

## Derivada de funções exponências e logarítmicas

### 1. Derivada da função exponencial

$$f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$$

$$f(x) = e^u \rightarrow f'(x) = e^u \cdot u'$$

$$f(x) = a^u \rightarrow f'(x) = a^u \cdot \ln a \cdot u'$$

$$f(x) = \log_b |x| \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln b}$$

$$f(x) = \log_a u \rightarrow f'(x) = \frac{1}{u} \log_a e \cdot u'$$

Se  $u$  é uma função derivável então  $\ln u = \frac{1}{u} \cdot u'$

Exemplo: Calcule a derivada das seguintes funções.

a)  $y = e^{3x}$                       b)  $y = 2^{3x^2+6x}$

Resolução

a)  $y = e^{3x} \rightarrow y' = 3e^{3x}$

b)  $y = 2^{3x^2+6x}$

Usando da fórmula

$$y = a^u \rightarrow y' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$$

$$a = 2$$

$$u = 3x^2 + 6x$$

$$u' = 6x + 6$$

Substituindo na fórmula, temos:

$$y' = 2^{3x^2+6x} \cdot \ln 2 (x + 6)$$

$$y' = 2^{3x^2+6x} \cdot 6(x + 1) \ln 2$$

### Exercícios

Determine a derivada das seguintes funções:

a)  $y = 3^{\sqrt{x}}$

b)  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{6x}}$

c)  $y = e^{\frac{x+1}{x-1}}$

d)  $y = e^{x \cdot \ln x}$

## 2.Derivada da função logarítmica

Baseando-se nas fórmulas anterior, resolveremos os exercícios sobre derivada de função logarítmica.

Exemplo:

Calcule a derivada da seguinte função logarítmica.

$$y = \log_2 2x^2 - 5x + 1$$

### Resolução

Usando a fórmula

$$y = \log_a u \rightarrow y' = \frac{1}{u} \cdot \log_a e \cdot u'$$

$$a = 2$$

$$u = 2x^2 - 5x + 1$$

$$u' = 4x - 5$$

Substituindo os valores de **a**, **u** e **u'** teremos:

$$y' = \frac{1}{2x^2 - 5x + 1} \cdot \log_2 e \cdot 4x - 5$$

$$y' = \frac{4x - 5}{2x^2 - 5x + 1} \cdot \log_2 e$$

### **Exercícios**

Calcule a derivada das seguintes funções logarítmicas.

$$a) y = \ln \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)$$

$$b) y = \ln \left( \frac{e^x}{2x - 1} \right)$$

$$c) y = \log_3 \sqrt{x + 1}$$

$$d) y = \frac{\log x + 1}{\log x - 1}$$

$$f) y = \log_{10}(x^2 + 3x)$$