Forças Impulsivas

Aplicações das leis de Newton

J. M. B. Lopes dos Santos*

12 de Agosto de 2018

Departamento de Física e Astronomia,
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
4169-007 Porto

Forças que actual em intervalos de tempo macroscopicamente curtos designam-se por forças impulsivas. Tipicamente designamos os processos em que ocorrem por colisões.

1 Forças impulsivas

Um anúncio de televisão recente afirmava que uma criança, viajando num automóvel a $60\,\mathtt{km\,h^{-1}}$, sem cinto de segurança, é projectada sobre os ocupantes da frente, em caso de acidente, exercendo sobre eles uma força da ordem de duas toneladas. Um peso de massa $1\,\mathtt{kg}$, pousado em cima de um pé, é perfeitamente suportável; mas se cair de um metro de altura, provavelmente, partirá alguns ossos.

Estes fenómenos de impacte envolvem forças impulsivas, isto é, forças que actuam durante intervalos de tempo muito curtos. Que nos podem dizer as leis de Newton sobre esta forças? Como podemos estimar o seu valor?

Os fenómenos que ocorrem num evento tão violento como uma colisão de dois automóveis são extremamente complexos e está fora de questão pensar em determinar as forças envolvidas. Para abordar estes efeitos vamos recorrer a **modelos.** Isto é representações simplificadas, aproximadas, que, não obstante, nos permitem obter alguma informação sobre o fenómeno.

1.1 Força sobre um bola de golfe.

Um golfista experiente, usando o taco apropriado para lançar a bola o mais longe possível, o *driver,* consegue velocidades da bola à saída do taco de cerca de $240\,\mathtt{km\,h^{-1}}$. Que força exerce a cabeça do taco sobre a bola?

*jlsantos@fc.up.pt

Quando a cabeça do taco inicia o contacto a força é nula; depois cresce rapidamente, passa por um máximo, e volta a ser zero quando o taco perde contacto com a bola. Tudo isto ocorre num intervalo de tempo muito curto.

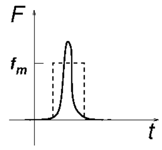

Figura 1: força impulsiva.

O valor exacto da força em função do tempo depende das propriedades elásticas da bola e do taco, da velocidade de impacte, *etc.*.

Assim, no nosso modelo:

- antes do contacto a força é nula.
- Entre o instante de contacto, $t = 0$, e o instante em que a bola descola do taco, $t = t_c$, é exercida sobre a bola uma força de intensidade $f(t)$. Neste intervalo a cabeça do taco e a bola deslocam-se de uma distância x_c.
- Para $t > t_c$ a força volta a ser nula.

De acordo com a segunda lei de Newton, podemos escrever

$$f(t) = ma(t) \tag{1}$$

em que m é a massa da bola de golfe, $m = 45\,\mathtt{g}$, e $f(t)$ e $a(t)$ são as componentes da força e aceleração, respectivamente, na direcção do movimento. Sabemos que antes do contacto, $t < 0$, $v = 0$ e $f = 0$. Depois do contacto, $t > \Delta t$, a força volta a ser nula e a velocidade passa a ser constante. Fazendo o integral no tempo dos dois membros da equação,

$$\int_0^{t_c} f(t)dt = m\int_0^{t_c} \frac{dv}{dt}dt = mv(t_c) - mv(0) = m\Delta v$$

O primeiro membro, a área sob o gráfico de $f(t)$ em função de t é o **impulso** da força, I. O valor da função $f(t)$ resulta da interação complexa entre o taco e a bola de golfe. Para prosseguirmos a análise vamos fazer uma aproximação que nos permite estimar o tempo de contacto e os valores característicos da força: vamos supor que a força é constante entre $t = 0$ e $t = t_c$ e que o seu valor é tal que dá origem ao mesmo impulso I, Ou seja

$$f_m t_c = \int_0^{t_c} f(t)dt,$$

estamos a aproximar o gráfico da força real $f(t)$ por um gráfico rectangular com a mesma área. O valor de f_m é o valor médio da força, $f(t)$ no intervalo $[0, t_c]$.

A velocidade da bola antes do impacte é nula; terminado o impacte é $240\,\mathtt{km\,h}^{-1} = 67\,\mathtt{m\,s}^{-1}$. O impulso é

$$I = f_m t_c = 0{,}045 \times 67 = 3{,}0\,\mathtt{N\,s}. \tag{2}$$

Neste modelo a aceleração é constante, podemos substituí-la pela aceleração média:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{3}$$

O movimento da bola durante o contacto é uniformemente acelerado, com velocidade inicial nula. Então, o deslocamento da bola durante o contacto é dado por:

$$x_c = \frac{1}{2}at_c^2 = \frac{1}{2}\frac{f_m}{m}t_c^2 = \frac{1}{2}\frac{I}{m}t_c. \tag{4}$$

Fotografias de alta velocidade mostram que a bola de golfe se deforma significativamente durante o impacte do taco. É razoável estimar que o deslocamento x_c deve ser da ordem de grandeza do próprio diâmetro da bola, $d = 4{,}1\,\mathtt{cm}$. Suponhamos então que

$$x_c \approx \frac{d}{2}. \tag{5}$$

Usando este valor, na equação 4, o tempo de contacto vem:

$$t_c = \frac{2m}{I}x_c = \frac{2 \times 0{,}045}{3,0} \times 0{,}021 = 6 \times 10^{-4}\,\mathtt{s}. \tag{6}$$

Substituindo este tempo de contacto, inferior a $1\,\mathtt{ms}$, na equação 2, obtemos um força de

$$f_m = \frac{I}{t_c} = \frac{3{,}0}{6 \times 10^{-4}} = 5000\,\mathtt{N}, \tag{7}$$

que é mais de 10 000 vezes superior ao peso da bola ($0{,}44\,\mathtt{N}$)! O valor de t_c pode por máquinas de fotografia de alta velocidade, usadas para melhorar a técnica do *swing* e o valor citado na literatura é da ordem meio milisegundo, $5 \times 10^{-4}\,\mathtt{s}$, muito semelhante ao da nossa estimativa.

Este cálculo mostra a relação entre os valores da força e do intervalo de contacto. Para o mesmo impulso, isto é, para a mesma variação de velocidade, quanto menor for o intervalo de tempo, maior é a aceleração ($\Delta v/\Delta t$) e maior a força.

1.2 Força numa colisão a $60\,\mathtt{km\,h^{-1}}$.

Voltemos agora ao caso do anúncio, referido acima. Como foi calculada a tal força de duas toneladas?

Para começar, o que é uma força de duas toneladas? Um tonelada são $1000\,\mathtt{kg}$, uma unidade de massa. A única interpretação possível é que seja a força correspondente ao peso de uma massa de $2000\,\mathtt{kg}$, ou seja,

$$F = 2000 \times 9.8 = 19\,600\,\mathtt{N}. \tag{8}$$

Será este valor razoável? Que parâmetros entraram no seu cálculo?

Comecemos por notar que a projecção da criança para a frente resulta da primeira lei de Newton. Se o automóvel colide, diminuindo de velocidade repentinamente, os seus ocupantes continuarão a mover-se à velocidade que tinham se sobre eles não actuarem forças: primeira lei de Newton. Assim, uma criança sem cadeira de segurança, voará para a frente do carro (que parou devido à colisão) à velocidade a que o carro se deslocava antes da colisão.

O impulso necessário para a parar uma criança de $30\,\mathtt{kg}$ que se desloca a uma velocidade de $60\,\mathtt{km\,h}^{-1} = 16.7\,\mathtt{m\,s}^{-1}$ é

$$I = m\Delta v = 30 \times 16.7 = 500\,\mathtt{N\,s}. \tag{9}$$

Para obter um força de $19\,600\,\mathtt{N}$ estamos a supor um tempo de paragem dado por:

$$\begin{aligned} f_m \Delta t &= 500\,\mathtt{N\,s} \qquad (10)\\ \Delta t &= \frac{500}{19600} = 0.02\,\mathtt{s} \qquad (11) \end{aligned}$$

Usando o nosso modelo de força constante, podemos estimar a distância de paragem: o movimento originado pela força impulsiva que pára a criança é uniformemente retardado:

$$x_c = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \left(\Delta t\right)^2 \tag{12}$$

A velocidade inicial é $v_0 = 16,7\,\mathtt{m\,s}^{-1}$e a aceleração é dada pela segunda lei de Newton:

$$x_c = 16,7 \times 0{,}02 - \frac{1}{2} \times \frac{19600}{30} \times 0{,}02^2 = 0,20\,\mathtt{m}. \tag{13}$$

Estas escalas de tempo, da ordem do centésimo de segundo, e de distância, $20\,\mathtt{cm}$, parecem razoáveis para uma colisão automóvel. A estimativa de força de $19\,600\,\mathtt{N}$ não é exagerada.

Qual o efeito do cinto ou de um *air-bag?* O impulso requerido para parar os ocupantes do carro é sempre o mesmo, $I = m\Delta v$. Mas quanto mais tempo durar a interacção correspondente, Δt, e maior for a distância de paragem, x_c, menor será o valor da força necessária: menor serão as probabilidades de essa força causar danos pessoais. O cinto e o *air-bag* permitem uma paragem menos brusca, e uma força menor.