$	Elemento identidade
$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$	Elemento inverso
	Outras Identidades	
$0 \cdot A = 0$	$1 + A = 1$	
$A \cdot A = A$	$A + A = A$	
$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$	Leis de associatividade
$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$	$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$	Teorema de DeMorgan

Portas Lógicas

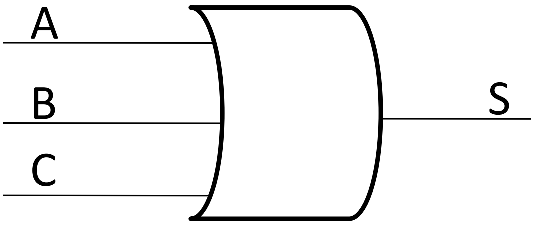
- Portas lógicas são:
  - Os blocos fundamentais dos circuitos lógicos digitais
  - Circuitos eletrônicos que produzem um sinal de saída que é o resultado de uma ***operação booleana*** entre os sinais de entrada

Portas Lógicas

- Portas lógicas podem ter mais de 2 entradas (2, 3, 4, ...)



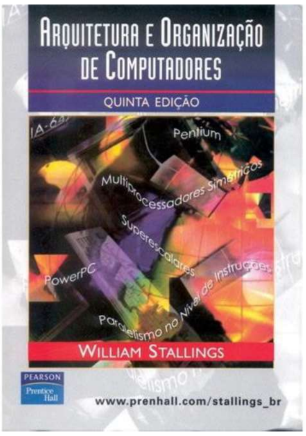
A	B	C	S = A AND B AND C
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



A	B	C	S = A OR B OR C
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Referências

- STALLINGS, W. **Arquitetura e Organização de Computadores**, 5. Ed., Pearson, 2010.
  - Apêndice A



Referências

1. Foto de Claude Shannon
   - Foto por Konrad Jacobs, distribuida sob a CC-BY-SA 2.0
     - https://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/
   - https://commons.wikimedia.org/wiki/File:ClaudeShannon_MFO3807.jpg
2. Foto de George Boole
   - Autor desconhecido. Domínio publico.
   - https://commons.wikimedia.org/wiki/File:George_Boole_color.jpg

FIM – Aula 03