

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

RELATÓRIO FINAL
INICIAÇÃO CIENTÍFICA

PROGRAMA UNIFICADO DE BOLSAS DE ESTUDO PARA APOIO E FORMAÇÃO DE
ESTUDANTES DE GRADUAÇÃO (PUB)
PROJETO 2019-2659

Projeto e Implementação de Controladores em um Twin Rotor

PALAVRAS-CHAVE: Movimentos Acoplados, Controle Robusto, Estabilidade

Orientadora: PROFA. DRA. VILMA ALVES DE OLIVEIRA

Aluno: JOÃO MANOEL HERRERA PINHEIRO

31 de agosto de 2020

Sumário

1	Introdução	1
2	Objetivos	2
3	Descrição do Sistema	3
3.1	Modelo Dinâmico do Twin Rotor	3
3.2	Modelo Linear	7
3.3	Desacoplamento dos Canais	9
3.4	Protocolo de Comunicação	11
4	Controlador Robusto \mathcal{H}_∞	11
4.1	O desafio do projeto do controlador \mathcal{H}_∞	12
4.2	Segundo Estágio Cascadeado - Controladores Proporcionais	13
4.3	Bloco Comparador	13
4.4	Primeiro Estágio Cascadeado - Controlador Robusto MIMO	14
5	Resultados e Discussões	17
5.1	Resposta ao degrau	17
5.2	Resposta a uma entrada senoidal	18
5.3	Discussão	19
6	Conclusões	20
	Referências	21
A	Apêndice	23

1 Introdução

Atualmente, com o avanço da tecnologia, principalmente o sensoriamento, sistemas embarcados e poder computacional, veículos aéreos não tripulados (VANT) estão sendo utilizados como operação de inspeção, operação em campo de batalha, detecção de incêndio florestal, observação meteorológica, entre outros.

Todas essas aplicações requerem um projeto de sistema de controle que garanta simplicidade, robustez e estabilidade do sistema. Isso motivou um interesse crescente nos últimos anos em pesquisadores para desenvolver algoritmos de controle eficazes para VANT[1, 2, 3, 4]

Em muitos casos, o desenvolvimento de novas estratégias de controle requerem o uso de software e plataformas capazes de simular operação dos VANT, a fim de realizar testes experimentais para avaliar os diferentes designs. O uso desse tipo de ferramenta aumenta a produtividade e reduz o custo, visto que em um teste de VANT podem ocorrer erros e danificar o equipamento.

Com isso, diferentes plataformas de teste de laboratório foram projetadas especificamente para ensino e pesquisa em dinâmica e controle de voo. Uma dessas plataformas é o Twin Rotor MIMO System da Feedback Instruments®. O TRMS é um sistema não linear, multivariável e sub atuado, caracterizado por um efeito de acoplamento entre a dinâmica das hélices e a estrutura do corpo, o mesmo princípio do funcionamento do helicóptero [5, 6].

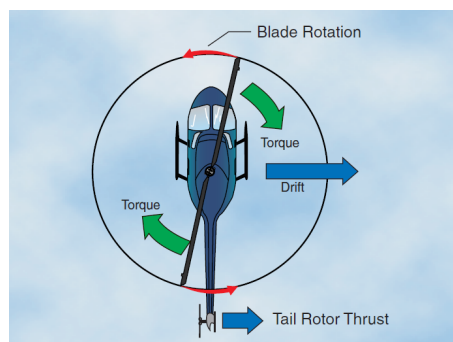


Figura 1: Efeito de torque em um helicóptero e sua compensação pelo rotor de cauda[6]

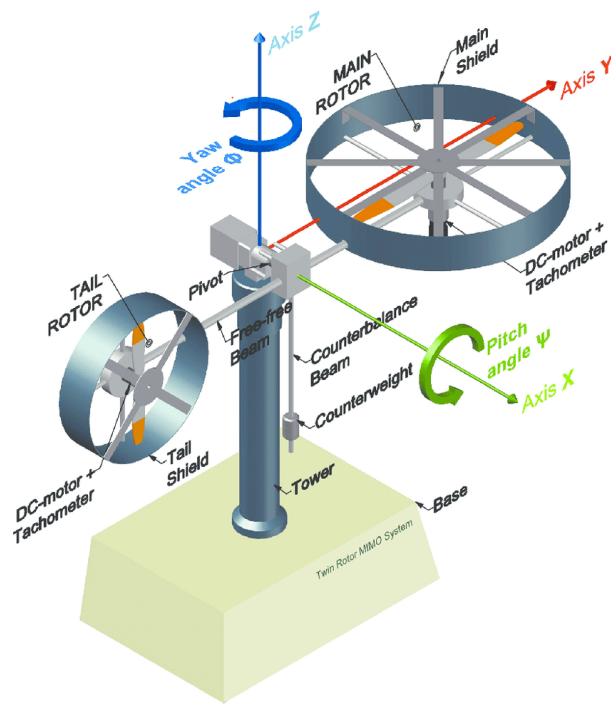


Figura 2: Protótipo do sistema Twin Rotor MIMO

Todos esses recursos fazem com que o controle do TRMS seja percebido como um problema de engenharia desafiador, observe que o TRMS e outras plataformas de laboratório com dinâmica semelhante são mais difíceis de controlar do que uma plataforma real de helicóptero [7].

Como podemos perceber a conquista de um sistema que modela toda a dinâmica do Twin Rotor é um problema desafiador, enquanto, ao mesmo tempo, é necessário desenvolver sistemas de controle precisos e eficientes, mesmo com a dinâmica complexa do sistema.

2 Objetivos

Objetiva-se, com esse projeto de Iniciação Científica, o desenvolvimento de estratégias de controle para a plataforma Twin Rotor MIMO System da Feedback Instruments® para fins de pesquisa e discutir as soluções consideradas em termos de simplicidade e robustez de estabilidade. Com a implementação dos controladores utilizando o pacote de MATLAB® incluso na plataforma da Feedback Instruments®.

3 Descrição do Sistema

O TRMS é uma plataforma de helicóptero de laboratório fabricada pela Feedback Instruments®. Ele é composto por duas hélices perpendiculares entre si colocadas ambas nos extremos de uma viga que pode girar livremente nos planos vertical e horizontal. Cada hélice é acionada por um motor DC, formando o rotor principal e o de cauda da plataforma. Uma característica principal do TRMS é que seu movimento, diferentemente de um helicóptero real, não é alcançado pela variação do ângulo de ataque das pás. Nesse caso, o movimento da plataforma é obtido por meio da variação na velocidade angular de cada hélice, causada pela mudança na tensão de entrada de cada motor [5].



Figura 3: Twin Rotor MIMO

Essa simplificação construtiva no modelo TRMS complica substancialmente a dinâmica do sistema, visto que um efeito de acoplamento entre a dinâmica dos rotores e o corpo do modelo aparece. Esse efeito é causado pelo princípio de ação-reação originado na aceleração e desaceleração dos grupos de hélices.

3.1 Modelo Dinâmico do Twin Rotor

O desenvolvimento de um algoritmo de controle eficiente requer um modelo que represente a dinâmica de comportamento da planta em estudo com a maior precisão possível. No caso particular do Sistema do Twin Rotor MIMO, a modelagem foi realizada através de várias abordagens [8, 9, 10, 11, 12, 13].

No entanto, nem todas as abordagens fornecem um modelo que representa completamente a dinâmica complexa desta plataforma experimental. Por exemplo, modelos baseados em técnicas de identificação apresentam dificuldades em representar os efeitos do acoplamento, característicos nesta

plataforma[8], e redes neurais e algoritmos de aprendizado de máquina permitem obter modelos precisos, mas limitados a uma faixa de valores e frequências de entrada [12].

Conforme dito acima, existem diversos trabalhos em que foram desenvolvidos modelos matemáticos para descrever a dinâmica do sistema do Twin Rotor. Um modelo mais apropriado para o entendimento prévio da dinâmica e da planta é descrito em Feedback Instruments® [5], utilizado em [14, 15, 16] e apresentado a seguir.

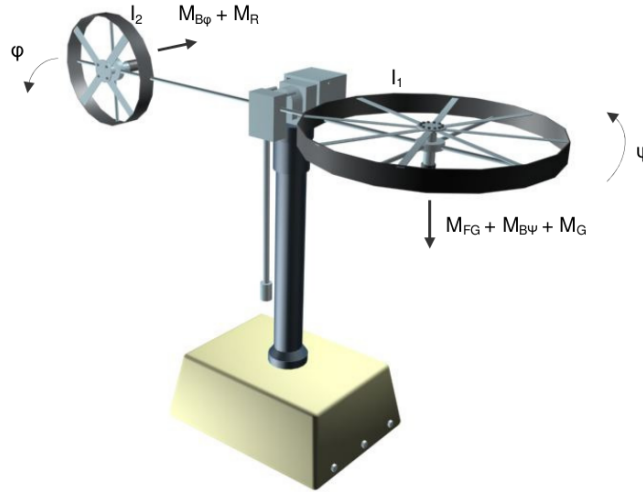


Figura 4: Twin Rotor MIMO - convenções para o equacionamento[5].

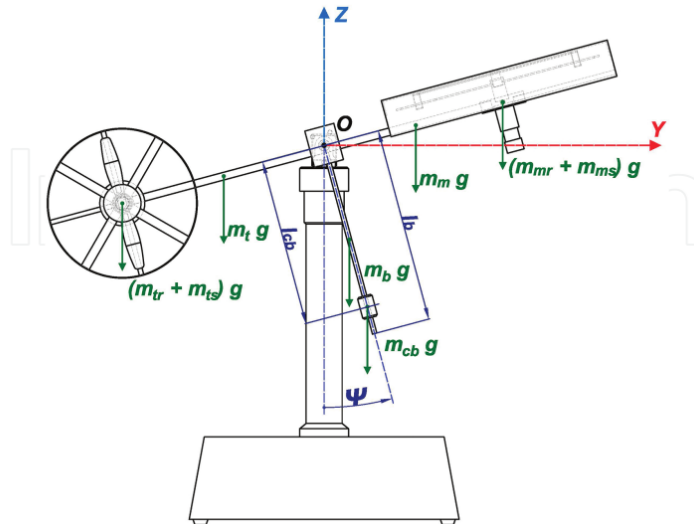


Figura 5: Twin Rotor MIMO - vista frontal - movimento do ângulo pitch

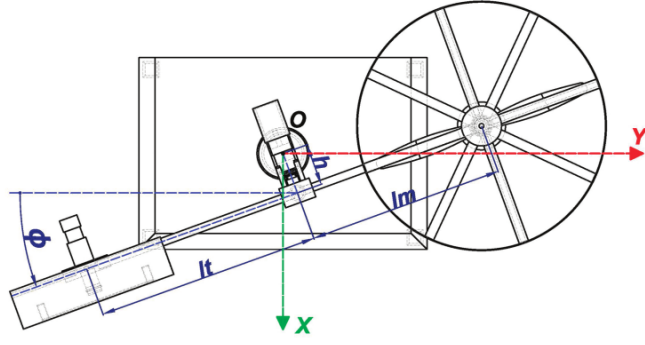


Figura 6: Twin Rotor MIMO - vista superior - movimento do ângulo yaw

As variáveis Ψ e φ representam, respectivamente, os ângulos pitch e yaw. I_1 e I_2 são os momentos de inércia da estrutura para rotações ao longo do ângulo pitch e ao longo do ângulo yaw, respectivamente. Sendo assim, aplicando a segunda lei de Newton para movimentos angulares temos que o movimento vertical é dado por:

$$I_1 \ddot{\Psi} = M_1 - M_{FG} - M_{B\Psi} - M_G \quad (1)$$

em que:

$$M_1 = \alpha_1 \tau_1^2 + b_1 \tau_1 \quad (2)$$

$$M_{FG} = Mg \sin \Psi \quad (3)$$

$$M_{B\Psi} = B_{1\Psi} \dot{\Psi} + B_{2\Psi} \text{sign}(\dot{\Psi}) \quad (4)$$

$$M_G = K_{gy} M_1 \dot{\varphi} \cos \Psi \quad (5)$$

A função transferência do torque do motor, aplicando uma tensão de entrada u_1 , é dada por:

$$\tau_1 = \frac{k_1}{T_{11}s + T_{10}} u_1 \quad (6)$$

De maneira análoga, as equações que descrevem o movimento horizontal são:

$$I_2 \ddot{\varphi} = M_2 - M_{B\varphi} - M_R \quad (7)$$

em que:

$$M_2 = \alpha_2 \tau_2^2 + b_2 \tau_2 \quad (8)$$

$$M_{B\varphi} = B_{1\varphi} \dot{\Psi} + B_{2\varphi} \text{sign}(\dot{\varphi}) \quad (9)$$

$$M_R = \frac{k_c(T_0 s + 1)}{T_p s + 1} \tau_1 \quad (10)$$

A função transferência do segundo torque do motor, aplicando uma tensão de entrada u_2 , é dado por:

$$\tau_2 = \frac{k_2}{T_{21}s + T_{20}} u_2 \quad (11)$$

O sinal de controle u é entre -2.5V +2.5V, e os parâmetros do sistema são dados pela Tabela 3.1 abaixo.

Tabela 1: Parâmetros do Sistema

Símbolo	Parâmetro
$I_1 = 6.8 \cdot 10^{-2} [Kg.m^2]$	Momento de inércia do ângulo pitch
$I_2 = 2 \cdot 10^{-2} [Kg.m^2]$	Momento de inércia do ângulo yaw
$M_g = 0.32 [N.m]$	Torque gravitacional
$B_{1\Psi} = 6 \cdot 10^{-3} [N.m.s/rad]$	Constante 1 da função de torque de fricção do ângulo pitch
$B_{2\Psi} = 1 \cdot 10^{-3} [N.m.s^2/rad]$	Constante 2 da função de torque de fricção do ângulo pitch
$B_{1\varphi} = 1 \cdot 10^{-1} [N.m.s/rad]$	Constante 1 da função de torque de fricção do ângulo yaw
$B_{2\varphi} = 1 \cdot 10^{-2} [N.m.s^2/rad]$	Constante 2 da função de torque de fricção do ângulo yaw
$k_1 = 1.1$	Ganho do motor CC pitch
$k_2 = 0.8$	Ganho do motor CC yaw
$T_{11} = 1.1$	Constante 1 do denominador da função de transferência do motor pitch
$T_{10} = 1$	Constante 2 do denominador da função de transferência do motor pitch
$T_{21} = 1$	Constante 1 do denominador da função de transferência do motor yaw
$T_{20} = 1$	Constante 2 do denominador da função de transferência do motor yaw
$K_{gy} = 0.05 [s/rad]$	Constante do torque giroscópico
$a_1 = 0.0135$	Parâmetro estático 1 do torque gerado pelo motor CC pitch

$b_1 = 0.0924$	Parâmetro estático 2 do torque gerado pelo motor CC pitch
$a_2 = 0.02$	Parâmetro estático 1 do torque gerado pelo motor CC yaw
$b_2 = 0.09$	Parâmetro estático 2 do torque gerado pelo motor CC yaw
$K_c = -0.2$	Ganho da função de transferência do momento cruzado
$T_0 = 3.5$	Constante 1 da função de transferência do momento cruzado
$T_p = 2$	Constante 2 da função de transferência do momento cruzado

Analisando as equações do Twin-Rotor verifica-se estamos tratando de um sistema não linear complexo e que possui acoplamento entre os canais, de tal forma que movimentos ao longo do ângulo pitch induzem movimentos ao longo do ângulo yaw e vice-versa. A figura 7 ilustra esse acoplamento.

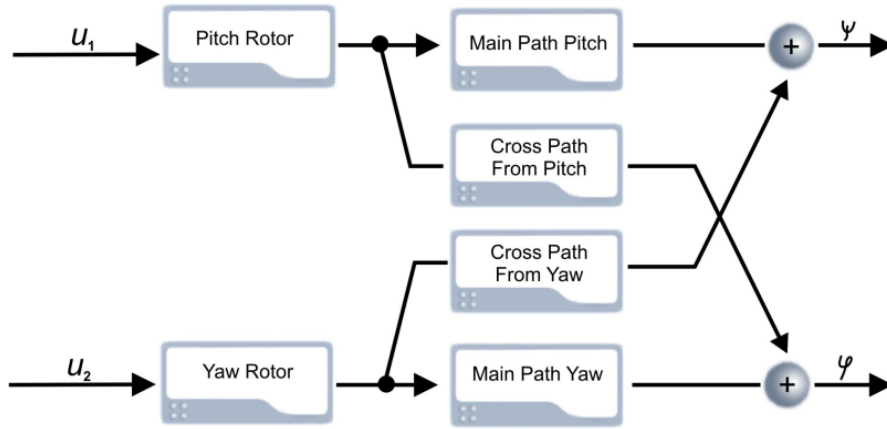


Figura 7: Definição das entradas e saídas do Twin-Rotor [5].

3.2 Modelo Linear

Com as equações fornecidas pelo manual TRMS, podemos concluir que o modelo linear da planta em espaço de estado é dado por

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = C\mathbf{x} + D \end{cases}$$

Em que:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Psi \\ \dot{\Psi} \\ \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \Psi \\ \varphi \end{bmatrix}$$

O vetor \mathbf{x} representa as variáveis de estado, o vetor \mathbf{u} é a entrada do sistema e o vetor \mathbf{y} é a saída.

As variáveis Ψ e φ representam os ângulos de pitch e yaw respectivamente, τ_1 e τ_2 são os torques de cada motor Eq. (6) e (11) enquanto u_1 e u_2 são os sinais de entrada em cada motor, respectivamente motor principal e o da cauda.

Com isso, as matrizes A, B, C e D são dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-M_g}{I_1} & \frac{-B_1}{I_1} & 0 & 0 & \frac{b_1}{I_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{B_2}{I_2} & \frac{-1.75k_c b_1}{I_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-T_{10}}{T_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-T_{20}}{T_{21}} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_1}{T_{11}} & 0 \\ 0 & \frac{K_2}{T_{21}} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Logo, a função transferência é obtida por:

$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

Para um sistema MIMO de m entradas e n saídas, temos uma matriz da seguinte forma [17]:

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_{11}(s) & \dots & H_{1n}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m1}(s) & \dots & H_{mn}(s) \end{bmatrix}$$

Logo, para o nosso sistema a matriz transferência é:

$$H(s) = \begin{bmatrix} \frac{1.359}{s^3+0.9973s^2+4.786s+4.278} & 0 \\ \frac{1.617}{s^3+5.909s^2+4.545s} & \frac{3.6}{s^3+6s^2+5s} \end{bmatrix}$$

3.3 Desacoplamento dos Canais

Um sistema linear multivariável é um sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO). Um sistema MIMO pode ser representado por quatro funções de transferência conforme a equação abaixo.

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} TF_{11} & TF_{12} \\ TF_{21} & TF_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

Se pelo menos umas das funções de transferência TF_{12} e TF_{21} é não nula, então o sistema possui acoplamento entre os canais, pois existe uma influência cruzada entre as entradas e saídas. Por outro lado, o sistema será dito desacoplado se a saída genérica Y_i depender somente da respectiva entrada U_i .

Uma forma de realizar o desacoplamento do sistema é apresentado em [5]. Consiste em inserir duas funções transferência $D_1(s)$ e $D_2(s)$ conforme representado na figura abaixo.

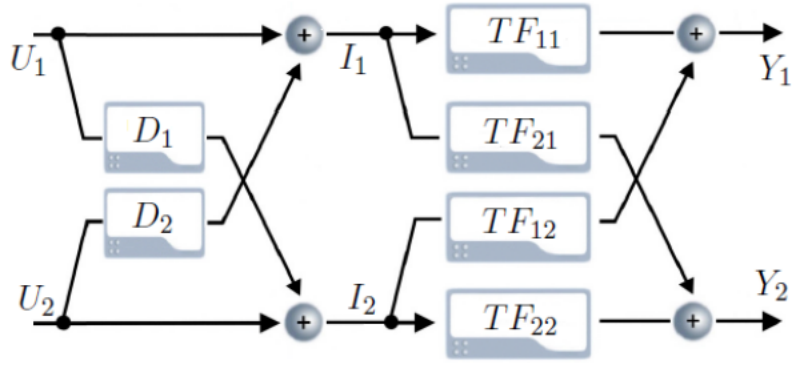


Figura 8: Desacoplamento dos canais [5, 18].

Em que:

$$D_1(s) = \frac{-TF_{21}}{TF_{22}}, D_2(s) = \frac{-TF_{12}}{TF_{11}}$$

Seja I_1 e I_2 os sinais internos e Y_1 e Y_2 as saídas, podemos substituir as equações abaixo.

$$\begin{cases} I_1 = U_1 - \frac{-TF_{12}}{TF_{11}}U_2 \\ I_2 = U_2 - \frac{-TF_{21}}{TF_{22}}U_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y_1 = TF_{11}I_1 + TF_{12}I_2 \\ Y_2 = TF_{22}I_2 + TF_{21}I_1 \end{cases}$$

Após as substituições temos o desacoplamento abaixo do sistema

$$\begin{cases} Y_1 = (TF_{11} - \frac{-TF_{12}TF_{21}}{TF_{22}})U_1 \\ Y_2 = (TF_{22} - \frac{-TF_{12}TF_{21}}{TF_{11}})U_2 \end{cases}$$

Conforme visto em [14] este desacoplamento resulta na seguinte matriz de transferência

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 \\ 0 & G_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1.359}{s^3+0.9973s^2+4.278} & 0 \\ 0 & \frac{3.6}{s^3+6s^2+5s} \end{bmatrix}$$

3.4 Protocolo de Comunicação

Como o Twin Rotor é um kit didático fornecido pela Feedback Instruments todo o sistema é completo tanto o hardware quanto o software. O sistema conta com atuadores, sensores e uma interface implementada junto ao Simulink facilitando a aquisição de dados e ações de controle.

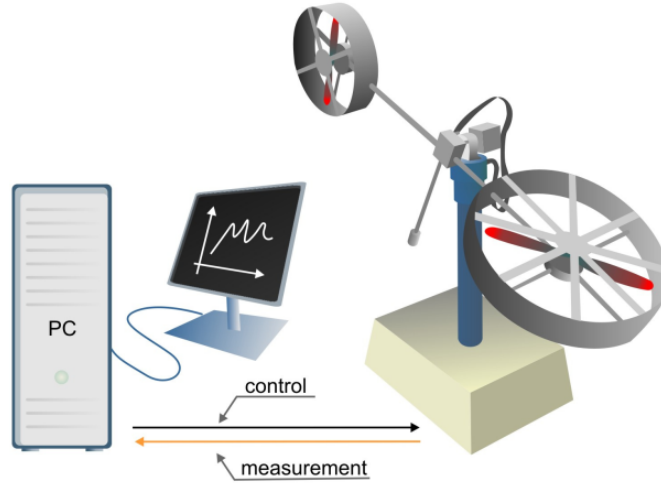


Figura 9: Funcionamento do controle do kit [5].

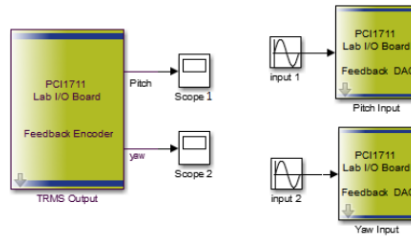


Figura 10: Protocolo de comunicação [5].

4 Controlador Robusto \mathcal{H}_∞

Neste tópico vamos abordar o design do controlador robusto para o Twin Rotor. O projeto inicial é composto de dois estágios cascadeados, o primeiro estágio consiste de um controlador robusto MIMO, que tem o papel de garantir o ajuste fino das saídas em torno do sinal de referência. O segundo estágio é composto por dois controladores proporcionais atuando nas entradas isoladamente, o objetivo de controle deste estágio é somente levar a saída próxima aos sinais de referência sem necessidade de garantir erro estacionário nulo ou isolamento entre os canais. O sistema de controle descrito é apresentado abaixo nas figuras [11] e [12].

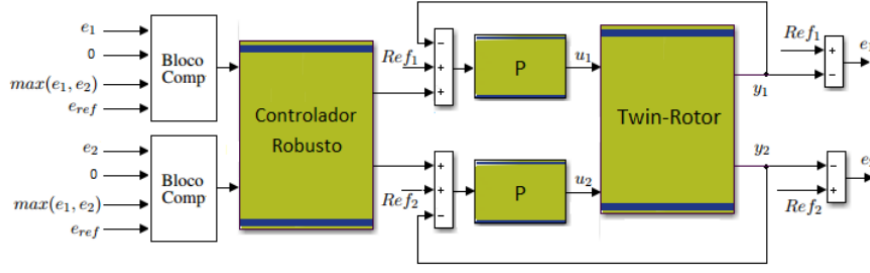


Figura 11: Sistema de controle em dois estágios.

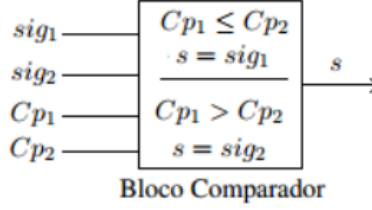


Figura 12: Bloco comparador.

4.1 O desafio do projeto do controlador \mathcal{H}_∞

Considere a planta P genérica abaixo e o controlador K . A planta P possui duas entradas: a entrada w incluindo distúrbios e ruído e a entrada de controle u . Possui duas saídas: a saída z que queremos minimizar e o sinal medido v [17]. Para essa planta generalizada temos a matriz de transferência.

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix}$$

A função de transferência entre a entrada w e saída z é denotada por $F_l(P, K)$ e dada por

$$F_l(P, K) = (P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}).$$

E a norma infinita dessa função é definida por

$$\|F_l(P, K)\|_\infty = \sup_{\omega} \sigma(F_l(P, K)(j\omega))$$

onde $\sigma(F(j\omega))$ denota os valores singulares de $F(j\omega)$. Com isso, o objetivo do projeto do controlador \mathcal{H}_∞ é minimizar a norma \mathcal{H}_∞ da função transferência de malha fechada $F_l(P, K)$.

4.2 Segundo Estágio Cascadeado - Controladores Proporcionais

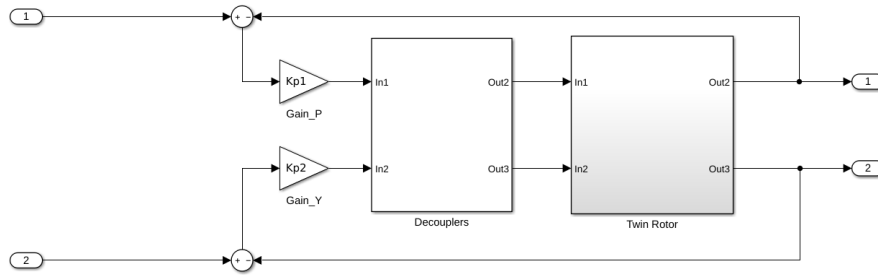


Figura 13: Segundo Estágio - Controlador proporcional.

O sistema desacoplado foi descrito em [3.3](#). Com isso podemos reescrever as funções transferência da seguinte forma

$$G_{p11} = \frac{G_{11}}{1 + K_{p1}G_{11}}$$

$$G_{p22} = \frac{G_{22}}{1 + K_{p2}G_{22}}$$

E os valores para os controladores K_{p_i} são:

$$K_{p1} = 0.95, K_{p2} = 0.85$$

Estes valores foram obtidos utilizando a função do MATLAB *sisotool()* e com os valores iniciais foram feitos os ajustes visando a estabilidade do sistema a uma resposta degrau.

4.3 Bloco Comparador

Utilizou-se a lógica abaixo no Simulink para a criação do Bloco Comparador.

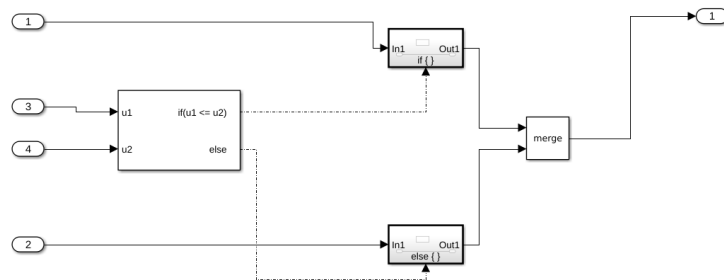


Figura 14: Bloco Comparador.

4.4 Primeiro Estágio Cascadeado - Controlador Robusto MIMO

Para a síntese do controlador robusto, utilizando o problema de otimização \mathcal{H}_∞ [14], os critérios são estabilidade e

$$\left\| \begin{bmatrix} \omega_p S \\ \omega_T T \\ \omega_u K S \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1$$

Foi implementado um controlador MIMO que tem como entrada um vetor bidimensional formado pelos sinais de erro do ângulo yaw e do ângulo pitch conforme indicado na Figura 15.

Com isso, temos o modelo no Simulink abaixo.

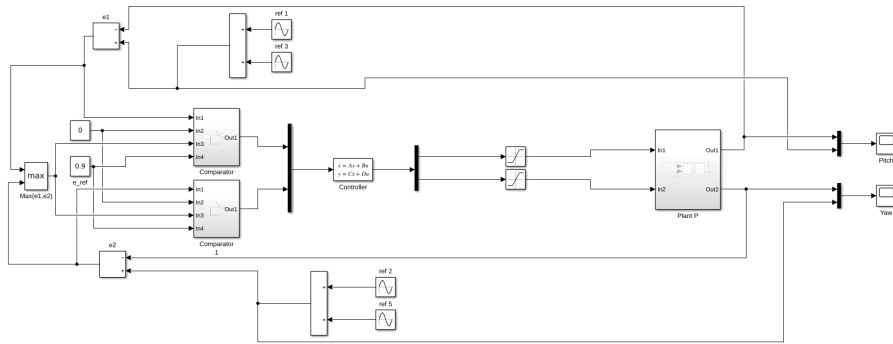


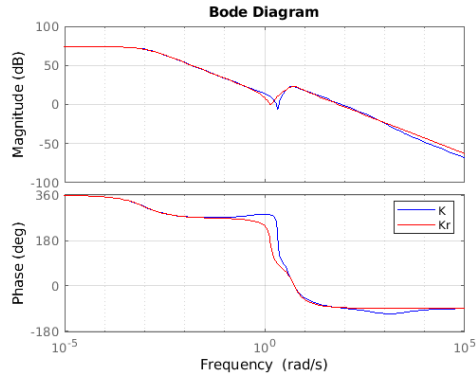
Figura 15: Configuração do Controlador Robusto baseado na Figura 11

O parâmetros do controlador K foram encontrados utilizando-se as ferramentas matemáticas disponibilizadas pelo Matlab. Criou-se a planta P aumentada utilizando a função *augw()* e foram definidas as funções de ponderação $\omega_p, \omega_T, \omega_u$ e com isso, obteve-se o controlador com a função *hinfsyn()*.

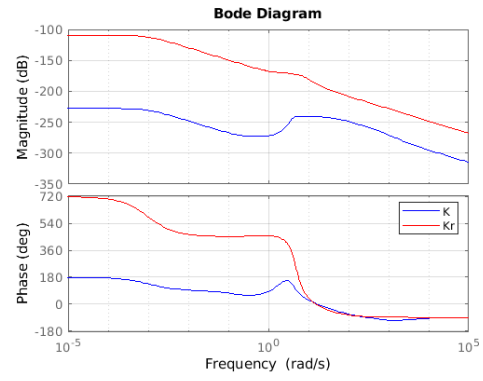
Conforme abordado em 3.3 após a adição dos controladores proporcionais a nossa matriz $G(s)$ é alterada conforme dito em 4.2

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{p11} & 0 \\ 0 & G_{p22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G_{11}}{1+K_{p1}G_{11}} & 0 \\ 0 & \frac{G_{22}}{1+K_{p2}G_{22}} \end{bmatrix}$$

Em espaço de estados, o controlador K é dado pelas matrizes no Apêndice A

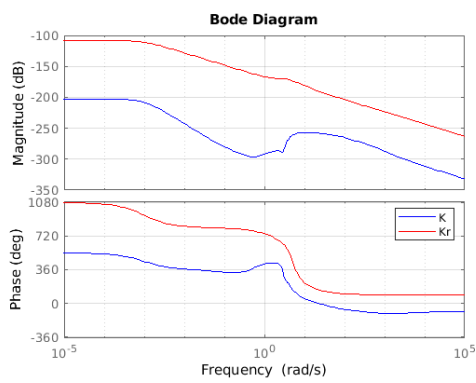


(a) Saída 1

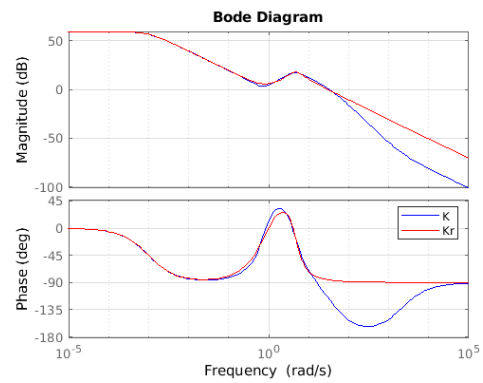


(b) Saída 2.

Figura 16: Diagrama de Bode dos Controladores K e Kr para a entrada 1

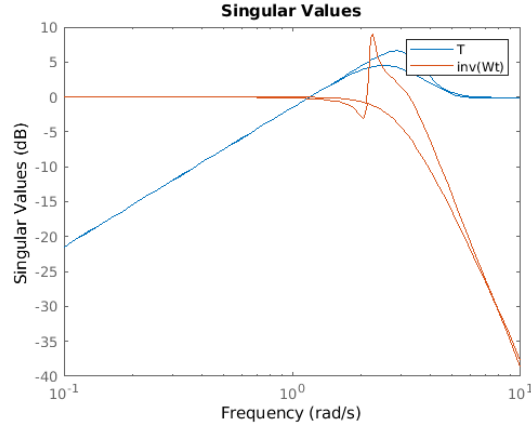


(a) Saída 1

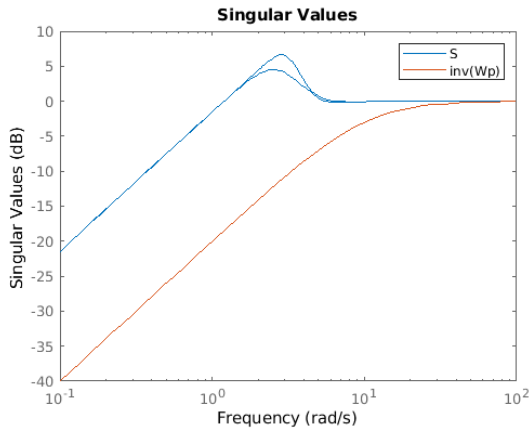


(b) Saída 2.

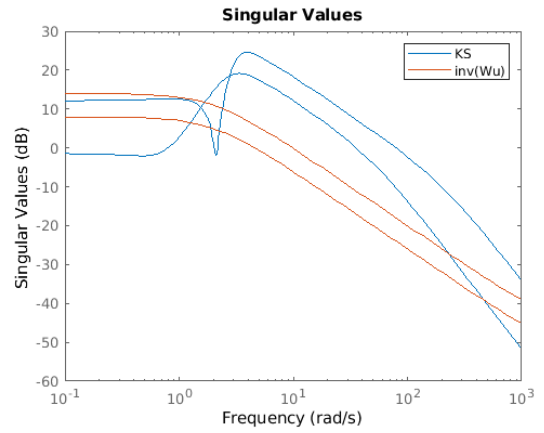
Figura 17: Diagrama de Bode dos Controladores K e Kr para a entrada 2



(a) Matriz de Sensibilidade Complementar T .



(b) Matriz de Sensibilidade S .



(c) Matriz KS .

Figura 18: Comparação dos valores singulares de T , S , KS e ω_T^{-1} , ω_μ^{-1} , ω_P^{-1}

Este trecho do código, traduz o procedimento de 4.4 em linhas de códigos. O código completo se encontra no repositório do GitHub [19].

```
1 G = [G11p/(1 + G11p*Kp1) 0; 0 G22p/(1 + G22p*Kp2)];
2 P = augw(G,Wp1,Wu,W3);
3 [K,CL,GAM, INFO] = hinfsyn(P);
```

Na análise dos valores singulares, a região de trabalho para o controlador é antes do cruzamento de 0db, pois a partir desta frequência haverá amplificação. No final foi possível encontrar um controlador Kr de ordem 6 utilizando a função do MATLAB *reduce()*, nos diagramas de Bode nas Figuras 16 e 17, podemos perceber que o controlador obtido de ordem 10 e o reduzido de ordem 6 possuem comportamentos parecidos para os mesmos valores de frequência. Um grande avanço visto que trabalhos anteriores [18], a ordem encontrada foi 14 e não foi possível reduzir esta ordem, mesmo utilizando a

função *reduce()* o comportamento dos controladores não se mantiveram parecidos. As novas matrizes A, B, C, D estão no Apêndice [A](#)

5 Resultados e Discussões

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos por meio de simulação do sistema de controle em dois estágios cascadeados [15](#), do Twin-Rotor abordado na seção [4](#).

5.1 Resposta ao degrau

A primeira parte foi realizar uma análise da resposta do controlador final reduzido, Kr a uma entrada degrau. Posteriormente, foram feitos os cálculos das especificações de desempenho.

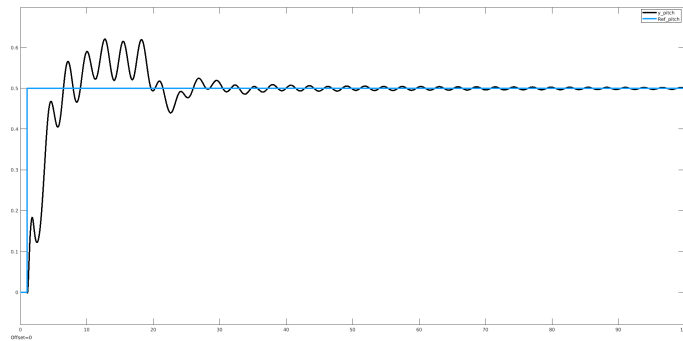


Figura 19: Saída y_{pitch} a uma entrada degrau.

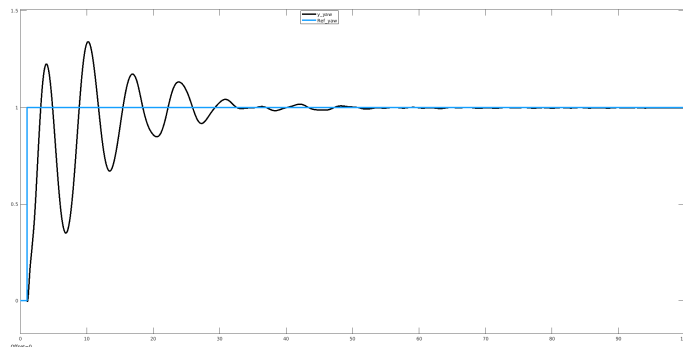


Figura 20: Saída y_{yaw} a uma entrada degrau.

Tabela 2: Especificações de Desempenho.

Entrada	Saída	Sobresinal %	Tempo de Subida	Tempo de Acomodação	Oscilação (abs)
Degrau	Pitch	25,00%	10[s]	30[s]	0.005
Degrau	Yaw	34,54%	3[s]	30[s]	0.004

Os resultados obtidos estavam satisfatórios, visto que a oscilação obtida foi menor que 1% para ambas as saídas, um resultado surpreende visto que em outros modelos fornecidos pela Feedback em [5] a saída *pitch* é a que mais tem dificuldades para responder a uma entrada degrau.

5.2 Resposta ao uma entrada senoidal

Analisando os valores singulares visto em 4.4, optou-se por sinais com frequência menor que $0.7 \frac{rad}{s}$. Para este sinal escolheu-se como entrada as seguintes funções:

$$Yin_{pitch} = 0.5 \sin(0.1t)$$

$$Yin_{yaw} = 0.2 \sin(0.6t)$$

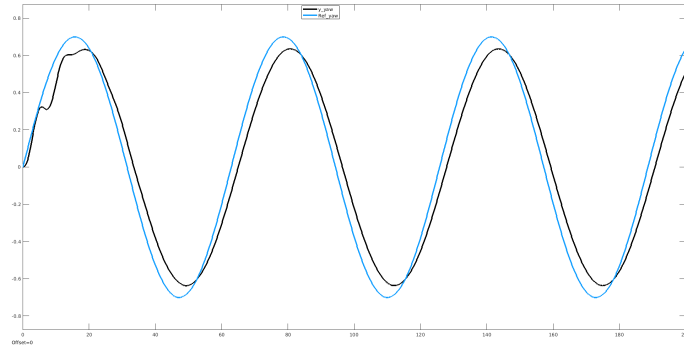


Figura 21: Saída y_{yaw} a uma entrada senoidal.

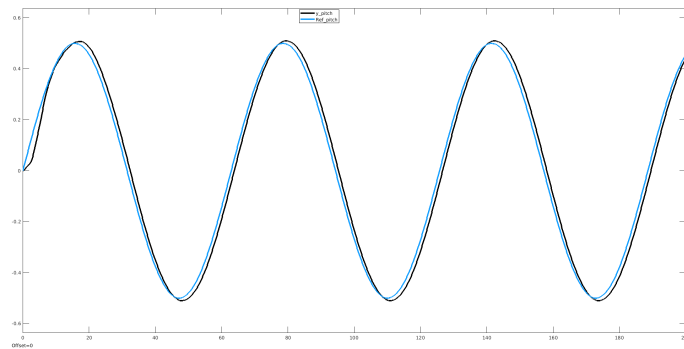


Figura 22: Saída y_{pitch} a uma entrada senoidal.

Novamente, fizemos uma análise com um novo sinal senoidal e para este sinal escolheu-se como

entrada as seguintes funções:

$$Yin_{pitch} = 0.2 \sin(0.2t) + 0.1 \sin(0.4t - 0.2)$$

$$Yin_{yaw} = 0.3 \sin(0.22t) + 0.17 \sin(0.14t - 0.2)$$

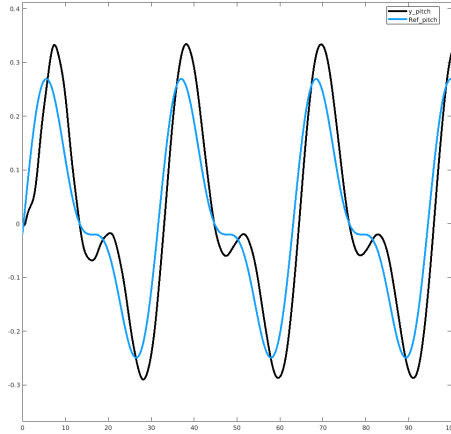


Figura 23: Saída y_{pitch} a uma entrada senoidal, $0.2 \sin(0.2t) + 0.1 \sin(0.4t - 0.2)$.

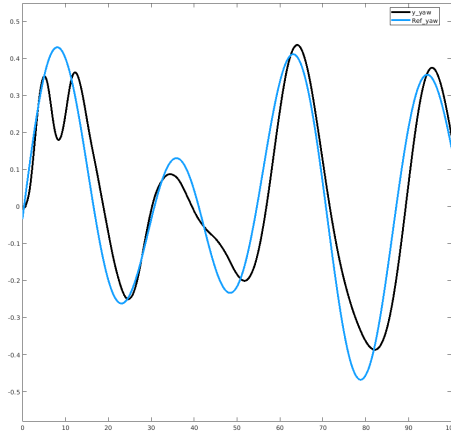


Figura 24: Saída y_{yaw} a uma entrada senoidal, $0.3 \sin(0.22t) + 0.17 \sin(0.14t - 0.2)$.

5.3 Discussão

Os desafios encontrados para o projeto foram diversos. O primeiro consiste no projeto dos controladores em dois estágios cascadeados. Não há ferramenta para o projeto simultâneo, visto que a matriz de transferência possui muitos termos impossibilitando a sua simplificação algébrica.

Enquanto o ajuste dos controladores proporcionais eram feitos, notou-se que ajustando uma saída, como por exemplo o *pitch*, o sinal da outra saída, *yaw*, tornava-se instável ou o sinal se estabilizava longe da referencia.

Por isso optou-se pelos valores dos controladores obtidos em [4] mesmo os resultados obtidos neste secção estão com atraso mesmo para frequências baixas, foi a melhor solução encontrada para este controlador em dois estágios.

Ademais pode-se perceber que, mesmo os modelos simulados fornecidos pela Feedback Instruments® e os modelos experimentais, todos eles apresentam algum atraso entre o sinal de referência e a resposta. Isto provavelmente é uma característica do próprio sistema do Twin Rotor. Na Figura 25 temos a resposta do *pitch* para o modelo do PID fornecido pela própria Feedback Instruments®, ilustrando esse atraso.

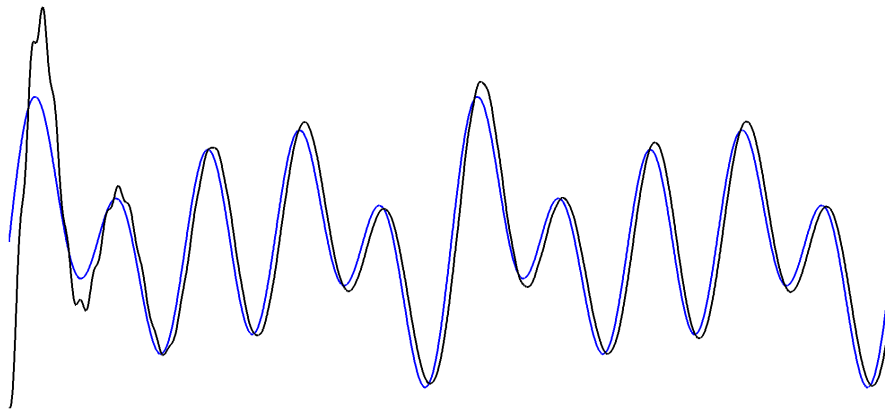


Figura 25: Resposta da saída y_{pitch} a uma entrada senoidal.

6 Conclusões

O projeto de controladores para um Twin Rotor é realmente um desafio do ponto de vista da Engenharia e da Teoria de Controle, isto deve-se ao fato da sua característica não linear, limitação de acesso às saídas e variáveis de estado e o acoplamento entre os canais. Mesmo assim, é possível utilizar um modelo linear satisfatório, o método de desacoplamento mostrou-se funcional no ambiente simulado junto ao controlador robusto para ambos os canais, com a única restrição da faixa de frequências dos sinais de entrada e as suas amplitudes. Com a abordagem utilizada, foi possível obter um controlador com uma ordem muito menor do que a encontrada em trabalhos anteriores [18].

Referências

- [1] Dzul A.E. Castillo P., Lozano R. *Modelling and control of mini-flying machines*. Springer, 2005.
- [2] Rubio F.R Raffo G.V., Ortega M.G. An integral predictive/nonlinear \mathcal{H}_∞ control structure for a quadrotor helicopter. *Automatica*, 46(1):29–39, 2010.
- [3] Dong X. Lee T.H Cai G., Chen B.M. Design and implementation of a robust and nonlinear flight control system for an unmanned helicopter. *Mechatronics.*, 21(5):803–820, 2011.
- [4] Morales R. Somolinos J.A Fernández-Caballero A., Belmonte L.M. Generalized proportional integral control for an unmanned quadrotor system. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2015.
- [5] Feedback Instruments®. Twin Rotor MIMO System Control Experiments 33-949S. 2013.
- [6] <https://www.aircraftsystemstech.com/2017/06/helicopter-aerodynamics-of-flight.html>.
- [7] Lévine J. Bonvin D Mullhaupt P., Srinivasan B. A toy more difficult to control than the real thing. *Proceedings of the European Control Conference (ECC'97). Brussels*, 1997.
- [8] Tokhi M.O Ahmad S.M., Chipperfield A.J. Parametric modelling and dynamic characterization of a two-degree-of-freedom twin-rotor multi-input multi-output system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G, Journal of Aerospace Engineering*, 215(2):63–78, 2001.
- [9] Chipperfield A.J. Tokhi M.O Ahmad S.M., Shaheed M.H. Non-linear modelling of a one-degree-of-freedom twin-rotor multi-input multi-output system using radial basis function networks. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G, Journal of Aerospace Engineering*, 216(4):197–208, 2002.
- [10] Shaheed M.H. Feedforward. Neural network based non-linear dynamic modelling of a TRMS using RPROP algorithm. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal*, 77(1):13–22, 2005.
- [11] Shaheed M.H Rahideh A. Mathematical dynamic modelling of a twin-rotor multiple input-multiple output system. *Journal of Systems and Control Engineering*, 221(1):89–101, 2007.

- [12] Huijberts H.J.C Rahideh A., Shaheed M.H. Dynamic modelling of a TRMS using analytical and empirical approaches. *Control Engineering Practice*, 16(3):241–259, 2008.
- [13] Morales R.M Tastemirov A., Lecchini-Visintini A. Complete dynamic model of a twin rotor MIMO System (TRMS) with experimental validation. *39th European Rotorcraft Forum*, 2013.
- [14] Mija S.J Lidiya John. Robust \mathcal{H}_∞ Control Algorithm for Twin Rotor MIMO System. *IEEE International Conference on Advanced Communication Control and Computing Technologies*, 2014.
- [15] Sarbani Chakraborty. Ayan Saha. Genetic Algorithm Based I-PD Controller Design for twin rotor MIMO system. *International Conference on Control, Instrumentation, Energy Communication*, 2016.
- [16] Vijaya Laxmi Sumit Kumar Pandey. Control of twin rotor MIMO system using PID controller with derivative filter coefficient. *IEEE. Conference on Electrical, Electronics and Computer Science*, 2014.
- [17] Sigurd Skogestad. Ian Postlethwaite. *MULTIVARIABLE FEEDBACK CONTROL*. JOHN WILEY & SONS, 2005.
- [18] Pedro Augusto Viana Pato. *Modelagem e Controle de um Twin-Rotor*. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2016.
- [19] <https://github.com/joaomh/TRMSPUB-2659>.

A Apêndice

Matrizes do controlador K

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 411 & 0 & -14.3 & 0 & -36.6 & -63.5 & -83.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 220.1 & 0 & -46.2 & 0 & 0 & 0 & -125.3 & -519.9 & -1315 \\ -285.5 & -0 & 55.1 & 0 & 184.7 & 369.7 & 627.4 & 0 & 0 & 0 \\ 411.7 & 0 & -76.7 & 0 & -265.8 & -536.6 & -906.6 & 0 & 0 & 0 \\ 253.4 & 0 & -47.2 & 0 & -164.8 & -328.2 & -557.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 1.9 & 0 & 0 & 0 & -6.1 & -3.0 & -2.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 152.39 & -219.70 & -135.20 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.0802 & 0 & 3.8784 & 0 & -0.0714 & -0.1241 & -0.1630 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2149 & 0 & 1.9080 & 0 & 0 & 0 & -0.1223 & -0.5077 & -1.2847 \end{bmatrix}$$

Matrizes do controlador reduzido Kr

$$A = \begin{bmatrix} -0.0010 & 0 & 0.0005 & 0.0074 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0010 & 0 & 0 & 0.0111 & 0.0016 \\ -0.0005 & 0 & -0.0211 & -5.3563 & 0 & 0 \\ 0.0074 & 0 & 5.3563 & -4.5841 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0111 & 0 & 0 & -3.8296 & -4.7575 \\ 0 & -0.0016 & 0 & 0 & 4.7575 & -0.0989 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2.1988 & 0 \\ 0 & 0.9711 \\ 0.5823 & 0 \\ -8.1069 & 0 \\ 0 & -5.3989 \\ 0 & 0.7625 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2.1988 & 0 & -0.5823 & -8.1069 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9711 & 0 & 0 & -5.3989 & -0.7625 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Todos os códigos estão disponíveis neste repositório no [GitHub](#) [19].

Sobre o domínio da licença MIT.

MIT License

Copyright (c)

Permission is hereby granted, free of charge, to any person obtaining a copy of this software and associated documentation files (the “Software”), to deal in the Software without restriction, including without limitation the rights to use, copy, modify, merge, publish, distribute, sublicense, and/or sell copies of the Software, and to permit persons to whom the Software is furnished to do so, subject to the following conditions:

The above copyright notice and this permission notice shall be included in all copies or substantial portions of the Software.

THE SOFTWARE IS PROVIDED “AS IS”, WITHOUT WARRANTY OF ANY KIND, EXPRESS OR IMPLIED, INCLUDING BUT NOT LIMITED TO THE WARRANTIES OF MERCHANTABILITY, FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE AND NONINFRINGEMENT. IN NO EVENT SHALL THE AUTHORS OR COPYRIGHT HOLDERS BE LIABLE FOR ANY CLAIM, DAMAGES OR OTHER LIABILITY, WHETHER IN AN ACTION OF CONTRACT, TORT OR OTHERWISE, ARISING FROM, OUT OF OR IN CONNECTION WITH THE SOFTWARE OR THE USE OR OTHER DEALINGS IN THE SOFTWARE.