

**Unidade Curricular: Mecânica e Campo Eletromagnético (MCE)**

Ano Letivo 2021/22

**Trabalho Prático 1 - Movimento de Projéteis**

**Relatório**

**Autores:**

* João Rodrigo Pinheiro Faria de Andrade, Nº Mecanográfico: 103361
* António Miguel Freitas Costa, Nº Mecanográfico: 102674
* Eduardo José Meneses Alves, Nº Mecanográfico: 104179

**Turma**: PL3

1. Introdução Teórica

A posição de um projétil e velocidade inicial (com componentes e ) que se desloca no plano () é dada por:

= (1)

= (2)

onde é aceleração da gravidade, é o tempo, e são as coordenadas da posição inicial do projétil relativas ao eixo e é a inclinação do vetor velocidade inicial relativamente ao eixo . Removendo a variável das equações 1 e 2, obtém-se uma nova equação para o alcance em função do ângulo, que permite determinar o ângulo para o qual o alcance é máximo, é dado por:

= (3)

Se o valor da altura inicial for igual ao da altura inicial , então , pelo que .

Pêndulo Balístico:

O pêndulo balístico consiste num massa suspensa de um fio ou uma barra. Se um projétil de massa for disparado contra a massa e nela ficar retido, então o conjunto adquire energia cinética, , que, à medida que o pêndulo se move, vai sendo transformada em energia potencial gravítica, . A altura máxima, , atingida será tal que a energia potencial gravítica máxima é igual à energia cinética inicial, devendo-se isso à conservação da energia mecânica. Considerando a velocidade inicial do projétil e a velocidade do conjunto massa + projétil, logo após a colisão, obtém-se:

(4)

A conservação de momento linear na colisão implica que:

(5)

de onde se tira a relação entre a velocidade inicial e a altura :

(6)

1. Sumário

O desenvolvimento deste relatório visa aprofundar o nosso conhecimento sobre os conteúdos relativos à Cinemática, mais especificamente, o Lançamento Oblíquo ou Lançamento de Projéteis. Esperamos, para além disso, aprender as fórmulas do movimento e as relações entre os seus elementos de modo a ganhar uma visão mais intuitiva do tema em questão, tudo isto através da observação e análise do comportamento do projétil durante o seu lançamento.

1. Parte A

O objetivo desta parte da experiência foi calcular, através de dados obtidos durante o procedimento experimental e fórmulas da cinemática, o valor da velocidade inicial . Que mais tarde será também útil para comparar a um outro método para obter a mesma (Parte C - Pêndulo Balístico).

1. Parte B

O objetivo principal desta experiência foi observar e analisar como varia o alcance do projétil de acordo com a variação do ângulo de lançamento. Para isso, foram efetuados cálculos (que iremos apresentar mais à frente neste relatório) que permitiram a construção de um gráfico que foi imprescindível para tirarmos as nossas conclusões.

1. Parte C

Nesta parte final do trabalho, tivemos como objetivo calcular novamente a velocidade inicial, , do projétil (tal como na parte A) por via de um método diferente (pêndulo balístico), para mais tarde poder comparar os dois valores de , através da exatidão mais à frente apresentada.

É também importante referir que, no procedimento experimental, a obtenção do valor da altura foi necessário obter uma nova equação, através de cálculos secundários, que não se encontra no guião disponibilizado.

(7)

1. Objetivos
2. Determinar a velocidade inicial, , do projétil através das equações do movimento (Parte A);
3. Verificar a dependência do alcance com o ângulo de lançamento (Parte B);
4. Determinar a velocidade inicial do projétil, , utilizando o pêndulo balístico (Parte C).
5. Procedimento Experimental
6. Parte A - Determinação da velocidade inicial,

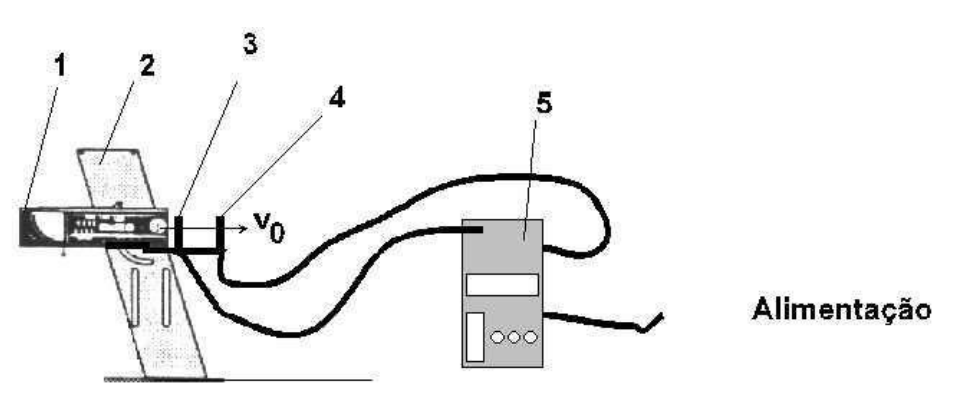
Nesta parte da experiência, começou-se por colocar o lançador de projéteis numa posição que conferisse que este estava perfeitamente horizontal, ou seja, com um ângulo de 0º e verificar se todo o sistema de sensores estava ligado. Posteriormente, foi medida a distância, , entre as células fotoelétricas. Carregou-se o lançador de projéteis na posição de tiro curto - “SHORT RANGE” - e colocou-se a esfera na boca do lançador empurrando-a para o interior, com recurso a um carregador, até se encontrar na posição pretendida. O sistema de controlo foi colocado na posição “TWO GATES”, iniciando o sensor clicando START/STOP. Finalmente, puxou-se o fio do disparador verticalmente e registou-se o tempo apresentado no sistema de controlo. Este procedimento foi feito 5 vezes de modo a obtermos 5 medidas. A figura seguinte ilustra a montagem da experiência do procedimento anterior:

Figura 1. - Esquema da montagem experimental (Experiência A). 1- Lançador de Projéteis. 2- Base para o lançador. 3- Célula fotoelétrica (inicia a contagem do tempo). 4- Célula fotoelétrica (termina a contagem do tempo). 5- Sistema de controlo das células.

1. Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo

Nesta parte da experiência, a esfera começa por ser lançada (com as mesmas condições da parte A) com um ângulo de 30º em relação à horizontal. É colocado um alvo constituído por papel milimétrico (para facilitar a medição da distância) e papel químico a uma certa distância, para que a esfera caísse na sua superfície. Para cada ângulo foram feitos 3 lançamentos. A figura abaixo demonstra esta parte da experiência.

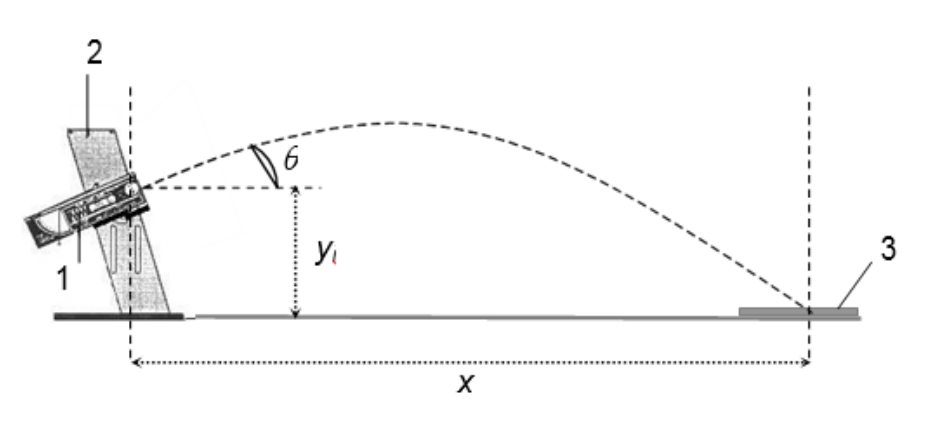


Figura 2. - Esquema da montagem experimental (Experiência B). 1- Lançador de projéteis. 2- Base para o lançador. 3- Alvo

3.3. Parte C - Pêndulo Balístico: Método Alternativo para a determinação da velocidade inicial,

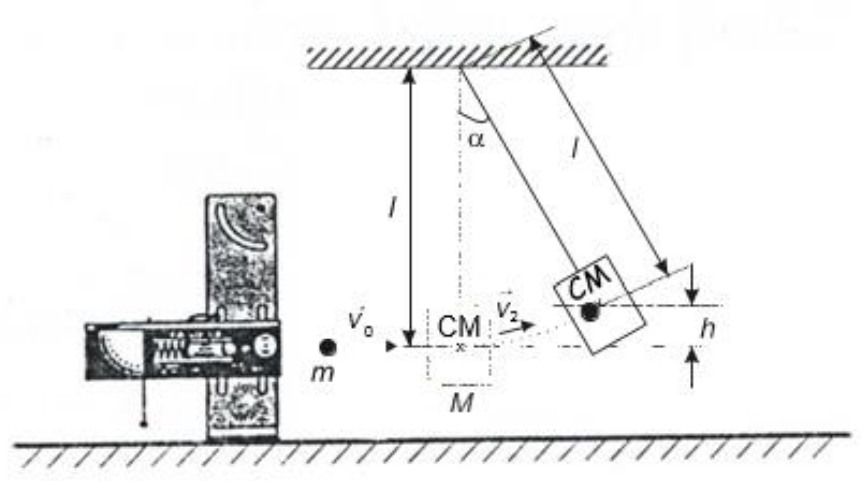
Nesta parte, mediram-se as massas do projétil, , e do pêndulo, . A seguir, mediu-se também o comprimento do pêndulo, . Feito isto, carregou-se o lançador de projéteis na posição de tiro curto, “SHORT RANGE” e foram feitos 5 disparos, medindo-se o ângulo máximo, , descrito pelo pêndulo em todos estes.

Figura 3. - Esquema da montagem experimental (Parte C) e desenho representativo do movimento do pêndulo.

1. Análise e Tratamento de dados Experimentais
2. Apresentação de Dados
3. Parte A - Determinação da velocidade inicial

Primeiramente, medimos a distância, , entre as células fotoelétricas, e obtivemos o valor de 0,1156(m). Cujo erro, foi obtido através da metade da menor divisão da escala do instrumento utilizado, neste caso uma fita métrica, contudo, foi necessário multiplicar esse valor por 2, dado que a medição envolveu duas células. Pelo que obtemos (m).

Posteriormente, através da leitura dos valores obtidos pelo sistema de células obtivemos os seguintes tempos, , para o ângulo (não sendo necessário determinar o erro de ):

| Ângulo, (graus) | Tempo, (s) | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0,0422 | 0,0424 | 0,0421 | 0,0422 | 0,0425 |

O erro associado ao tempo, , é dado por (vindo da menor divisão do instrumento de medida).

1. Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo

Numa fase inicial foram feitas várias medições para a obtenção do alcance, , para os diferentes ângulos de lançamento, , associados. As medidas obtidas foram as seguintes:

| Ângulo de Lançamento, (graus) | Alcance, (m) | | |
| --- | --- | --- | --- |
| 30 | 0,819 | 0,815 | 0,813 |
| 34 | 0,820 | 0,827 | 0,825 |
| 38 | 0,817 | 0,821 | 0,819 |
| 40 | 0,816 | 0,815 | 0,816 |
| 43 | 0,801 | 0,798 | 0,804 |

1. Parte C - Pêndulo Balístico: Método Alternativo para a Determinação da velocidade inicial,

Nesta última parte, começamos por medir a massa do projétil, onde (g) e a massa do pêndulo balístico (g) (erro vindo da menor divisão da escala do instrumento de medida, neste caso a balança). O valor da distância foi obtido medindo desde o suporte do pêndulo até ao centro de massa aproximado da bola (m) (erro vindo da metade da menor divisão da escala do instrumento de medida, neste caso a fita métrica)

Após 5 disparos, chegamos aos valores apresentados na tabela seguinte:

| Ângulos, (graus) |
| --- |
| 21 0,25 |
| 20,5 0,25 |
| 19 0,25 |
| 20 0,25 |
| 20 0,25 |

1. Análise de resultados
2. Parte A - Determinação da velocidade inicial,

Após a recolha dos dados relativos ao tempo, , calculou-se a média dos mesmos:

O erro do tempo médio,, obtêm-se pelo maior desvio, , em relação à média:

Desta forma podemos concluir que o erro da média dos valores do tempo,, é dado por . Logo, o valor final obtido para o tempo médio foi .

Obtidos todos os dados necessários, passamos para o cálculo da velocidade inicial, :

O erro associado à velocidade inicial, , foi obtido através da fórmula do limite superior do erro:

Desta forma podemos concluir que o valor da velocidade inicial obtido é dado por

**Precisão:**

Erro relativo:

Valor final da precisão:

Uma vez que obtivemos uma precisão superior a 90% (), podemos considerar o resultado obtido um resultado preciso.

1. Parte B - Determinação da velocidade inicial,

Após a obtenção de todos os dados necessários da experiência, foi elaborada a média dos alcances, para cada ângulo .

(m)

(m)

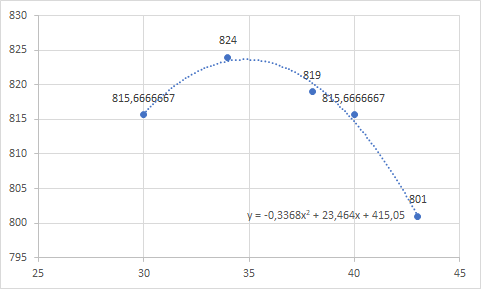
(m)

(m)

(m)

Em âmbito a calcular o erro do alcance médio, obtemos então o segundo maior desvio em comparação com a média:

Para melhor visualizarmos os dados obtidos, recorremos ao uso de um gráfico, que representa o alcance médio conforme a variação do ângulo.



|  |
| --- |

Gráfico 1. - Gráfico relativo aos resultados obtidos durante a Parte B. (os valores encontram-se em graus e mm, no eixo x e y, respectivamente).

Analisando o gráfico, é de notar que o e é também de notar que o trajeto do alcance médio descreve um comportamento parabólico.

**Exatidão:**

Para calcular a exatidão é primeiro necessário calcular o valor teórico do ângulo máximo. Para esta tarefa usamos então a fórmula:

=

Como os dados obtidos na exatidão foram superiores a 90% (94,29%),

concluímos que foi obtido um resultado exato.

**Precisão:**

Para calcular a precisão é necessário calcular o erro relativo. Usando a fórmula:

Cálculo do valor final da precisão:

Como o valor obtido é superior a 90% (97,1%), concluímos que os dados obtidos são precisos.

1. Parte C - Pêndulo Balístico: Método Alternativo para Determinação da velocidade inicial,

Inicialmente calculou-se a média dos ângulos registados:

(graus)

Como a unidade SI para ângulos é o radiano, convertemos o valor de para radianos, pelo que (rad) (que vamos passar a utilizar como apenas ), assim como o valor mais distante da média também para radianos, (rad) (verificar tabela), desta forma podemos calcular o desvio padrão:

(s)

Obtivemos, portanto, Após o cálculo destes resultados, utilizamos a fórmula utilizada na introdução teórica para calcularmos a altura h (representada graficamente na Figura 3) através da fórmula (7) da introdução teórica.

Onde (m), como visto na apresentação de dados relativos a esta parte e , como visto anteriormente nesta mesma secção, para este cálculo pode usar-se o ângulo tanto em graus como em radianos, assim:

Determinada a altura, foi necessário calcular o erro a ela associado. O erro foi calculado da seguinte forma:

(m)

Logo:

(m)

Para concluir, falta apenas calcular o valor da velocidade inicial e o erro associado a esta velocidade. Vamos então utilizar uma fórmula e utilizamos os valores , , e, para terminar, , então:

Para o cálculo do erro fez-se (através da forma do limite superior do erro):

=

**Precisão:**

Erro relativo:

Valor final da precisão:

Como obtivemos uma precisão superior a 90% (97,95%), podemos concluir que obtivemos um resultado preciso.

**Exatidão:**

(

Como obtivemos uma exatidão superior a 90% (98,93%), podemos dizer que atingimos um resultado exato.

1. Conclusão

Por fim, concluímos que a parte A foi uma experiência precisa e de realização simples que não apresentou problemas.

Quanto à experiência B, conclui-se que o alcance é crescente para valores de ângulo 30º a 35º e decrescente entre 35º e 43º. Tendo em conta que o ângulo teórico máximo inicialmente calculado teria sido 37º, o alcance foi registado em função de ângulos próximos desse valor, para um melhor ajuste do gráfico. Contudo, veio-se depois a verificar que o valor teórico do ângulo era 35º (não sabemos a razão deste erro). Ainda assim, com o cálculo da precisão e exatidão conseguimos concluir que a experiência foi precisa e exata. Para uma justificação dos erros existentes admitimos que as principais causas terão sido o facto de o ângulo escolhido ter sido medido através de recurso a observação ocular, a posição do projétil no lançador poder variar, o estado do lançador e a estabilidade do suporte.

Na parte C concluímos uma velocidade inicial superior à da parte A, tal pode ter origem numa medição do comprimento do pêndulo que não tenha sido 100% correta (não contabilizar corretamente onde fica o centro de massa do mesmo). Contudo, conseguimos obter um valor de exatidão acima de 90%.

Finalmente, concluímos que com este trabalho cumprimos todos os nossos objetivos iniciais.

1. Contribuições dos autores

Na escrita deste relatório todos colaboraram com igual empenho, o que também foi o caso durante as aulas práticas, durante a realização das experiências. Sendo assim, atribuímos uma igual percentagem de colaboração a todos (33,33…%).