João Morado Santos Lisboa - SZ111BSI249

1)

a) $\underset{\forall}{\text{Todas}}$ $\underbrace{\text{as pessoas}}_{x}$ $\underbrace{\text{têm uma mãe}}_{g(x,y)}$

$\cancel{(\forall x \exists y (g(x,y)))}$ $\forall x \exists y (g(y,x))$

b) $\underset{\forall}{\text{Todas}}$ $\underbrace{\text{as pessoas}}_{x}$ $\underbrace{\text{têm um pai}}_{f}$ e $\underbrace{\text{uma mãe}}_{g}$

$\forall x \exists y \exists z (f(y,x) \land g(z,x))$

c) $\underbrace{\text{Todo mundo}}_{\forall x}$ $\underbrace{\text{que têm uma } \overset{y}{\text{mãe}}}_{g}$ $\underbrace{\text{também têm um } \overset{z}{\text{pai}}}_{f}$

$\forall x (\exists y (g(y,x)) \to (\exists z (f(z,x)))$

d) $\underset{e}{\text{Ed}}$ $\underbrace{\text{é avô}}$

$f(e,y) \land (f(y,z) \lor g(y,z)) \land (\neg (f(y,z) \land g(y,z)))$

$\to H$ $b(x,y) \land (f(y,z) \lor g(y,z)) \land (\neg (f(y,z) \land g(y,z)))$

e) $\underset{\sim\exists}{\text{nenhum}}$ $\underset{x}{\text{tio}}$ é tia $W \to b(w,y) \land$ ___ , ___ $\to G$

$\sim \exists x (H \land G)$

$\overbrace{g(x,y) \land (g(y,z) \lor f(y,z)) \land (\neg (g(y,z) \land f(y,z)))}^{H}$

f) $\underset{\neg}{\text{nenhuma}}$ $\underset{x}{\text{avó}}$ de alguém é pai de alguém

$\neg [\exists x (H \land f(x,w))]$

g) Ed e patricia $\underbrace{\text{são casados}}$

$\downarrow$ e $\downarrow$ p $h(x,y)$

$h(e,p)$

$\Rightarrow$ C é irmão de x e x é casado com m (vice e versa)

h) Carlos é $\overbrace{\text{cunhado}}$ de monique

$\downarrow$ c $\downarrow$ m

$b(c,y) \wedge h(y,m)$

2)

a) Todo brasileiro $\underbrace{\text{é tecnico de futebol}}_{P}$

$\downarrow \forall$ $\downarrow x$

$(\forall x) P(x)$

b)

Há brasileiros $\underbrace{\text{que já viram a neve}}_{P}$, mas ñ há filandeses $\underbrace{\text{que nunca}}_{\neg P}$

$\downarrow \exists$ $\downarrow x$ $\wedge$ $\neg$ $\downarrow \exists$ $\downarrow y$

ou $(\exists x)(b(x) \wedge P(x)) \wedge \neg(F(x) \wedge \sim P(x))$

$[(\exists x\ P(x)) \wedge (\neg \exists y\ \neg P(y))]$

c) Todo $\underbrace{\text{ser humano}}_{x}$ ou $\underbrace{\text{é do hemisferio sul}}_{P}$ ou $\underbrace{\text{é do hemisferio norte}}_{Q}$

$\downarrow \forall$ $\vee$ $\vee$

$\forall(x)(P(x) \vee q(x)) \wedge (\neg(P(x) \wedge q(x)))$

d) Existe um $\underbrace{\text{ser humano}}_{x}$ $\underbrace{\text{que mora na Lua}}_{p}$

$\exists$

$\exists x\, p(x)$

e) $\underset{x}{\text{Quem}}$ $\underbrace{\text{não arrisca}}_{p}$ não $\underbrace{\text{petisca}}_{q}$

$\neg p(x) \rightarrow \neg q(x)$

3)

Domínio [N]

$p(x)$: x é par

$q(x,y)$: $x = 2 \cdot y$

$r(x,y,z)$: $z = x + y$

$s(x,y)$: $y = x + 1$

a) $(\forall x)\, p(x) \rightarrow$ todo número natural é par

c) $(\forall x)(\forall y)(\exists z)(r(x,y,z))$

Todo x, existe y e existe z tal que z = d

$x = 3$
$y = 4$
$z = 7$

Todo numero natural somado a outro numero natural resulta em um numero natural

d) $(\forall x)(\forall y)\,(s(x,y) \rightarrow (p(x) \wedge p(y)))$

Para todos numeros naturais, se o ~~par~~ segundo for antecessor do primeiro, então, ambos são pares.

d) ~~$(\forall x)(\exists y)(Q$~~

$(\forall x)(\exists y)(s(x,y))$

Todo numero natural tem um sucessor

e) $(\forall y)(\exists x)(q(x,y)$

Todo numero natural tem seu dobro

f) $(\forall x)(\forall y)(q(x,y)) \to p(x)$

O dobro de qualquer número natural é um numero par.

4. $\exists x(P(y,z) \wedge (\forall y(\neg Q(y,x) \vee P(y,z))))$

def: A variavel x ocorre livre em uma formula α se x ocorre fora do escopo dos quantificadores

a) Livres em A = z ligados = x e y

b) sim, o y na formula $P(y,z)$ não está quantificado, Portanto, nesse contexto é uma variavel livre.

5.

a) $\exists x N(x) \to$ Algum estudante da minha escola visitou a Dakota do Norte

b) $\forall x N(x) \to$ todos estudantes da minha escola visitaram a Dakota do Norte.

c) $\neg\exists x N(x) \to$ Não há estudantes que visitaram a Dakota do Norte

d) $\exists x \neg N(x)$ Há estudantes que não visitaram a Dakota do Norte continuação 5)

e) $\neg\forall x\, N(x)$

Nem todo estudante visitou a Dakota do Norte

f) $\forall x\, \neg N(x)$

Nenhum estudante visitou a Dakota do Norte.

6)

a) $\forall x\,(C(x) \rightarrow F(x))$

Todo comediante é divertido

b) $\forall x\,(C(x) \land F(x))$

Todos são comediantes e divertidos

c) $\exists x\,(C(x) \rightarrow F(x))$

Existe pessoa que, se ela é comediante então ela é divertida

d) $\exists x\,(C(x) \land F(x))$

Existem pessoas ~~diver~~ comediantes ou divertidos.

7)

a) True b) True c) True

d) True e) True f) false

8)

a) $(\forall y)\, p(y) \rightarrow (\forall x)\, p(x)$

$H = F \leftrightarrow I[(\forall y)\, p(y)] = T$ e $I[p(a)] = F$

- $I[(\forall y)\, p(y)] = T \leftrightarrow \forall d \in U \mid <y$

b)

$H = (\exists x)\, p(x) \rightarrow p(x)$

$H = F \leftrightarrow I[(\exists x)\, p(x)] = T$ e $I[p(x)] = F$

- $I[(\exists x)\, p(x)] = F \leftrightarrow \forall d \in U \mid <x \leftarrow d> I[p(x)] = T$
- $\forall d \in U \mid p(x) = T$

Portanto $\forall d \in U \mid p(x) = T$ e $I[p(a)] = F$ = absurdo

d) $(\forall x)\, p(x) \rightarrow p(x)$