Fundamentos da Programação

Funções de Ordem Superior: Funções Lambda

Aula 24

José Monteiro

(slides adaptados do Prof. Alberto Abad)

Funções de Ordem Superior

- Em aulas anteriores vimos que as funções permitem-nos abstrair algoritmos e procedimentos de cálculo (*abstração procedimental*).
- Em Python, tal como nas linguagens puramente funcionais, as funções são entidades de primeira ordem/classe (*first class*):
  - Podemos nomear, utilizar como parâmetro e retornar como valor.
- Isto significa que podemos expressar certos padrões de computação geral através de funções que manipulam outras funções, conhecidas por **funções de ordem superior**:
  - Funções como parâmetros:
    - Funções como métodos gerais (hoje)
    - Funcionais sobre listas (amanhã)
  - Funções como valor (4ª feira)

In [ ]:
```
def quad(x):
    return x * x

print(quad(4))
a = quad
print(a(4))
```

Funções como Parâmetros

Exemplo

```
def soma_naturais(l_inf, l_sup):
    resultado = 0
    for x in range(l_inf, l_sup + 1):
        resultado += x
    return resultado
```

```
def soma_quadrado(l_inf, l_sup):
    resultado = 0
    for x in range(l_inf, l_sup + 1):
        resultado += x*x
    return resultado
```

- Qual é o padrão comum?
- Será que podemos abstrair esse padrão comum?

Funções como Parâmetros

Exemplo

- As duas funções `soma_naturais` e `soma_quadrado` diferem apenas na forma como o termo do somatório é calculado, ou seja, a função f:

$$\sum_{n=l_{inf}}^{l_{sup}} f(n) = f(l_{inf}) + f(l_{inf}+1) + \cdots + f(l_{sup})$$

- Como no Python as funções são entidades de primeira ordem, podemos passar f como um parâmetro:

In [53]:
```
def somatorio(l_inf, l_sup, fun):
    resultado = 0
    for x in range(l_inf, l_sup + 1):
        resultado += fun(x)
    return resultado
```

Funções como Parâmetros

Exemplo

In [17]:
```
def quadrado(x):
    return x*x

def identidade(x):
    return x

def inv_quadrado(x):
    return 1/(x*x)

def somatorio(l_inf, l_sup, fun):
    resultado = 0
    i = l_inf
    while i <= l_sup:
        resultado += fun(i)
        i = i + 1
    return resultado


somatorio(1, 5, identidade)
```

Out[17]:
```
15
```

Funções como Parâmetros

Exemplo

- E se quisermos ter algo mais abstrato?
- Por exemplo, podemos querer avançar o somatório com um passo diferente de somar uma unidade...

In [21]:

```
def inc1(x):
    return x+1

def inc2(x):
    return x+2

def somatorio(l_inf, l_sup, fun_trans, fun_step):
    resultado = 0
    i = l_inf
    while i <= l_sup:
        resultado += fun_trans(i)
        i = fun_step(i)
    return resultado

somatorio(1, 5, identidade, inc2)
```

Out[21]: 9

Funções Lambda (funções anónimas)

- O cálculo **lambda** é um modelo de computação universal inventado pelo matemático Alonzo Church em 1941 e que serviu de inspiração a várias linguagens de programação.
  - O cálculo lambda permite-nos modelar funções, e.g.

$$\lambda(x)(x+3) \tag{1}$$

- Para avaliar uma função em cálculo lambda escreve-se em geral:

$$(\lambda(x)(x+3))3 \tag{2}$$

- Em Python, existe a possibilidade de definir funções anónimas recorrendo precisamente a uma notação inspirada no cálculo lambda, em BNF:

```
<função anónima> ::= lambda <parâmetros formais>: <expressão>
```

https://en.wikipedia.org/wiki/Lambda_calculus

Funções Lambda

Funções Lambda (funções anónimas) - Exemplos

- Definição:

```
lambda x : x+3
```

```
lambda x : x*x
```

```
lambda x,y : x+y
```

```
lambda x : 2*x if x%2!=0 else x
```

- Avaliação:

```
(lambda x : x + 3)(3)
```

In [34]:
```
(lambda x,y : x+y)(5, 6)
```

Out[34]:
```
11
```

Funções Lambda

- E para que podem ser úteis estas *funções anónimas*?
- Por exemplo, para definir as funções utilizadas como parâmetros em funções de ordem superior:

```
# soma naturais com incrementos de um em um
somatorio(1, 5, ???, ???)

# soma quadrados com incrementos de 1 em 1
somatorio(1, 5, ???, ???)

# soma_inv_quadrados_de_dois_em_dois!?!?
somatorio(1, 5, ???, ???)
```

In [ ]:

```
def somatorio(l_inf, l_sup, fun_trans, fun_inc):
    resultado = 0
    n = l_inf
    while n <= l_sup:
        resultado += fun_trans(n)
        n = fun_inc(n)
    return resultado


# soma naturais com incrementos de um em um
somatorio(1, 5, lambda x : x*x*x, lambda x : x+1)

# soma quadrados com incrementos de 1 em 1
somatorio(1, 5, lambda x: x*x, lambda x : x+1)

# soma_inv_quadrados_de_dois_em_dois!?!?
somatorio(1, 5, lambda x:1/(x*x), lambda x:x+2)
```

Ordenação e Funções Lambda

Exemplo

- Problema do *checksum* da cifra do Projeto 1:
  - Ordenar por ocurrências primeiro (decrescente)
  - Empates resolvidos em ordem alfabética (crescente)

```
>>> t = ((4, 'a'), (7,'b'), (1, 'c'), (1, 'd'), (1, 'e'))
>>> sorted(t)
[(1, 'c'), (1, 'd'), (1, 'e'), (4, 'a'), (7, 'b')]
>>> sorted(t, reverse=True)
[(7, 'b'), (4, 'a'), (1, 'e'), (1, 'd'), (1, 'c')]
```

- Podemos utilizar uma função para customizar a ordem do sort!!

```
>>> help(sorted)
sorted(iterable, /, *, key=None, reverse=False)
  Return a new list containing all items from the iterable in
ascending order.

  A custom key function can be supplied to customize the sort
order, and the
  reverse flag can be set to request the result in descending
order.
```

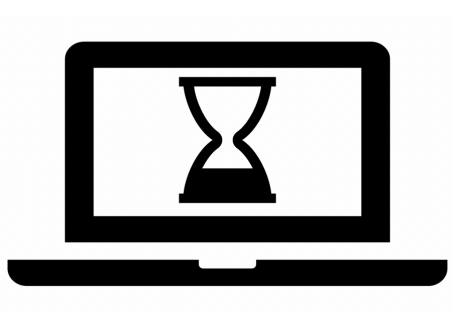
In [30]:

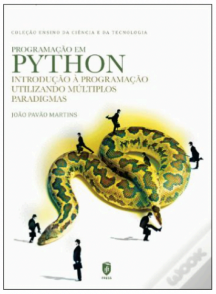
```
t = [(1,5), (4, 1), (2, 0), (3,1), (10, 6)]
print(sorted(t))
print(sorted(t, key = lambda x: x[1]))
```

```
[(1, 5), (2, 0), (3, 1), (4, 1), (10, 6)]
[(2, 0), (4, 1), (3, 1), (1, 5), (10, 6)]
```

Tarefas Próxima Aula

- Estudar matéria de funções de ordem superior
- A **avaliação** da ficha 6 inclui **funcionais sobre listas**





In [ ]: