

# Força centrífuga e de Coriolis

## Referenciais em rotação mútua

J. M. B. Lopes dos Santos\*

24 de Novembro de 2018

Departamento de Física e Astronomia,  
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto  
4169-007 Porto

Dois observadores que aplicam as leis de Newton em dois referenciais em rotação mútua verificam que as forças que medem são diferentes. A diferença são forças universais que atuam em todos os corpos e são proporcionais à respectivas massas: *forças inerciais*.

## 1 Referenciais em rotação mútua

Para simplicidade de representação consideremos dois referenciais que partilham o eixo  $Oz$  e a origem, mas em que o referencial  $S'$  tem uma velocidade de rotação  $\omega = \omega \hat{e}_z$  no referencial  $S$ . Como se vê na Figura (1) a relação entre os versores de cada um dos sistemas de eixos é:

$$\hat{e}'_x = \cos(\omega t) \hat{e}_x + \sin(\omega t) \hat{e}_y \quad (1a)$$

$$\hat{e}'_y = -\sin(\omega t) \hat{e}_x + \cos(\omega t) \hat{e}_y \quad (1b)$$

$$\hat{e}'_z = \hat{e}_z \quad (1c)$$

Para inverter estas relações, basta-nos substituir  $\omega \rightarrow -\omega$ : se o sistema  $S'$  está rodado de um ângulo  $\omega t$  em relação a  $S$ , é claro que  $S$  está rodado de  $-\omega t$  em relação a  $S'$ :

$$\hat{e}_x = \cos(\omega t) \hat{e}'_x - \sin(\omega t) \hat{e}'_y \quad (2a)$$

$$\hat{e}_y = \sin(\omega t) \hat{e}'_x + \cos(\omega t) \hat{e}'_y \quad (2b)$$

$$\hat{e}_z = \hat{e}'_z \quad (2c)$$

---

\*jlsantos@fc.up.pt

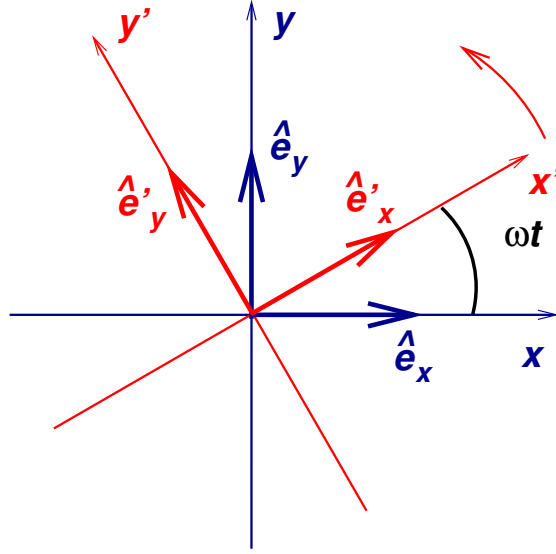


Figura 1: Relação entre os eixos de dois referenciais em rotação mútua

Estas equações suscitam a seguinte questão: quais são os versores que são dependentes do tempo?

Nas Eqs. (1) parece claro que são os versores de  $S'$ ; mas na Eq. (2) são os de  $S$ . Curiosamente, as duas respostas estão correctas, *mas em referenciais diferentes*. Por definição, em  $S$   $\{\hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{e}}_y, \hat{\mathbf{e}}_z\}$  são fixos e  $\{\hat{\mathbf{e}}'_x, \hat{\mathbf{e}}'_y, \hat{\mathbf{e}}'_z\}$  dependem do tempo. Em  $S'$  temos o inverso. Isso obriga-nos a distinguir desde já o cálculo de variações e derivadas temporais nos dois referenciais. Por exemplo, a variação temporal do versor  $\hat{\mathbf{e}}'_x$ .

$$\left. \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{e}}'_x \right|_S = -\omega \sin(\omega t) \hat{\mathbf{e}}_x + \omega \cos(\omega t) \hat{\mathbf{e}}_y \quad (3a)$$

$$\left. \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{e}}'_x \right|_{S'} = 0 \quad (3b)$$

em que usamos a notação

$$\left. \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{e}}'_x \right|_{S(S')}$$

significar que estamos a medir variações no referencial  $S(S')$ .

Este ponto é de certo modo óbvio, mas importante no que se segue. Note-se que não estamos apenas a exprimir o mesmo vector em dois sistemas de eixos diferentes. Podemos projectar o vector do primeiro membro em qualquer dos sistemas de eixos. Em  $S$

$$\left. \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{e}}'_x \right|_S = -\omega \sin(\omega t) \hat{\mathbf{e}}_x + \omega \cos(\omega t) \hat{\mathbf{e}}_y \quad (4a)$$

$$\left. \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{e}}'_x \right|_{S'} = 0\hat{\mathbf{e}}_x + 0\hat{\mathbf{e}}_y \quad (4b)$$

e em  $S'$ , usando  $\hat{\mathbf{e}}'_y = -\sin(\omega t)\hat{\mathbf{e}}_x + \cos(\omega t)\hat{\mathbf{e}}_y$ ,

$$\left. \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{e}}'_x \right|_S = \omega \hat{\mathbf{e}}'_y \quad (5a)$$

$$\left. \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{e}}'_x \right|_{S'} = 0 \hat{\mathbf{e}}'_x + 0 \hat{\mathbf{e}}'_y \quad (5b)$$

A conclusão clara é que os vectores são diferentes,

$$\left. \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{e}}'_x \right|_S \neq \left. \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{e}}'_x \right|_{S'}. \quad (6)$$

Esta diferença vai-nos dar a lei de transformação da velocidade de uma partícula entre os dois referenciais.

Suponhamos um ponto  $P$  com o respectivo vector de posição expresso em qualquer dos sistemas de eixos.

$$\mathbf{r}_P = x\hat{\mathbf{e}}_x + y\hat{\mathbf{e}}_y + z\hat{\mathbf{e}}_z; \quad (7)$$

$$= x'\hat{\mathbf{e}}'_x + y'\hat{\mathbf{e}}'_y + z'\hat{\mathbf{e}}'_z \quad (8)$$

A velocidade da partícula em  $S$  é

$$\mathbf{v}_P|_S = \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{e}}_x + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{e}}_y + \frac{dz}{dt}\hat{\mathbf{e}}_z; \quad (9)$$

e em  $S'$

$$\mathbf{v}_P|_{S'} = \frac{dx'}{dt}\hat{\mathbf{e}}'_x + \frac{dy'}{dt}\hat{\mathbf{e}}'_y + \frac{dz'}{dt}\hat{\mathbf{e}}'_z \quad (10)$$

Para relacionarmos as duas velocidades, notemos que também é verdade que

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_P|_S &= \frac{dx'}{dt}\hat{\mathbf{e}}'_x + \frac{dy'}{dt}\hat{\mathbf{e}}'_y + \frac{dz'}{dt}\hat{\mathbf{e}}'_z \\ &+ x'\frac{d\hat{\mathbf{e}}'_x}{dt} + y'\frac{d\hat{\mathbf{e}}'_y}{dt} + z'\frac{d\hat{\mathbf{e}}'_z}{dt}. \end{aligned} \quad (11)$$

Os termos da primeira linha são  $\mathbf{v}_P|_{S'}$ . Para a segunda linha, usando as Eqs. (2) e (4), obtemos

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\mathbf{e}}'_x}{dt} &= \omega \hat{\mathbf{e}}'_y \\ \frac{d\hat{\mathbf{e}}'_y}{dt} &= -\omega \hat{\mathbf{e}}'_x \\ \frac{d\hat{\mathbf{e}}'_z}{dt} &= 0 \end{aligned}$$

Não por acaso, existe uma maneira simples de resumir estas três equações:

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{\mathbf{e}}'_x}{dt} &= \boldsymbol{\omega} (\hat{\mathbf{e}}'_z \times \hat{\mathbf{e}}'_x) = \boldsymbol{\omega} \times \hat{\mathbf{e}}'_x \\ \frac{d\hat{\mathbf{e}}'_y}{dt} &= \boldsymbol{\omega} (\hat{\mathbf{e}}'_z \times \hat{\mathbf{e}}'_y) = \boldsymbol{\omega} \times \hat{\mathbf{e}}'_y \\ \frac{d\hat{\mathbf{e}}'_z}{dt} &= \boldsymbol{\omega} (\hat{\mathbf{e}}'_z \times \hat{\mathbf{e}}'_z) = \boldsymbol{\omega} \times \hat{\mathbf{e}}'_z = 0\end{aligned}$$

Estas equações já foram obtidas no texto “Velocidade Angular” secção 2, quando discutimos a rotação de um sólido, com qualquer velocidade angular  $\boldsymbol{\omega}$ . Vimos que para um sistema de eixos fixo no sólido (Eq. 30)

$$\frac{d\hat{\mathbf{e}}'_i(t)}{dt} = \boldsymbol{\omega}(t) \times \hat{\mathbf{e}}'_i \quad i = x, y, z \quad (12)$$

Com este resultado, o segundo termo da Eq. (11) fica

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_P|_S &= \mathbf{v}_P|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times [x'\hat{\mathbf{e}}'_x + y'\hat{\mathbf{e}}'_y + z'\hat{\mathbf{e}}'_z] \\ &= \mathbf{v}_P|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P\end{aligned} \quad (13)$$

Este é o resultado fundamental desta secção,

$$\mathbf{v}_P|_S = \mathbf{v}_P|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_P \quad (14)$$

em que  $\boldsymbol{\omega}$  é a *velocidade angular de  $S'$  em  $S$* . Esta é a lei de transformação de velocidades entre os dois referenciais, escrita numa forma que é válida para qualquer  $\boldsymbol{\omega}$ . O vector  $\mathbf{r}_P$  é o *mesmo vector* nos dois referenciais embora possa ser expresso em diferentes componentes, em qualquer dos sistemas de eixos, de acordo com as Eqs. 7 e 8.

Esta equação de transformação de velocidades deve ser comparada com a que se obtém para referenciais com velocidade uniforme relativa

$$\mathbf{v}_P|_S = \mathbf{v}_P|_{S'} + \mathbf{V}_{S':S} \quad (15)$$

que  $\mathbf{V}_{S':S}$  é a velocidade do referencial  $S'$  no referencial  $S$ , isto é, a velocidade em  $S$  de qualquer ponto em repouso em  $S'$ . A Eq. 14, tem exactamente a mesma forma, excepto que cada ponto em repouso em  $S'$  tem uma velocidade diferente em  $S$ , dada por  $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$  (Fig 2).

Se revisitarmos este argumento, vemos que ele se aplica a qualquer vector, não apenas ao vector de posição. Isto é, se

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= x\hat{\mathbf{e}}_x + y\hat{\mathbf{e}}_y + z\hat{\mathbf{e}}_z \\ &= x'\hat{\mathbf{e}}'_x + y'\hat{\mathbf{e}}'_y + z'\hat{\mathbf{e}}'_z\end{aligned} \quad (16)$$

temos

$$\left. \frac{d}{dt} \mathbf{A} \right|_S = \left. \frac{d}{dt} \mathbf{A} \right|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A} \quad (17)$$

Por vezes, como  $\mathbf{A}$  porque pode ser qualquer vector, escreve-se esta equação como uma relação entre os operadores de derivação,

$$\left. \frac{d(\dots)}{dt} \right|_S = \left. \frac{d}{dt} \right|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times (\dots). \quad (18)$$

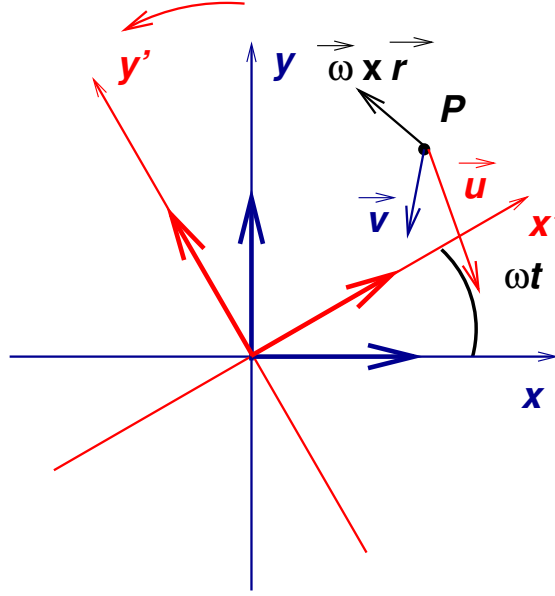


Figura 2: O ponto  $P$  tem velocidade  $\mathbf{u}$  em  $S'$ . A sua velocidade em  $S$  é  $\mathbf{v} = \mathbf{u} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ , a soma de  $\mathbf{u}$  com a velocidade *local* do referencial  $S'$  em  $S$ .

## 2 A relação entre acelerações

No caso de referenciais em rotação mútua, mesmo que a velocidade angular seja constante, a aceleração nos dois referenciais é distinta. Para ver isso importa considerar as definições de aceleração nos dois sistemas.

Como vimos que as velocidades de uma partícula em  $S$  e  $S'$  são diferentes, vamos usar temporariamente a seguinte notação,

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}|_S \quad (19)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}|_{S'} \quad (20)$$

de onde decorre que (Eq. (14))

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (21)$$

Ora, as acelerações, nos dois referenciais, são

$$\mathbf{a}|_S = \left. \frac{d}{dt} \mathbf{v} \right|_S \quad (22)$$

$$\mathbf{a}|_{S'} = \left. \frac{d}{dt} \mathbf{u} \right|_{S'}. \quad (23)$$

Então,

$$\begin{aligned} \mathbf{a}|_S &= \left. \frac{d}{dt} \mathbf{v} \right|_S = \left. \frac{d}{dt} (\mathbf{u} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \right|_S \\ &= \left. \frac{d}{dt} \mathbf{u} \right|_S + \left. \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \right|_S \end{aligned}$$

Para obter a aceleração em  $S'$ , usamos a Eq. 17, aplicada aos dois termos

$$\left. \frac{d}{dt} \mathbf{u} \right|_S = \left. \frac{d}{dt} \mathbf{u} \right|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u},$$

e

$$\left. \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \right|_S = \left. \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \right|_{S'} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

Para uma velocidade angular constante (único caso que vamos considerar)

$$\left. \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \right|_{S'} = \boldsymbol{\omega} \times \left. \frac{d}{dt} \mathbf{r} \right|_{S'} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}$$

e assim

$$\mathbf{a}|_S = \mathbf{a}|_{S'} + 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (24)$$

Com uma derivação exatamente idêntica, podemos concluir

$$\mathbf{a}|_{S'} = \mathbf{a}|_S + 2(-\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (25)$$

Para passar da Eq. (24) para (25) apenas trocamos o papel dos referenciais e substituímos  $\boldsymbol{\omega}$  por  $-\boldsymbol{\omega}$ .

É útil escrever o segundo membro à custa da velocidade em  $S'$

$$\mathbf{a}|_{S'} = \mathbf{a}|_S + 2(-\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{u} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})) + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

ou

$$\mathbf{a}|_{S'} = \mathbf{a}|_S - 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (26)$$

e de forma completamente equivalente

$$\mathbf{a}|_S = \mathbf{a}|_{S'} + 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}). \quad (27)$$

As duas equações lêem-se exactamente da mesma maneira:

A primeira:

A aceleração de um corpo num referencial  $S'$  ( $\mathbf{a}|_{S'}$ ) que tem velocidade angular  $\boldsymbol{\omega}$ , constante, num referencial  $S$ , é a aceleração em  $S$  ( $\mathbf{a}|_S$ ) mais a aceleração de Coriolis  $-2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u})$  mais a aceleração centrífuga,  $-\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$ , em que  $\mathbf{u}$  é a velocidade do corpo em  $S'$  e  $\mathbf{r}$  a sua posição (em qualquer dos referenciais):

$$\mathbf{a}|_{S'} = \mathbf{a}|_S - 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

A segunda:

A aceleração de um corpo num referencial  $S$  ( $\mathbf{a}|_S$ ) que tem velocidade angular  $-\boldsymbol{\omega}$ , constante, num referencial  $S'$ , é a aceleração em  $S'$  ( $\mathbf{a}|_{S'}$ ) mais a aceleração de Coriolis  $-2((-\boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{v})$  mais a aceleração centrífuga  $-(-\boldsymbol{\omega}) \times ((-\boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{r})$ , em que  $\mathbf{v}$  é a velocidade do corpo em  $S$  e  $\mathbf{r}$  a sua posição (em qualquer dos referenciais):

$$\mathbf{a}|_S = \mathbf{a}|_{S'} + 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}).$$

### 3 Forças inerciais

Qual dos referenciais,  $S$  ou  $S'$  é inercial? De acordo com a perspectiva Newtoniana, apenas um deles. Mas se os observadores de  $S$  (Alice) e o de  $S'$  (Bob) frequentaram o mesmo curso de Mecânica e não suspeitam se o próprio referencial é não inercial, serão naturalmente levados a aplicar a segunda Lei de Newton. Então a Alice, observador de  $S$  escreverá que a força que actua num corpo com aceleração  $\mathbf{a}|_S$  é

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}|_S. \quad (28)$$

Bob, observador de  $S'$  vai escrever para o mesmo corpo,<sup>1</sup>

$$\mathbf{F}' = m \mathbf{a}|_{S'} \quad (29)$$

Então usando a relação entre acelerações, Eq. 26

$$\mathbf{F}' = \mathbf{F} - 2m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) - m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (30)$$

Antes de sermos tentados a concluir:

*“AhAh! Bob é o referencial não inercial porque inventa a existência desta forças  $-2m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) + m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$  que na realidade não existem!”*

notemos que também podemos escrever, com inteira simetria,

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \mathbf{F}' - 2m((-\boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{v}) - m(-\boldsymbol{\omega}) \times (-\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \\ &= \mathbf{F}' + 2m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) - m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (31)$$

Portanto pode muito bem acontecer que seja em  $S$  que existem estas forças e não em  $S'$ .

A única coisa segura que podemos dizer é:

As forças medidas nos dois referenciais, se aplicarmos a segunda lei em ambos, não são invariantes, e a diferença

$$\begin{aligned} \mathbf{F}' - \mathbf{F} &= -2m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) - m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \\ &= -2m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) + m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \end{aligned}$$

são duas forças universais que actuem em todos os corpos e são proporcionais à massa de cada corpo (dependendo da sua posição e velocidade). Estas forças designam-se por *forças inerciais*.

### 4 Exemplos

Vamos agora ganhar alguma intuição sobre estas duas forças inerciais considerando que o eixo de rotação mútuo dos referenciais é  $\hat{\mathbf{e}}_z = \hat{\mathbf{e}}_z$  e que a velocidade de  $S'$  em  $S$  é  $\omega \hat{\mathbf{e}}_z$ .

---

<sup>1</sup>Se admitirmos que  $m$  é invariante

#### 4.1 Corpo em repouso em $S'$

Neste caso

$$\mathbf{v}|_{S'} = \mathbf{u} = 0$$

e

$$\mathbf{v}|_S = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \omega r (\hat{\mathbf{e}}_z \times \hat{\mathbf{e}}_r) = \omega r \hat{\mathbf{e}}_\theta$$

Nenhuma surpresa! O corpo tem um movimento circular uniforme em  $S$ . Como para qualquer movimento circular,

$$\mathbf{F} = -m\omega^2 r \hat{\mathbf{e}}_r$$

Mas em  $S'$  o corpo está em repouso. Logo temos de ter

$$\mathbf{F}' = 0.$$

Ora

$$\begin{aligned} -\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) &= -\omega^2 r \hat{\mathbf{e}}_z \times (\hat{\mathbf{e}}_z \times \hat{\mathbf{e}}_r) \\ &= -\omega^2 r \hat{\mathbf{e}}_z \times \hat{\mathbf{e}}_\theta = -\omega^2 r (-\hat{\mathbf{e}}_r) \\ &= \omega^2 r \hat{\mathbf{e}}_r \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{F}' &= \mathbf{F} - m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \\ &= -m\omega^2 r \hat{\mathbf{e}}_r + m\omega^2 r \hat{\mathbf{e}}_r = 0 \end{aligned}$$

A força  $-m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$  é radial, dirigida para fora e é conhecida como *força centrífuga*.

#### 4.2 Corpo em repouso em $S$

Neste caso

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{u} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = 0 \\ \mathbf{u} &= -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \end{aligned}$$

e

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}|_S = 0$$

Então

$$\begin{aligned} \mathbf{F}' &= \mathbf{F} - 2m [\boldsymbol{\omega} \times (-\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})] - m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \\ &= \mathbf{F} + m [\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})] = -m\omega^2 r \hat{\mathbf{e}}_r \\ &= -m\omega^2 r \hat{\mathbf{e}}_r \end{aligned}$$

Exactamente o que esperamos, uma vez que em  $S'$  o corpo ( parado em  $S$ ) tem um movimento circular.



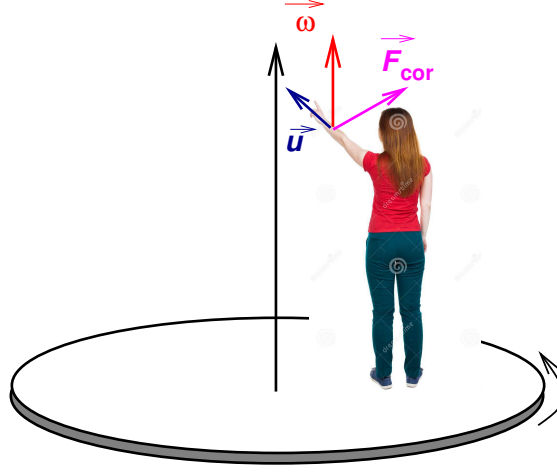


Figura 3: O sentido da força de Coriolis. (de dreamstime.com)

### 4.3 Corpo em movimento no plano perpendicular a $\omega$ .

Consideremos o caso mais geral de um corpo que se move quer em  $S$  quer em  $S'$  no plano  $Oxy = Ox'y'$ . As forças inerciais em  $S'$  são

$$\mathbf{F}' - \mathbf{F} = -2m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) - m[\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})]. \quad (32)$$

Usando coordenadas polares, o segundo termo pode ser calculado

$$\boldsymbol{\omega} = \omega \hat{\mathbf{e}}_z \quad (33)$$

$$\mathbf{r} = r \hat{\mathbf{e}}_r \quad (34)$$

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \omega r (\hat{\mathbf{e}}_z \times \hat{\mathbf{e}}_r) = \omega r \hat{\mathbf{e}}_\theta \quad (35)$$

$$-\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = -\omega^2 r (\hat{\mathbf{e}}_z \times \hat{\mathbf{e}}_\theta) = \omega^2 r \hat{\mathbf{e}}_r \quad (36)$$

Uma partícula em  $S'$  tem em cada ponto, uma força adicional, de direção radial (dirigida para fora) a que chamamos força centrífuga.

Além deste campo de forças centrífugo (a força só depende da posição da partícula) existe uma outra força inercial que depende da velocidade da partícula. É sempre perpendicular à mesma

$$\mathbf{F}'_{\text{cor}} = -2m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) = -2m\omega u (\hat{\mathbf{e}}_z \times \hat{\mathbf{u}})$$

Se imaginarmos um observador de pé, com a sua vertical ascendente no sentido de  $\boldsymbol{\omega}$  a olhar na direção do versor da velocidade  $\mathbf{u}$  a força de Coriolis será dirigida para a sua direita e perpendicular a  $\boldsymbol{\omega}$  e a  $\mathbf{u}$  (Fig. 3).