

# Disciplina: Processamento Digital de Sinais

Material aula 7

Ambiente Blackboard

# Apresentação

- 1) Resposta em frequência
- 2) Transformação de “s” para “z”
- 3) Projeto e implementação do filtro IIR
- 4) Projeto e implementação do filtro FIR

# Exemplo de programa em “C”

- TAREFAS
- 1) Implementar o filtro MM para os seguintes tamanhos de média 8, 16, 32. Usar como entrada o sweep e comparar as saídas com as do Matlab.
- 2) Modifique o arquivo apresentado e implemente o programa em “C” para a geração de eco.
-

# Transformada Z

- **TAREFA:** Faça os exercícios 1, 2 e 3 da lista 2 de Transformada Z.

# Resposta em frequência

- Resposta em Frequência

- 

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} \Big|_{z=e^{jw}}$$

- Considere o filtro MM para uma média de 4 (L=4)

- 

$$y[n] = \frac{1}{4} \cdot x[n] + \frac{1}{4} \cdot x[n-1] + \frac{1}{4} \cdot x[n-2] + \frac{1}{4} \cdot x[n-3]$$

- 

-

# Resposta em frequência

$$y[n] = \frac{1}{4} \cdot x[n] + \frac{1}{4} \cdot x[n-1] + \frac{1}{4} \cdot x[n-2] + \frac{1}{4} \cdot x[n-3]$$

Aplicando a transformada Z, obtém-se

- $$Y(Z) = \frac{1}{4}X(Z) + \frac{1}{4}Z^{-1}X(Z) + \frac{1}{4}Z^{-2}X(Z) + \frac{1}{4}Z^{-3}X(Z)$$

# Resposta em frequência

Aplicando a transformada Z, obtém-se

- $$Y(Z) = \frac{1}{4}X(Z) + \frac{1}{4}Z^{-1}X(Z) + \frac{1}{4}Z^{-2}X(Z) + \frac{1}{4}Z^{-3}X(Z)$$

$$Y(Z) = X(Z)\left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4}Z^{-1} + \frac{1}{4}Z^{-2} + \frac{1}{4}Z^{-3}\right]$$

- $$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \left[\frac{1}{4} + \frac{1}{4}Z^{-1} + \frac{1}{4}Z^{-2} + \frac{1}{4}Z^{-3}\right]$$

# Resposta em frequência

Aplicando a transformada Z, obtém-se

- $$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1}{4} [1 + Z^{-1} + Z^{-2} + Z^{-3}]$$

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1}{4} \sum_{l=0}^{L-1} Z^{-l}; \text{ para } L = 4$$

-



# Resposta em frequência

- $H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{1}{4} \sum_{l=0}^{L-1} Z^{-l}; \text{ para } L = 4$

- Relembrando da série finita

$$S = \sum_{n=0}^{n=L-1} x^n = \frac{1 - x^L}{1 - x}$$

- $H(Z) = \frac{1}{L} \left( \frac{1 - Z^{-L}}{1 - Z^{-1}} \right)$

# Resposta em frequência

- Para um tamanho de média genérico,  $L$
- Substituindo,  $Z = e^{j\omega}$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{L} \left( \frac{1 - e^{-j\omega L}}{1 - e^{-j\omega}} \right)$$

# Resposta em frequência

- Desenvolvendo essa expressão usando a formula de Euler, obtém-se:
- 

$$|H(e^{jw})| = \frac{1}{L} \frac{\sin(w \frac{L}{2})}{\sin(\frac{w}{2})}$$

# Resposta em frequência

- Exemplo de programas em Matlab
- Via Expressão
- Via comando Freqz
-

# Resposta em frequência

- Exemplo de programa em Matlab
- Via comando Freqz

```
>> help freqz
```

```
freqz Frequency response of digital filter
```

```
[H,W] = freqz(B,A,N) returns the N-point complex frequency response  
vector H and the N-point frequency vector W in radians/sample of  
the filter:
```

$$H(e^{j\omega}) = \frac{B(e^{j\omega})}{A(e^{j\omega})} = \frac{b(1) + b(2)e^{-j\omega} + \dots + b(m+1)e^{-jm\omega}}{a(1) + a(2)e^{-j\omega} + \dots + a(n+1)e^{-jnw}}$$

given numerator and denominator coefficients in vectors B and A.

# Transformada Z

- **TAREFA:** Faça o exercícios 4 da lista 2 de Transformada Z.

# Transformada Z

- **TAREFA:** Obtenha a resposta em frequencia da sequencia finita dada por:
- $X[k] = \{0,1; 0,2; 0,4; 0,2; 0,1\}$
- .

# Transformação de “s” para “z”

- Uma das transformações mais utilizadas é a "Tustin"

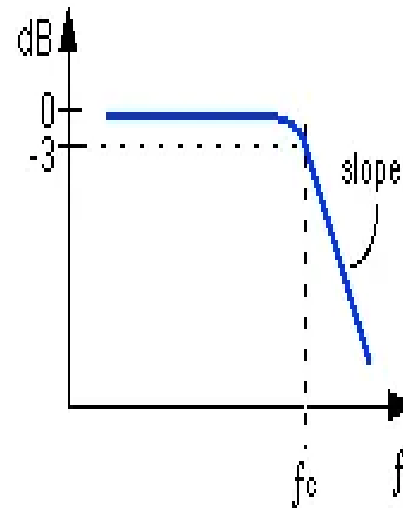
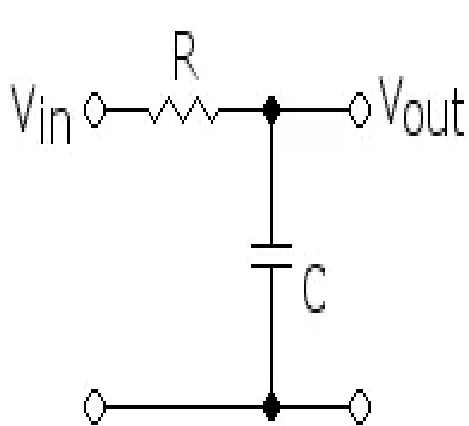
$$s = \frac{2}{T_s} \left( \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right)$$

- $T_s$  é o período de amostragem



# Exemplo – Transformação “s” -> “z”

- Por exemplo, considere o filtro passa baixa RC.



$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} \text{ [Hz]}$$

Passa-Baixa

# Exemplo – Transformação “s” -> “z”

- Sabemos de Sinais e Sistemas (Matemática Aplicada) que:

$$H(s) = \frac{wc}{s + wc}$$

- Com

$$wc = \frac{1}{RC}$$

- frequencia de corte em rad/s

- e,

$$fc = \frac{1}{2\pi RC}$$

- frequencia de corte em Hz

# Exemplo – Transformação “s” -> “z”

- Pode-se aplicar a transformação "Tustin" para obter a correspondente  $H(z)$

$$H(z) = \frac{wC}{\frac{2}{T_s} \left( \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) + wC}$$

- Para simplificar

$$F' = \frac{2}{T_s} \quad H(z) = \frac{wC}{F' \left( \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) + wC}$$

# Exemplo – Transformação “s” -> “z”

- Obtendo  $H(z)$

$$H(z) = \frac{wc}{F' \left( \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) + \frac{wc(1 + z^{-1})}{1 + z^{-1}}}$$

$$H(z) = \frac{wc(1 + z^{-1})}{F'(1 - z^{-1}) + wc(1 + z^{-1})}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{wc + wc z^{-1}}{(F' + wc) + (wc - F')z^{-1}}$$

# Exemplo – Transformação “s” -> “z”

- Obtendo  $H(z)$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{wc + wc z^{-1}}{(F' + wc) + (wc - F') z^{-1}}$$

$$Y(z) (F' + wc) + Y(z) (wc - F') z^{-1} = wc X(z) + wc X(z) z^{-1}$$

- Aplicando as propriedades da transformada Z

# Exemplo – Transformação “s” -> “z”

- Obtendo  $H(z)$

$$Y(z) (F' + wc) + Y(z) (wc - F') z^{-1} = wc X(z) + wc X(z) z^{-1}$$

Aplicando as propriedades da transformada Z

$$y[n] = \frac{wc}{(F' + wc)} x[n] + \frac{wc}{(F' + wc)} x[n-1] - \frac{(wc - F')}{(F' + wc)} y[n-1]$$

$$y[n] = a x[n] + a x[n-1] - b y[n-1]$$

## Projeto e implementação do filtro PB discreto

- Obtendo  $H(z)$ , Por exemplo

$$f_c = 1000 \quad \omega_c = 2\pi f_c = 6280$$

$$F_s = 8000; F' = 16000$$

- Temos:  $a = 0.282$  e  $b = -0.4361$

$$y[n] = 0.282 x[n] + 0.282 x[n-1] - (-0.4361) y[n-1]$$

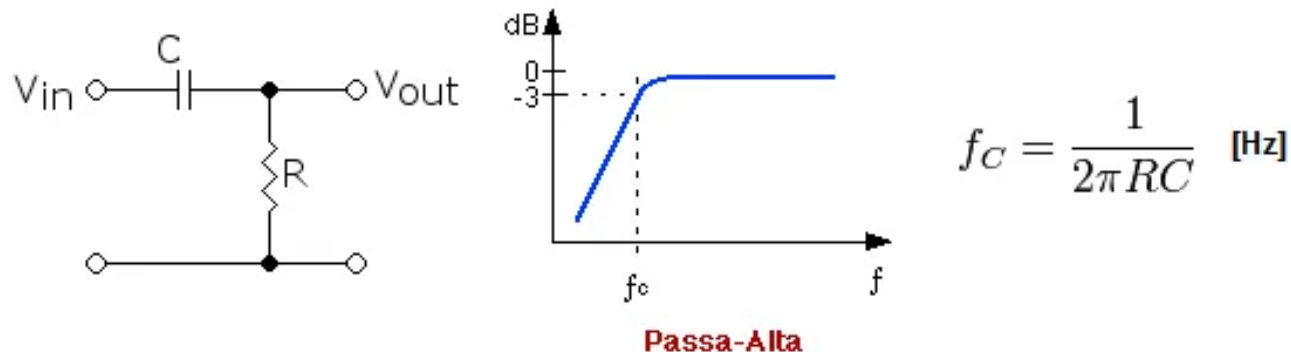
# Exemplo – Transformação “s” -> “z”

- **TAREFAS:** Obter a função de transferência  $H[z]$  do filtro passa-baixas
- Plotar os pólos e zeros
- Implementar um programa para executar a equação diferença do filtro.
- Validar essa implementação com um sinal de entrada de sweep.



# Projeto e implementação do filtro IIR

- **TAREFAS:** Obter a função de transferencia  $H[z]$  de um filtro passa-alta.



$$H(s) = \frac{s}{s + \omega_c}$$

# Projeto e implementação do filtro IIR

- TAREFAS:

Plotar os pólos e zeros

- Implementar um programa para executar a equação diferença do filtro.
- Validar essa implementação com um sinal de entrada de sweep.

# Disciplina: Processamento Digital de Sinais

Material aula 7

Ambiente Blackboard