paradoxos da implicação estrita Os sequentes válidos da lógica proposicional modal clássica com implicação estrita 1) $\Box q \vdash p \mapsto q$; 2) $\neg\Diamond p \vdash p \mapsto q$ são, de forma presumivelmente incorrecta, designados como paradoxos da implicação estrita. 1 estabelece que de uma proposição necessariamente verdadeira dada como premissa se pode inferir como conclusão qualquer proposição condicional estrita cuja consequente consista naquela proposição. 2 estabelece que de uma proposição necessariamente falsa dada como premissa se pode inferir como conclusão qualquer proposição condicional estrita cuja antecedente consista naquela proposição. *Ver também* IMPLICAÇÃO, IMPLICAÇÃO ESTRITA. JB

paradoxos da implicação material Os sequentes válidos da lógica proposicional clássica 1) $q \vdash p \to q$ e 2) $\neg p \vdash p \to q$ são, de forma presumivelmente incorrecta, designados como paradoxos da implicação material. 1 estabelece que de uma proposição verdadeira dada como premissa se pode inferir como conclusão qualquer proposição condicional cuja consequente consista naquela proposição. 2 estabelece que de uma proposição falsa dada como premissa se pode inferir como conclusão qualquer proposição condicional cuja antecedente consista naquela proposição. *Ver também* IMPLICAÇÃO, IMPLICAÇÃO MATERIAL. JB

paradoxos epistémicos Paradoxos que envolvem as noções de conhecimento e crença, bem como outras noções relacionadas, como opinião e dúvida. O mais conhecido é o paradoxo de Moore, mas há vários outros, como o paradoxo do exame-surpresa (também denominado o paradoxo do enforcado, ou paradoxo da previsão) e o paradoxo do conhecedor.

Paradoxo de Moore Ainda que seja perfeitamente aceitável que alguém afirme a frase «Miranda é uma lua, mas Cláudia não acredita nisso», fica muito estranho se a própria Cláudia afirma «Miranda é uma lua, mas não acredito nisso». Essa frase pode ser transcrita para a linguagem de uma lógica epistémica usual da seguinte forma: 1) $p \land \neg B_c p$, onde p representa a frase «Miranda é uma lua», e B_c o operador epistémico «Cláudia acredita que».

O paradoxo de Moore deve-se ao facto de que, embora a frase anterior seja consistente (isto é, não é autocontraditória), parece-nos que Cláudia não pode consistentemente afirmá-la. Como Jaakko Hintikka mostrou (1962: 65ss.), este é um paradoxo aparente, pois Cláudia não pode acreditar na frase 1. Suponhamos que ela o fazia. Teríamos então 2) $B_c(p \land \neg B_c p)$. Por outro lado, é uma tese nas lógicas epistémicas usuais que $B(\varphi \land \psi) \to (B\varphi \land B\psi)$. Disto se segue que $B_c p \land B_c \neg B_c p$.

Usando outro princípio epistémico, $B\varphi \to BB\varphi$, concluiríamos 3) $B_c B_c\, p \land B_c \neg B_c p$. E finalmente, fazendo uso do princípio $B\varphi \to \neg B \neg\varphi$, que proíbe aos agentes terem crenças contraditórias, concluiríamos $\neg B_c \neg B_c p \land B_c \neg B_c p$, que é, obviamente, uma contradição. Segue-se que Cláudia não pode acreditar em 1.

A estranheza de 1 decorre de algumas convenções pragmáticas. Por exemplo, se alguém afirma a proposição p, dá a entender aos seus interlocutores que está convencido de que p é verdade. Assim, quando Cláudia afirma 1, os seus interlocutores acham que ela acredita que 1 é verdade, e a fórmula que representa isso, 2, acarreta uma contradição.

A solução de Hintikka é aceitável; contudo, os autores que argumentam contra a aceitação de princípios reiterados, como $B\varphi \to BB\varphi$, podem rejeitar a conclusão de que a fórmula 3 seja contraditória. Recorde-se que a derivação da contradição envolve três princípios que, embora usualmente aceites nas lógicas epistémicas, têm sido objecto de críticas (Lenzen 1978).

Paradoxo do exame-surpresa Também conhecido como paradoxo do enforcado, ou paradoxo da previsão, a sua formulação (para simplificar) pode ser como segue: num certo dia, uma professora anuncia aos seus alunos que haverá um exame-surpresa na próxima quinta ou sexta-feira. Um exame-surpresa significa que os alunos não sabem em que dia ele será realizado. Os alunos então raciocinam da seguinte forma: suponhamos que o exame será realizado na sexta-feira. Nesse caso, não seria realizado na quinta, e, portanto, na quinta-feira, ao final das aulas, saberíamos disso, caso em que o exame na sexta-feira não seria uma surpresa. Segue-se que, para satisfazer o anúncio da professora, o exame teria de ter sido realizado na quinta-feira. Mas como sabemos agora desse facto, um exame-surpresa na quinta-feira não poderia ser realizado. Portanto, a professora não poderá realizar um exame-surpresa. Satisfeitos com raciocínio anterior, os alunos ficam descansados. Chega então a quinta-feira e a professora aplica o exame, para grande surpresa dos alunos, que já não contavam com ele.

Há várias soluções propostas para este aparente paradoxo. Uma das mais simples, já indicada por Quine (1966: 21–23), consiste em mostrar que os alunos cometeram o erro seguinte: Seja p a frase «O exame acontece na quinta-feira», e q a frase «O exame acontece na sexta-feira», e seja G o grupo dos alunos. O anúncio da professora pode ser então representado da seguinte maneira: φ) $(p \leftrightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow \neg B_G p) \wedge (q \rightarrow \neg B_G q)$. O primeiro elemento desta conjunção indica que o exame acontece na quinta ou na sexta-feira, mas não em ambos os dias. ($p \leftrightarrow \neg q$ é uma das maneiras de representar uma disjunção exclusiva.) Os outros dois elementos indicam que o exame é uma surpresa: se ocorre na quinta, o grupo não acredita que ocorre na quinta, por exemplo.

Voltemos ao raciocínio dos alunos. Supondo-se que o exame seja realizado na sexta-feira, q, na quinta, no fim das aulas, o grupo tem certeza, claro, de que ele não ocorre na quinta. Ou seja, temos $B_G \neg p$. Assim, o grupo acredita que exame ocorre na sexta, $B_G q$. Porém, do terceiro elemento da conjunção em φ segue-se também que $\neg B_G q$, o que nos dá uma contradição, e, assim a hipótese φ deve ser rejeitada — não é possível realizar o exame-surpresa. Onde está o erro?

Os alunos erram, em primeiro lugar, porque $B_G q$ não se segue logicamente de φ e de $B_G \neg p$. Para isso, seria necessário que o grupo acreditasse em $p \leftrightarrow \neg q$, isto é, que $B_G(p \leftrightarrow \neg q)$ fosse verdade. Tendo isso, deduzimos o seguinte:

1.	q	Hipótese
2.	$B_G(p \leftrightarrow \neg q)$	Hipótese adicional
3.	$\neg p$	de 1 e φ

Fazendo este raciocínio, os alunos convencem-se de $\neg p$, ou seja, temos o seguinte:

4. $B_G \neg p$

Por outro lado, a fórmula seguinte é um princípio válido nas lógicas epistémicas usuais:

5. $(B_G(p \leftrightarrow \neg q) \wedge B_G \neg p) \rightarrow B_G q$

Pode-se concluir portanto o seguinte:

6. $B_G q$

Assim, o primeiro erro cometido pelos alunos foi confundir a suposição de que $p \leftrightarrow \neg q$ com a suposição de que o grupo acredita que $p \leftrightarrow \neg q$, isto é, de que $B_G(p \leftrightarrow \neg q)$.

Contudo, mesmo essa suposição adicional, ainda que seja razoável, não vai resolver o problema. Como vimos, supondo que temos $B_G(p \leftrightarrow \neg q)$ podemos concluir $B_G q$ e derivar uma contradição a partir da hipótese de que q. Logo, p deve ser verdadeira. Como sabemos que φ leva a p, teríamos $B_G p$. Como temos $p \rightarrow B_G p$ em φ, teríamos outra vez a contradição.

O erro desta vez está na suposição de que podemos concluir $B_G p$ a partir de φ, mas isto não é possível. Temos, de facto, que φ leva a p e, assim, $B_G(\varphi \rightarrow p)$. Mas, sem a hipótese adicional (mais uma vez) de que $B_G\varphi$, $B_G p$ não se segue. E, é claro, os alunos não podem acreditar em φ, uma vez que $B_G\varphi \rightarrow \neg\varphi$. Disso segue-se que $B_G\varphi \rightarrow B_G\neg\varphi$, e também que $B_G\varphi \rightarrow \neg B_G\varphi$. Logo, supor $B_G\varphi$ leva a $\neg B_G\varphi$, e o argumento não se sustenta.

É interessante notar uma conexão entre o paradoxo do exame-surpresa e o paradoxo de Moore. Suponhamos que, ao invés de anunciar o exame para uma quinta ou sexta-feira, a professora anuncia um exame-surpresa na próxima quinta. O anúncio da professora seria representado da seguinte maneira: ξ) $p \wedge \neg B_G p$. Vimos, no caso anterior, que o grupo só deduz a impossibilidade do exame sob a hipótese de que acredita em φ. O caso correspondente agora é ξ, e como anteriormente exposto, é impossível ter $B_G(p \wedge \neg B_G p)$.

Considerações a respeito das (dis)soluções do paradoxo do exame-surpresa levaram David Kaplan e Richard Montague à formulação de um novo paradoxo, conhecido como «paradoxo do conhecedor» (Kaplan e Montague 1960, Montague 1963). Este paradoxo apresenta problemas para teorias que representam conhecimento e crença não como operadores, como fizemos na exposição dos paradoxos anteriores, mas como predicados de frases da linguagem da própria teoria. Ou seja, ao invés de representarmos «Cláudia sabe que *p*» por $K_c p$, temos $K(c, [p])$, em que $[p]$ é um nome da frase *p* — o seu NÚMERO DE GÖDEL, por exemplo, ou um nome estrutural-descritivo à maneira de Tarski (1956). Neste caso, o símbolo *K* expressa uma relação entre Cláudia e o nome de uma frase.

Seja então *T* uma teoria com recursos sintácticos suficientes para representar frases da sua própria linguagem — por exemplo, uma extensão da aritmética de Peano ou de Robinson. Suponhamos ainda que *T* tem entre os seus axiomas os seguintes princípios epistémicos: 1) $K([\varphi]) \rightarrow \varphi$; 2) Se φ é uma fórmula logicamente válida, então $K([\varphi])$ é teorema de *T*; 3) $K([\varphi \rightarrow \psi]) \rightarrow (K([\varphi]) \rightarrow K([\psi]))$; 4) $K([K([\varphi] \rightarrow \varphi)])$. Segue-se que *T* é inconsistente.

Finalmente, ainda em relação ao paradoxo de Moore, ainda que seja possível que ninguém saiba coisa alguma, uma posição céptica extrema, pode-se mostrar que estar convencido de que não se sabe nada leva a uma contradição.

A tese de que ninguém sabe coisa alguma poderia ser representada pela fórmula σ) $\forall x \forall p \neg K_x p$, onde ∀ é o quantificador universal, *x* uma variável para indivíduos e *p* uma variável proposicional. O que fórmula σ diz é que, para qualquer indivíduo *x* e proposição *p*, *x* não sabe que *p*. Tomemos Cláudia como exemplo. De σ pode-se derivar $\forall p \neg K_c p$ e, como σ é uma proposição, $\neg K_c \sigma$. Assim, afirmar σ leva-a a estar convencida de que não sabe que σ, ou seja, $C_c \neg K_c \sigma$, onde *C* representa um operador de convicção.

Por outro lado, ao afirmar σ, Cláudia dá a entender estar convencida de que σ, ou seja, temos $C_c \sigma$. Usando um dos axiomas usuais que envolvem convicção, $C\varphi \rightarrow CK\varphi$, derivamos $C_c K_c \sigma$, o que deixa Cláudia com convicções contraditórias.

A argumentação anterior não refuta o cepticismo radical, mas apenas a possibilidade de se estar convencido disso (cf., porém, Griffin e Harton 1981 para uma discussão de várias fórmulas em lógica epistémica que procuram representar posições cépticas, bem como Schlesinger 1985.) CAM

Griffin, N. e Harton, M. 1981. Sceptical Arguments. *Philosophical Quarterly* 31: 17–30.

Hintikka, J. 1962. *Knowledge and Belief.* Ithaca, N.Y.: Cornell University Press.

Kaplan, D. e Montague, R. 1960. A Paradox Regained. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 1: 79–90, reimpresso em Montague 1974.

Lenzen, W. 1978. Recent Work in Epistemic Logic. *Acta Philosophica Fennica* 30: 1–219.

Lenzen, W. 1980. *Glauben, Wissen und Wahrscheinlichkeit*. Viena e Nova Iorque: Springer Verlag.

Montague, R. 1963. Syntactical Treatmens of Modality, with Corollaries on Reflexion Principles and Finite Axiomatizability. *Acta Philosophica Fennica* 16: 153–67, reimpresso em Montague 1974.

Montague, R. 1974. *Formal Philosophy*. New Haven, London: Yale University Press.

Quine, W. V. O. 1966. On a Supposed Antinomy. In *The Ways of Paradox*. Nova Iorque: Random House.

Schlesinger, G. 1985. *The Range of Epistemic Logic*. Aberdeen: Aberdeen University Press.

Tarski, A. 1956. The Concept of Truth in Formalized Languages. In *Logic, Semantics, Metamathematics*. Indianapolis: Hacktett, 1983.

paragem *Ver* PROBLEMA DA PARAGEM.

paralelismo Doutrina dualista acerca do PROBLEMA DA MENTE-CORPO, habitualmente asso-