

MECÂNICA E CAMPO ELETROMAGNÉTICO

ano letivo 2022/2023

Capítulo 2: Sistemas oscilatórios

- 1 Um bloco de 4,0 kg distende uma mola de 16 cm em relação à sua posição de equilíbrio. Remove-se o bloco e suspende-se um corpo de 0,5 kg da mesma mola. Se a mola for então comprimida e largada, qual é o período de oscilação do bloco?
- **2** Uma mola estica de 3,9 cm quando uma massa de 10 g é pendurada. Se uma massa de 25 g ligada à mola oscila com movimento harmónico simples, qual é a frequência do movimento?
- **3** A posição, velocidade e aceleração iniciais de um objeto que descreve um movimento harmónico simples de frequência ω são x_0 , v_0 e a_0 .
 - a) Mostre que a posição e a velocidade do objeto, para qualquer instante, pode ser escrito como:

$$x(t) = x_0 \cos \omega t + \left(\frac{v_0}{\omega}\right) \sin \omega t$$
$$v(t) = -x_0 \omega \sin \omega t + v_0 \cos \omega t$$

b) Se a amplitude do movimento é A, mostre que

$$v^2 - ax = v_0^2 - a_0 x_0 = A^2 \omega^2.$$

- **4** Um corpo vibra com movimento harmónico simples com uma amplitude de 12 cm e uma frequência de vibração de 4 *vibrações/segundo*. Calcule:
 - a) a aceleração e velocidade máximas.
 - b) a aceleração e velocidade, quando o deslocamento é 6 cm.
 - c) o tempo necessário para se afastar da posição de equilíbrio, até um ponto situado a 8 cm dessa distância.
- **5** A amplitude de um sistema que se move com movimento harmónico simples é duplicada. Determine a alteração de:
 - a) energia total
 - b) velocidade máxima
 - c) período.
- **6** Uma esfera de raio *R* rola sem escorregar numa superfície cilíndrica côncava de raio 5*R*. Determine o período de oscilação, para pequenos deslocamentos em torno da posição de equilíbrio.
- 7 Mostre que a taxa de variação de energia de um oscilador amortecido é dada por $\frac{dE}{dt} = -bv^2$ e, portanto, é sempre negativa.

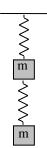
- **8** Um pêndulo 1 m de comprimento é largado com um ângulo de 15,0 °. Após 1000 s, a sua amplitude foi reduzida para 5,5 °. Qual é o coeficiente de amortecimento?
- **9** Um pêndulo é lançado com uma velocidade angular inicial de 2 rad/s e uma amplitude de 5 $^{\circ}$.
 - a) Obtenha a equação do movimento do pêndulo (suponha a aproximação de pequenos ângulos).
 - b) Qual é o instante de tempo em que o pêndulo passa a primeira vez pela posição de equilíbrio.
- **10** Uma partícula de massa 2 kg move-se ao longo do eixo dos xx atraída para a origem por uma força cuja intensidade é numericamente igual a 8x. Considerando que a partícula está inicialmente em repouso em x=20 m, determine:
 - a) a equação diferencial e as condições iniciais que descrevem o movimento.
 - b) a posição da partícula, em qualquer instante.
 - c) a velocidade, em qualquer instante.
 - d) a amplitude, o período e a frequência da vibração.
- **11** Sobre um corpo de massa 0,25 kg atua uma força de restituição cuja constante de força é K=0,25 N/m. O corpo é posto a oscilar com uma energia potencial de 0,6 J e uma energia cinética inicial de 0,2 J.
 - a) construa o gráfico da energia potencial Ep em função do deslocamento x na região
 -0,3 m < x < + 0,3 m.

Calcule

- b) a amplitude da oscilação.
- c) a energia potencial quando o deslocamento é metade da amplitude.
- d) o deslocamento para o qual a energia potencial iguala a energia cinética.
- e) a velocidade do corpo, no ponto médio da sua trajetória.
- **12** Uma pessoa de 60 kg ao entrar num automóvel faz com que o centro de gravidade desça 0,3 cm. Qual o valor da constante elástica dos amortecedores? De quanto variará a frequência própria de vibração, caso o automóvel tenha uma massa de 500 kg.
- **13** Um pêndulo simples tem um período de 2 s e uma amplitude de 2 °. Depois de 10 oscilações completas, a sua amplitude foi reduzida para 1,5 °. Calcular o coeficiente de amortecimento. Discuta a influência da viscosidade do ar no período do pêndulo.
- **14** Uma força externa periódica atua sobre um corpo de massa 6 kg suspenso pela extremidade inferior duma mola vertical cuja constante elástica é 50 N/m. A força de amortecimento é proporcional à velocidade instantânea do corpo e é de 8 N, quando a velocidade for de 2 m/s. Determine a frequência na qual a ressonância ocorre.
- **15** A uma massa ligada a uma mola, inicialmente em repouso, imprime-se uma velocidade de 10 cm/s. Sabe-se que $K_{mola}=5$ dine/cm, m=200 g e $\gamma=1/40$ s⁻¹.

- a) Determine a sua posição ao fim de um tempo t = 2 s.
- b) Calcule a amplitude e a correspondente equação do movimento do estado estacionário quando, se aplica ao sistema uma força excitadora dada por: $F_e(t) = 10 \times cos(0.5t)$.

16 Duas molas iguais de constante K_{mola} estão penduradas e ligadas a corpos de massa m como está representado na figura ao lado. Desprezando a massa das molas calcule:



- a) as frequências dos modos normais de oscilação do sistema.
- b) a relação das amplitudes de oscilação das massas nos dois modos normais de oscilação.

Nota: não é necessário considerar a aceleração da gravidade porque esta não tem influência na oscilação.

Soluções

- **1** 0,28 s
- **2** 1,60 Hz
- 3 -
- **4** a) $v_{max} = 3.02 \text{ m/s}$; $a_{max} = 75.8 \text{m/s}^2$; b) $\|\vec{a}\| = 37.9 \text{ m/s}^2$ $\|\vec{v}\| = 2.62 \text{ m/s}$; c) 1.66s
- 5 a) aumenta 4 vezes b) duplica c) mantém o período
- 6 T= $2\pi (28R/5g)^{\frac{1}{2}}$
- 7 -
- **8** 0,001 s⁻¹
- 9 .
- 10 a) $2d^2x/dt^2+8x=0$; $x_0=20$ m; dx/dt(t=0)=0; b) x(t)=20 cos (2t) m; c) v(t)=-40 sen(2t) m/s; d) A = 20 m, T = π s, f = $1/\pi$ Hz
- **11** b) 2,5 m; c) 0,2 J; d) 1,8 m; e) 2,5 m/s
- **12** 196×10^3 N/m; $\Delta f = -0.17$ Hz
- **13** $f = 1,43 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$
- **14** 2,8 rad/s
- **15** a) $x = 10 e^{-1/40} \cos(0.16 \pi/2)$; b) $x(t) = 0.592 \cos(0.15t 1.24)$ cm

16 a)
$$\omega^2 = (3 \pm \sqrt{5}) \frac{k}{2m}$$
; b) $\pm \frac{1}{2} (\sqrt{5} \mp 1)$