

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

RELATÓRIO FINAL

PROJETO 2019-169

---

**Propriedades Dinâmicas de Estruturas Produzidas Por Manufatura Aditiva**

---

**PALAVRAS-CHAVE:** Vibrações; Manufatura Aditiva; Análise Modal; Elementos Finitos

*Orientador:* PROF.DR.LEOPOLDO P.R. DE OLIVEIRA ( N<sup>o</sup> USP 2239390 )

*Aluno:* JOÃO MANOEL HERRERA PINHEIRO ( N<sup>o</sup> USP 9804948 )

# Sumário

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>  | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Objetivos</b>   | <b>3</b>  |
| <b>3</b> | <b>Modelagem Matemática</b>                              | <b>3</b>  |
| 3.1      | Modelo Analítico de uma Viga Cantilever . . . . .        | 4         |
| 3.2      | Modelo em Elementos Finitos utilizando o ANSYS . . . . . | 5         |
| 3.3      | Condições de contorno . . . . .                          | 5         |
| 3.4      | Convergência de Malha . . . . .                          | 7         |
| <b>4</b> | <b>Resultados e Discussões</b>                           | <b>7</b>  |
| 4.1      | Manufatura Aditiva dos protótipos . . . . .              | 7         |
| 4.2      | Realização Experimental . . . . .                        | 9         |
| 4.3      | Resultado Experimental . . . . .                         | 9         |
| 4.4      | Ajuste do Modelo em Elementos Finitos . . . . .          | 10        |
| 4.5      | Análise sobre a Rigidez dos Protótipos . . . . .         | 11        |
| <b>5</b> | <b>Conclusões</b>  | <b>12</b> |
|          | <b>Referências</b>                                       | <b>13</b> |
| <b>A</b> | <b>Códigos MATLAB</b>                                    | <b>14</b> |
| A.1      | Modelo Analítico no MATLAB . . . . .                     | 14        |
| A.2      | Plot dos Resultados Experimentais MATLAB . . . . .       | 14        |

# 1 Introdução

O estudo de vibrações em máquinas e sistemas representam um desafio na engenharia, tanto na parte de projeto, manutenção e solução de problemas na engenharia. Todos os corpos que possuem massa e elasticidade são capazes de vibrar. Com isso, todas as estruturas e máquinas apresentam vibrações de alguma magnitude.

Caso a frequência de oscilação coincida com a frequência natural irá ocorrer o fenomeno de ressonancia, e nesse caso, se a força que causa a oscilação for suficiente para gerar grandes amplitudes e o sistema possuir baixa rigidez (Fig. 1)[1] o resultado pode causar sérios problemas. Como no caso do colapso da ponte Tacoma Narrows - EUA - 1940 (Fig. 2)[2].

Com isso, torna-se necessário o estudo dessa vbração para a realização do projeto e evitar desgastes causados por ela, tais como fadiga, trincas e desconforto ao usuário devido ao ruído gerado.

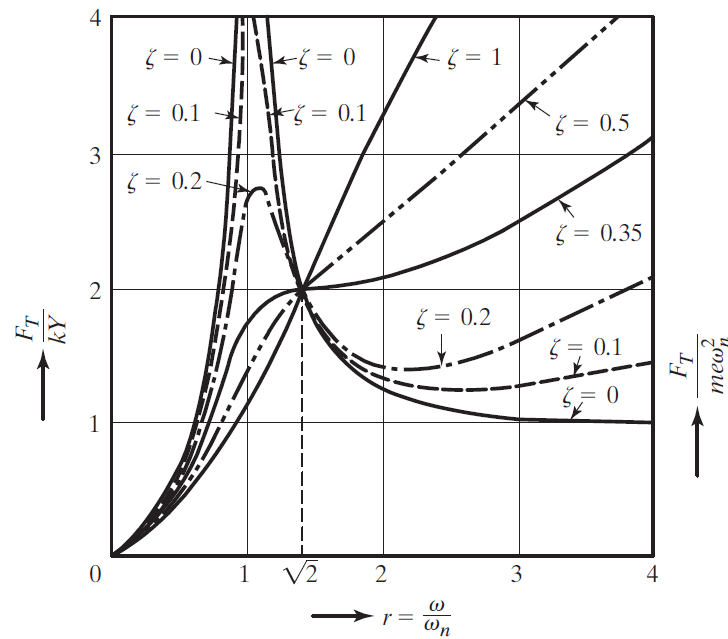


Figura 1: Relação entre Amplitude (Força / Rigidez) X Ressonância [1]



Figura 2: Colapso da ponte Tacoma Narrows - EUA - 1940

Em busca de resolver esses problemas novos materiais estão sendo desenvolvidos e estudados no campo de ruído e vibrações. Estudos recentes direcionam uma tendência aos chamados metamateriais para o controle e atenuação de vibração em sistemas. Essa área de pesquisa tem sido amplamente estudada nas últimas duas décadas para diversas aplicações de engenharia, com destaque para aplicações no campo da acústica. [3][4][5][6].

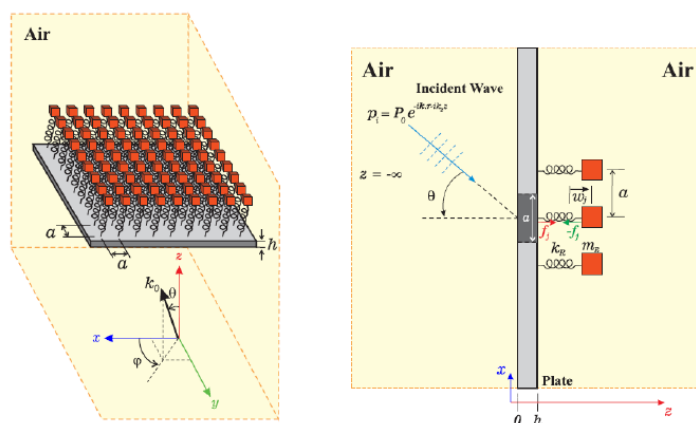


Figura 3: Idealização de placa de metamaterial ressonante [4]

Os metamateriais tem a capacidade de suprimir certas frequências específicas, na chamada banda de rejeição[7], causados pela dispersão de Bragg ou ressonâncias locais. Recentemente foi comprovado a viabilidade e robustez dos metamateriais [5], tanto com uma análise numérica, quanto experimentalmente. Em sua grande maioria, estas técnicas são abordadas do ponto de vista passivo, ou seja, o conceito das células unitárias faz uso de suas propriedades de inércia, rigidez e amortecimento, constituindo-se de elementos rígidos ou ressonadores de 1 grau de liberdade. As abordagens mencionadas se aproveitam do arranjo dos critais, o que permite a definição de células unitárias.

A metodologia adotada para o estudo dessas células pode ser feita com diferentes abordagens que vão desde a modelagem analítica de elementos de geometria canônica, até modelos numéricos de topologias complexas cujas geometrias são atribuídas por processos de otimização topológica. Contudo, muitas das construções necessárias para atingir as propriedades desejadas, ainda não têm métodos de fabricação em massa e requerem o uso de técnicas de Manufatura Aditiva.

Com isso é necessário realizar protótipos e para auxiliar no projeto destes protótipos é necessário conhecer-se o comportamento dinâmico do sistema resultante deste processo. Portanto, é de extrema importância desenvolver modelos matemáticos de peças feitas com manufatura aditiva e validar experimentalmente estes modelos, de forma a sedimentar uma metodologia de projeto destes protótipos.

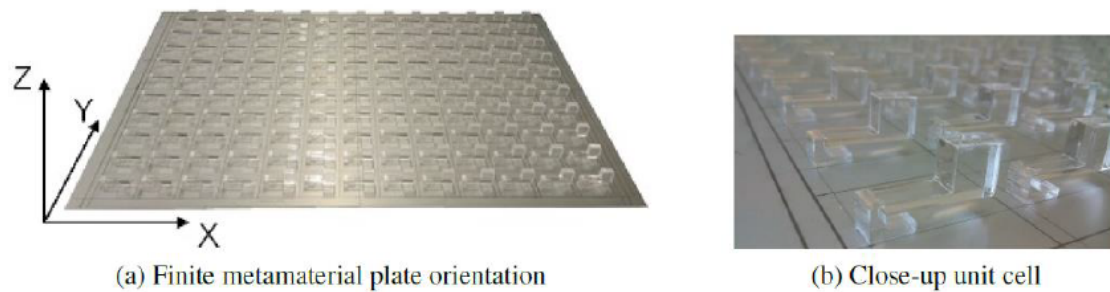


Figura 4: Realização prática do conceito de placa de metamaterial ressonante [5].

## 2 Objetivos

Objetiva-se, com esse projeto de Iniciação Científica, o estudo do comportamento dinâmico de peças fabricadas por manufatura aditiva, afim de desenvolver técnicas de modelagem para sistemas funcionais fabricados a partir do processo de FDM.

As principais etapas do estudo consistiram em desenvolver modelos de vigas e realizar a validação experimental. Avaliar comportamento dinâmico das estruturas quando obtidas por diferentes orientações de deposição (Fig.5). Atualizar as propriedades estruturais e verificar hipóteses dos modelos afim de determinar o melhor procedimento para modelagem de estruturas fabricadas por FDM.

## 3 Modelagem Matemática

O objetivo será a realização de um modelo matemático simples e depois a utilização de um software de elementos finitos para o cálculo das frequências naturais e modos de vibrar.

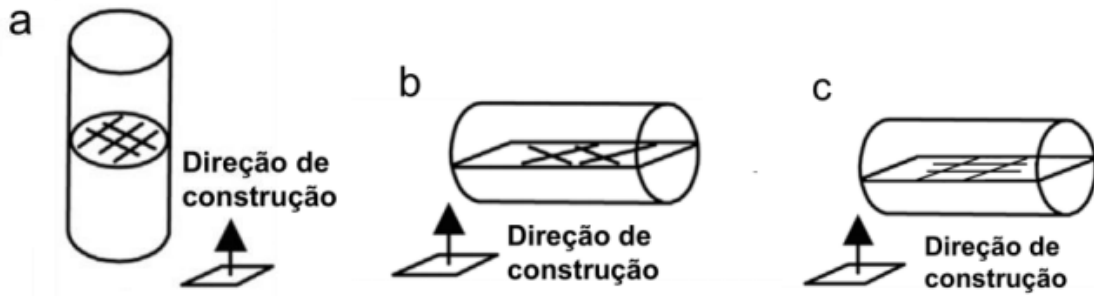


Figura 5: Diferentes orientações de deposição de filamento em FDM [8]

### 3.1 Modelo Analítico de uma Viga Cantilever

Considerando a geometria da viga abaixo, de secção quadrada

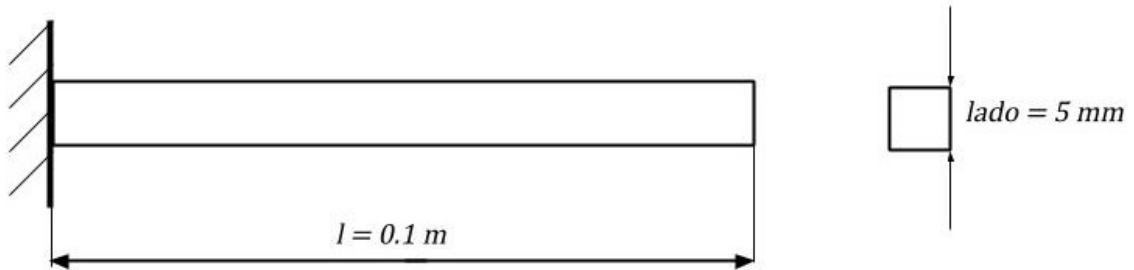


Figura 6: Viga

Com base em [9] as 3 frequências naturais de uma viga podem ser calculadas analiticamente por:

$$\omega_n = \left[ 3.52 \quad 22 \quad 61.7 \right] \sqrt{\frac{EI}{mL^3}}$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = 5.2083 \times 10^{-11} m^4$$

$$E = 2.3 \times 10^9 \frac{N}{m^2}$$

$$\rho = 1040 \frac{kg}{m^3}$$

$$m = \rho \times Volume = 1040 \times 0.1 \times 0.005 \times 0.005 = 0.0026 kg$$

Com isso, as frequências naturais obtidas analiticamente são:

$$\omega_n = \begin{bmatrix} 756 & 4722 & 13244 \end{bmatrix} \frac{rad}{s}$$

$$f_n = \begin{bmatrix} 120.3 & 751.6 & 2107.8 \end{bmatrix} Hz$$

### 3.2 Modelo em Elementos Finitos utilizando o ANSYS

Conforme será visto no Capítulo 4, o desenho em CAD tem as seguintes dimensões

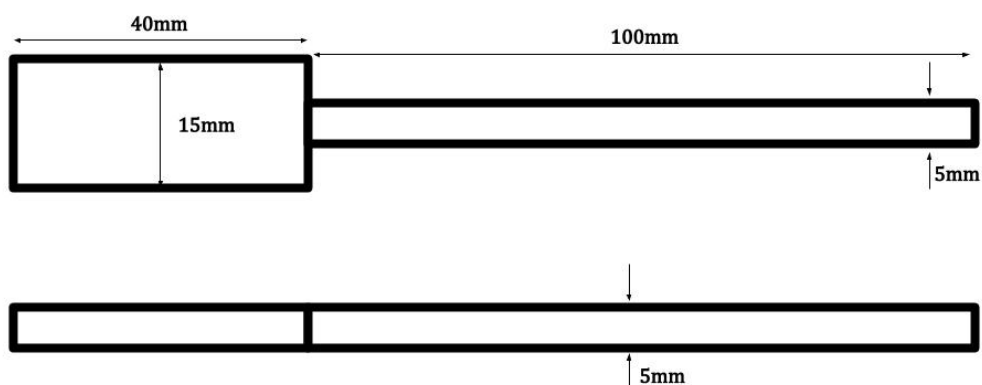


Figura 7: Dimensões do Corpo de Prova

### 3.3 Condições de contorno

Para simular o modelo, foi-se utilizado suporte fixos na geometria de secção retangular, com isso, o nosso modelo em Elementos Finitos ficou próximo ao modelo análico. Os dados de densidade, módulo de Young, foram os mesmos para o modelo analítico e do ANSYS.

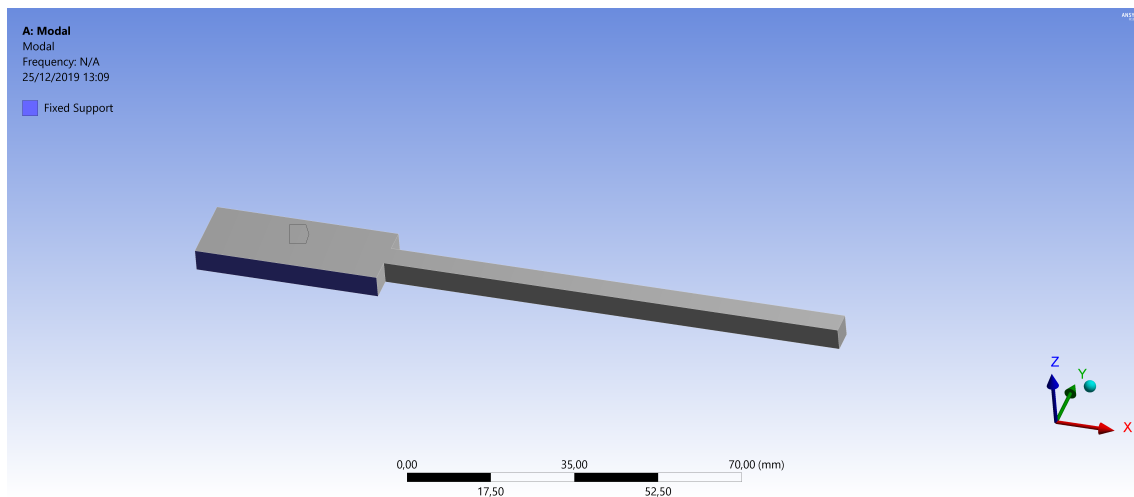


Figura 8: Condições de contorno - Suporte fixo em vista lateral

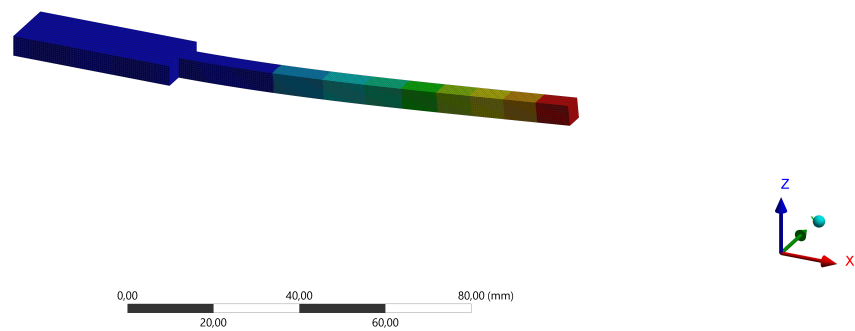


Figura 9: Primeiro modo de Vibrar

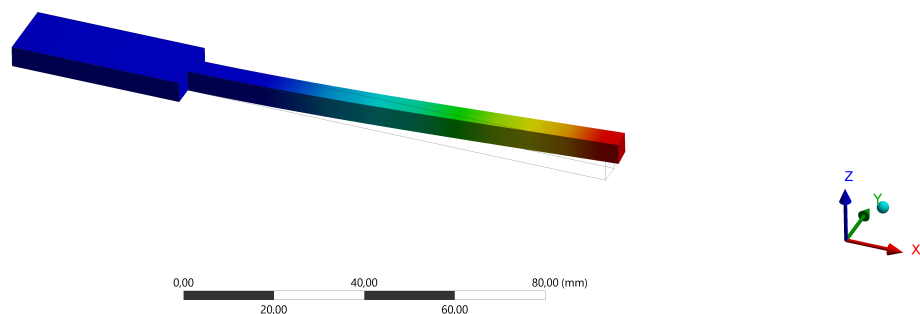


Figura 10: Segundo modo de Vibrar

As frequências naturais obtidas no ANSYS foram



| 1º Frequência | 2º Frequência | 3º Frequência | 4º Frequência | 5º Frequência | 6º Frequência |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 111.93 Hz     | 115.75 Hz     | 692.5 Hz      | 718.5 Hz      | 1903.7 Hz     | 1980.2 Hz     |

Tabela 1: Frequências Naturais obtidas pelo ANSYS

Com isso, pode-se perceber que as frequências analíticas estão próximas do modelo em elementos finitos. Porém nosso modelo analítico é limitado, ele sobrepõe as frequências que estão muito próximas.

### 3.4 Convergência de Malha

Para obter as frequências naturais em 3.3, foi feito um estudo de convergência de malha, em que o objetivo era analisar a influência do tamanho da malha em nos resultados do modelo da viga.

## 4 Resultados e Discussões

O primeiro passo foi a realização de uma análise modal experimental, com o objetivo de adquirir os dados experimentais de cada protótipo.

### 4.1 Manufatura Aditiva dos protótipos

Conforme foi dito em [8] o objetivo foi a manufatura dos corpos de prova em diferentes planos de prototipagem.

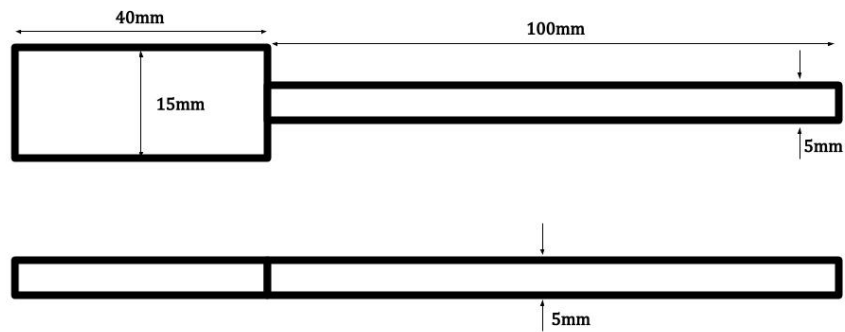


Figura 11: Dimensões do Corpo de Prova [8]

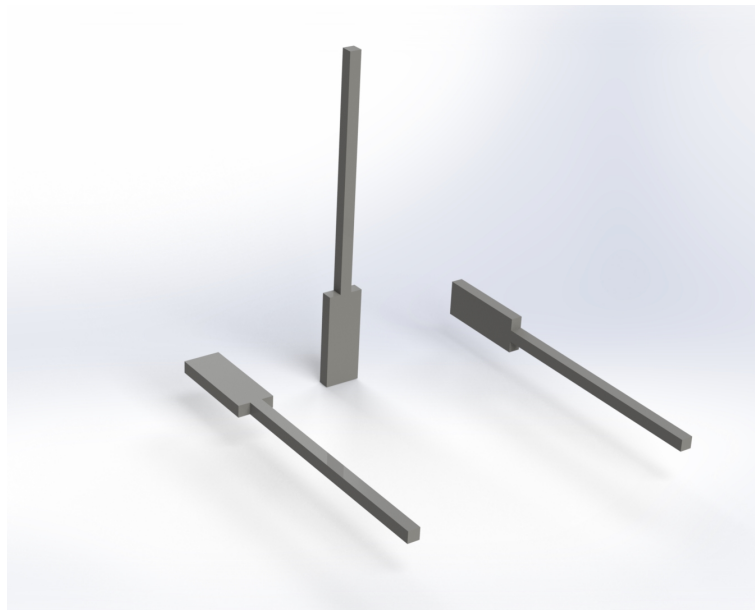


Figura 12: Orientações dos Planos de Prototipagem Rápida

Por questões de manufatura, o terceiro protótipo ( da esquerda para direita ), não foi produzido. O protótipo 1 será o primeiro elemento ( primeiro protótipo da esquerda para a direita da Figura 7) feito paralelamente ao plano da base da impressora, enquanto o protótipo 2 ( segundo protótipo da Figura 7), foi feito inclinado em  $90^\circ$  em relação ao protótipo 1.

|       |                           |
|-------|---------------------------|
| $I_x$ | 74.38 g.mm <sup>2</sup>   |
| $I_y$ | 9360.14 g.mm <sup>2</sup> |
| $I_z$ | 9411.12 g.mm <sup>2</sup> |

Tabela 2: Principais Momentos de Inércia do Protótipo Obtidas pelo CAD.

## 4.2 Realização Experimental

Para a realização do experimento é necessário ter uma força oscilatória, um sistema com transdutor e um analisador[10]. Conforme explicado em [10], podemos ter duas forças oscilatórias, um Hammer e um Shaker, para este experimento optou-se pela utilização de um Shaker, pois a estrutura do nosso corpo de prova é simples.

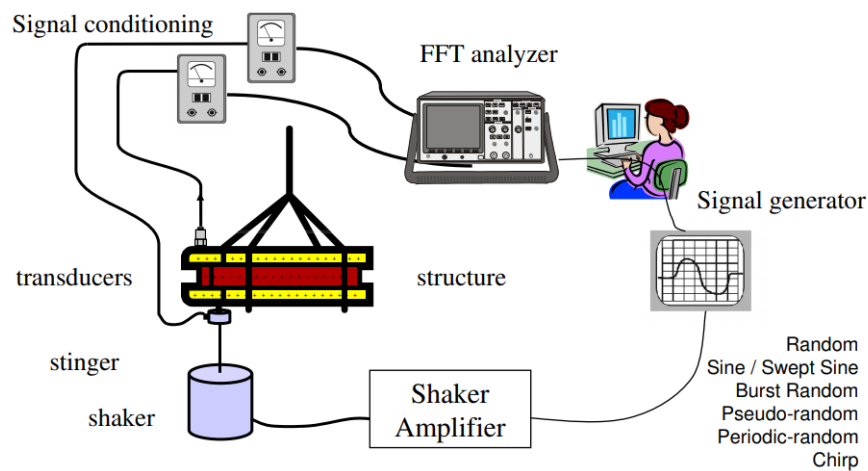


Figura 13: Esquemático do Experimento [11]

## 4.3 Resultado Experimental

Os protótipos foram fixos, conforme o modelo do ANSYS no Capítulo 3, e excitados por um Shaker. As frequências naturais obtidas experimentalmente foram:

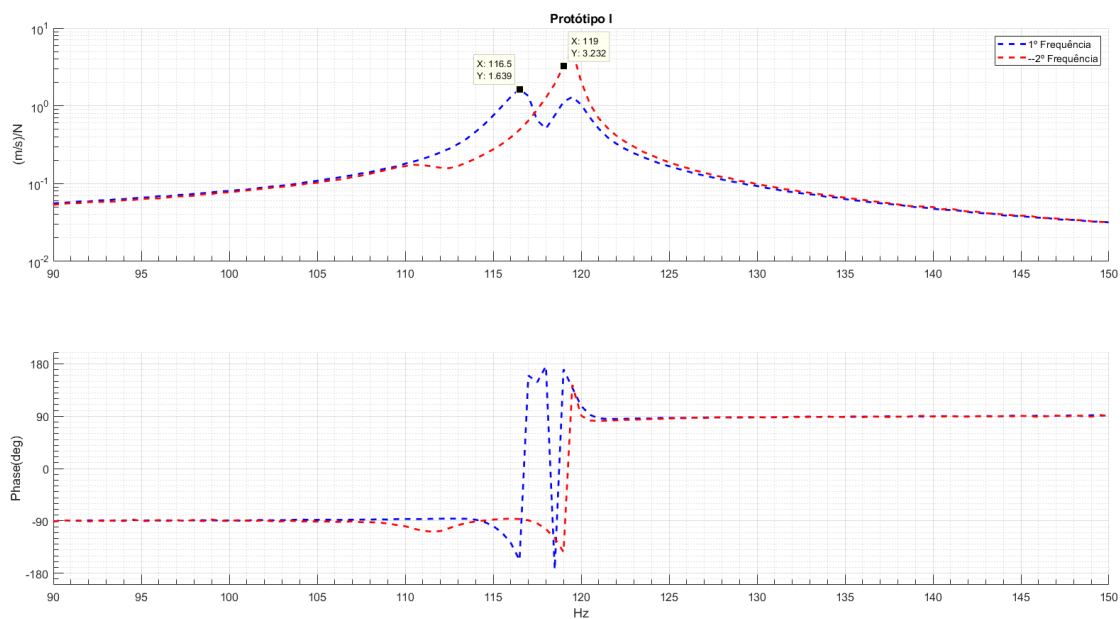


Figura 14: Resultados do Protótipo I

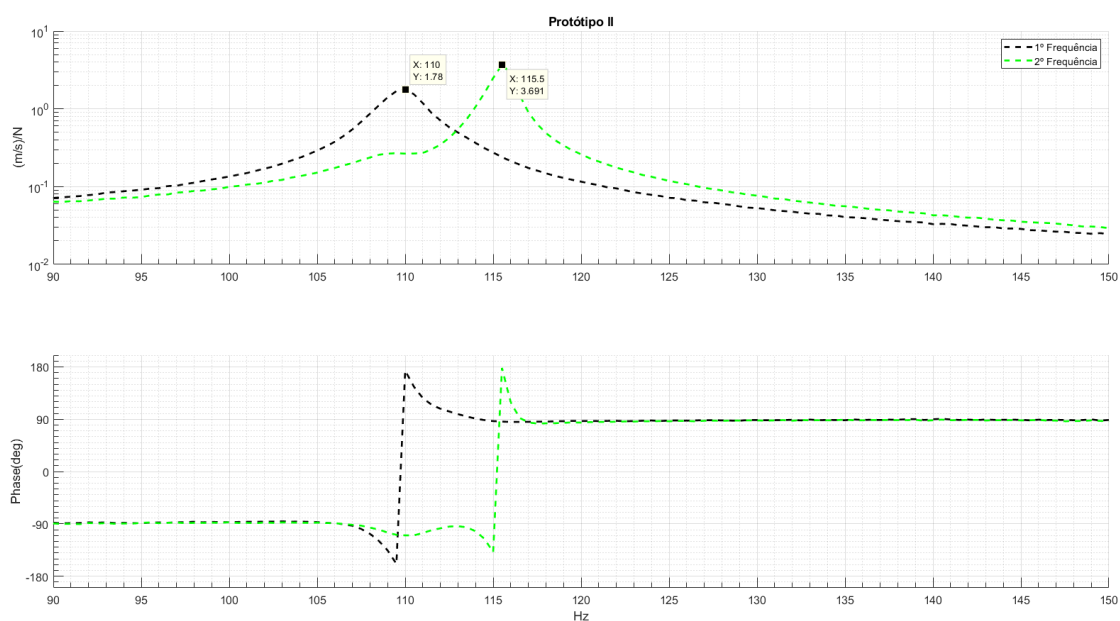


Figura 15: Resultados do Protótipo II

#### 4.4 Ajuste do Modelo em Elementos Finitos

A partir dos dados obtidos experimentalmente, foi feito um ajuste no modelo do ANSYS, visando uma aproximação com os resultados obtidos. O principal parametro alterado foi o Modulo de Young. Com isso, foi possível obter os seguintes resultados.

| Protótipo I  | 1º Frequência | 2º Frequência | Modulo de Young $E_1$ |
|--------------|---------------|---------------|-----------------------|
| Modelo FEM   | 115.53 Hz     | 119.46 Hz     | 2.45GPa               |
| Experimental | 116.5         | 119           | -                     |
| Variação     | 0.83%         | 0.39%         | -                     |

Tabela 3: Comparação entre as Frequências obtidas pelo ANSYS e Experimentalmente - Protótipo I

| Protótipo II | 1º Frequência | 2º Frequência | Modulo de Young $E_2$ |
|--------------|---------------|---------------|-----------------------|
| Modelo FEM   | 110.71 Hz     | 114.48 Hz     | 2.25GPa               |
| Experimental | 110           | 115.5         | -                     |
| Variação     | 0.65%         | 0.88%         | -                     |

Tabela 4: Comparação entre as Frequências obtidas pelo ANSYS e Experimentalmente - Protótipo II

## 4.5 Análise sobre a Rigidez dos Protótipos

Iremos assumir que a variação das dimensões e massa de cada protótipo são nulas. Isto de fato é verificado, visto que ambos foram impressos pela mesma impressora e utilizando o mesmo filamento (ou seja, a precisão de manufatura e o preenchimento do material foi o mesmo).

A rigidez de uma Viga emgastada pode ser calculada por

$$k = \frac{3EI}{L^3}$$

$$k_1 = \frac{3E_1I}{L^3}$$

$$k_2 = \frac{3E_2I}{L^3}$$

Portando, dividindo as equações.

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{2.45GPa}{2.25GPa} = 1.089$$

$$k_1 = 1.089k_2$$

Com isso, podemos concluir que a rigidez do Protótipo I teve um aumento de 8.9% em relação a rigidez do Protótipo II, apenas manufacturando em planos de Prototipagem diferentes.

## 5 Conclusões

Com estes resultados, podemos concluir a influência da posição de manufatura na rigidez das estruturas produzidas por FDM, mesmo sendo estruturas simples tivemos uma alteração de quase 8% na rigidez, pressupõe que estruturas mais complexas essa alteração será maior. Além da criação de um modelo em Elementos Finitos, no qual pode ser reaproveitado para diversas estruturas.

## Referências

- [1] Singiresu S. Rao. *Mechanical vibrations 5th ed.* Pearson Education, 2011.
- [2] Billah K.; R. Scanlan. Resonance, Tacoma Narrows Bridge Failure, and Undergraduate Physics Textbooks. *American Journal of Physics*. 59 (2): 118–124, 1991.
- [3] Essink B.C.; D.J. Inman. Optimized 3D printed chiral lattice for broadband vibration suppression. *Topics in Modal Analysis Testing, Volume 10*, 199-203, 2016.
- [4] Ferreira A.H.R.; J. M. C. Dos Santos; E.J.P. Miranda Jr.; R. Ramos. Semi-analytical formulation for sound transmission loss analysis through a thick plate with periodically attached spring-mass resonators. *International Conference on Structural Engineering Dynamic*, 10pp, 2017.
- [5] Sugino C.; et al. Fortulan. General Theory for Bandgap Estimation in Locally Resonant Metas-structures. *Journal of Sound and Vibration*, v. 406, p. 104–123, 2016.
- [6] Y. Y. Yang X.W.; Lee, J. S.; Kim. Effective mass density based topology optimization of locally resonant acoustic metamaterials for bandgap maximization. *Journal of Sound and Vibration*, v. 383, p. 89–107, 2016.
- [7] Veslago V.G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Soviet Physics Uspekhi*, v. 10, n. 4, p. 509–514, 1968.
- [8] Lovo J.F.P.; C.A. Fortulan. Estudo de propriedades mecânicas e anisotropia em peças fabricadas por manufatura aditiva tipo FDM. *I Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da EESC-USP*, 2016.
- [9] WILLIAM T. THOMSON. Theory of vibration with applications. 1993.
- [10] D. J Ewins. Modal Testing: Theory and Practice. *Research Studies Press Ltd*, 1984.
- [11] Marco A. Peres Richard W. Bono. Practical Aspects of Shaker Measurements for Modal Testing. <http://www.modalshop.com/>.

## A Códigos MATLAB

### A.1 Modelo Analítico no MATLAB

```
b = 0.005; % base da secao transversal (m)
h = 0.005; % altura da secao transversal (m)

ro = 1040; % densidade (kg/m3)
m = ro*b*h; % densidade linear (kg/m)
E = 2.3 * 10^9; % modulo de Young (N/m^2)
I = b*(h^3)/12; % momento de inercia de area (m^4)
L = 0.100; % comprimento da viga (m)
A = b*h; % area da secao transversal (m^2)

%—— frequencias naturais analiticas ——

wn_analitico = [3.52 22 61.7] * sqrt(E*I/(m*L^4))/(2*pi);
```

### A.2 Plot dos Resultados Experimentais MATLAB

```
Gm_fy = load('FRFiy.mat');
Gm_fZ = load('FRFiz.mat');
Gm_fxy = load('FRFxy.mat');
Gm_fxz = load('FRFxz.mat');

figure (1), clf

hold on

plotdata(Gm_fxz.FRF_0,'--b');
plotdata(Gm_fxy.FRF_0,'--r');
```



```
hold on
title 'Prototipo I'
legend '1 Frequencia' '--2 Frequencia'
```

```
figure (2), clf
plotdata(Gm_fZ.FRF_0,'--k');
```

```
hold on
```

```
plotdata(Gm_fy.FRF_0,'--g');
```

```
hold on
title 'Prototipo II'
legend '1 Frequencia' '2 Frequencia'
```