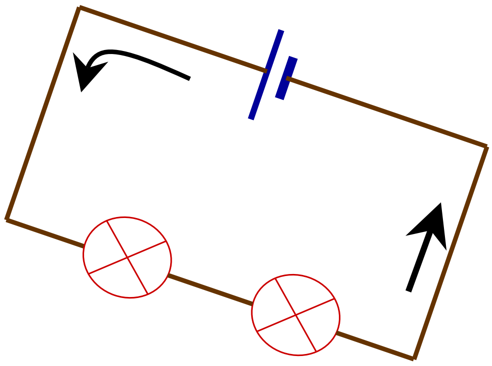
Sistemas Electrónicos

Capítulo 2: Noções de Sistemas e Sinais



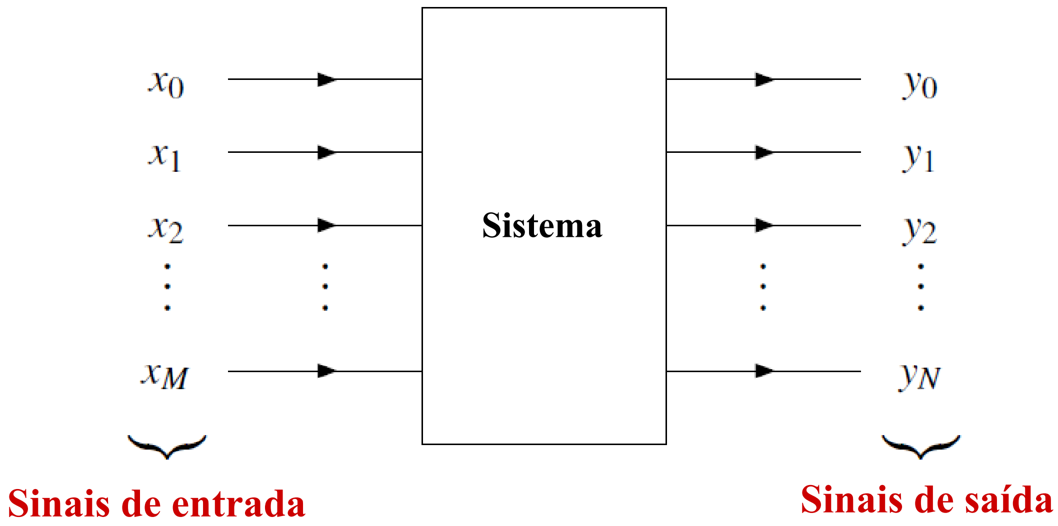
Ernesto Martins
evm@ua.pt
DETI (gab. 4.2.38)
Universidade de Aveiro

Sumário

- **Sistema;**
- **Sinais: definição e classificação;**
- **Sinais nos domínios do tempo e da frequência;**
- **Resposta em frequência – diagramas de Bode;**
- **Resposta ao degrau.**

Sistema

Entidade que produz um conjunto de *sinais de saída* como resposta a um conjunto de *sinais entradas*.



Sinal

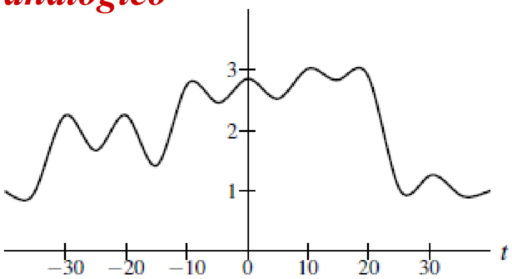
É uma função do tempo que traduz informação sobre um ou mais fenómenos.

- **Os sinais apresentam-se, em geral, em função do tempo:**
  - **Velocidade dum veículo;**
  - **Temperatura ambiente;**
  - **Ritmo cardíaco;**
  - **Tensão eléctrica da rede de distribuição;**
  - **Som de um tema musical;**
  - **…**

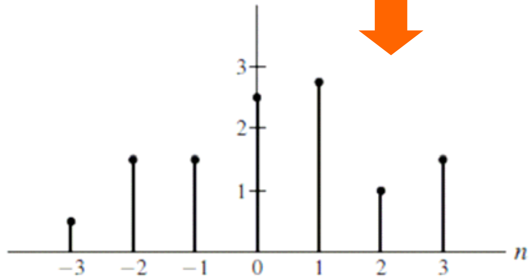
Aqui estamos particularmente interessados em sinais que podem ser representados por tensões ou correntes eléctricas.

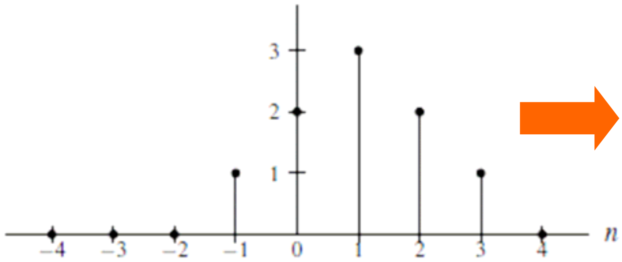
Classificação de sinais

Contínuo no tempo e na amplitude:
sinal analógico



Definido só em *instantes discretos* mas continuo na amplitude: ainda é um sinal analógico

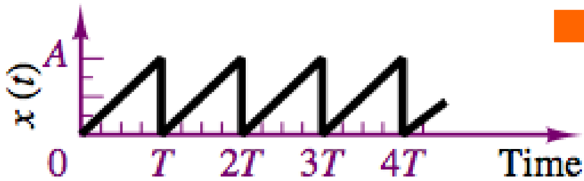




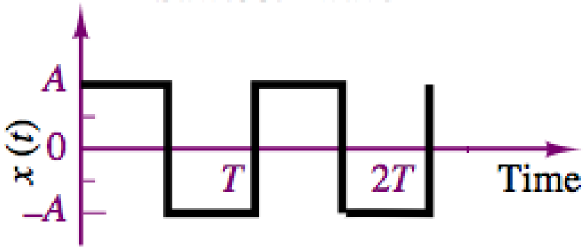
Definido em instantes discretos e com valores discretos de amplitude:
sinal digital

Classificação de sinais

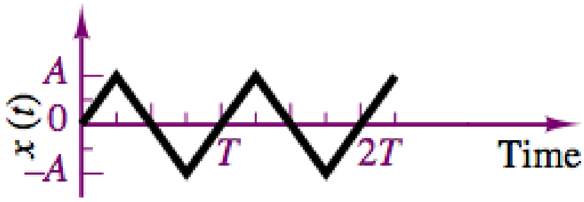
periódico



Sawtooth wave



Square wave

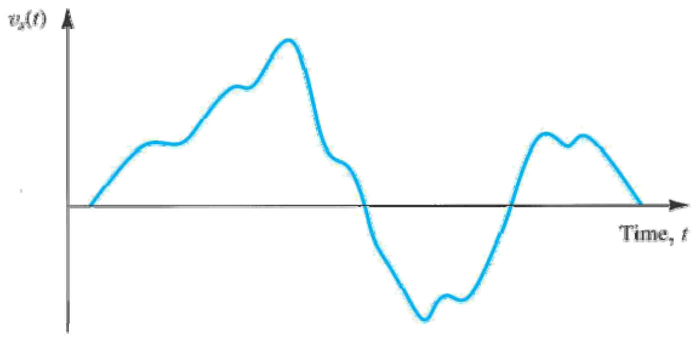


Triangle wave

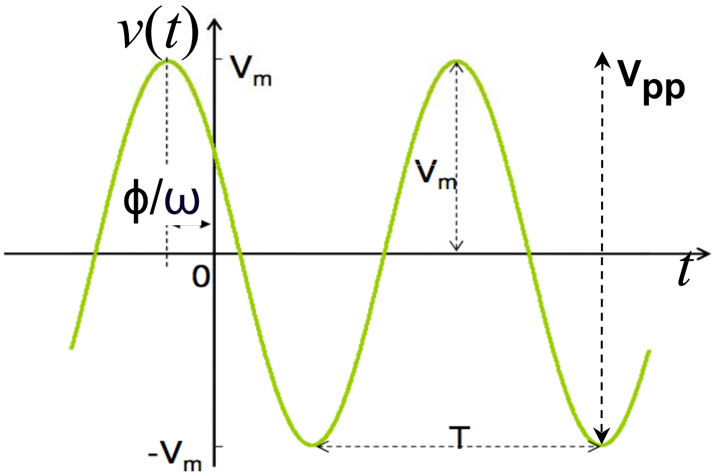
Uma função *x(t)* é periódica, com período *T*, se

$$x(t) = x(t+T) \quad \text{para qualquer } t$$

aperiódico



Sinais nos domínios do tempo e da frequência



$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

V_m - amplitude máxima (de pico)
T - periodo (s)
f - frequência (Hz) = 1/T
ω - frequência angular (*rad/s*)
φ - ângulo de fase (*rad* ou º)
V_{pp} - amplitude pico a pico

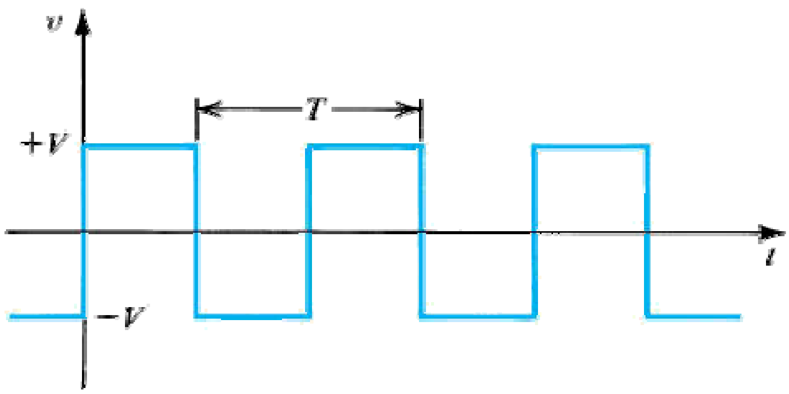
A sinusóide é o sinal mais importante no estudo de circuitos electrónicos.

Porquê?

Sinais nos domínios do tempo e da frequência

… porque segundo a série/transformada de Fourier, <u>qualquer sinal</u> pode ser descrito como uma soma de sinusoides de diferentes amplitudes e frequências.

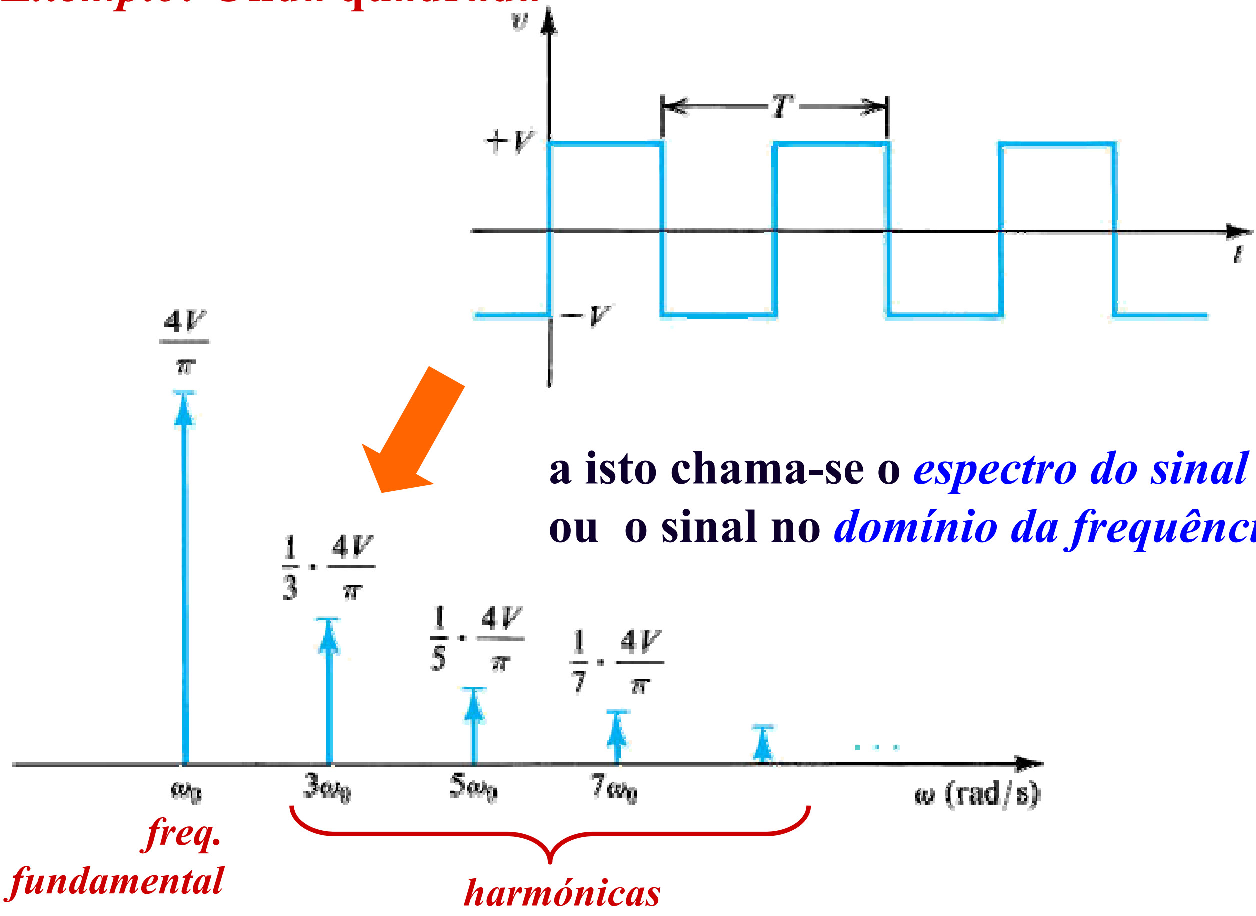
Exemplo:
Onda quadrada



$$v(t) = \frac{4V}{\pi}\left(\sin \omega_0 t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_0 t + \ldots\right)$$

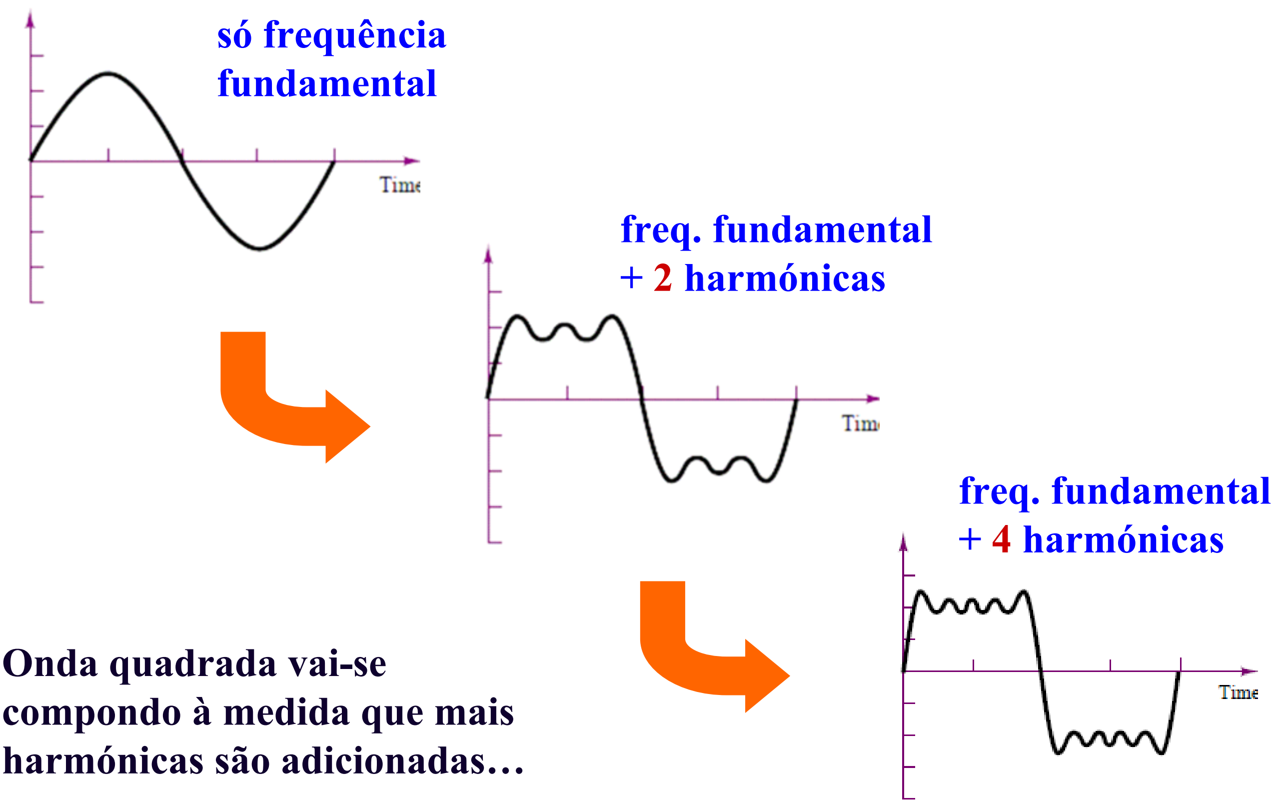
sendo $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$ **a** ***frequência fundamental***

Exemplo: Onda quadrada



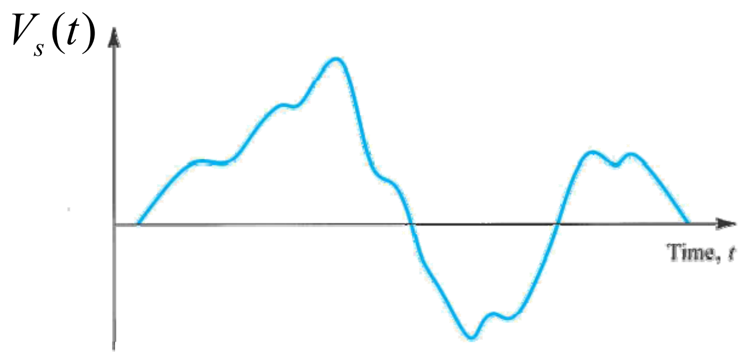
a isto chama-se o *espectro do sinal* ou o sinal no *domínio da frequência*

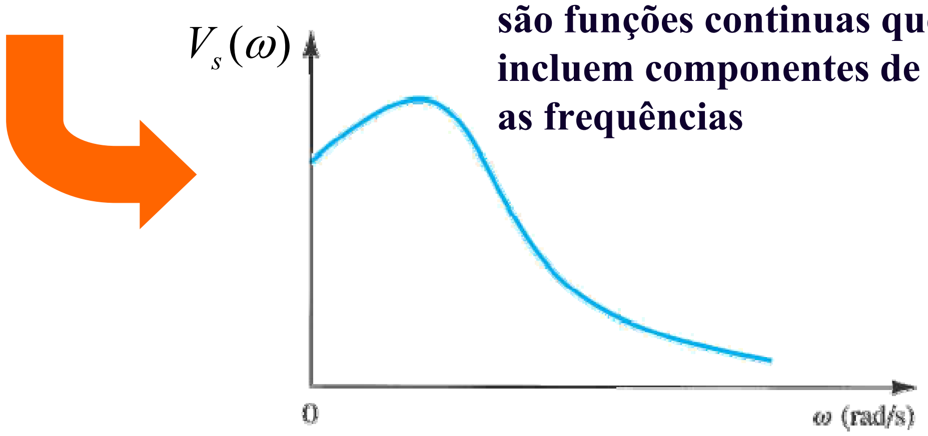
Exemplo: Onda quadrada



Onda quadrada vai-se compondo à medida que mais harmónicas são adicionadas…

Exemplo: sinal aperiódico





Espectro de sinais aperiódicos são funções continuas que incluem componentes de todas as frequências

Resposta em frequência

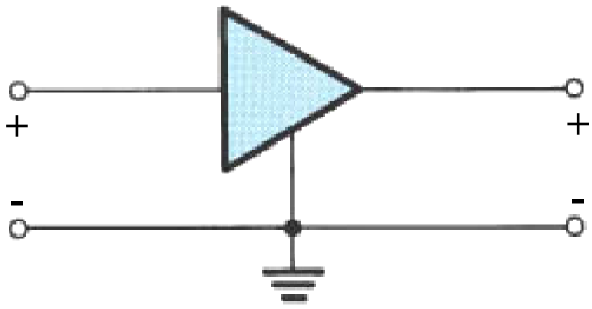
Resposta em frequência

- Caracteriza a forma como um sistema responde a **sinusóides de diferentes frequências**;

- É uma característica importante exactamente porque… ***qualquer sinal pode ser expresso como uma soma de sinusóides.***

Amplificador

$v_i(t) = V_i \sin \omega t$

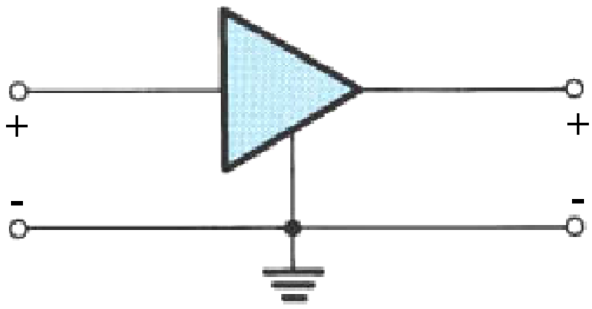


$v_o(t) = V_o \sin(\omega t + \phi)$

Resposta em frequência

Amplificador

$v_i(t) = V_i \sin \omega t$



$v_o(t) = V_o \sin(\omega t + \phi)$

A resposta em frequência do amplificador é expressa pela sua função de transferência:

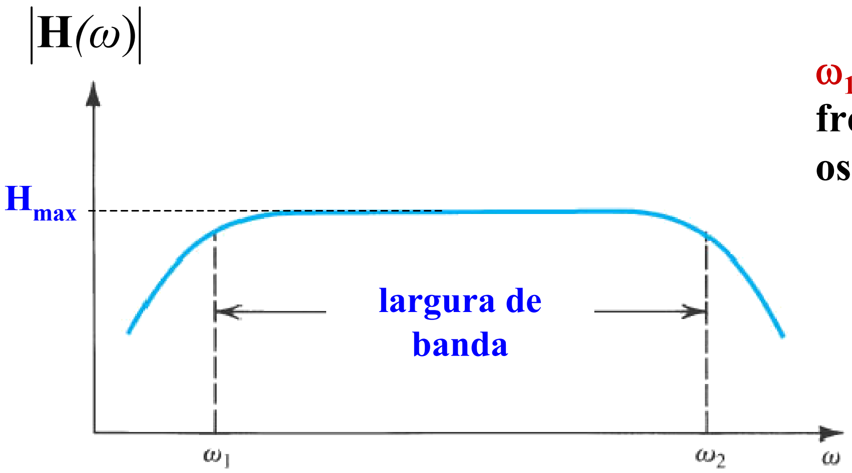
$$\mathbf{H}(\omega) = \frac{\mathbf{V_O}(\omega)}{\mathbf{V_i}(\omega)}$$

que inclui a resposta de amplitude, $|\mathbf{H}(\omega)|$

e a resposta de fase, $\angle \mathbf{H}(\omega)$

Resposta em frequência

- A resposta em amplitude traduz a gama de frequências que o sistema amplifica e a gama que tende a atenuar;
- O amplificador funciona como um *filtro* com uma dada *largura de banda*;

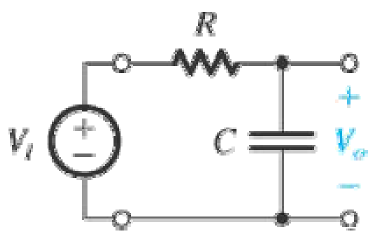


ω_1 e ω_2 são definidas como frequências de corte: para os quais o ganho é

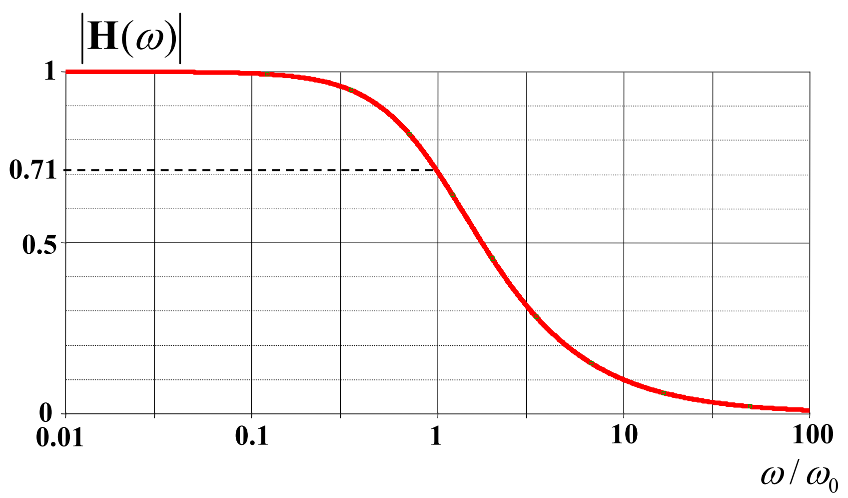
$$\frac{H_{\max}}{\sqrt{2}}$$

Resposta em frequência: RC passa-baixo

- O circuito RC é o exemplo mais simples de filtro que vimos.



$$|\mathbf{H}(\omega)| = \frac{V_0(\omega)}{V_i(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega/\omega_0)^2}} \qquad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$



- Mas esta resposta de amplitude costuma representar-se numa *medida logarítmica*: em *decibeis* (dB):

$$20\log|\mathbf{H}(\omega)| \quad (dB)$$

deciBel (dB)

- O ***deciBel*** **corresponde a** ***1/10*** **da unidade base: o** ***bel*****;**
- **Esta unidade surgiu no contexto dos primeiros sistemas de telefones para quantificar a perda de potência de um sinal numa ligação, definindo-se como:**

$$\log\frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (bel) \qquad \text{ou} \qquad 10\log\frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (decibel)$$

- **Porquê uma unidade baseada na função logaritmo?**
- **Porque a percepção de intensidade do ouvido humano é logarítmica: e.g. se a intensidade sonora aumentar** ***10X*** **a sensação é de apenas uma** ***duplicação*** **da intensidade!**
- **Tratando-se de relações entre tensões, o decibel é definido como**

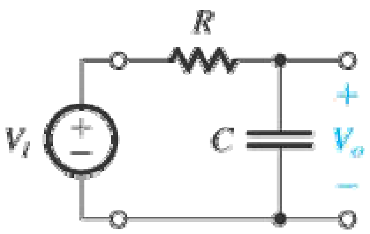
$$20\log\frac{V_{out}}{V_{in}} \quad (decibel)$$

Resposta em frequência do RC passa-baixo

$$20\log\left|\mathbf{H}(\omega)\right| = 20\log\frac{1}{\sqrt{1+\left(\omega/\omega_0\right)^2}}$$

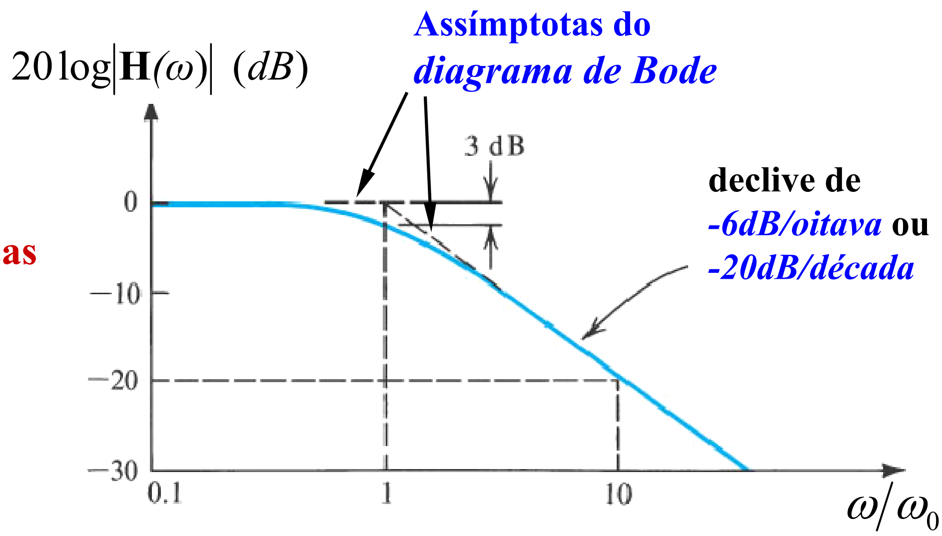
- **Para frequências muito baixas:** $\left|\mathbf{H}(0)\right| \approx 1 \quad \text{ou} \quad 0\text{dB}$
- **Para** $\omega = \omega_0$**:** $\left|\mathbf{H}(\omega_0)\right| = 1/\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad 20\log(0.707) = \text{-3dB}$
- **Para frequências elevadas:** $\left|\mathbf{H}(\omega)\right| \approx \dfrac{\omega_0}{\omega}$
  - **Portanto, se** ω **duplicar,** $|H(\omega)|$ **diminui para** ***1/2*****. Como** ***20log(0.5) = -6*****, então a amplitude cai** ***6dB*****;**
  - **Se** ω **aumentar de um factor de** ***10*****,** $|H(\omega)|$ **diminui para** ***1/10*****. Como** ***20log(0.1) = -20*****, então a amplitude cai** ***20dB*****.**

Resposta do RC passa-baixo: diagrama de Bode

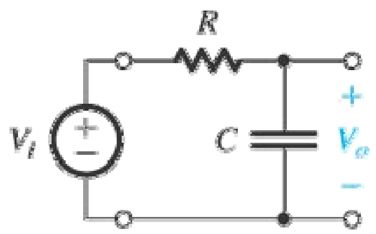


- Com estes dados podemos obter um traçado *assimptótico* da resposta do filtro: o chamado *Diagrama de Bode*.

Escalas logarítmicas em ambos os eixos



Resposta do RC passa-baixo: diagrama de Bode

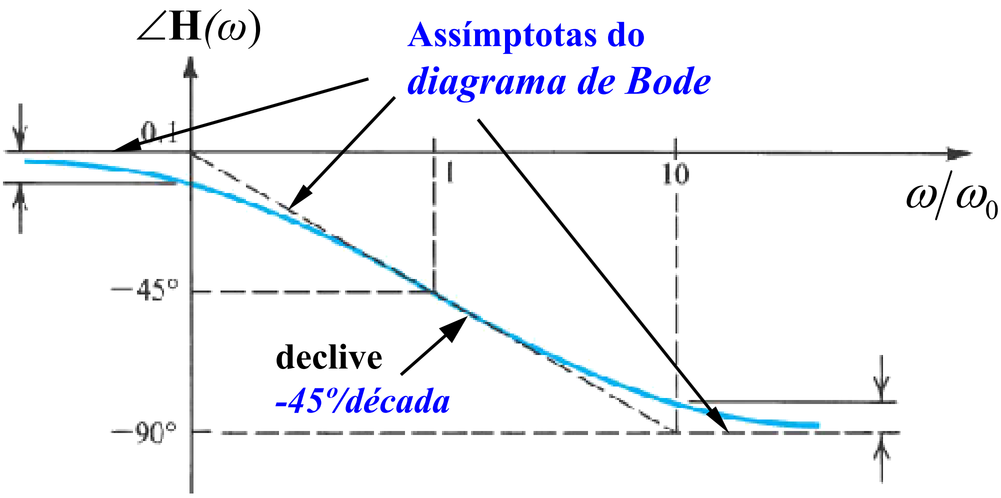


- Para a *resposta de fase* também é possível obter um diagrama de Bode.

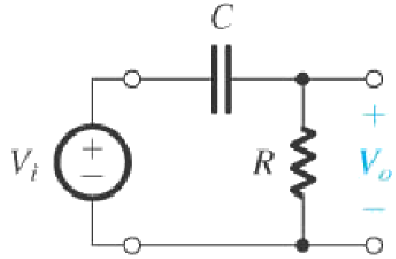
$$\angle \mathbf{H}(\omega) = -arctg(\omega RC) = -arctg(\omega/\omega_0)$$

- Para frequências muito baixas, e.g. $\omega < 0.1\omega_0$: $\angle \mathbf{H}(0) \approx 0^o$
- Para frequências muito elevadas , e.g. $\omega > 10\omega_0$: $\angle \mathbf{H}(\infty) \approx -90^o$
- Para $\omega = \omega_0$:

$$\angle \mathbf{H}(\omega_0) = -45^o$$

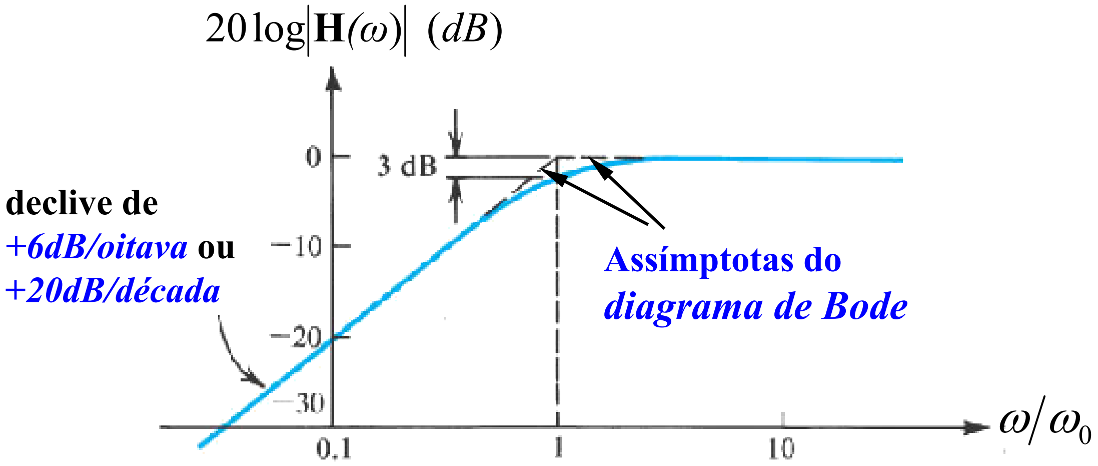


Resposta do RC passa-alto: diagrama de Bode



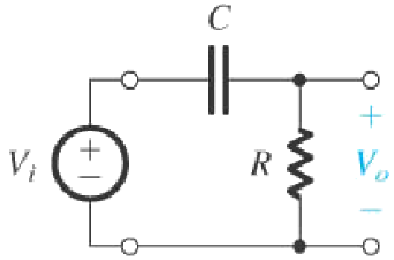
$$|\mathbf{H}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega_o/\omega)^2}} \qquad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

- **Para a resposta em amplitude o *Diagrama de Bode* é**



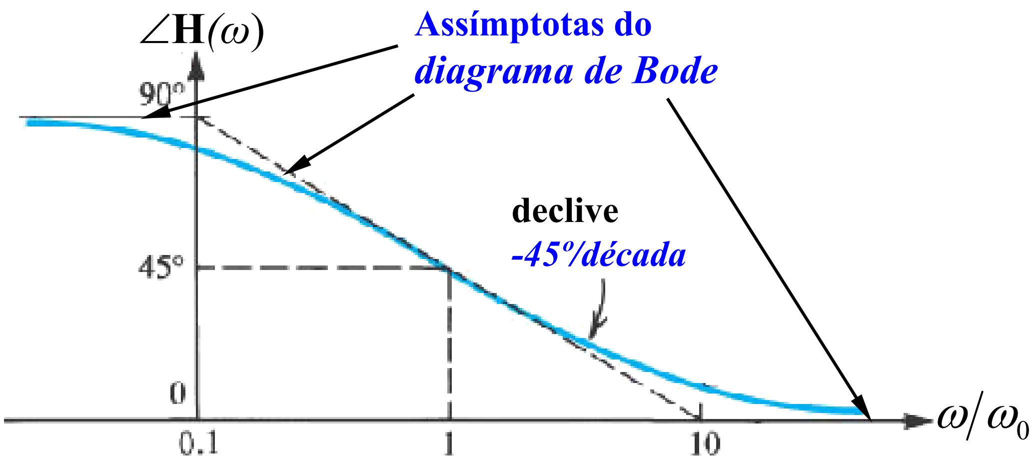
Sistemas Electrónicos – 2020/2021

Resposta do RC passa-alto: diagrama de Bode



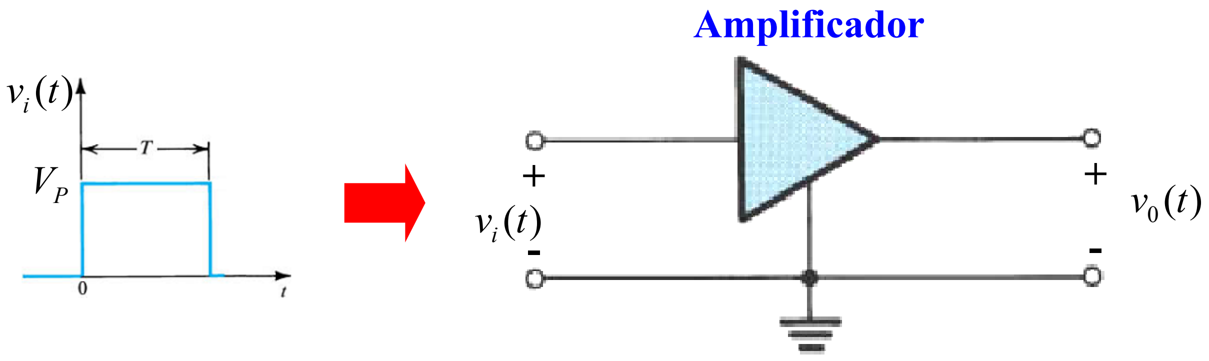
$$\angle\mathbf{H}(\omega) = arctg(\omega_o/\omega) \qquad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

- **Para a resposta de fase o *Diagrama de Bode* é**



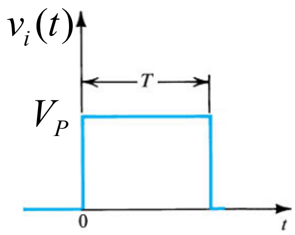
Resposta ao degrau

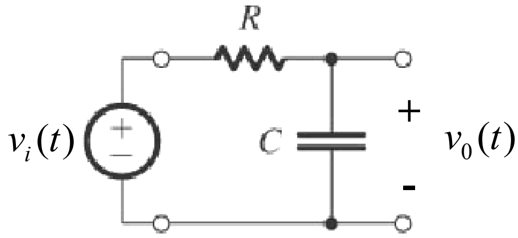
Resposta ao degrau



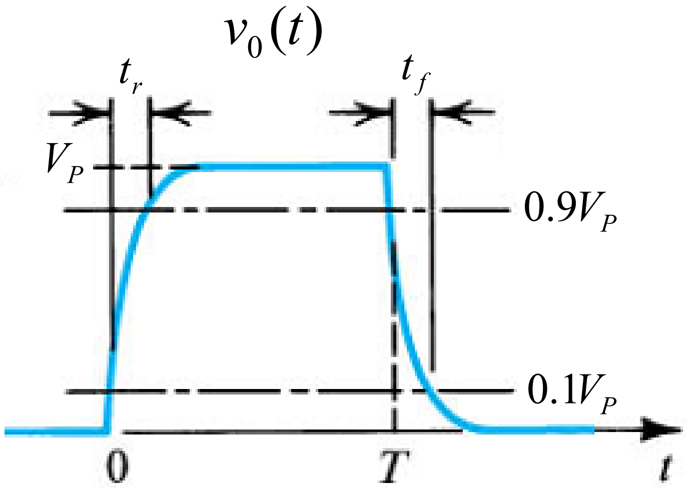
- Traduz a forma com o sistema reage quando lhe é aplicado na entrada um *sinal em degrau*: variação abrupta entre dois valores;
- Na prática o que faz é aplicar, não um degrau, mas um impulso ou uma onda quadrada;
- A resposta ao degrau permite inferir sobre a resposta em frequência.

Sistema tem o comportamento dum RC passa-baixo





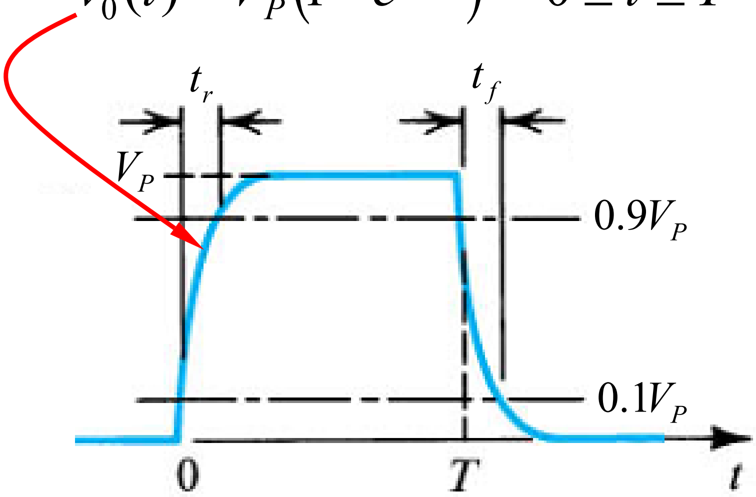
- **A velocidade com que o circuito responde ao degrau é quantificada pelo *tempo de subida*, t_r;**
- **t_r - tempo que $v_0(t)$ leva para subir de *10%* de V_P até *90%;***
- **t_f – *tempo de descida* – define-se de forma identica (*90* a *10%*).**

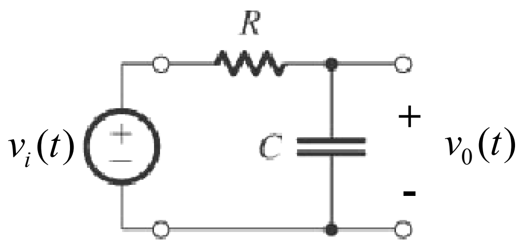


Sistema tem o comportamento dum RC passa-baixo

- **Sabendo que a carga do condensador varia segundo…**

$$v_0(t) = V_P\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad 0 \le t \le T$$





…é fácil mostrar que

$$t_r \approx 2.2\tau$$

Ora, como $\tau = RC = 1/\omega_0$

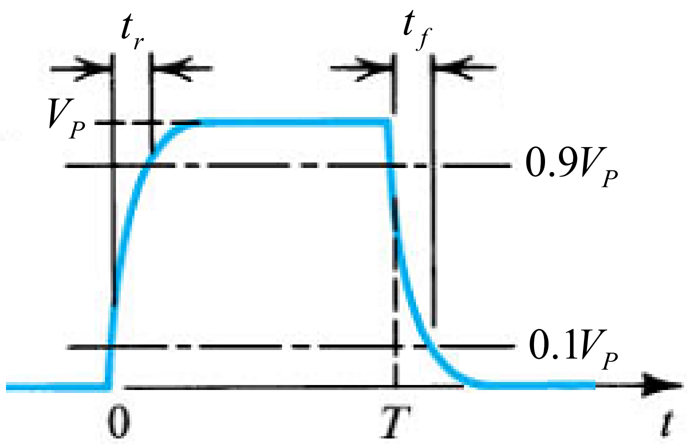
então $$t_r = \frac{2.2}{\omega_0}$$

- **Portanto a resposta ao degrau é tão mais rápida quanto maior for ω_0.**

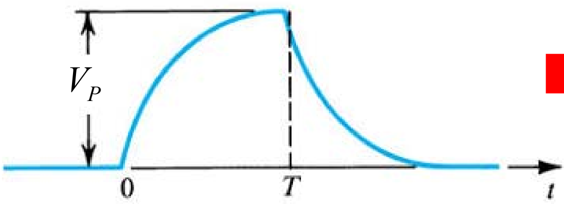
Sistema tem o comportamento dum RC passa-baixo

- Notar que esta é a resposta que obtemos, se:

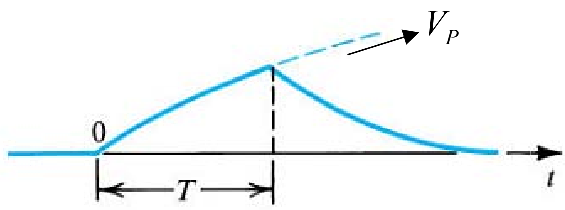
$$T >> \tau$$



- Se tal não acontecer $v_0(t)$ fica…

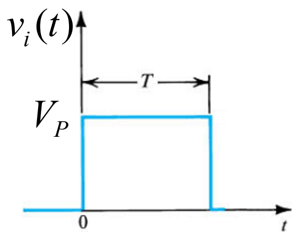


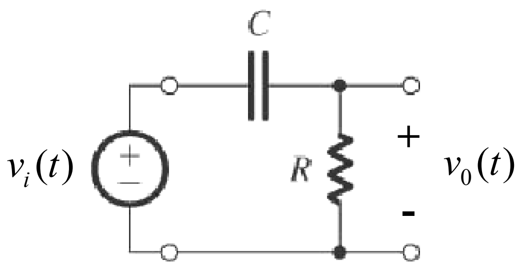
$$T \approx \tau$$

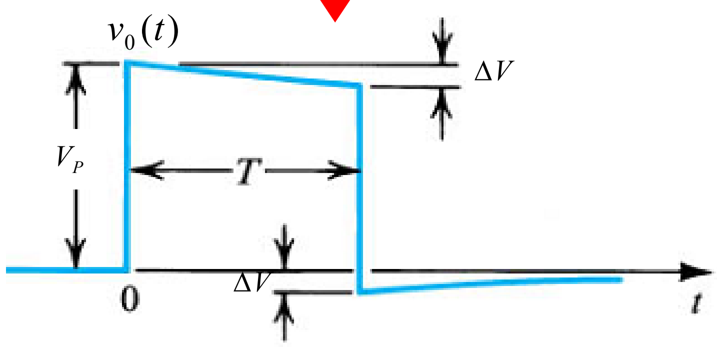


$$T << \tau$$

Sistema tem o comportamento dum RC passa-alto

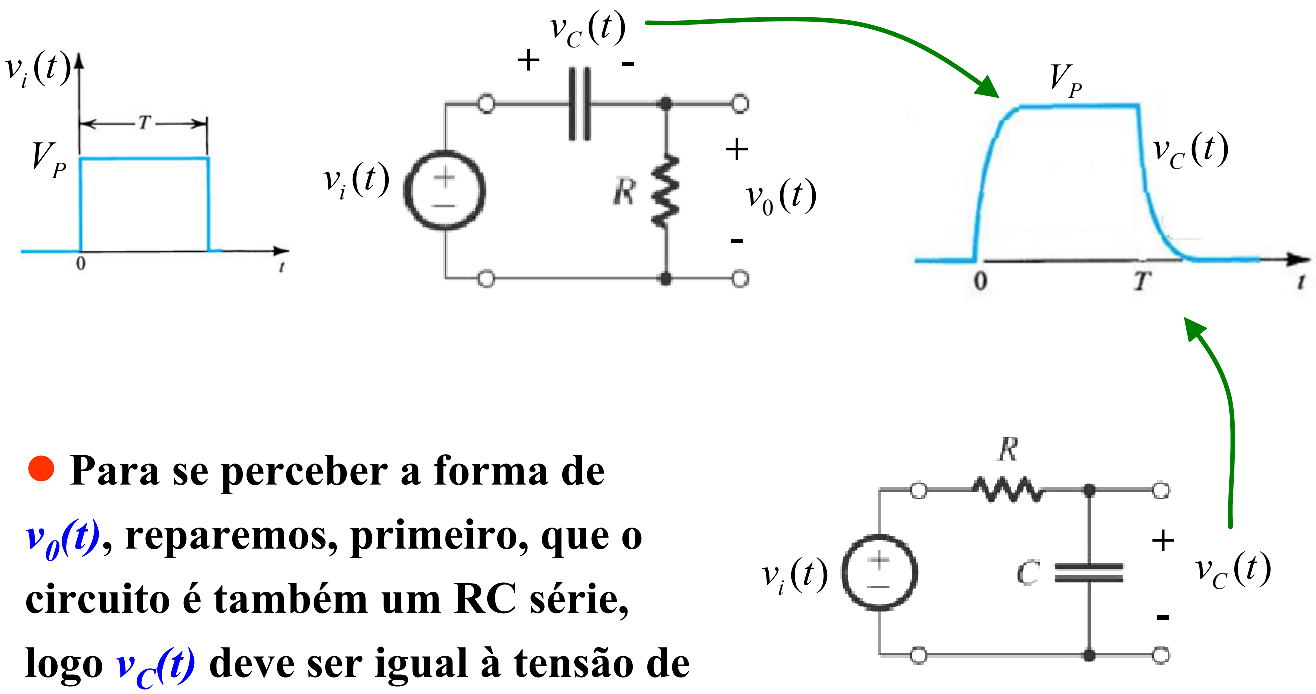






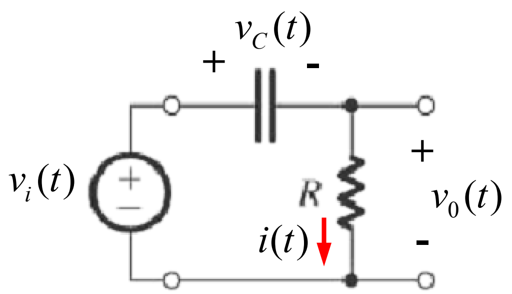
- Como responde bem às altas frequências, o circuito reproduz fielmente as transições rápidas do sinal ($t_r = 0$);
- … mas como responde mal às frequências baixas (incluindo DC), não reproduz bem as partes planas do sinal;
- Vejamos primeiro porque razão $v_0(t)$ tem esta forma.

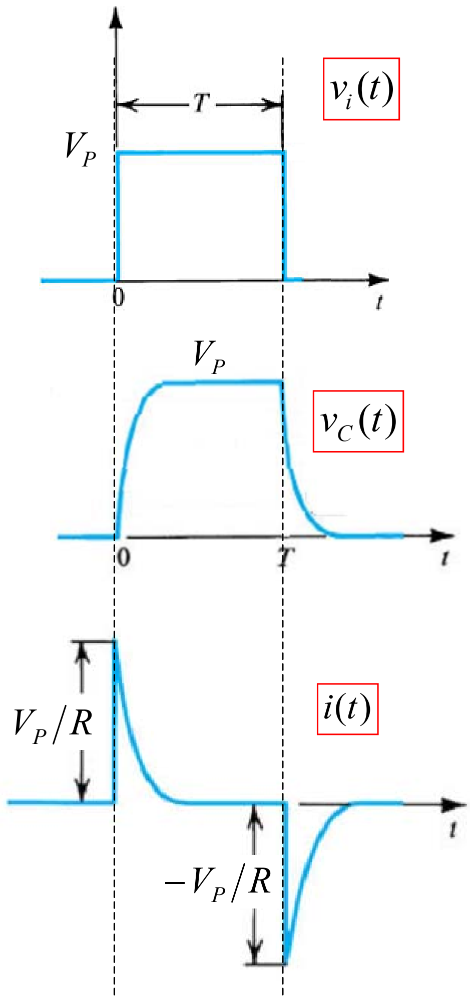
Sistema tem o comportamento dum RC passa-alto



- Para se perceber a forma de $v_0(t)$, reparemos, primeiro, que o circuito é também um RC série, logo $v_C(t)$ deve ser igual à tensão de saída do RC passa-baixo.

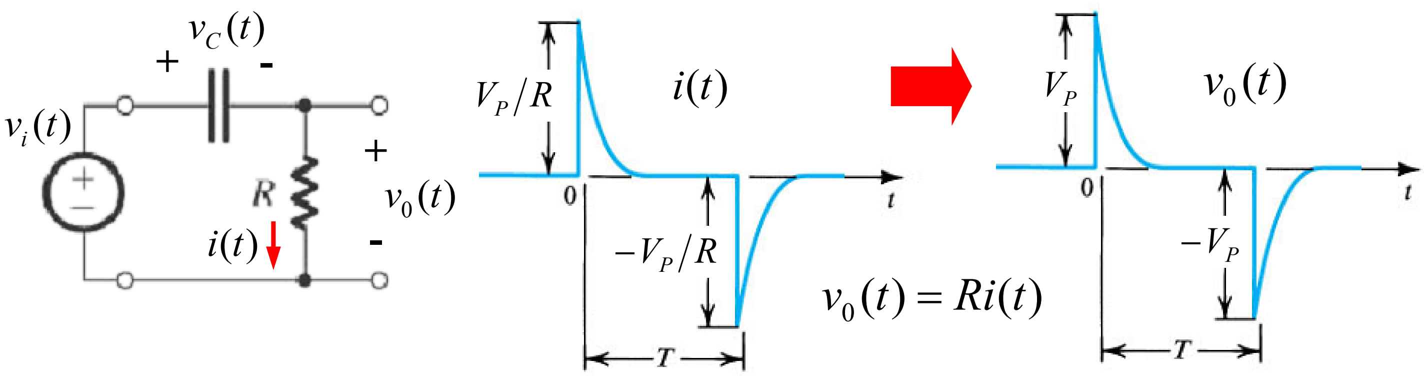
Sistema tem o comportamento dum RC passa-alto





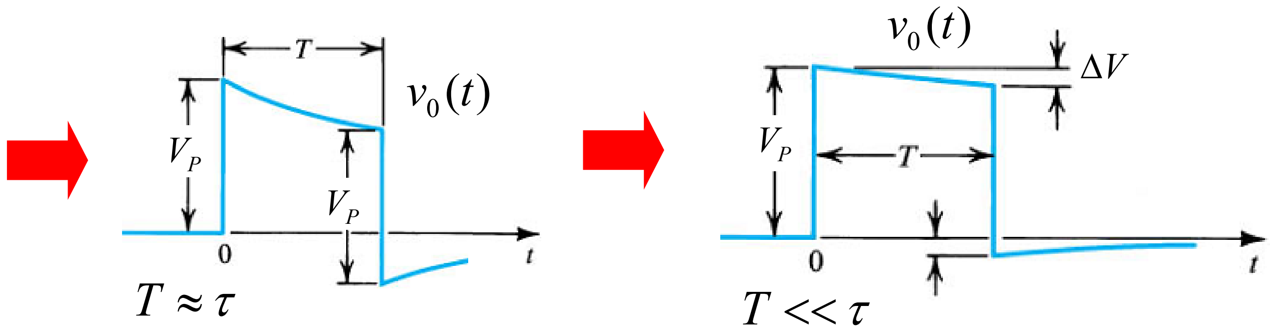
- A corrente no circuito, $i(t)$, deverá ter a forma…
- Em $t = 0$, como o condensador está descarregado $i(t=0^+) = \dfrac{V_P}{R}$
- Em $t = T^+$, $v_i(t = T^+) = 0V$ e $v_C(t = T^+) = V_P$ pelo que $$i(t=T^+) = -\frac{V_P}{R}$$

Sistema tem o comportamento dum RC passa-alto

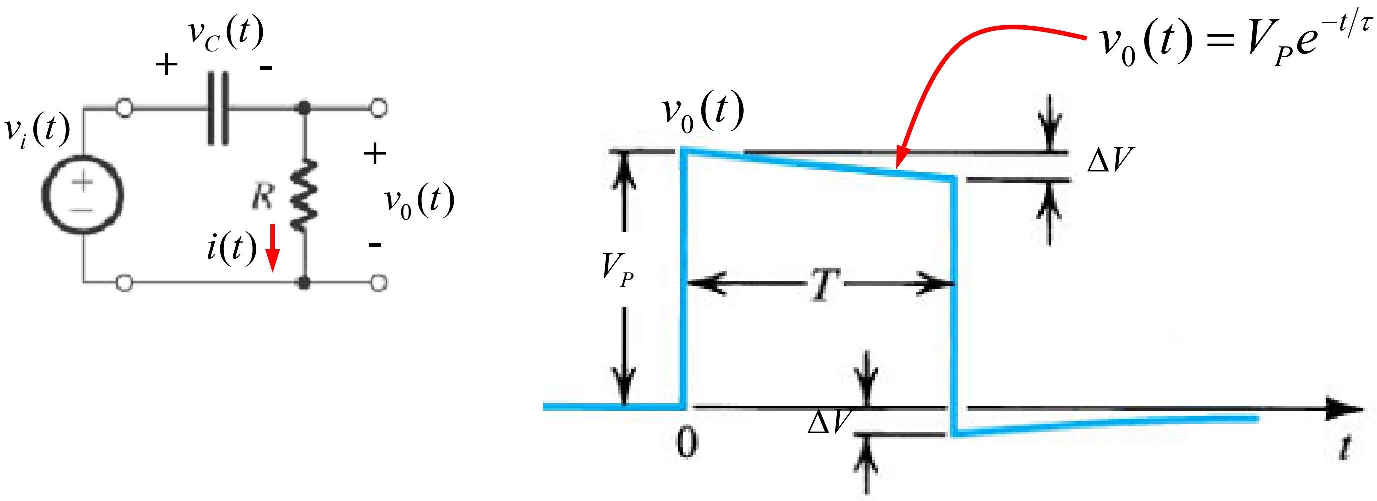


- **Mas note-se que esta é a resposta se** $T >> \tau$

Se *T* for mais baixo, obtemos



Sistema tem o comportamento dum RC passa-alto

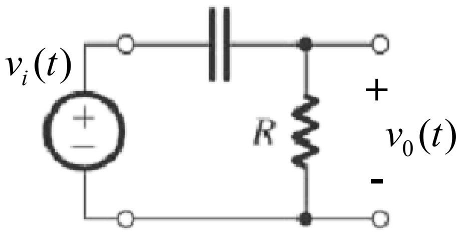


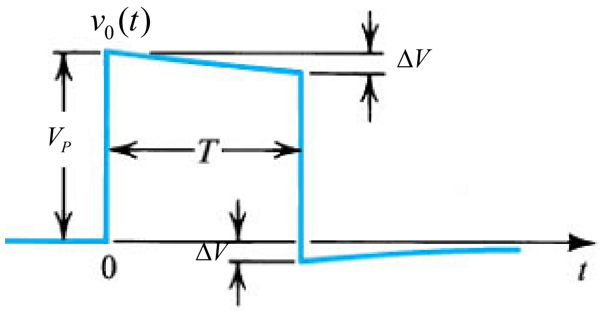
- **O decaimento de $v_0(t)$ é praticamente linear. O declive é:**

$$\left.\frac{d}{dt} v_0(t)\right|_{t=0} = -\left.\frac{V_P}{\tau} e^{-t/\tau}\right|_{t=0} = -\frac{V_P}{\tau}$$

- **Portanto, o valor de ΔV é dado por** $\Delta V = \dfrac{V_P}{\tau} T$

Sistema tem o comportamento dum RC passa-alto





- Quando expresso em percentagem o valor de ΔV recebe o nome de ***Tilt***:

$$Tilt = \frac{\Delta V}{V_P} \mathrm{x}100\% = \frac{T}{\tau} \mathrm{x}100\% = (T\omega_0)\mathrm{x}100\%$$

- Quanto **menor for ω_0**, (para um dado T) **menor será o *Tilt***;
- Ou seja, o impulso de saída será tão mais parecido com o de entrada, quanto **melhor for a resposta do passa-alto nas *baixas frequências***.

Resposta ao degrau - conclusão

- **Na resposta a um impulso quadrado**
  - **O tempo de subida dá uma ideia da resposta do sistema às altas frequências – quanto menor for t_r, melhor é a resposta;**
  - **O *Tilt* dá uma ideia da resposta do sistema às baixas frequências – quanto menor for o *Tilt*, melhor é a resposta.**

Amplificador