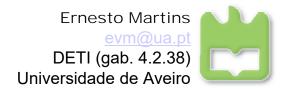


Sinais e Sistemas Electrónicos

Problemas resolvidos III

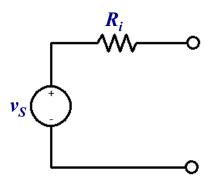


Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

- 1 Efectuaram-se as seguintes medições de tensão aos terminais de uma fonte de alimentação DC de laboratório:
- > 75V, com a fonte em aberto;
- \succ 60V, tendo-se ligado previamente uma resistência de 20 Ω entre os terminais da fonte.

Com base nestes dados, calcule o equivalente de Thévenin da fonte de alimentação.

Como sabemos, uma fonte de tensão real pode representarse pelo circuito...



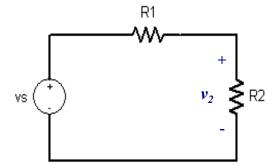
... que tem, portanto, a mesma forma que o equivalente de Thévenin dessa fonte, com $v_T = v_S$ e $R_T = R_i$.

III-3

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

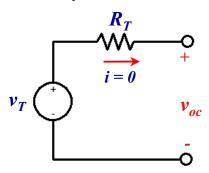
Antes de prosseguir, recordemos, mais um vez, o omnipresente e infinitamente recorrente, divisor de tensão ② ...

Divisor de tensão



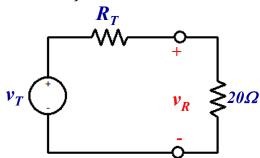
$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s$$

Medição em circuito aberto: 75V



$$v_{oc} = 75V = v_T$$

Medição com resistência de 20Ω : 60V



$$v_{R} = \frac{20}{R_{T} + 20} 75 = 60V$$

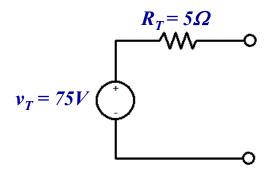
$$R_{T} = 5\Omega$$

$$R_T = 5\Omega$$

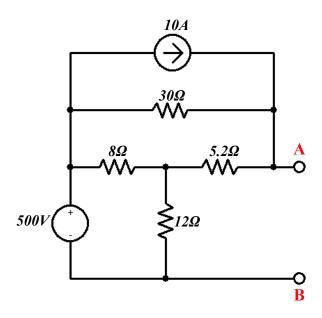
III-5

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

O equivalente de Thévenin da fonte de alimentação é portanto.



2 – Calcule o equivalente de Thévenin entre os terminais A e B do circuito.



111-7

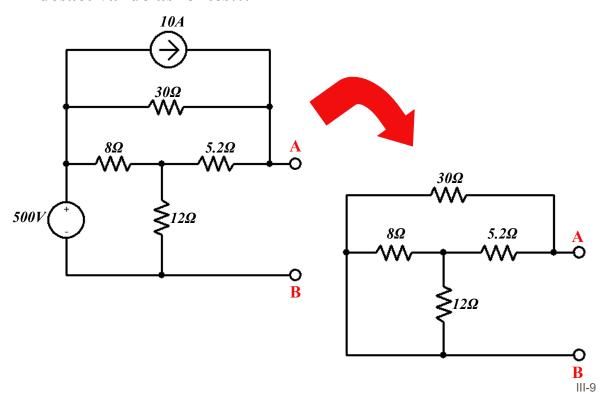
Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

1º Passo: Comecemos por determinar a resistência de Thévenin, R_T

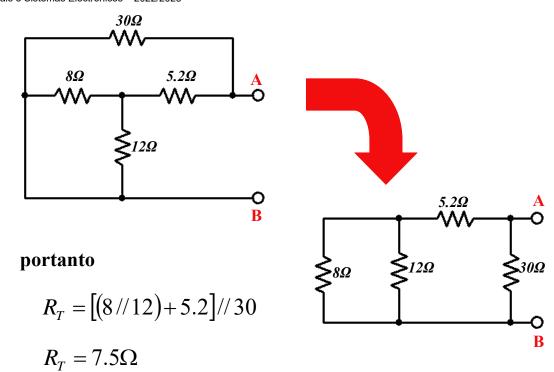
Segundo a definição, esta resistência é:

• a resistência equivalente vista aos terminais do circuito quando este é desativado, ou seja, quando todas as fontes independentes de tensão são curto-circuitadas e todas as fontes independentes de corrente são abertas (as fontes dependentes mantêm-se).

desactivando as fontes...

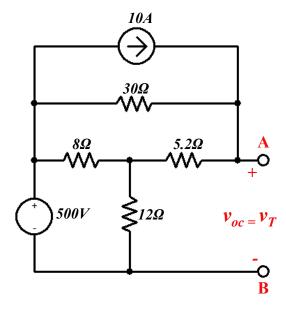


Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023



2° Passo: calculo de ou v_T

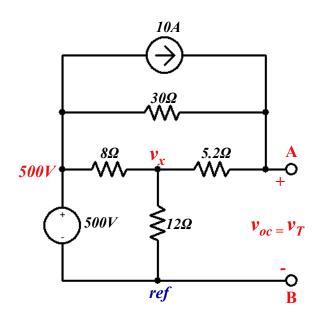
v_T é igual à tensão em circuito aberto



III-11

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

Calculemos a tensão em circuito aberto



Usando análise nodal

Nó
$$v_r$$
:

$$\frac{500 - v_x}{8} = \frac{v_x}{12} + \frac{v_x - v_T}{5.2}$$

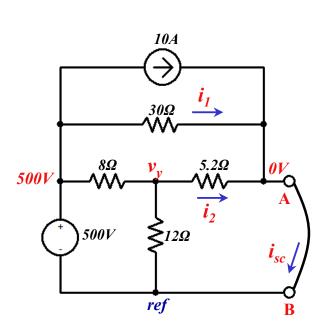
Nó A:

$$10 + \frac{500 - v_T}{30} + \frac{v_x - v_T}{5.2} = 0$$

Resolvendo...

$$v_x = 360V$$
$$v_T = 425V$$

Em alternativa podiamos determinar a corrente de curtocircuito pois seria mais fácil!...



$$i_{sc} = 10 + i_1 + i_2$$

$$= 10 + \frac{500}{30} + \frac{v_y}{5.2}$$

$$v_y = \frac{5.2//12}{8 + (5.2//12)} 500 = 156.1V$$

$$i_{sc} = 56.67A$$

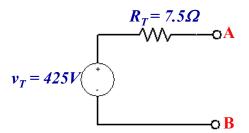
III-13

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

Com a corrente de curto-circuito obtemos a tensão de Thévenin

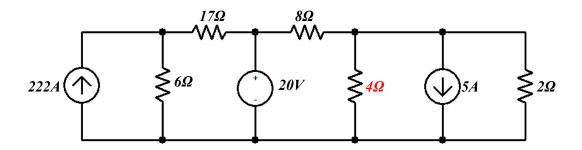
$$v_T = R_T i_{sc}$$

O equivalente de Thévenin é portanto



3 – Calcule:

- a) A potência dissipada na resistência de 4Ω ;
- b) O novo valor que esta resistência deve ter de forma a que dissipe, neste circuito, a potência máxima.



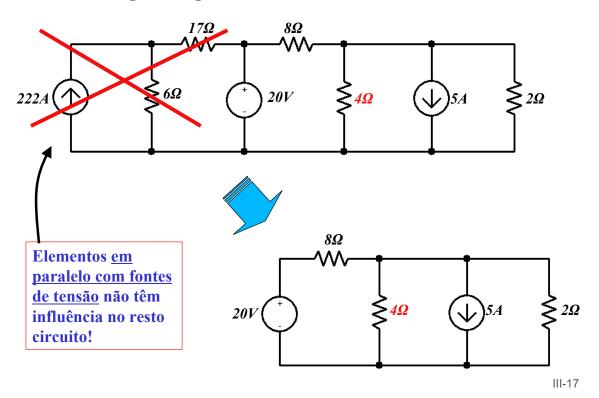
III-15

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

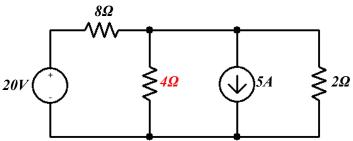
Dado que

- \triangleright as duas alíneas do problema se referem à resistência de 4Ω ;
- uma delas remete para o Teorema da Máxima Transferência de Potência...
- ... a melhor estratégia passa por determinar primeiro o Equivalente de Thévenin visto por esta resistência.

Começemos por simplificar o circuito...



Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023



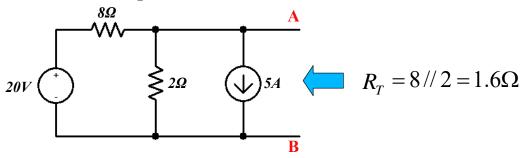
 $20V \stackrel{+}{\longrightarrow} 2\Omega \stackrel{A}{\longrightarrow} 5A$

Este é o circuito *visto* pela resistência de 4Ω

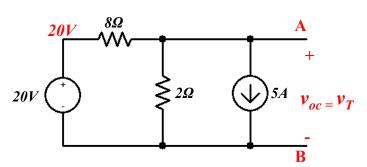


Vamos portanto calcular o Equivalente de Thévenin entre A e B

Resistência equivalente



Tensão em circuito aberto



Nó A:

$$\frac{20 - v_T}{8} = \frac{v_T}{2} + 5$$

Resolvendo...

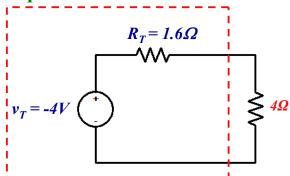
$$v_T = -4V$$

III-19

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

Com o Equivalente de Thévenin é agora muito fácil responder às questões:

Equivalente de Thévenin



a) A potência dissipada na resistência de 4Ω ?

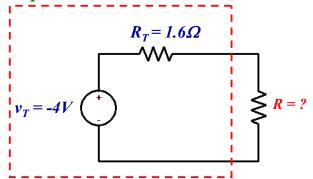
$$P = RI^{2}$$

$$= 4\left(\frac{-4}{4+1.6}\right)^{2}$$

$$= 2.04W$$

b) Novo valor da resistência de forma a que dissipe a potência máxima?

Equivalente de Thévenin



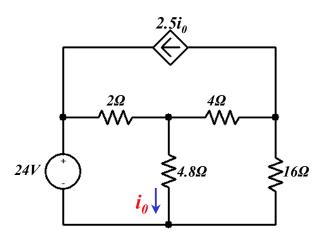
Teorema da máxima transferência de potência: Uma fonte real de tensão com resistência interna R_S , fornece a potência máxima quando a resistência de carga tem o valor $R_L = R_S$.

Portanto, o novo valor da resistência deve ser 1.6Ω .

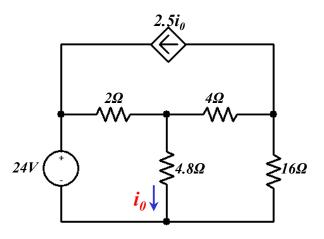
III-21

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

- 4 Um amperímetro é usado para medir a corrente *i*₀, indicando o valor *2.1A*. Determine:
- a) A resistência interna do amperímetro;
- b) A percentagem de erro introduzida pelo amperímetro na medição.



O problema diz respeito ao ramo onde está a resistência de 4.8Ω , portanto o melhor é começarmos por determinar o Equivalente de Thévenin visto por esta resistência.

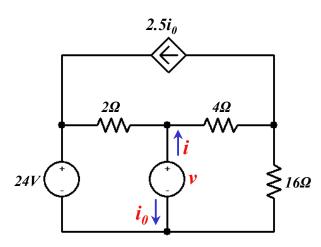


Dado que o circuito inclui uma fonte dependente, vamos usar aqui o Método Universal, substituindo a resistência de 4.8Ω por uma fonte de tensão de teste, de valor ν.

III-23

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

Aplicação do Método Universal



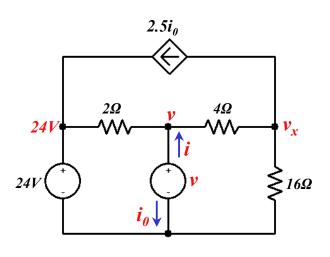
• Vamos então analisar o circuito de forma a obter uma expressão de v em função de i, com a forma

$$v = ai + b$$

Dos coeficientes a e b concluiremos

$$R_T = a$$
 e $v_T = b$

Usando análise nodal...



Nó v:
$$\frac{24-v}{2}+i=\frac{v-v_x}{4}$$

Nó
$$v_x$$
: $\frac{v - v_x}{4} = 2.5i_0 + \frac{v_x}{16}$

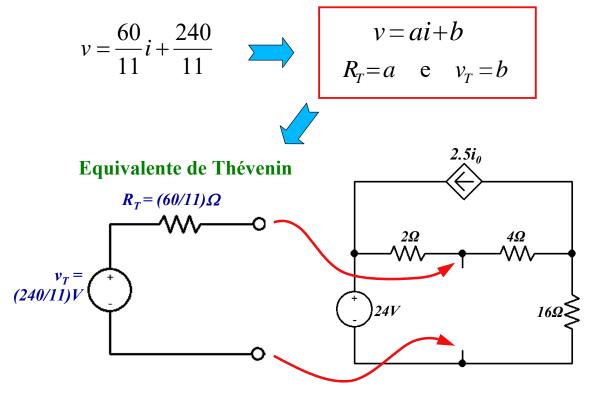
Sabendo que $i_0 = -i$ obtém-se

$$\begin{cases} v + 10i = \frac{5}{4}v_x \\ -3v + 4i = -v_x - 48 \end{cases}$$

Eliminando v_x , obtemos...

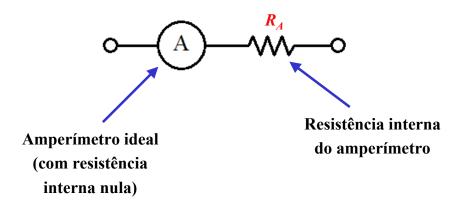
III-25

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023



Modelo do amperímetro

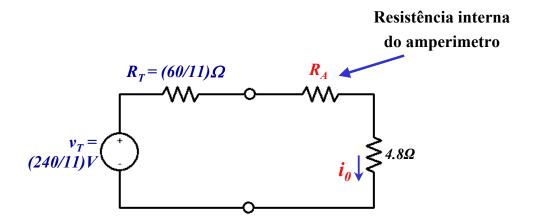
Podemos considerar que o amperímetro usado na medição é constituído por um amperímetro ideal em série com uma resistência.

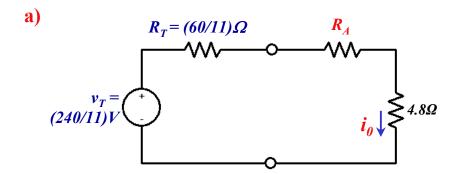


III-27

Sinais e Sistemas Electrónicos – 2022/2023

Ligar o amperimetro em série com a resistência de 4.8\Omega no circuito original, é o mesmo que ligar este conjunto ao Equivalente de Thévenin determinado:





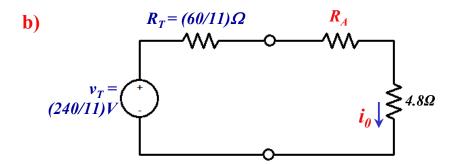
Nestas condições o valor medido de i_0 foi 2.1A, portanto

$$\frac{240/11}{(60/11) + R_A + 4.8} = 2.1$$

$$R_A = 135m\Omega$$

III-29

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

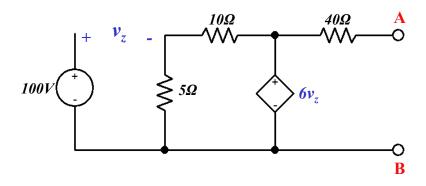


Sem o amperímetro presente no circuito o valor de i_{θ} seria

$$\frac{240/11}{(60/11)+4.8} = 2.13A$$

O erro introduzido pelo
$$\frac{2.1-2.13}{2.13} = -0.014 \rightarrow -1.4\%$$

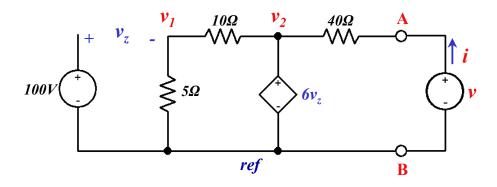
5 – Determine o equivalente de Thévenin entre os terminais A e B do circuito.



III-31

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

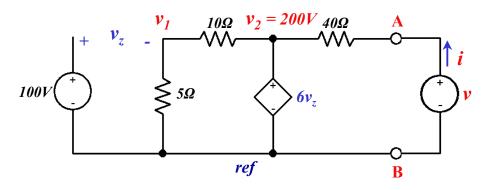
Como o circuito contém uma fonte dependente, vamos usar o Método Universal.



Por um lado:
$$v_1 = \frac{5}{5+10}v_2 = \frac{v_2}{3}$$

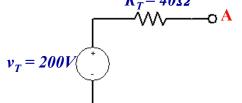
... e por outro:
$$v_2 = 6v_z = 6(100 - v_1)$$

Conjugando as duas equações obtemos $v_2 = 200V$



$$i = \frac{v - 200}{40} \iff v = 40i + 200$$

Equivalente de Thévenin

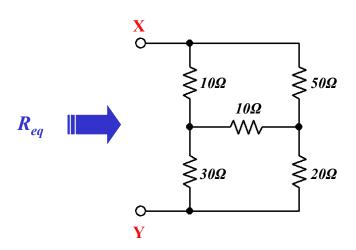


Portanto

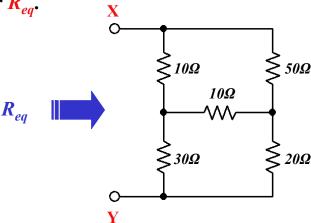
$$v_T = 200V$$
 $R_T = 40\Omega$

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

6 – Determine a resistência equivalente entre os terminais X e Y.



Note-se, antes de mais, que este circuito não permite associação de resistências em série ou em paralelo para obter R_{eq} .



Na prática, se tivéssemos que medir esta resistência, aplicaríamos uma tensão v entre os terminais X e Y, mediamos a corrente i e, finalmente, calcularíamos R_{eq} fazendo $R_{eq} = v/i$.

III-35

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

É isso mesmo que podemos fazer!

Usando análise nodal...

Nó
$$v_1$$
:

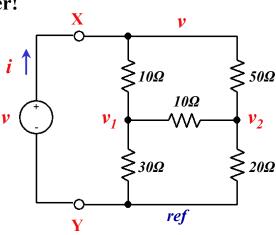
$$\frac{v_1}{30} + \frac{v_1 - v_2}{10} + \frac{v_1 - v}{10} = 0$$

Nó v_2 :

$$\frac{v_2}{20} + \frac{v_2 - v_1}{10} + \frac{v_2 - v}{50} = 0$$

Usando KCL no nó inferior...

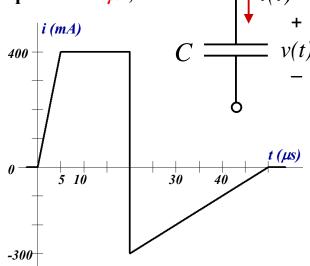
$$\frac{v_1}{30} + \frac{v_2}{20} = i$$



Eliminando as incógnitas v_1 e v_2 obtemos...

$$\frac{v}{i} = 21.7\Omega = R_{eq}$$

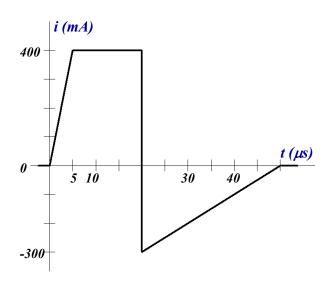
- 7 Um condensador de $0.25\mu F$ é percorrido pela corrente *i* do gráfico abaixo. Sabendo que v(0) = 0, calcule
- a) A carga no condensador para $t = 15 \mu s$;
- b) A tensão no condensador para t = 30 μs;
- c) A energia armazenada no condensador para t > 50 μs.



III-37

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

• A partir do gráfico dado poderíamos começar por exprimir algebricamente *i(t)*, integrando depois as equações correspondentes a cada intervalo de tempo, de forma a responder às questões pedidas.



• ... mas uma maneira mais expedita de chegar lá é calculando áreas.

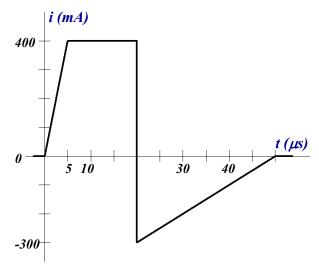
Vejamos:

a)
$$q(t = 15 \mu s) = ?$$

Num qualquer instante t₁ a carga no condensador pode ser calculada por

$$q(t_1) = \int_{0}^{t_1} i(t)dt + q(0)$$

Como $v(\theta) = \theta$, então $q(\theta) = \theta$ e a carga pode ser obtida calculando a área:



$$Área_{[0,15]} = \frac{5x400}{2} + (15-5)x400 = 5000nC = 5\mu C$$

III-39

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

b)
$$v(t = 30 \mu s) = ?$$

Num qualquer instante t₁ a tensão no condensador é dada por

$$v(t_1) = \frac{1}{C} \int_{0}^{t_1} i(t)dt + v(0)$$

i (mA)

400

5 10

30 40

-300

Calculamos então a área de 0

a 30 µs:

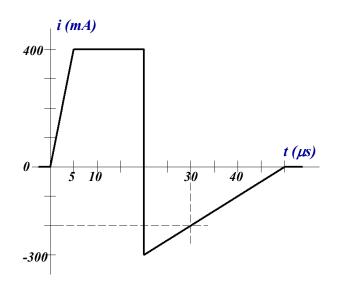
$$\acute{A}rea_{[0,30]} = \acute{A}rea_{[0,15]} + (20 - 15)x400 - \left[(30 - 20)x200 + \frac{(30 - 20)x100}{2} \right]$$

$$\acute{A}rea_{[0,30]} = 4.5 \mu C \qquad \rightarrow \qquad v(30 \mu s) = \frac{4.5 \mu C}{0.25 \mu F} = 18V$$

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

c)
$$E_C(t = 50 \mu s) = ?$$

Calculamos *v*(50 μs) pela área total



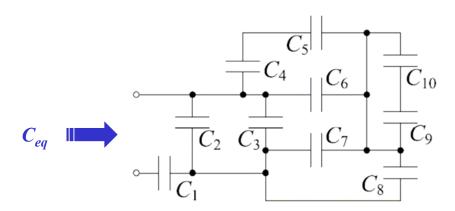
$$v(50\mu s) = \frac{2.5\mu C}{0.25\mu F} = 10V$$

$$\rightarrow E_{\rm C}(50\mu s) = \frac{1}{2}Cv^2 = \frac{1}{2}x0.25x10^2 = 12.5\mu J$$

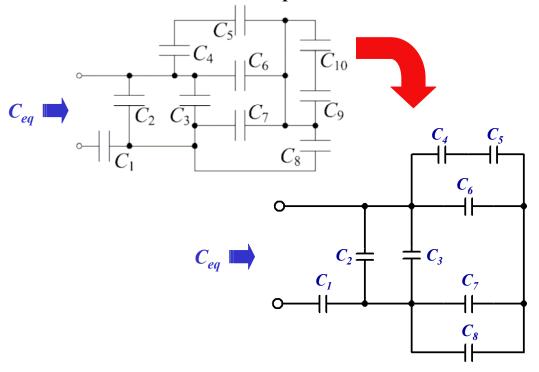
III-41

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

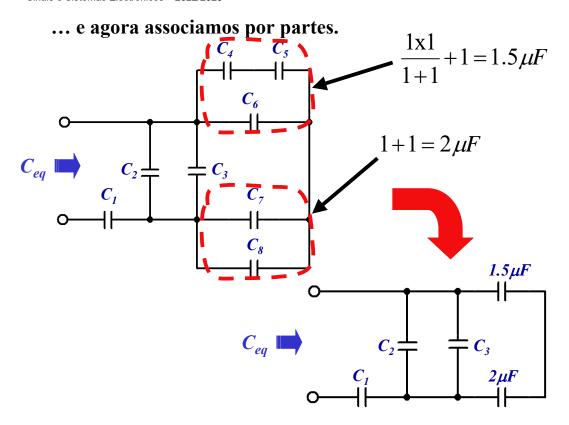
8 – Determine o valor da capacidade equivalente no circuito abaixo. Todos os condensadores são de 1μF.



Como sempre, começamos por redesenhar o circuito de maneira a evidenciar séries e paralelos...

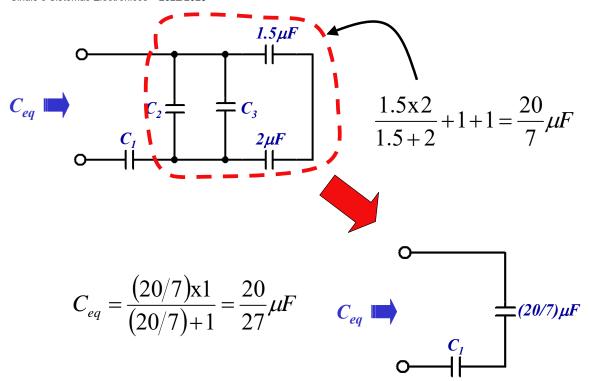


Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023



III-43

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

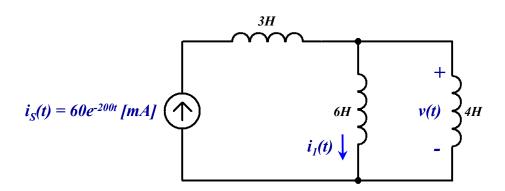


III-45

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

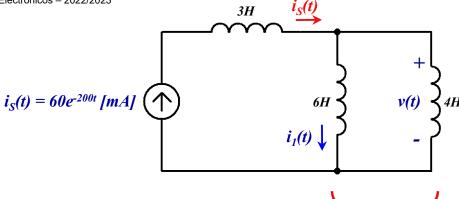
9 – No circuito abaixo considere $i_1(0) = 20mA$. Calcule

- a) A tensão v(t);
- b) A energia armazenada na bobina de 6H em t = 5ms.



Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023





$$v(t) = L_1 \frac{d}{dt} i_S(t) = 2.4 \frac{d}{dt} (60e^{-200t})$$

$$L_1 = \frac{6x4}{6+4} = 2.4H$$

$$= 2.4x(-200)x60e^{-200t}$$

$$v(t) = -28.8e^{-200t}[V] \quad t \ge 0$$

III-47

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

$$i_1(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v(t)dt + i_1(0) = \frac{1}{6} \int_0^t -28.8e^{-200t}dt + 0.02$$

$$= \frac{1}{6} \left(-\frac{1}{200} \right) \left(-28.8 \right) e^{-200t} \Big|_{0}^{t} + 0.02 = 24 e^{-200t} - 4 \quad [mA]$$

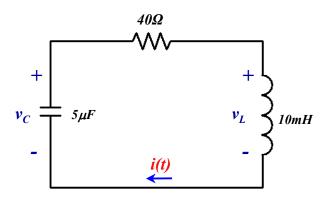
$$i_1(5ms) = 4.83mA$$

$$W = \frac{1}{2} L i_1^2 = 70 \,\mu J$$

10 – Sabendo que, no circuito abaixo, i(t) é dada por

$$i(t) = 5e^{-2000t} \cos 4000t \quad [A] \quad t \ge 0$$

Calcule $v_L(\theta)$ e $v_C(\theta)$.



III-49

Sinais e Sistemas Electrónicos - 2022/2023

Começamos por calcular a tensão na bobina

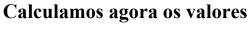
$$v_L = L \frac{d}{dt} i(t)$$

$$=0.01\frac{d}{dt} \left(5e^{-2000t}\cos 4000t\right)$$

$$=0.01[5(-2000)e^{-2000t}\cos 4000t + 5e^{-2000t}(-4000\sin 4000t)]$$

$$v_L = -100e^{-2000t} (\cos 4000t + 2\sin 4000t)$$
 [V]

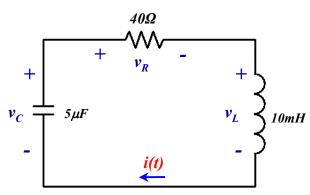
 40Ω





$$v_L = -100e^{-2000t} (\cos 4000t + 2\sin 4000t)$$

$$v_L(0) = -100V$$



Aplicando KVL:

$$-v_C(0) + v_R(0) + v_L(0) = 0$$
$$v_C(0) = 40i(0) - 100$$

$$v_C(0) = 40x5 - 100 = 100V$$

$$i(t) = 5e^{-2000t} \cos 4000t$$
$$i(0) = 5A$$

III-51