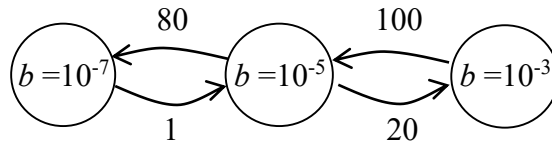


**Universidade de Aveiro**  
**Mestrado Integrado em Eng. de Computadores e Telemática**  
**Exame de Desempenho e Dimensionamento de Redes – 5 de julho de 2021**

Duração: 2 horas. Sem consulta. Justifique cuidadosamente todas as respostas.

**RESOLUÇÃO**

1. Considere um sistema de transmissão constituído por uma ligação sem fios de 10 Mbps precedida de uma fila de espera da capacidade infinita. O sistema suporta 2 fluxos de pacotes: o fluxo 1 com pacotes de tamanho constante de 200 Bytes e o fluxo 2 de pacotes de tamanho constante de 800 Bytes. As chegadas da pacotes de ambos os fluxos são processos de Poisson com taxas de  $\lambda_1 = 500$  e  $\lambda_2 = 1200$  pacotes/segundo, respetivamente. A probabilidade de erro de bit  $b$  da ligação é modelada pela cadeia de Markov seguinte (taxas em número de transições por segundo):



Determine:

- a probabilidade da ligação estar no estado  $b = 10^{-7}$ , (1.0 valores)
- o tempo médio de permanência (em segundos) da ligação no estado  $b = 10^{-3}$ , (1.0 valores)
- a percentagem de perda de pacotes do fluxo 1 quando a ligação está no estado  $b = 10^{-5}$ , (1.0 valores)
- a probabilidade da ligação estar no estado  $b = 10^{-5}$  quando um pacote do fluxo 1 chega ao destino sem erros, (1.0 valores)
- o atraso médio no sistema (em milissegundos) dos pacotes do fluxo 2. (1.0 valores)

a) 
$$P(10^{-7}) = \frac{1}{1 + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \times \frac{20}{100}} = 0.9882 = 98.52\%$$

b) 
$$T(10^{-3}) = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ segundos}$$

c) 
$$P_1 = 1 - (1 - 10^{-5})^{8 \times 200} = 0.01587 = 1.587\%$$

d) 
$$P(10^{-7}) = \frac{1}{1 + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \times \frac{20}{100}} \quad P(E|10^{-7}) = (1 - 10^{-7})^{8 \times 200}$$

$$P(10^{-5}) = \frac{\frac{1}{80}}{1 + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \times \frac{20}{100}} \quad P(E|10^{-5}) = (1 - 10^{-5})^{8 \times 200}$$

$$P(10^{-3}) = \frac{\frac{1}{80} \times \frac{20}{100}}{1 + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \times \frac{20}{100}} \quad P(E|10^{-3}) = (1 - 10^{-3})^{8 \times 200}$$

$$P(10^{-5}|E) = \frac{P(E|10^{-5})P(10^{-5})}{P(E|10^{-7})P(10^{-7}) + P(E|10^{-5})P(10^{-5}) + P(E|10^{-3})P(10^{-3})}$$

$$P(10^{-5}|E) = 0.01215 = 1.215\%$$

$$e) \quad E[S] = \frac{500}{500 + 1200} \times \frac{200 \times 8}{10^7} + \frac{1200}{500 + 1200} \times \frac{800 \times 8}{10^7}$$

$$E[S^2] = \frac{500}{500 + 1200} \times \left( \frac{200 \times 8}{10^7} \right)^2 + \frac{1200}{500 + 1200} \times \left( \frac{800 \times 8}{10^7} \right)^2$$

$$W_2 = \frac{(500 + 1200) \times E[S^2]}{2(1 - (500 + 1200) \times E[S])} + \frac{800 \times 8}{10^7} = 0.002299 = 2.299 \text{ milissegundos}$$

2. Considere um sistema de transmissão de pacotes ponto-a-ponto de 2 Mbps com uma fila de espera de capacidade infinita que suporta um fluxo de pacotes de 1.6 Mbps cujas chegadas são um processo de Poisson. O tamanho dos pacotes é de 125 Bytes com probabilidade de 60%, 250 Bytes com probabilidade de 30% e 500 Bytes com probabilidade de 10%. O sistema serve os pacotes de 500 Bytes com prioridade máxima, de 250 Bytes com prioridade média e 125 Bytes com prioridade mínima (i.e., existem 3 níveis de prioridade). Determine o atraso médio (em milissegundos) que os pacotes de 125 Bytes sofrem no sistema. (2.5 valores)

Tamanho médio de pacotes:  $B = 0.6 \times 125 + 0.3 \times 250 + 0.1 \times 500 = 200$  Bytes

$$\lambda = \frac{1600000}{8 \times 200} = 1000 \text{ pps}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{125} &= 0.6 \times \lambda = 600 \text{ pps} & \mu_{125} &= \frac{2000000}{8 \times 125} = 2000 \text{ pps} & \rho_{125} &= \frac{\lambda_{125}}{\mu_{125}} = \frac{600}{2000} = 0.3 \\ \lambda_{250} &= 0.3 \times \lambda = 300 \text{ pps} & \mu_{250} &= \frac{2000000}{8 \times 250} = 1000 \text{ pps} & \rho_{250} &= \frac{\lambda_{250}}{\mu_{250}} = \frac{300}{1000} = 0.3 \\ \lambda_{500} &= 0.1 \times \lambda = 100 \text{ pps} & \mu_{500} &= \frac{2000000}{8 \times 500} = 500 \text{ pps} & \rho_{500} &= \frac{\lambda_{500}}{\mu_{500}} = \frac{100}{500} = 0.2 \end{aligned}$$

$$E(S_{125}^2) = \left( \frac{8 \times 125}{2000000} \right)^2 = 0.25 \times 10^{-6}$$

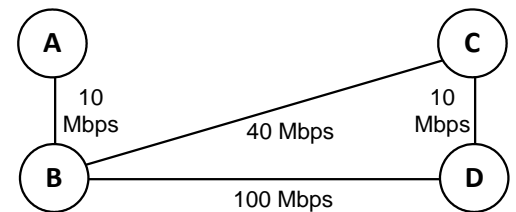
$$E(S_{250}^2) = \left( \frac{8 \times 250}{2000000} \right)^2 = 1 \times 10^{-6}$$

$$E(S_{500}^2) = \left( \frac{8 \times 500}{2000000} \right)^2 = 4 \times 10^{-6}$$

$$W_{Q,125} = \frac{\lambda_{500} \times E(S_{500}^2) + \lambda_{250} \times E(S_{250}^2) + \lambda_{125} \times E(S_{125}^2)}{2(1 - \rho_{500} - \rho_{250})(1 - \rho_{500} - \rho_{250} - \rho_{125})} = 0.00425$$

$$W_{125} = W_{Q,125} + \frac{8 \times 125}{2000000} = 0.00425 + 0.0005 = 0.00475 = 4.75 \text{ milissegundos}$$

3. Considere a rede com comutação de pacotes da figura. A rede suporta 3 fluxos: fluxo 1 de 5 Mbps de A para C, fluxo 2 de 25 Mbps de B para C e fluxo 3 de 50 Mbps de B para D (fluxos encaminhados pelo percurso com menor número de saltos). Todos os fluxos são caracterizados por intervalos entre chegadas e comprimentos de pacotes independentes e exponencialmente distribuídos. O tamanho médio de pacotes é igual para todos os fluxos. Sabendo que o atraso médio por pacote do fluxo 3 é de 0.2 milissegundos, determine:



- a) o tamanho médio (em bytes) dos pacotes, (1.0 valores)  
b) o atraso médio por pacote do fluxo 1. (1.5 valores)

a)  $T$  = Tamanho médio dos pacotes

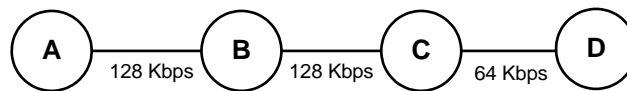
$$W_3 = \frac{1}{\mu_{BD} - \lambda_3} \Leftrightarrow 0.0002 = \frac{1}{\frac{100 \times 10^6}{T} - \frac{50 \times 10^6}{T}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T = 0.0002 \times (100 \times 10^6 - 50 \times 10^6) = 10000 \text{ bits} = \frac{10000}{8} = 1250 \text{ bytes}$$

$$b) \quad W_1 = \frac{1}{\mu_{AB} - \lambda_1} + \frac{1}{\mu_{BC} - (\lambda_1 + \lambda_2)}$$

$$W_1 = \frac{1}{\frac{10 \times 10^6}{1250 \times 8} - \frac{5 \times 10^6}{1250 \times 8}} + \frac{1}{\frac{40 \times 10^6}{1250 \times 8} - \frac{5 \times 10^6 + 25 \times 10^6}{1250 \times 8}} = 0.003 \text{ segundos}$$

4. Considere que a rede com comutação de circuitos seguinte suporta 2 fluxos de chamadas: AD e BC. Em ambos os fluxos, cada chamada ocupa 64 Kbps. Sabendo que a probabilidade de bloqueio do fluxo BC é de 2% e que a intensidade de tráfego do fluxo AD é 0.2 Erlangs, determine, usando o teorema do limite do produto, a probabilidade de bloqueio do fluxo AD. (2.5 valores)

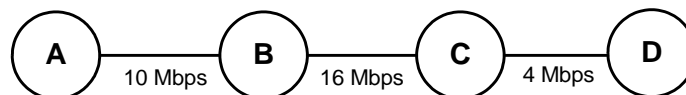


$$B_{BC} = 1 - (1 - ER[\rho_{AD} + \rho_{BC}, 2]) = 0.02 \quad \Leftrightarrow \quad ER[\rho_{AD} + \rho_{BC}, 2] = 0.02$$

$$B_{AD} = 1 - (1 - ER[\rho_{AD}, 2]) \times (1 - ER[\rho_{AD} + \rho_{BC}, 2]) \times (1 - ER[\rho_{AD}, 1]) =$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{\frac{0.2^2}{2!}}{\frac{0.2^0}{0!} + \frac{0.2^1}{1!} + \frac{0.2^2}{2!}}\right) \times (1 - 0.02) \times \left(1 - \frac{\frac{0.2^1}{1!}}{\frac{0.2^0}{0!} + \frac{0.2^1}{1!}}\right) = 0.1967 = 19.67\%$$

5. Considere a rede com comutação de pacotes seguinte em que cada ligação introduz um atraso de propagação de 4 milissegundos em cada sentido. Um fluxo da rede do nó A para o nó D gera pacotes de tamanho médio de 1000 Bytes e é controlado por janelas extremo-a-extremo. Assumindo que a janela é de 20 pacotes e as permissões são de 50 Bytes, determine o débito máximo (em Mbps) deste fluxo quando não existe mais nenhum fluxo ativo na rede. (2.5 valores)



$W = 20$  pacotes

$$d = \frac{8 \times 1000}{10 \times 10^6} + \frac{8 \times 1000}{16 \times 10^6} + \frac{8 \times 1000}{4 \times 10^6} + \frac{8 \times 50}{10 \times 10^6} + \frac{8 \times 50}{16 \times 10^6} + \frac{8 \times 50}{4 \times 10^6} + 6 \times 0.004 = 0.02746$$

$$\frac{W}{d} = \frac{20 \times (1000 \times 8)}{0.02746} = 5.826 \times 10^6 \text{ bps} = 5.826 \text{ Mbps} > 4 \text{ Mbps}$$

O fluxo consegue transmitir a 4 Mbps.

6. Considere uma ligação ponto-a-ponto com capacidade de 100 Mbps a suportar 4 fluxos de tráfego de 40, 20, 20 e 80 Mbps, respetivamente. Determine que débito binário deverá ser atribuído a cada fluxo segundo o princípio de equidade max-min quando os fluxos têm pesos 1, 2, 3 e 4, respetivamente. (2.5 valores)

Considere-se os fluxos designados pelas letras A, B, C e D, respetivamente.

1ª iteração – os fluxos têm direito a:

$$\text{Fluxo A: } \frac{1}{1+2+3+4} \times 100 = 10 \text{ Mbps}$$

$$\text{Fluxo B: } \frac{2}{1+2+3+4} \times 100 = 20 \text{ Mbps}$$

$$\text{Fluxo C: } \frac{3}{1+2+3+4} \times 100 = 30 \text{ Mbps}$$

$$\text{Fluxo D: } \frac{4}{1+2+3+4} \times 100 = 40 \text{ Mbps}$$

Os fluxos B e C são servidos a 20 Mbps cada e sobram 10 Mbps.

2ª iteração – os restantes fluxos têm direito a:

$$\text{Fluxo A: } 10 + \frac{1}{1+4} \times 10 = 12 \text{ Mbps} \quad \text{Fluxo D: } 40 + \frac{4}{1+4} \times 10 = 48 \text{ Mbps}$$

Nenhum fluxo quer menos do que tem direito. Assim, o fluxo A é servido a 12 Mbps e o fluxo D é servido a 48 Mbps.

7. Considere uma ligação de 1 Mbps com um algoritmo de escalonamento SCFQ (*Self-Clock Fair Queuing*) a servir 2 filas de espera A e B com pesos  $\phi_A = 3$  e  $\phi_B = 1$ . A este sistema inicialmente vazio, chegam os seguintes pacotes: pacote 1 à fila B com 600 Bytes em  $t = 0 \text{ ms}$ , pacote 2 à fila B com 900 Bytes em  $t = 1 \text{ ms}$ , pacote 3 à fila B com 300 Bytes em  $t = 6 \text{ ms}$  e pacote 1 à fila A com 150 Bytes em  $t = 8 \text{ ms}$ . Determine justificadamente que valores de FN (*Finish Number*) são atribuídos a cada pacote e por que ordem os pacotes são enviados pela ligação. (2.5 valores)

$t = 0 \text{ ms}$ :  $\text{FN}_{B,1} = 0 + (600 \times 8) / 1 = 4800$ . O pacote 1 da fila B é transmitido em  $(600 \times 8) / (1 \times 10^3) = 4.8 \text{ ms}$ . Assim, o pacote 1 da fila B termina a sua transmissão em  $t = 0 + 4.8 = 4.8 \text{ ms}$ .

$t = 1 \text{ ms}$ :  $\text{FN}_{B,2} = 4800 + (900 \times 8) / 1 = 12000$ .

$t = 4.8 \text{ ms}$ : O pacote 2 da fila B começa a ser transmitido. Este pacote é transmitido em  $(900 \times 8) / (1 \times 10^3) = 7.2 \text{ ms}$ . Assim, o pacote 2 da fila B termina a sua transmissão em  $t = 4.8 + 7.2 = 12 \text{ ms}$ .

$t = 6 \text{ ms}$ :  $\text{FN}_{B,3} = 12000 + (300 \times 8) / 1 = 14400$ .

$t = 8 \text{ ms}$ :  $\text{FN}_{A,1} = 12000 + (150 \times 8) / 3 = 12400$ .

$t = 12 \text{ ms}$ : Como  $\text{FN}_{A,1} < \text{FN}_{B,3}$ , o pacote 1 da fila A começa a ser transmitido. Este pacote é transmitido em  $(150 \times 8) / (1 \times 10^3) = 1.2 \text{ ms}$ . Assim, o pacote 1 da fila A termina a sua transmissão em  $t = 12.0 + 1.2 = 13.2 \text{ ms}$ .

$t = 13.2 \text{ ms}$ : O pacote 3 da fila B começa a ser transmitido.

Assim, a ordem de envio dos pacotes é: pacote 1 da fila B, pacote 2 da fila B, pacote 1 da fila A e pacote 3 da fila B.

## FORMULÁRIO

Teorema de Little:  $L = \lambda W$  Atraso médio no sistema M/M/1:  $W = \frac{1}{\mu - \lambda}$

Atraso médio no sistema M/G/1:  $W = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1 - \lambda E[S])} + E[S]$

Atraso médio na fila de espera no sistema M/G/1 com prioridades do tipo não-preemptivo:

$$W_{Qk} = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i E[S_i^2]}{2(1 - \rho_1 - \dots - \rho_{k-1})(1 - \rho_1 - \dots - \rho_k)} \text{ onde } \rho_k = \lambda_k / \mu_k.$$

$$\text{Fórmula de ErlangB: } P_m = \frac{(\lambda / \mu)^m / m!}{\sum_{n=0}^m (\lambda / \mu)^n / n!}$$

Probabilidades limite dos estados (processo de nascimento e morte):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n}}, P_n = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n} \right)}, n \geq 1$$

Probabilidades limite dos estados (comutação de circuitos):

$$P(\mathbf{n}) = \frac{1}{G} \prod_{k=1}^K \frac{\rho_k^{n_k}}{n_k!} \quad \mathbf{n} \in \mathcal{S} \quad \text{em que: } G = \sum_{\mathbf{n} \in \mathcal{S}} \prod_{k=1}^K \frac{\rho_k^{n_k}}{n_k!}$$

$$\text{WFQ:} \quad RN(\tau_i + t) = RN(\tau_i) + \frac{1}{\sum_{j \text{ ativas}} \phi_j} t \quad FN_{i,k} = \max(FN_{i,k-1}, RN) + \frac{L_k/C}{\phi_i}$$

$$\text{SCFQ:} \quad FN_{i,k} = \max(FN_{i,k-1}, FN_s) + \frac{L_k}{\phi_i}$$

$$\text{WFQ com Leaky Bucket:} \quad D_i = \frac{\sigma_i + (n-1)L_i}{r_i} + \sum_{j=1}^n \frac{L_{\max}}{C_j} + \Gamma$$