



Solução do Segundo Teste

14 de Junho de 2014

09:00–10:30

1. (1.5) Para cada uma das seguintes questões, indique se é verdadeira ou falsa. Cada resposta certa vale 0.5 valores e *cada resposta errada desconta 0.2 valores*.

- (a) Num BDD não ordenado podem existir caminhos com ordenações incompatíveis.

Resposta:

Verdadeira

- (b) As ordenações para BDDs $[P, Q, S]$ e $[R, P, S, T, Q]$ são compatíveis.

Resposta:

Falsa

- (c) Em lógica de primeira ordem, uma interpretação é uma função que tem como domínio as entidades da conceptualização e como contradomínio as entidades da linguagem.

Resposta:

Falsa

2. (1.0) Escolha a *única* resposta *correcta* para a seguinte questão. Uma resposta certa vale 1 valor e *uma resposta errada desconta 0.4 valores*.

- (a) Considere as seguintes fórmulas em lógica proposicional: $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \vee Q)$ e $(P \rightarrow \neg Q) \wedge (P \wedge Q)$.

A. As duas fórmulas são contradições.

B. As duas fórmulas são tautologias.

C. A primeira fórmula é uma contradição e a segunda é uma tautologia.

D. A primeira fórmula é uma tautologia e a segunda é uma contradição.

Resposta:

D

3. (1.0) Escolha a *única* resposta *incorrecta* para a seguinte questão. Uma resposta certa vale 1 valor e *uma resposta errada desconta 0.4 valores*.

- (a) Tendo em atenção a classificação das *fdfs* sob o ponto de vista semântico, considere as seguintes afirmações:

A. Uma *fbf* falsificável pode ser contraditória.

-
- B. Uma *f*_{*b*}*f* tautológica é satisfazível.
C. Uma *f*_{*b*}*f* satisfazível pode ser contraditória.
D. Uma *f*_{*b*}*f* satisfazível pode ser tautológica.

Resposta:

C.

4. (1.5) Considere que o predicado *nth*/3 está definido. A proposição *nth*(*Pos*, *Lst*, *Elem*), afirma que *Elem* é o elemento que ocupa a posição *Pos* da lista *Lst*. Considere o predicado *xpto*(*Pos*, *Num*, *Lista*), definido como se segue:

```
xpto(Pos, Num, Lista) :- nth(Pos, Lista, Ele),  
                           Ele < Num.
```

Escolha a única resposta correcta para as seguintes questões. Cada resposta certa vale 0.5 valores e *cada resposta errada desconta 0.2 valores*.

- (a) A resposta ao objectivo `?- xpto(6, 11, [5, 4, 5, 8, 9, 10]).` é:
A. false.
B. true.
C. *X* = 10.
D. Nenhuma das anteriores.

Resposta:

B

- (b) A resposta ao objectivo `?- xpto(6, 5, [5, 4, 5, 8, 9, 10]).` é:
A. false.
B. true.
C. *X* = 10.
D. Nenhuma das anteriores.

Resposta:

A

- (c) A resposta ao objectivo `?- xpto(10, 5, [5, 4, 5, 8, 9, 10]).` é:
A. false.
B. true.
C. *X* = 9.
D. Nenhuma das anteriores.

Resposta:

A

5. (1.5) Considere o seguinte programa em PROLOG:

```
a_1(X, Y) :- !, b(X), c(Y).  
a_2(X, Y) :- b(X), !, c(Y).  
a_3(X, Y) :- b(X), c(Y), !.
```

```
b(0).  
b(1).  
c(2).  
c(3).
```

e as seguintes respostas:

(a) X = 0, Y = 2 ; X = 0, Y = 3 ; X = 1, Y = 2 ; X = 1, Y = 3 .	(b) X = 0, Y = 2 .	(c) X = 0, Y = 2 ; X = 0, Y = 3 .
--	-----------------------	--

Escolha a *única* resposta *correcta* para as seguintes questões. Cada resposta certa vale 0.5 valores e *cada resposta errada desconta 0.2 valores*.

(a) A resposta ao objectivo $a_1(X, Y)$ é:

- A. (a)
- B. (b)
- C. (c)
- D. Nenhuma delas

Resposta:

A.

(b) A resposta ao objectivo $a_2(X, Y)$ é:

- A. (a)
- B. (b)
- C. (c)
- D. Nenhuma delas

Resposta:

C.

(c) A resposta ao objectivo $a_3(X, Y)$ é:

- A. (a)
- B. (b)
- C. (c)
- D. Nenhuma delas

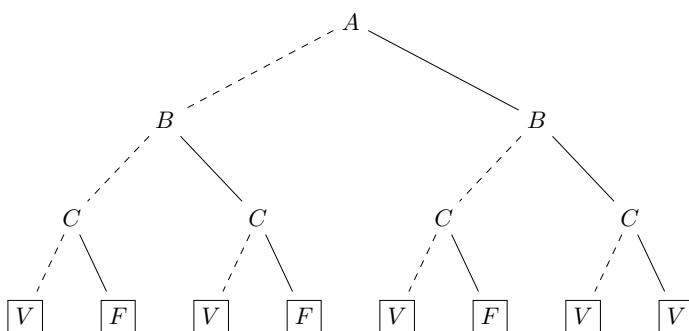
Resposta:

B.

6. Considere a $fbf(A \wedge B) \vee \neg C$.

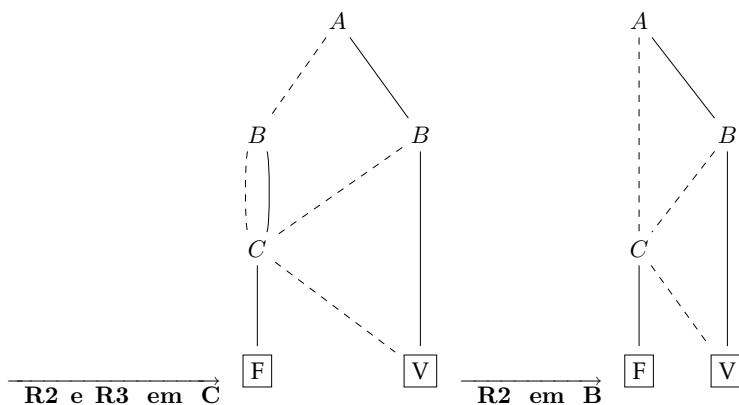
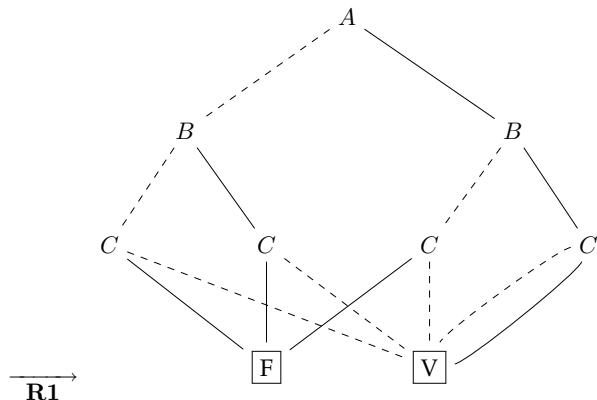
(a) (0.5) Construa a sua árvore de decisão binária.

Resposta:



(b) (1.0) Determine o seu BDD reduzido, indicando todos os passos.

Resposta:



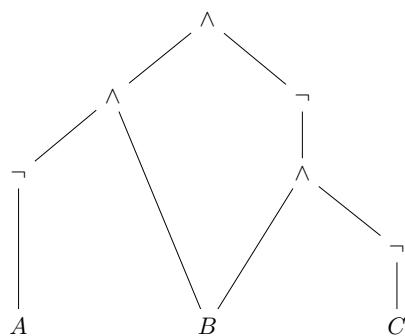
(c) (0.5) Com base no BDD reduzido, indique os seus modelos.

Resposta:

Os seus modelos correspondem aos caminhos desde a raiz até à folha V :

- $I(A) = I(B) = V$ e $I(C)$ qualquer;
- $I(A) = I(C) = F$ e $I(B)$ qualquer;
- $I(A) = V$ e $I(C) = I(B) = F$.

7. Considere o seguinte DAG.



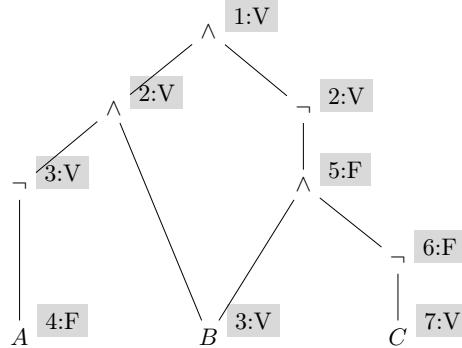
(a) (0.5) Diga a que *fbf* corresponde.

Resposta:

$$(\neg A \wedge B) \wedge \neg(B \wedge \neg C)$$

- (b) (1.0) Mostre que a *fbf* é satisfazível aplicando o algoritmo de propagação de marcas. Indique no DAG os valores associados a cada nó.

Resposta:



- (c) (0.5) Indique a testemunha encontrada.

Resposta:

A interpretação I , tal que $I(A) = F$, $I(B) = V$ e $I(C) = V$, é uma testemunha.

8. (1.0) Determine se $(P \vee Q) \rightarrow R$ é uma consequênciâa semântica do conjunto $\Delta = \{P \rightarrow R, Q \rightarrow R\}$, preenchendo apenas as posições necessárias da tabela abaixo. Justifique a sua resposta.

Interpretação	P	Q	R	$P \rightarrow R$	$Q \rightarrow R$	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \rightarrow R$
I_1	V	V	V	V	V		
I_2	V	V	F	F	F		
I_3	V	F	V	V	V		
I_4	V	F	F	F	V		
I_5	F	V	V	V	V		
I_6	F	V	F	V	F		
I_7	F	F	V	V	V		
I_8	F	F	F	V	V		

Resposta:

Para provar que $(P \vee Q) \rightarrow R$ é (ou não é) consequênciâa semântica do conjunto Δ , basta provar que $(P \vee Q) \rightarrow R$ é (ou não é) verdadeira em todos os modelos de Δ , ou seja, nas interpretações I_1, I_3, I_5, I_7, I_8 .

Interpretação	P	Q	R	$P \rightarrow R$	$Q \rightarrow R$	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \rightarrow R$
I_1	V	V	V	V	V	V	V
I_2	V	V	F	F	F		
I_3	V	F	V	V	V	V	V
I_4	V	F	F	F	V		
I_5	F	V	V	V	V	V	V
I_6	F	V	F	V	F		
I_7	F	F	V	V	V	F	V
I_8	F	F	F	V	V	F	V

Como $(P \vee Q) \rightarrow R$ é verdadeira em todos os modelos de Δ , podemos concluir que é consequênciâa semântica do conjunto Δ .

9. Considere o conjunto de cláusulas $\{\{\neg A, C\}, \{B, C, \neg D\}, \{A, \neg B, C\}, \{D\}, \{\neg C\}\}$ e a ordem $A \prec B \prec C \prec D$ entre os símbolos de proposição.

(a) (1.0) Complete a figura que se segue resultante da aplicação do algoritmo DP.

Baldes	Cláusulas originais	Resolventes
b_A		
b_B		
b_C		
b_D		

Resposta:

Baldes	Cláusulas originais	Resolventes
b_A	$\{\neg A, C\} \{A, \neg B, C\}$	
b_B	$\{B, C, \neg D\}$	$\{\neg B, C\}$
b_C	$\{\neg C\}$	$\{C, \neg D\}$
b_D	$\{D\}$	$\{\neg D\} \{\}$

(b) (0.5) O que pode concluir após a aplicação do algoritmo? Justifique.

Resposta:

O conjunto de cláusulas não é satisfazível porque foi gerada a cláusula vazia como resultado da aplicação do algoritmo DP.

10. Considere a conceptualização (D, F, R) em que:

$$D = \{\diamond, \square, \odot\}$$

$$F = \{\}$$

$$R = \{\{(\odot)\}, \{(\diamond), (\square)\}, \{(\diamond, \odot), (\diamond, \square), (\square, \odot), (\odot, \square)\}\}.$$

Considere a interpretação I : $\{a, b, c, P, Q, S\} \mapsto D \cup F \cup R$, tal que:

$$I(a) = \diamond$$

$$I(b) = \square$$

$$I(c) = \odot$$

$$I(P) = \{(\odot)\}$$

$$I(Q) = \{(\diamond), (\square)\}$$

$$I(S) = \{(\diamond, \odot), (\diamond, \square), (\square, \odot), (\odot, \square)\}$$

Considere o conjunto de *fbs*

$$\Delta = \{P(c), P(a), Q(b), S(c, b)\}$$

(a) (1.0) Para cada *fbs* de Δ , diga se é ou não satisfeita pela interpretação I , preenchendo a tabela abaixo.

<i>fbs</i>	Satisfieta por I ? (S/N)
$P(c)$	
$P(a)$	
$Q(b)$	
$S(c, b)$	

Resposta:

<i>fbd</i>	Satisfita por I ? (S/N)
$P(c)$	S
$P(a)$	N
$Q(b)$	S
$S(c, b)$	S

(b) (0.5) Complete a seguinte frase:

A interpretação I é / não é (*risque o que não interessa*) um modelo de Δ , porque _____.

Resposta:

A interpretação I não é um modelo de Δ , porque não satisfaz todas as *fbd*s de Δ .

11. Complete a implementação dos seguintes predicados:

(a) (0.5) Considere o predicado `nth/3`. A proposição `nth(Pos, Lst, Elem)`, afirma que `Elel` é o elemento que ocupa a posição `Pos` da lista `Lst`. Complete a definição do predicado `nth`:

```
/* Escreva aqui a condição de paragem em falta */
```

```
nth(Pos, [__|Tail], Elel) :-  
    Pos_1 is Pos - 1,  
    nth(Pos_1, Tail, Elel).
```

Resposta:

```
nth(1, [Elel|__], Elel) :- !.  
nth(Pos, [__|Tail], Elel) :-  
    Pos_1 is Pos - 1,  
    nth(Pos_1, Tail, Elel).
```

(b) (0.5) `substitui(Lista1, X, Y, Lista2)` em que `Lista2` é a lista obtida substituindo TODAS as ocorrências do inteiro `X` por `Y` (`Y` não tem de ser um inteiro) na lista `Lista1` (por exemplo, verifica-se `substitui([1, 2, 1], 1, batata, [batata, 2, batata])`).

```
substitui([], __, __, []).  
substitui([H|T], E1, E2, [E2|L2]) :-  
    H == E1, !, substitui(T, E1, E2, L2).  
/* Escreva aqui a cláusula em falta */
```

Resposta:

```
substitui([], __, __, []).  
substitui([H|T], E1, E2, [E2|L2]) :-  
    H == E1, !, substitui(T, E1, E2, L2).  
substitui([H|T], E1, E2, [H|L2]) :-  
    H \= E1, substitui(T, E1, E2, L2).
```

-
12. Considere a definição da função f .

$$f(n) = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ 5 & n = 1 \\ f(n - 2) + n^2 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) (1.0) Defina a função f em PROLOG.

Resposta:

```
f(0, 0).
f(1, 5).
f(N, R) :- N > 1,
           N2 is N - 2,
           f(N2, FN2),
           NQ is N ** 2,
           R is FN2 + NQ.
```

- (b) (0.5) Indique qual o resultado de avaliar $f(2, X)$.

Resposta:

```
?- f(2, X).
X = 4 ;
false.
```

- (c) (0.5) Indique qual o resultado de avaliar $f(X, 2)$. Justifique este comportamento.

Resposta:

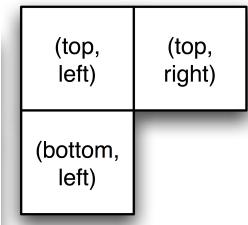
```
?- f(X, 2).
ERROR: >/2: Arguments are not sufficiently instantiated
```

13. Considere o projecto que implementou este ano em LP (na figura pode relembrar como é identificada cada posição).

(top, left)	(top, middle)	(top, right)
(center, left)	(center, middle)	(center, right)
(bottom, left)	(bottom, middle)	(bottom, right)

- (a) (0.5) Considere a pista `cantoTopLeft`, de aridade 4 (ex: `cantoTopLeft(peca(circulo, amarelo), bottom, left, Tabuleiro)`), tal como definida no projecto.

cantoTopLeft



Para a seguinte afirmação escolha a única resposta correcta. A resposta correcta vale 0.5 valores e uma resposta errada *desconta* 0.2 valores. Uma implementação possível desta pista seria:

- A. cantoTopLeft(Peca, Linha, Coluna, Tabuleiro) :-
(coloca(Peca, Linha, Coluna, Tabuleiro);
 coloca(Peca, center, middle, Tabuleiro);
 coloca(Peca, center, Coluna, Tabuleiro)).
- B. cantoTopLeft(Peca, Linha, Coluna, Tabuleiro) :-
(coloca(Peca, Linha, _, Tabuleiro);
 coloca(Peca, Linha, middle, Tabuleiro);
 coloca(Peca, center, middle, Tabuleiro);
 coloca(Peca, center, _, Tabuleiro)).
- C. cantoTopLeft(Peca, Linha, Coluna, Tabuleiro) :-
(coloca(Peca, Linha, Coluna, Tabuleiro);
 coloca(Peca, Linha, middle, Tabuleiro);
 coloca(Peca, center, middle, Tabuleiro);
 coloca(Peca, center, Coluna, Tabuleiro)).
- D. cantoTopLeft(Peca, Linha, Coluna, Tabuleiro) :-
(coloca(Peca, Linha, Coluna, Tabuleiro);
 coloca(Peca, center, middle, Tabuleiro)).
- E. Nenhuma das anteriores

Resposta:

C

- (b) (1.0) Suponha agora que em vez de um tabuleiro com 9 posições, tem em mãos um tabuleiro com 4 posições – (top, left), (top, right), (bottom, left), (bottom, right). Tendo em conta a matriz de quatro posições, implemente o predicado cantoTopLeft/4 (se quiser usar o predicado coloca/4 terá de o implementar).

Resposta:

```
cantoTopLeft(Peca, Linha, Coluna, Tabuleiro) :-  
    coloca(Peca, Linha, Coluna, Tabuleiro).  
  
    coloca(A, top, left, [A,_,_,_]).  
    coloca(A, top, right, [_,A,_,_]).  
    coloca(A, bottom, left, [_,_,A,_]).  
    coloca(A, bottom, right, [_,_,_,A]).
```

-
14. (1.0) Assuma a existência do predicado `membro/2` que indica se um elemento é membro de uma lista. Utilizando a negação em PROLOG (`not`), defina, numa única cláusula, o predicado `disjuntas/2`, onde `disjuntas(L1, L2)` tem o valor verdadeiro quando as listas `L1` e `L2` não têm elementos em comum.

Resposta:

```
disjuntas(L1, L2) :- not((membro(X, L1), membro(X, L2))).
```