Tarefa 06

João Mendes Lopes Neto

28 de novembro de 2020

1

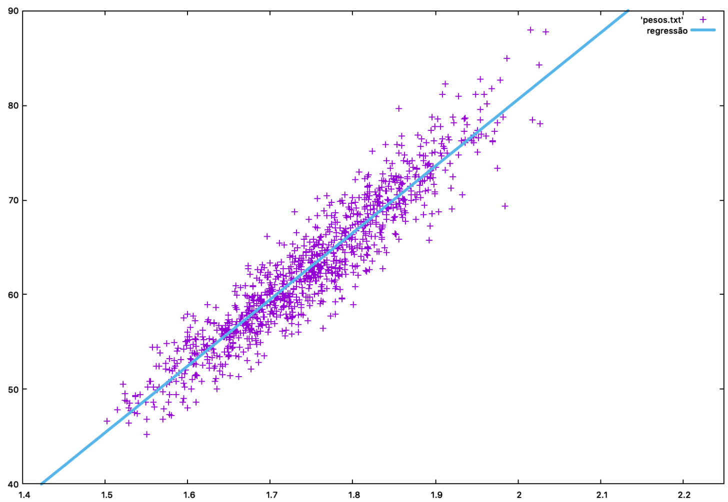
a.
No geral, as grandezas escalares de peso e altura seguem uma relação diretamente proporcional. Sendo assim, podemos aplicar o método da regressão linear para encontrar uma função linear aproximada, mas que represente bem, a relação entre os pesos e alturas do tal levantamento.
Logo, a partir da base de dados, calculemos as variáveis necessárias para encontrar os coeficientes da função linear:
$n = 1000$
$\sum x_i = 1747.3750539288005$
$\sum y_i = 62833.24230949759$
$\sum x_i^2 = 3063.443559841964$
$\sum x_i \cdot y_i = 110505.29703554006$

De posse desses valores, podemos montar o seguinte sistema para finalmente encontrar os coeficientes da função linear:

$$\begin{cases} 1000 \cdot a_0 + 1747.3750539288005 \cdot a_1 = 62833.24230949759 \\ 1747.3750539288005 \cdot a_0 + 3063.443559841964 \cdot a_1 = 110505.29703554006 \end{cases}$$

De onde, temos que $a_0 = -60.066083187469545$ e $a_1 = 70.333684357368$.
Logo, a dita função é definida como $f(x) = 70.333684357368 \cdot x - 60.066083187469545$.

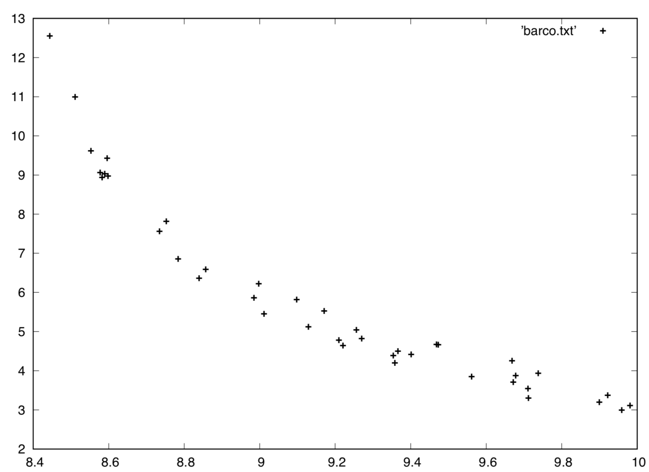
b.
Na figura a seguir, o eixo das abscissas representa as alturas e o das ordenadas, os pesos obtidos no levantamento, e a função "regressão" é igual a função f calculada no item anterior.



c.
Para obter essa estimativa, é só calcular o valor $f(2.10)$. Logo, a estimativa do peso de uma pessoa com a altura $2m10cm$ é $f(2.10) = 87.63465396300326$, ou seja, aproximadamente 87.64 kg.

2

a.
Ao plotar os pontos de "barco.txt" em um gráfico, temos o seguinte resultado:



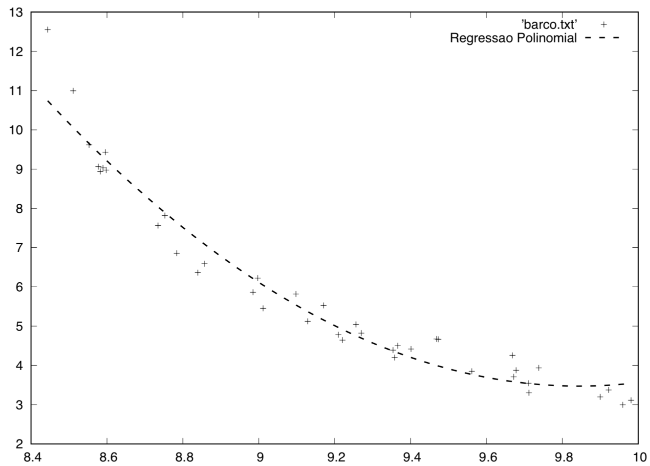
O formato dos pontos dá-nos a sugestão de que essa função, que representará bem a velocidade relativa do barco, v_b, e o tempo levado para ir e voltar, é uma função quadrática. Utilizemos, então, o método da regressão polinomial para encontrar uma função que represente essa relação.
Inicialmente, calculemos os valores necessários para montar o sistema:
$n = 40$
$\sum x_i = 367.68842105869993$
$\sum y_i = 233.09508173739$
$\sum x_i^2 = 3388.2590212047303$
$\sum x_i^3 = 31299.955639763848$
$\sum x_i^4 = 289849.16299468715$
$\sum x_i \cdot y_i = 2102.565036698307$
$\sum x_i^2 \cdot y_i = 19012.4988952677$

Com esses valores, podemos montar o seguinte sistema para finalmente encontrar os coeficientes da função quadrática:

$$\begin{cases} 40 \cdot a_0 + 367.6884 \cdot a_1 + 3388.2590 \cdot a_2 = 233.0951 \\ 367.6884 \cdot a_0 + 3388.2590 \cdot a_1 + 31299.9556 \cdot a_2 = 2102.5650 \\ 3388.2590 \cdot a_0 + 31299.9556 \cdot a_1 + 289849.1630 \cdot a_2 = 19012.4989 \end{cases}$$

Para facilitar a representação dos valores no sistemas, foi feito o arredondamento na quarta casa decimal. Assim, encontramos os valores $a_0 = 362.4323$, $a_1 = -72.9250$ e $a_2 = 3.7038$.
Logo, a função que representa bem a relação dita é definida como $g(x) = 3.7038 \cdot x^2 - 72.9250 \cdot x + 362.4323$.

b.
Com a função g encontrada no item anterior (nomeada, aqui, como Regressao Polinomial) temos a seguinte plotagem:



c.
Com a velocidade do barco $11km/h$, $v_b = 11$, a estimativa de duração para o percurso de ida e volta é de $g(11)$, ou seja, aproximadamente 8 horas e 25 minutos.

d.
O primeiro passo para isso é calcular a velocidade média dos percursos, que, nesse caso, é $9.19km/h$
Com essa velocidade, a estimativa de duração do percurso de ida e volta é de $g(9.19) = 5.06$.
Considerando $v_c = 8km/h$, a velocidade média total de volta é $9.19km/h + 8km/h = 17.19km/h$ e, a de ida, $9.19km/h - 8km/h = 1.19km/h$. Sendo, a o tempo médio de volta, e b, o de ida, podemos montar o sistema:

$$\begin{cases} 17.19 \cdot a = 1.19 \cdot b \\ a + b = 5.06 \end{cases}$$

De onde, encontramos $a = 0.33$ e $b = 4.73$.
Logo, o comprimento do rio pode ser estimado como a velocidade média total de ida multiplicada pelo tempo médio de ida ou a velocidade média total de volta multiplicada pelo tempo médio de volta. Como foram feitos arredondamentos, esses valores podem diferir um pouco.
Portanto, o comprimento do rio é, estimadamente, $17.19 \cdot 0.33 = 5,67km$.