Fundamentos da Programação

Metodologia dos Tipos Abstratos de Dados

Aula 16

José Monteiro

(slides adaptados do Prof. Alberto Abad)

Tipos Abstratos de Dados (TAD)

- Um **tipo de dados abstrato (TAD)** (ou *abstract data type* - ADT) é caracterizado pelo conjunto de operações que suporta e pelo conjunto de instâncias ou entidades associadas (domínio).
- Um TAD é um mecanismo de encapsulamento composto por:
  - Uma estrutura ou estruturas de dados.
  - Um conjunto de operações básicas.
  - Uma descrição precisa dos tipos das operações (chamados assinatura).
  - Um conjunto preciso de regras sobre como ele se comporta (chamado descrição axiomática).
  - Uma implementação oculta do cliente/programador.
- Nesta aula:
  - Metodologia para criar novos TADs
  - Barreiras de abstração

Metodologia dos Tipos Abstratos de Dados

- **Objetivo:** Separar o modo como os elementos de um tipo são utilizados do modo como esses elementos são representados e como as operações sobre os mesmos são implementadas.
- Passos a seguir:

  1. Identificação das operações básicas;

  2. Axiomatização das operações básicas;

  3. Escolha de uma representação (interna) para os elementos do tipo;

  4. Concretização das operações básicas.

Metodologia dos TAD: Operações Básicas

- Conjunto mínimo de operações que caracterizam o tipo. Também conhecido como **assinatura do tipo**.
- Dividem-se em seis grupos (podem não existir todas para um tipo específico):
  - **construtores**: permitem construir novos elementos do tipo;
  - **seletores**: permitem aceder às propriedades e partes dos elementos do tipo;
  - **modificadores**: permitem modificar os elementos do tipo;
  - **transformadores**: permitem transformar elementos do tipo em outro tipo;
  - **reconhecedores**: permitem reconhecer elementos como sendo do tipo ou distinguir elementos do tipo com características particulares;
  - **testes**: permitem efectuar comparações entre elementos do tipo.
- A definição de um TAD é independente da linguagem de programação e em geral é utilizada notação matemática.

Metodologia dos TAD: Operações Básicas

Exemplo de definição do tipo (imutável) complexo

Construtores:

```
cria_complexo : real x real --> complexo
cria_complexo(x, y) tem como valor o número complexo (x + y
i).

cria_complexo_zero : {} --> complexo
cria_complexo_zero() tem como valor o número complexo (0 + 0
i)
```

Seletores:

```
complexo_parte_real : complexo --> real
complexo_parte_real(z) tem como valor a parte real de z.

complexo_parte_imaginaria : complexo --> real
complexo_parte_imaginaria(z) tem como valor a parte
imaginária de z
```

Metodologia dos TAD: Operações Básicas

Exemplo de definição do tipo (imutável) complexo

Reconhecedores:

```
e_complexo : universal --> lógico
e_complexo(u) tem valor verdadeiro se e só se u é um número
complexo.

e_complexo_zero : complexo --> lógico
e_complexo_zero(z) tem como valor verdadeiro se a parte real
e a parte imaginária são ambas 0.

e_imaginario_puro : complexo --> lógico
e_imaginario_puro(z) tem como valor verdadeiro se z tem parte
real 0 e parte imaginária diferente de 0
```

Testes:

```
complexo_igual : complexo x complexo --> lógico
complexo_igual(z, w) tem valor verdadeiro se z e w
corresponderem ao mesmo número complexo
```

Transformadores:

```
complexo_para_string: complexo --> string
complexo_para_string(z) tem como valor a string com a
representação externa de z na forma 'x + y i'.

(Notar transformadores de saída e de entrada)
```

Metodologia dos TAD: Operações Básicas

Exemplo de assinatura do tipo (imutável) complexo

```
cria_complexo : real x real --> complexo
cria_complexo_zero : {} --> complexo
complexo_parte_real : complexo --> real
complexo_parte_imaginaria : complexo --> real
e_complexo : universal --> lógico
e_complexo_zero : complexo --> lógico
e_imaginario_puro : complexo --> lógico
complexo_igual : complexo x complexo --> lógico
complexo_para_string: complexo --> string
```

Metodologia dos TAD: Axiomatização

- Conjunto de expressões lógicas (axiomas) que têm de ser verdadeiras para qualquer realização/implementação do tipo.
- Axiomatização do tipo complexo:
  - *e_complexo(cria_complexo(x, y))*
  - *e_complexo(cria_complexo_zero())*
  - *e_complexo_zero(cria_complexo_zero())*
  - *complexo_igual(cria_complexo_zero(), cria_complexo(0, 0))*
  - *e_imaginario_puro(cria_complexo(0, y))*, para qualquer *y != 0*.
  - *complexo_parte_real(cria_complexo(x, y)) = x*, para quaisquer *x* e *y*.
  - *complexo_parte_imaginaria(cria_complexo(x, y)) = y*, para quaisquer *x* e *y*.
  - *complexo_igual(cria_complexo(x, y), cria_complexo(x, y))*, para quaisquer *x* e *y*.
  - *complexo_igual(z, cria_complexo(complexo_parte_real(z),complexo_parte_imaginaria(z)))*, se *e_complexo(z)*, indefinido caso contrário.

Metodologia dos TAD: Representação Interna

- Escolher uma representação interna para os elementos do tipo, tendo por base outros tipos existentes ou já definidos.
- Ter em conta aspetos de eficiência relativos à realização das operações básicas.
- Como exemplo, no caso dos números complexos e uma implementação em Python, podemos utilizar um tuplo de duas entradas.

Metodologia dos TAD: Implementação das Operações Básicas

- Realização/implementação das operações básicas, tendo em conta os passo anteriores: a **assinatura**, a **axiomatização** e a **representação interna**.
- Nestes exemplos vamos optar por uma representação com dicionários.

Construtores

In [6]:
```
def cria_complexo(x, y):
    if not(isinstance(x, (int, float)) and isinstance(y, (int, float))):
        raise ValueError('cria_complexo: argumentos inválidos, partes reais
    return {'real' : x, 'imaginario' : y}

def cria_complexo_zero():
    return {'real' : 0, 'imaginario' : 0}
```

Metodologia dos TAD: Implementação das Operações Básicas

- Realização/implementação das operações básicas, tendo em conta os passo anteriores: a **assinatura**, a **axiomatização** e a **representação interna**.

Seletores

In [9]:
```
def complexo_parte_real(z):
    if not e_complexo(z):
        raise ValueError('complexo_parte_real: argumento tem de ser um comp
    return z['real']

def complexo_parte_imaginaria(z):
    if not e_complexo(z):
        raise ValueError('complexo_parte_imaginaria: argumento tem de ser u
    return z['imaginario']
```

Metodologia dos TAD: Implementação das Operações Básicas

- Realização/implementação das operações básicas, tendo em conta os passo anteriores: a **assinatura**, a **axiomatização** e a **representação interna**.

Reconhecedores

In [18]:

```
def e_complexo(x):
    if isinstance(x, (dict)):
        if len(x) == 2 and 'real' in x and 'imaginario' in x:
            return isinstance(x['real'], (int, float)) \
                and isinstance(x['imaginario'], (int, float))
    return False

def e_complexo_zero(z):
    if not e_complexo(z):
        raise ValueError('e_complexo_zero: argumento tem de ser um complexo
    return zero(complexo_parte_real(z)) and zero(complexo_parte_imaginaria

def e_imaginario_puro(z):
    if not e_complexo(z):
        raise ValueError('e_imaginario_puro: argumento tem de ser um comple
    return zero(complexo_parte_real(z)) and zero(complexo_parte_imaginaria

def zero(x):
    return abs(x) < 0.0000001
```

Metodologia dos TAD: Implementação das Operações Básicas

- Realização/implementação das operações básicas, tendo em conta os passo anteriores: a **assinatura**, a **axiomatização** e a **representação interna**.

Testes

In [51]:

```
def complexo_igual(z, w):
    if not(e_complexo(z) and e_complexo(w)):
        raise ValueError('complexo_igual: argumentos têm de ser complexos'
    return zero(complexo_parte_real(z) - complexo_parte_real(w)) \
           and zero(complexo_parte_imaginaria(z) - complexo_parte_imaginari
```

Metodologia dos TAD: Implementação das Operações Básicas

- Realização/implementação das operações básicas, tendo em conta os passo anteriores: a **assinatura**, a **axiomatização** e a **representação interna**.

Tranformadores

In [19]:
```
def complexo_para_string(z):
    if not e_complexo(z):
        raise ValueError('complexo_para_string: argumento tem de ser um cor
    return str(complexo_parte_real(z)) + ('+' if complexo_parte_imaginaria
```

Metodologia dos TAD: Exemplos de Utilização

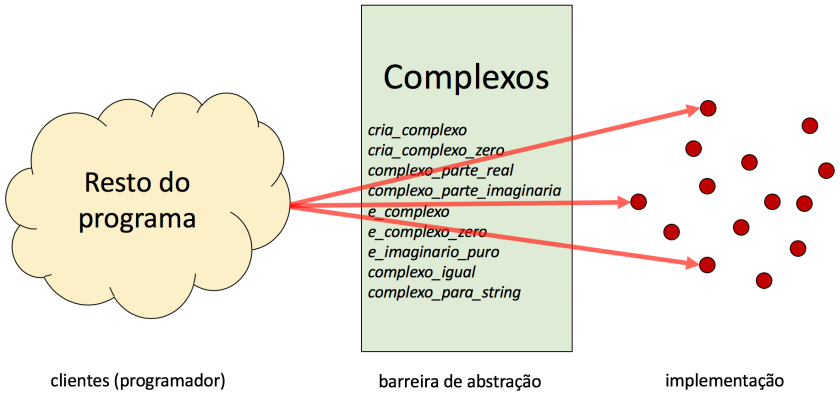
In [27]:
```
print(e_complexo(cria_complexo(1,10)))

a = cria_complexo(1,10)
print(complexo_parte_real(a) == 1)
print(complexo_para_string(a))


# cliente!!!!
def subtracao_complexo(a,b):
    if e_complexo(a) and e_complexo(b):
        p_r = complexo_parte_real(a) - complexo_parte_real(b)
        p_i = complexo_parte_imaginaria(a) - complexo_parte_imaginaria(b)
        return cria_complexo(p_r, p_i)
    raise ValueError()

b = cria_complexo(2,2)
c = complexo_para_string(subtracao_complexo(a,b))
print(c)
b
```

```
True
True
1+10i
-1+8i
```

Out[27]:
```
{'real': 2, 'imaginario': 2}
```

Barreiras de Abstração

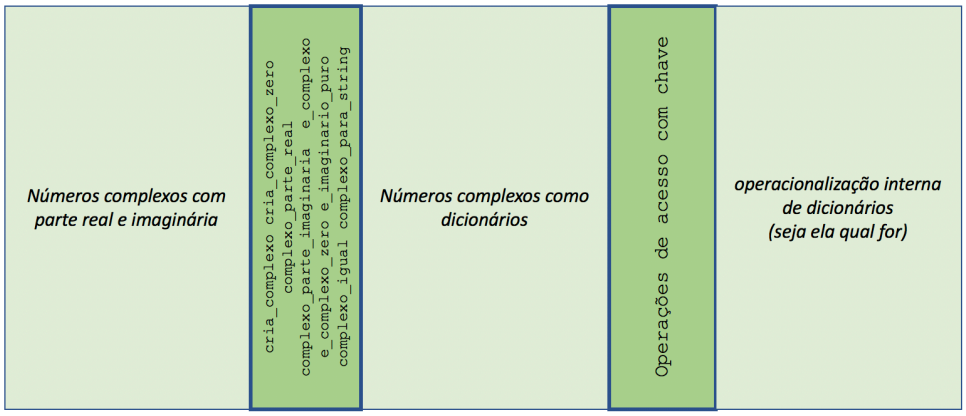
- A definição dum TAD implica a definição de uma barreira entre os programas (ou partes do programa) que utilizam a abstração de dados e os programas (ou partes do programa) que realizam/implementam a abstração de dados.
- Esta barreira denomina-se por **barreira de abstração**.



- Podemos considerar os TADs como tipos built-in:
  - Implementação escondida (ainda que não completamente)
  - Manipulação realizada através das operações básicas.

Barreiras de Abstração

- A violação das barreiras de abstração (utilização das representações internas por partes do programa que não na implementação das operações básicas) corresponde a uma má prática de programação:
  - Programas dependentes da representação
  - Programas de mais difícil leitura



Abstração de dados

Exercício - Racionais (I)

Um número racional é qualquer número que possa ser expresso como o quociente de dois inteiros: o numerador (um inteiro positivo, negativo ou nulo) e o denominador (um inteiro positivo). Os racionais a/b e c/d são iguais se e só se $a \times d = b \times c$.

- Especificar operações básicas
- Escolher uma representação
- **Escrever operações básicas**
- Escrever funções simétrico, soma e produto (respeitando barreiras de abstração)

Abstração de dados

Exercício - Racionais (I)

In [57]:

```
# construtor
def cria_racional(a, b):
    if isinstance(a, int) and isinstance(b, int) and b != 0:
        return (a, b)
    raise ValueError('')

# seletores
def numerador(r):
    if e_racional(r):
        return r[0]
    raise ValueError('')

def denominador(r):
    if e_racional(r):
        return r[1]
    raise ValueError('')

# reconhecedores
def e_racional(u):
    return isinstance(u, tuple) and len(u) == 2 and isinstance(u[0], int) a
        isinstance(u[1], int) and u[1] != 0

def e_racional_zero(u):
    if e_racional(r):
        return numerador(r) == 0
    raise ValueError('')

def e_inteiro(u):
    if e_racional(r):
        return numerador(r) % denominador(r) == 0
    raise ValueError('')

# testes
def racional_iguais(r1, r2):
    return numerador(r1) * denominador(r2) == numerador(r2) * denominador(r

# transformador de saída
def racional_para_string(r):
    return str(numerador(r)) + '/' + str(denominador(r))

a = cria_racional(1,2)
b = cria_racional(2,5)
print(racional_para_string(a))
print(racional_para_string(b))
racional_iguais(a,b)
```

Out[57]:

```
1/2
2/5
False
```

Abstração de dados

Exercício - Racionais (II)

Um número racional é qualquer número que possa ser expresso como o quociente de dois inteiros: o numerador (um inteiro positivo, negativo ou nulo) e o denominador (um inteiro positivo). Os racionais a/b e c/d são iguais se e só se $a \times d = b \times c$.

- Especificar operações básicas
- Escolher uma representação
- Escrever operações básicas
- **Escrever funções simétrico, soma e produto (respeitando barreiras de abstração)**

Abstração de dados

Exercício - Racionais (II)

Um número racional é qualquer número que possa ser expresso como o quociente de dois inteiros: o numerador (um inteiro positivo, negativo ou nulo) e o denominador (um inteiro positivo). Os racionais a/b e c/d são iguais se e só se $a \times d = b \times c$.

- Especificar operações básicas
- Escolher uma representação
- Escrever operações básicas
- **Escrever funções simétrico, soma e produto (respeitando barreiras de abstração)**

In [60]:

```
def simetrico(r):
    if e_racional(r):
        return cria_racional(-numerador(r), denominador(r))
    raise ValueError("")


def soma(r1, r2):
    if e_racional(r1) and e_racional(r2):
        n = numerador(r1) * denominador(r2) + numerador(r2) * denominador(r
        d = denominador(r1) *  denominador(r2)
        return cria_racional(n,d)
    raise ValueError("")

def produto(r1, r2):
    if e_racional(r1) and e_racional(r2):
        n = numerador(r1) * numerador(r2)
        d = denominador(r1) *  denominador(r2)
        return cria_racional(n,d)
    raise ValueError("")


print(racional_para_string(simetrico(a)))
print(racional_para_string(soma(a, b)))
print(racional_para_string(produto(a, b)))
```

```
-1/2
9/10
2/10
```

ATENÇÃO: Esta parte da matéria é central no Projeto 2 de FP!!!

Abstração de dados

Tarefas próximas aulas

- Estudar matéria Abstração e Tipos Abstratos de Dados:
    - Completar exemplos
- Nas aulas teóricas --> Ficheiros (capítulo 10 do livro)
- Na aula práticas --> TADs