

Aluno: \_\_\_\_\_ Data: 3/4/2023.

- 1 **(2,0 pontos)**. Considere uma corda com 4 metros de comprimento. Imagine que seja possível cortar essa corda em duas partes, as quais devem ser usadas para construir um quadrado e uma circunferência. Determine onde deve ser realizado o corte de tal maneira que a soma das áreas das figuras geométricas<sup>1</sup> seja máxima.
- 2 **(2,0 pontos)** Determine e classifique os pontos estacionários de  $f(x,y) = 3x^2 - 12y - 2(x - 2y)^3$ .
- 3 **(3,0 pontos)** Considere a função  $f(x,y) = (x - 1)^2 + y^2 + x$ 
  - (a) Encontre um vetor  $p = [d \ 0]^T$ , diferente de  $-\nabla f(x,y)$ , que seja uma direção de decida em  $[3 \ 0]^T$ .
  - (b) Encontre todos os tamanhos de passo que atendem as condições curvatura de Wolfe na direção obtida acima<sup>2</sup>.
  - (c) Mostre ainda o passo ótimo que pode ser obtido em (b).
- 4 **(3,0 pontos)** Aplique (no máximo 3 iterações) do método de Quase-Newton BFGS<sup>3</sup>, considerando busca-linear exata, para minimizar  $f(x) = 10x_1^2 + x_2^2$  a partir de  $x^0 = [0.1 \ 1]^T$ ,  $H^0 = I$  e  $\text{tol} \leq 10^{-5}$ .

---

<sup>1</sup> Um quadrado com lado  $x$  tem uma área igual a  $x^2$  e um perímetro igual a  $4x$ . Por sua vez, uma circunferência com raio  $r$  possui área igual a  $\pi r^2$  e um perímetro igual a  $2\pi r$ .

<sup>2</sup>  $|\nabla f(x_k + \alpha p_k)^T p_k| \leq c_2 |\nabla f_k^T p_k|$ ,  $c_2 = 0,9$ .

<sup>3</sup>  $p^k = -H^k \nabla f(x^k)$ ,  $H^{k+1} = [I - \rho^k s^k (y^k)^T] H^k [I - \rho^k y^k (s^k)^T] + \rho^k s^k (s^k)^T$ ,  $\rho^k = \frac{1}{(y^k)^T s^k}$ ,  $s^k = x^{k+1} - x^k$  e  $y^k = \nabla f(x^{k+1}) - \nabla f(x^k)$ .