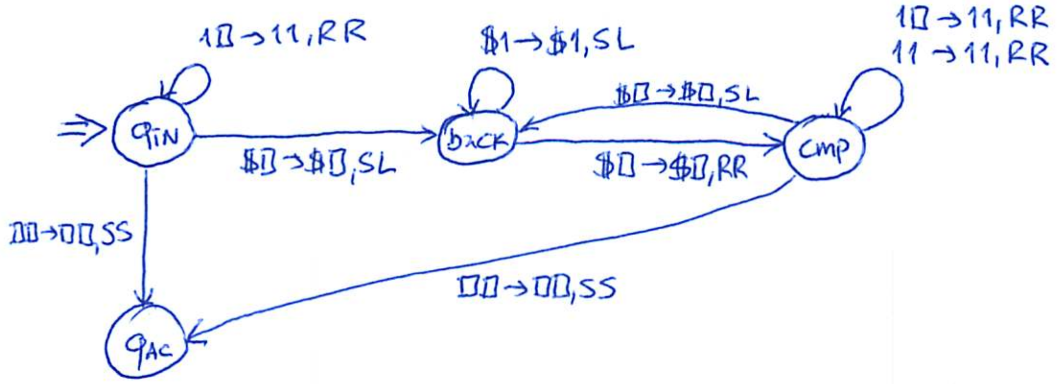
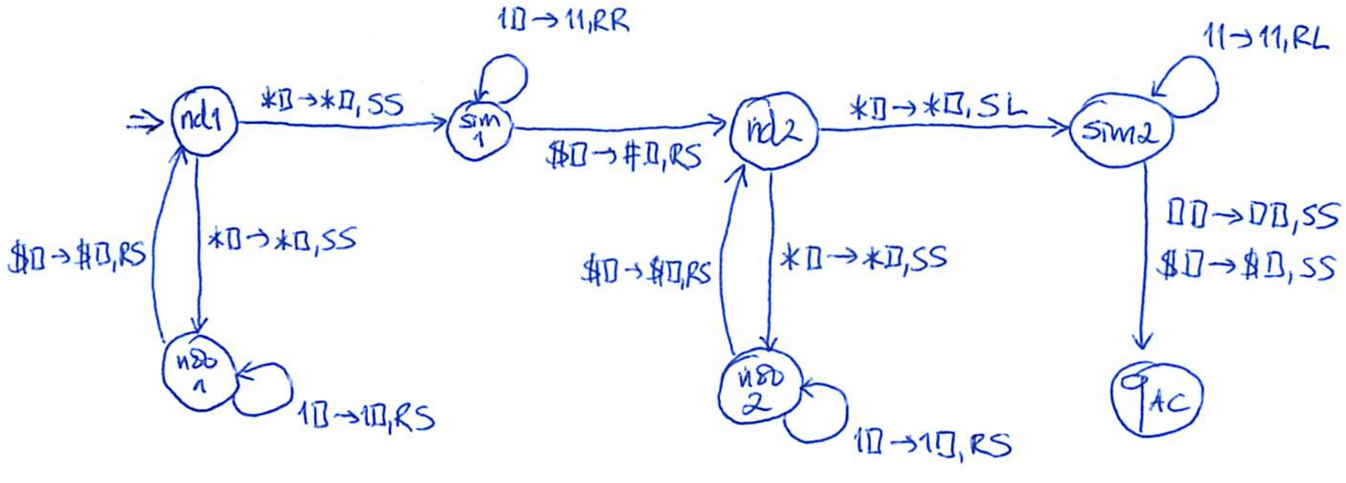
a) Basta considerar a MT de duas fitas seguinte, que reconhece a linguagem L_A.



A máquina avança pela lista, garantindo que cada número é menor ou igual ao seguinte.
Começa (qIN) por copiar o primeiro nº para a fita 2, em (back) regressa na fita 2 ao início desse nº, e em (cmp) garante que o nº seguinte é maior ou igual, substituindo por ele o nº da fita 2.

b) Basta considerar a MT não-determinista de duas fitas seguinte, que reconhece a linguagem L_B.



A máquina começa por escolher não-deterministicamente (nd1) um primeiro nº da lista, que copia para a fita 2 (sim1), e depois (nd2) escolher não-deterministicamente um segundo nº da lista, que compara com o primeiro (sim2), aceitando se forem iguais.

Instituto Superior Técnico – LEIC, Alameda

Teoria da Computação

Março 2022 MAP30–2A.1 Duração: 30m

Nome: ______________________ **Número:** ___________

a) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_A \subseteq \{1, \$\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$1^{n_1}\$1^{n_2}\$\ldots\$1^{n_k}$$

em que $k, n_1, n_2, \ldots, n_k \in \mathbb{N}_0$ e $n_1 \leq n_2 \leq \cdots \leq n_k$. Note que L_A é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária que estão ordenadas por ordem crescente, e nomeadamente que $11\$11\$1111 \in L_A$ mas $11\$1111\$111 \notin L_A$.

b) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing não-determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_B \subseteq \{1, \$\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$1^{n_1}\$1^{n_2}\$\ldots\$1^{n_k}$$

em que $k \in \mathbb{N}_0$ e existem $i \neq j$ tais que $n_i = n_j$. Note que L_B é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária que contêm algum valor repetido, e nomeadamente que $11\$1111\$11 \in L_B$ mas $11\$1111\$111 \notin L_B$.

Instituto Superior Técnico – LEIC, Alameda

Teoria da Computação

Março 2022 MAP30–2A.2 Duração: 30m

Nome: ________________________ **Número:** ____________

a) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_A \subseteq \{a, \#\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$a^{m_1}\#a^{m_2}\#\ldots\#a^{m_k}$$

em que $k, m_1, m_2, \ldots, m_k \in \mathbb{N}_0$ e $m_1 \leq m_2 \leq \cdots \leq m_k$. Note que L_A é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária que estão ordenadas por ordem crescente, e nomeadamente que $aa\#aa\#aaaa \in L_A$ mas $aa\#aaaa\#aa \notin L_A$.

b) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing não-determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_B \subseteq \{a, \#\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$a^{m_1}\#a^{m_2}\#\ldots\#a^{m_k}$$

em que $k \in \mathbb{N}_0$ e existem $i \neq j$ tais que $m_i = m_j$. Note que L_B é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária que contêm algum valor repetido, e nomeadamente que $aa\#aaaa\#aa \in L_B$ mas $aa\#aaaa\#aaa \notin L_B$.

Instituto Superior Técnico – LEIC, Alameda

Teoria da Computação

Março 2022 MAP30–2B.1 Duração: 30m

Nome: ________________________ **Número:** ____________

a) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_A \subseteq \{1, \$\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$1^{n_1}\$1^{n_2}\$\ldots\$1^{n_k}$$

em que $k, n_1, n_2, \ldots, n_k \in \mathbb{N}_0$ e $n_1 < n_2 < \cdots < n_k$. Note que L_A é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária que estão ordenadas por ordem estritamente crescente, e nomeadamente que $1\$111\$1111 \in L_A$ mas $11\$11\$1 \notin L_A$.

b) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing não-determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_B \subseteq \{1, \$\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$1^{n_1}\$1^{n_2}\$\ldots\$1^{n_k}$$

em que $k \in \mathbb{N}_0$ e existem $i \neq j$ tais que $n_i \neq n_j$. Note que L_B é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária em que os valores não são todos iguais, e nomeadamente que $11\$1111\$11 \in L_B$ mas $11\$11\$11 \notin L_B$.

Instituto Superior Técnico – LEIC, Alameda

Teoria da Computação

Março 2022 MAP30–2B.2 Duração: 30m

Nome: ______________________ **Número:** ___________

a) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_A \subseteq \{a, \#\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$a^{m_1}\#a^{m_2}\#\ldots\#a^{m_k}$$

em que $k, m_1, m_2, \ldots, m_k \in \mathbb{N}_0$ e $m_1 < m_2 < \cdots < m_k$. Note que L_A é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária que estão ordenadas por ordem estritamente crescente, e nomeadamente que $a\#aaa\#aaaa \in L_A$ mas $aa\#aa\#a \notin L_A$.

b) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing não-determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_B \subseteq \{a, \#\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$a^{m_1}\#a^{m_2}\#\ldots\#a^{m_k}$$

em que $k \in \mathbb{N}_0$ e existem $i \neq j$ tais que $m_i \neq m_j$. Note que L_B é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária em que os valores não são todos iguais, e nomeadamente que $aa\#aaaa\#aa \in L_B$ mas $aa\#aa\#aa \notin L_B$.

Instituto Superior Técnico – LEIC, Alameda

Teoria da Computação

Março 2022 MAP30–2C.1 Duração: 30m

Nome: ________________________ **Número:** ____________

a) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é computável a função f_A que para cada palavra de *input* da forma $1^{n_1}\$1^{n_2}\$\ldots\$1^{n_k}$ (com $k, n_1, n_2, \ldots, n_k \in \mathbb{N}_0$ e $k \geq 1$) devolve como *output* a palavra $1^{\max(n_1,n_2,\ldots,n_k)}$.

Note que f_A calcula o valor máximo de uma lista não vazia de naturais, em notação unária, e nomeadamente que $f_A(1\$1111\$11) = 1111$.

b) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing não-determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_B \subseteq \{0, 1, \$\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$w_1\$w_2\$\ldots\$w_k$$

em que $k \in \mathbb{N}_0$, cada $w_i \in \{0, 1\}^*$ e existem $i \neq j$ tais que $|w_i| = |w_j|$. Note que L_B é portanto constituída pelas listas de palavras de $\{0, 1\}^*$ em que há pelo menos duas palavras com o mesmo comprimento, e nomeadamente que $101\$11\$011 \in L_B$ mas $11\$0\$101 \notin L_B$.

Instituto Superior Técnico – LEIC, Alameda

Teoria da Computação

Março 2022 MAP30–2C.2 Duração: 30m

Nome: ______________________ **Número:** ___________

a) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é computável a função f_A que para cada palavra de *input* da forma $a^{m_1}\#a^{m_2}\#\ldots\#a^{m_k}$ (com $k, m_1, m_2, \ldots, m_k \in \mathbb{N}_0$ e $k \geq 1$) devolve como *output* a palavra $a^{\max(m_1, m_2, \ldots, m_k)}$.

Note que f_A calcula o valor máximo de uma lista não vazia de naturais, em notação unária, e nomeadamente que $f_A(a\#aaaa\#aa) = aaaa$.

b) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing não-determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_B \subseteq \{a, b, \#\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$v_1\#v_2\#\ldots\#v_k$$

em que $k \in \mathbb{N}_0$, cada $v_i \in \{a, b\}^*$ e existem $i \neq j$ tais que $|v_i| = |v_j|$. Note que L_B é portanto constituída pelas listas de palavras de $\{a, b\}^*$ em que há pelo menos duas palavras com o mesmo comprimento, e nomeadamente que $bab\#bb\#abb \in L_B$ mas $bb\#a\#bab \notin L_B$.

Instituto Superior Técnico – LEIC, Alameda

Teoria da Computação

Março 2022 MAP30–2D.1 Duração: 30m

Nome: ______________________ **Número:** ___________

a) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_A \subseteq \{1, \$\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$1^{n_1}\$1^{n_2}\$\dots\$1^{n_k}$$

em que $k, n_1, n_2, \dots, n_k \in \mathbb{N}_0$ e $n_1 < n_2 < \dots < n_k$. Note que L_A é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária que estão ordenadas por ordem estritamente crescente, e nomeadamente que $1\$111\$1111 \in L_A$ mas $11\$11\$1 \notin L_A$.

b) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing não-determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_B \subseteq \{1, \$\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$1^{n_1}\$1^{n_2}\$\dots\$1^{n_k}$$

em que $k \in \mathbb{N}_0$ e existem $i \neq j$ tais que $n_i \neq n_j$. Note que L_B é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária em que os valores não são todos iguais, e nomeadamente que $11\$1111\$11 \in L_B$ mas $11\$11\$11 \notin L_B$.

Instituto Superior Técnico – LEIC, Alameda

Teoria da Computação

Março 2022 MAP30–2D.2 Duração: 30m

Nome: ________________________ **Número:** ____________

a) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_A \subseteq \{a, \#\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$a^{m_1}\#a^{m_2}\#\ldots\#a^{m_k}$$

em que $k, m_1, m_2, \ldots, m_k \in \mathbb{N}_0$ e $m_1 < m_2 < \cdots < m_k$. Note que L_A é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária que estão ordenadas por ordem estritamente crescente, e nomeadamente que $a\#aaa\#aaaa \in L_A$ mas $aa\#aa\#a \notin L_A$.

b) (2.0 valores) Mostre (construindo uma máquina de Turing não-determinista, possivelmente bidireccional, multifita e com movimentos-S) que é reconhecível a linguagem $L_B \subseteq \{a, \#\}^*$ constituída por todas as palavras da forma

$$a^{m_1}\#a^{m_2}\#\ldots\#a^{m_k}$$

em que $k \in \mathbb{N}_0$ e existem $i \neq j$ tais que $m_i \neq m_j$. Note que L_B é portanto constituída pelas listas de naturais em notação unária em que os valores não são todos iguais, e nomeadamente que $aa\#aaaa\#aa \in L_B$ mas $aa\#aa\#aa \notin L_B$.