

Aula Prática 10

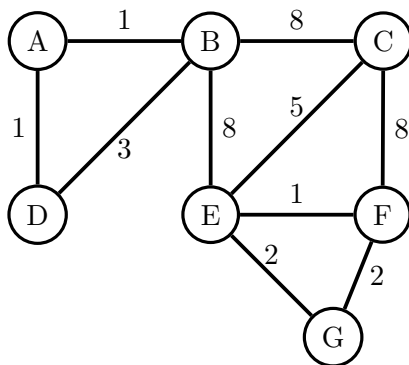
ASA 2022/2023

Q1 (CLRS Ex. 21.3-1) Show the data structure that results and the answers returned by the FIND-SET operations in the following program. Use a disjoint-set forest with union by rank and path compression.

```
for  $i \leftarrow 1$  to 16 do
  MAKE-SET( $x_i$ )
end for
for  $i \leftarrow 1$  to 15 by 2 do
  UNION( $x_i, x_{i+1}$ )
end for
for  $i \leftarrow 1$  to 13 by 4 do
  UNION( $x_i, x_{i+2}$ )
end for
UNION( $x_1, x_5$ )
UNION( $x_{11}, x_{13}$ )
UNION( $x_1, x_{10}$ )
FIND-SET( $x_2$ )
FIND-SET( $x_9$ )
```

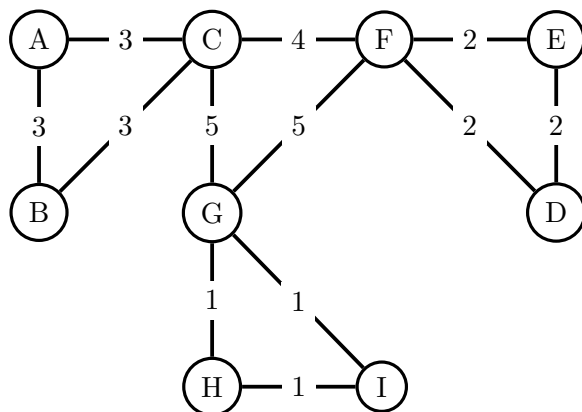
Assume that if the sets containing x_i and x_j have the same rank, then the operation UNION(x_i, x_j) considers x_j as the root.

Q2 (T1 06/07 I.3) Considere o seguinte grafo não dirigido.



Indique o peso total de uma árvore abrangente de menor custo, pelo algoritmo de Prim e pelo algoritmo de Kruskal.

Q3 (EE 20/21 I.b) Considere a execução do algoritmo de Kruskal no grafo não dirigido e pesado da figura. Durante a aplicação do algoritmo, arcos com o mesmo peso devem ser considerados por ordem lexicográfica.



Utilize a estrutura em árvore para representação de conjuntos disjuntos com a aplicação das heurísticas de união por categoria e compressão de caminhos. Para cada vértice indique os valores de categoria ($rank[v]$) e o valor do seu pai na árvore que representa os conjuntos ($p[v]$).

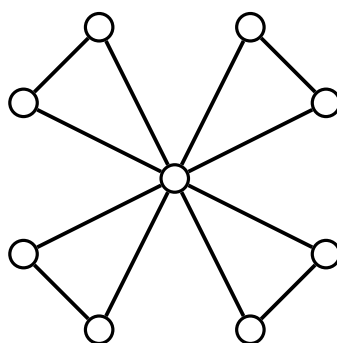
Nota: Na operação $Make-Set(v)$, o valor da categoria de v é inicializado a 0. Na operação de $Union(u, v)$, em caso de empate, considere que o representante de v é que fica na raiz.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
$rank[v]$									
$p[v]$									

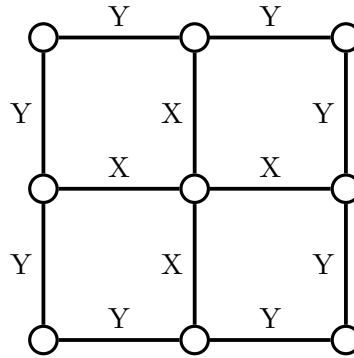
Indique ainda o peso da árvore abrangente, bem como o número de total de árvores abrangentes.

Pesos da MST:	
Número de MSTs:	

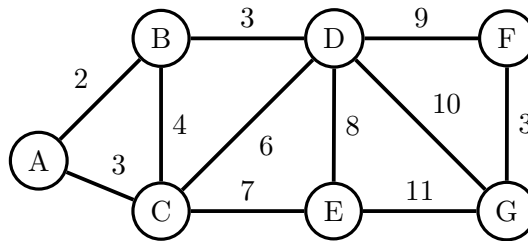
Q4 (T1 08/09 II.1) Considere o grafo não-dirigido e pesado da figura abaixo, para o qual os pesos dos arcos são desconhecidos. Qual o número máximo de árvores abrangentes de menor custo (MST) que podem existir neste grafo ?



Q5 (R1 08/09 II.1) Considere o grafo não-dirigido e pesado da figura abaixo, para o qual os pesos dos arcos podem assumir o valor X ou Y , conforme indicado. Assumindo que $X > Y$, qual o número máximo de MST que é possível obter, para uma determinada atribuição de valores para X e Y ?



Q6 (T1 07/08 II.1) Considere o seguinte grafo não-dirigido e pesado. Indique o peso de uma árvore abrangente de menor custo (MST) do grafo. Quantas árvores abrangentes de menor custo diferentes existem para este grafo?



Q7 (CLRS Ex. 21.3-4) Suppose that we wish to add the operation $\text{PRINT-SET}(x)$, which is given a node x and prints all the members of x 's set, in any order. Show how we can add just a single attribute to each node in a disjoint-set forest so that $\text{PRINT-SET}(x)$ takes time linear in the number of members of x 's set and the asymptotic running times of the other operations are unchanged. Assume that we can print each member of the set in $O(1)$ time.

Q8 (CLRS Ex. 23.2-2) Suppose that we represent the graph $G = (V, E)$ as an adjacency matrix. Give a simple implementation of Prim's algorithm for this case that runs in $O(V^2)$ time.

Q9 (CLRS Ex. 23.1-6) Show that a graph has a unique minimum spanning tree if, for every cut of the graph, there is a unique light edge crossing the cut. Show that the converse is not true by giving a counterexample.