UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS

CURSO DE GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

EU NÃO CONHEÇO O TÍTULO:

O PARADOXO DO EXAME SURPRESA E OS LIMITES DO CONHECIMENTO

JUAN MAIZ LULKIN FLORES DA CUNHA

Dissertação apresentada como requisito parcial para

a obtenção do grau de Bacharel em Filosofia

Orientador: Prof. Dr. Jaime Parera Rebello

Porto Alegre, Dezembro de 2012.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Que maravilhoso termos nos deparado com um paradoxo. Agora temos alguma esperança de progredir.[1] *– Niels Bohr*

No final de uma semana de aulas, o professor avisa seus alunos: "Na próxima semana teremos uma prova surpresa". Ao que um aluno, muito astuto, responde: "Professor, tal prova é impossível". Surpresos, o professor e os outros alunos questionam o motivo e o aluno astuto explica:

"Se o senhor não tiver dado a prova até a quinta-feira, nós saberemos que a prova será na sexta. Sendo assim, ela não será uma surpresa. Logo, a prova não pode ser realizada na sexta. Se o senhor não tiver dado a prova até a quarta-feira, nós saberemos que a prova será na quinta, pois já vimos que não pode ser na sexta. Mas, do mesmo modo, ela não seria uma surpresa. Logo, ela também não pode ser na quinta. Se não tiver dado a prova até terça, então saberemos que a prova será na quarta, visto que não pode ser na quinta nem na sexta. Não sendo mais uma surpresa, a prova não pode ser na quarta. Se a prova não for dada na segunda, por sua vez, saberemos que ela ocorrerá na terça, pois já eliminamos a quarta, a quinta e a sexta. Novamente, a terça não seria uma surpresa. Logo, a prova só pode ser dada na segunda. Mas como já sabemos que ela só pode ser dada na segunda, não será uma surpresa. Sendo assim, tal prova não é possível."

1 Todas as traduções são de minha autoria. Apontarei onde houver dificuldades na tradução.

O professor, no entanto, ignora tal argumento e aplica a prova na terça-feira, surpreendendo o aluno astuto.

O paradoxo do exame surpresa foi apresentado por Daniel John O'Connor[2] em um artigo publicado na revista *Mind* em 1948 com o título *Pragmatic Paradoxes* (O'Connor, 1948:358). Neste, o problema é apresentado em termos de um exercício militar - um *Class A Blackout* - apresentado à população pelo comando militar em um sábado. Tal exercício teria 2 propriedades: 1) ocorreria às 18h em um dia da semana seguinte 2) sendo um exercício *Class A*, não seria possível saber o dia de antemão.

O título - *Pragmatic Paradoxes* - deixa clara a intenção do autor de enquadrar o paradoxo do exame surpresa na categoria dos paradoxos pragmáticos, por oposição aos paradoxos lógicos - como o paradoxo do mentiroso. A diferença, para O'Connor, reside no fato de que o problema apresentado no paradoxo não é um cuja definição é formalmente autocontraditória, mas que ela é "pragmaticamente autorrefutadora". Isso significa dizer que a tensão fundamental deste problema reside, de algum modo, entre a apresentação e o *ato* de apresentar.

O'Connor tem apenas a pretensão de chamar a atenção para o paradoxo, e não resolvê-lo. A utilidade filosófica de tal problema seria elucidar problemas relacionados, como o paradoxo suscitado pela proposição "Eu acredito que existem tigres no México, mas não há nenhum". Este exemplo é premonitório, pois parece sugerir - apesar de não constar explicitamente no texto - que há *uma certa relação* do problema com o paradoxo de Moore, uma alternativa que é comum na bibliografia mais contemporânea e que veremos mais adiante. A formulação do paradoxo de Moore apresentada na carta de Wittgenstein tem precisamente a mesma forma: "Há um fogo nesta sala e eu não acredito que haja" (Dall'Agnol, 2007:11).

2 O problema já era conhecido antes, mas este é o primeiro artigo sobre o assunto.

O apelo de O'Connor e os artigos que começaram a lidar com o assunto na década de 50 em diante parecem estar imbuídos do espírito do *linguistic turn*, pois o autor argumenta que o valor de tal estudo estaria em, ao menos, tornar um pouco mais claras as formas em que a linguagem ordinária pode nos "limitar" ou nos "enganar".

Ao analisar a história do desenvolvimento do problema, vamos observar que os autores buscaram resolvê-lo de forma *bem* diversa. Avishai Margalit e Maya Bar-Hillel em sua resenha sobre o desenvolvimento do paradoxo afirmaram que "a diversidade de opiniões, abordagens e tratamentos que têm sido apresentada sobre o paradoxo é realmente impressionante" (Bar-Hillel e Margalit, 1983:263).

Alguns poucos autores, talvez os de opinião mais estranha, cederam ao problema e simplesmente negaram que o exame pudesse ser realizado em um dia inesperado, ignorando a forte intuição que sua ocorrência é possível, ignorando, como dizia Michael Scriven "o monstro, a Realidade" (Scriven, 1951:403).

Entre as possibilidades de refutação, a maior parte focou no problema específico da realização da prova no último dia possível e buscou refutar essa premissa tão intuitiva do argumento. Outros concederam que uma prova no último dia *seria* impossível, e buscaram refutar a aplicação do mesmo critério iteradamente.

Independentemente do ponto onde se deve "barrar" o paradoxo, talvez a melhor caracterização das soluções alternativas sejam a sua natureza: lógica, epistêmica ou pragmática. Os autores que buscaram uma natureza lógica do problema, procuraram, primariamente associá-lo de algum modo com o paradoxo do mentiroso, gerando formulações que envolvessem uma recursão infinita na qual o seu valor de verdade ficasse variando e não pudesse ser definido. PAREI AQUI!

Outros apelaram para a impossibilidade de usar as palavras do professor como premissa, ora por negar a possibilidade de conhecermos algo pela mera afirmação de outrem, ora pela impossibilidade de conhecer o futuro, por este ser contingente. Outros, ainda, buscaram olhar o problema de outro ângulo, como um problema prático, não teórico.

Além da diversidade de soluções, impressiona a diversidade de impressões que vão de "'insignificante' a 'poderoso'" (idem, p. 264), e, também, como o problema se mostrou tenaz. Em 1959, Lyon afirma que a sua abordagem "tem a vantagem de ser tão simples que qualquer um que a ler irá concordar com a solução" (Lyon, 1959:510) e 50 anos depois, Levy, não menos esperançoso, diz que seu *paper* irá "terminar a intriga de uma vez por todas" (Levy, 2009:131) e que sua solução "deve ficar".

A exposição de Margalit e Bar-Hillel foi a primeira a ter como objetivo principal apresentar de forma resumida a literatura sobre o problema, no intuito de eliminar a "repetição desnecessária de alguns argumentos" . No entanto, a exposição irá completar 20 anos e de lá para cá soluções mais robustas deixaram o problema mais polido. Além disso, não encontrei apresentação elementar - porém completa - e lusófona do paradoxo e seu desenvolvimento nos últimos 60 anos. Dado que este é apresentado em diversos materiais de estudo introdutórios de filosofia e lógica, creio que este fato é lastimável. Faz-se necessário um mapa atualizado do problema.

Minha pretensão é a de revisar esta literatura, apresentando nos próximos capítulos essa pluralidade de soluções com naturezas tão distintas da forma mais clara possível, para que, no fim, possamos, como disse Bohr, ter alguma esperança de progredir.

1. AS SOLUÇÕES

1.1. Cohen e a distinção proposição/elocução

Para Laurence Jonathan Cohen a solução do problema apresentado por O'Connor se resume a uma simples distinção entre proposição e elocução.

Em seu artigo, O'Connor tinha comparado o paradoxo ao problema sugerido pela afirmação "Eu não lembro de nada". Tal afirmação não é nem uma contradição lógica , como $p \wedge \neg p$, e também não é "meramente ... falsa factualmente", pois, se, tomamos o "nada" literalmente - absolutamente nada -, não teríamos como afirmar coisa alguma, visto que não lembraríamos nem das palavras, nem de como a linguagem funciona. O primeiro ponto é bem claro, contudo, o segundo parece carecer de mais argumento.

O ponto de O'Connor é precisamente o seguinte: ocorre que *não precisamos de um fato fora a própria afirmação* para sua falsidade. Dizer que "'Joãozinho não lembra nada' é falso" depende de *verificarmos* que ele se lembra de algo. Perguntamos: "Joãozinho, você lembra o seu nome?". Se ele responder "me lembro, é João" teremos justificativa suficiente para dizer que ele se lembra de algo, logo, não é o caso que não se lembre de nada. Já "Eu não me lembro nada" independe. Não preciso me questionar "Eu me lembro de algo?". Daí a perplexidade de uma afirmação que já *se produz* falsa sem ser logicamente falsa.

Cohen então argumenta que tal perplexidade é desnecessária, pois O'Connor toma "afirmação" (*statement*) de modo ambíguo. Uma afirmação pode ser entendida de dois modos muito distintos. Um modo é a ação que tomamos ao afirmar, que pode ser o ato de escrever, pensar, falar, etc. Este é a sua elocução. Quando nos referimos a uma elocução, faz sentido questionar "quando foi que afirmaste X?" ou "onde estavas quando afirmaste X", do mesmo modo que "quando foi que comeste pela última vez" ou "em que restaurante comeste pela última vez". Como qualquer ato, a elocução está espaço-temporalmente localizada. Neste caso dizer "a sua elocução é verdadeira" tem o mesmo sentido que dizer "seu andar é falso": nenhum. O outro modo é a proposição em si. Dizer "a proposição é verdadeira", isto sim, parece apropriado. "Quando ocorre a proposição?", inadequado. Mais do que isso, como observa Cohen, a distinção parece muito plausível olhando para como a linguagem ordinária opera, pois sentenças como "Quando é que ele afirmou que 'estava a andar'?" contém essa distinção implícita. Neste exemplo, questiona-se a posição temporal de uma elocução de uma proposição.

"Eu, Juan Maiz, não estou escrevendo agora, dia 26 de Maio às 17h e 23 minutos no calendário Gregoriano, -3 horas de Greenwich" é uma proposição falsa, mas uma cuja falsidade eu já conhecia quando comecei a escrevê-la (o leitor - não sendo ele eu, Juan Maiz - não deveria estar tão seguro disso!), porque a proposição tem como objeto uma ação que supostamente não ocorre. Essa ação, no entanto, ocorre. A proposição é falsa. E é falsa justamente pelo modo como a elocução se deu, no caso, porque eu escrevi a proposição. Se eu apenas tivesse *pensado* a proposição, ela seria verdadeira.

E porque tal distinção é útil no paradoxo em questão? O argumento de Cohen é o seguinte: Do mesmo modo que a distinção resolve o problema da proposição do parágrafo anterior, a afirmação "Ocorrerá um *Class A Blackout* na próxima semana", também é uma proposição cuja falsidade ocorre pelo ocorrência de sua elocução. De modo análogo, se o sargento tivesse apenas pensado a proposição, ela seria verdadeira.

A passagem da solução inicial ao problema específico do paradoxo não é clara. Se o autor está sugerindo que o *ato* do anúncio o torna *falso*, isto significa então que o aluno deve simplesmente ignorar o anúncio. Neste caso, se o professor der uma prova no período, o anúncio se tornará verdadeiro. Assim, a distinção não resolve o problema, mas o engendra novamente.

1.2 Alexander, a autorreferência e os condicionais problemáticos

No mesmo ano da publicação de Cohen, 1950, Peter Alexander colocou em dúvida a utilidade da distinção (não a validade da mesma, que é bastante evidente) de Cohen para o problema do paradoxo e apresentou outra. E com seu argumento colocou a solução do paradoxo, pela primeira vez, na trilha dos paradoxos autorreferentes, deslocando-o do campo epistemológico para o puramente lógico.

O primeiro passo é negar a utilidade da distinção elocução/proposição. Para Cohen, não há paradoxo em "Eu não me lembro de nada" mesmo no caso do sujeito que profere tal proposição estar morto (imagine que o sujeito gravou esta frase e solicitou que a reproduzissem em seu enterro). Pois, neste caso, para ele, a afirmação seria claramente verdadeira. Alexander apresenta duas considerações sobre este ponto: 1) Não é razoável atribuir a referência do sujeito da proposição ao cadáver. Sendo assim proposições deste tipo bizarro não podem ser verificadas ou falsificadas. 2) Mesmo que possamos atribuir a referência ao morto é, ao menos, concebível que a frase seja falsa.

Elucidemos os dois pontos. Ponto 1: Imagine que alguém está assistindo a um vídeo no YouTube onde o reverendo Martin Luther King, postado em frente a uma turba, está dizendo "Eu tenho um sonho". Esta pessoa não irá pensar "como podem tantas pessoas confiar neste mentiroso?". Ponto 2: Imagine que um médium está "recebendo" frases de alguém imaterial que alega ser Chico Xavier. Ele diz "Eu me lembro de algo". A referência estaria no espírito de Xavier, o que é concebivelmente verdadeiro.

Para Alexander, então, o problema está em uma distinção acerca do que é uma memória. Podemos ter uma memória *de uma experiência*, como em "lembro-me que ontem comi Cheesecake" e a memória *de uma habilidade* ou costume, como em "lembro-me de como andar de bicicleta".

Com essa distinção em mente Alexander afirma que o problema original de Cohen deve ser entendido nestes termos: "Eu ainda sei como construir proposições, porém não me lembro de nenhuma experiência". Se assim é, não há problema algum na proposição. Já em "eu não sei como construir proposições", para Alexander, a contradição emerge na própria proposição, independentemente da sua elocução, do mesmo modo que "eu estou mentindo agora".

Apesar de todo esse argumento, Alexander acredita que tanto a distinção de Cohen – que continua válido para sentenças como "eu não estou escrevendo agora" –, como a sua, que procura igualar "eu não sei como construir proposições" com o paradoxo do mentiroso, não respondem ao problema do *Blackout*. Porém sua solução para este também não parece muito convincente.

Para Alexander, quando afirmo que "amanhã farei uma prova", o que quero dizer é "se nada me impedir, amanhã farei uma prova". Do mesmo modo, quando se apresenta o problema do *Blackout*, se pretende dizer que "se as condições do *Class A Blackout* forem satisfeitas, ocorrerá um *Class A Blackout*". Mas como as condições são insatisfazíveis, temos uma proposição condicional cuja condição é falsa.

Este caminho deslocaria o problema para um problema da lógica dos condicionais, como no teste de Ramsey e nas teorias de cotenabilidade (cotenability theories). Porém, como veremos adiante, a discussão acerca do problema não se seguiu neste caminho, portanto, não desenvolverei tais ideias.

1.3. Scriven, declarações e ordenamentos

> ***Acho que este sabor da lógica refutada pelo mundo faz o paradoxo [da predição] ser bastante fascinante. O lógico vai pateticamente por meio dos movimentos que sempre fizeram o feitiço funcionar antes, mas de alguma forma o monstro, a Realidade, não entendeu o ponto e ainda avança. – (Scriven, 1951:403)***

Para Michael Scriven a distinção relevante para resolver o paradoxo é a distinção entre declarações (*statements*) e ordenamentos (*ordainments*). Para ele, existe uma confusão entre estes dois tipos de anúncios que engendram o problema.

Uma declaração é um anúncio regular, como "as samambaias são pteridófitas" enquanto que um ordenamento é um anúncio que "tipicamente" envolve a fixação de um local, momento ou detalhes de uma ocorrência. Enquanto declarações, os ordenamentos são "predições contingentes" (idem, p. 406). Sendo assim, a afirmação "ocorrerá um *Class A Blackout* no próximo sábado" é um ordenamento contraditório. Isto porque, para Scriven, o ordenamento demanda que haja um *Blackout* no sábado. Mas se o *ordenamento* é válido, então ele é inválido.

É que é importante notar aqui é como Scriven busca remover o caráter epistêmico do problema. O que ele faz é igualar a afirmação "ocorrerá um *Class A Blackout* no próximo sábado" com "se ocorrer um *Blackout* no próximo sábado, esta afirmação é falsa". Dada esta incompatibilidade, temos duas alternativas: ou bem haverá o *Blackout* no sábado, mas não será um *Class A*, ou bem não haverá um *Blackout* no sábado (e, se ocorrer em outro dia, será *Class A*). Mas, nota Scriven, estas não são propriamente soluções, são "interpretações que poderíamos fazer em uma situação em que acreditamos que o caráter autorrefutador do anúncio ocorre por engano" (idem, p. 406).

A conclusão de Scriven é que o anúncio é contraditório *enquanto um ordenamento*. Sua simples solução é a seguinte: se concluímos que o ordenamento é contraditório então podemos tomá-lo como falso. No entanto, se tomamos como falso, estamos seguros de que não ocorrerá um *Class A Blackout* no sábado. Logo, se ocorrer um *Blackout* no sábado este será inesperado, salvando assim a *declaração* que se realizará (será verdadeira!). Como conclui Scriven "o suicídio do anúncio enquanto um ordenamento é acompanhado por sua salvação enquanto uma declaração".

A saída de Scriven é bem simples: por meio de uma distinção tornou o problema original uma contradição, e pela contradição mostrou que podemos ser surpreendidos. Contudo, primeiramente, tal distinção é bem confusa e, segundo, se negamos a plausibilidade desta, o problema reaparece, pois, se sabemos que a afirmação é verdadeira – que o ocorrerá o *Class A Blackout* na data definida – ele não será mais *Class A*, tornando-se falso e assim por diante. Teremos, assim, não uma solução como pretende Scriven, mas um paradoxo lógico.

1.4. Weiss, o paradoxo da predição e os futuros contingentes

Em 1952, Paul Weiss apresentou uma solução apoiada no conceito aristotélico dos futuros contingentes (De Interpretatione). No entanto, é bem provável que sua principal contribuição foi cunhar o nome do problema que acabou se tornando o mais utilizado no debate acadêmico[3], a saber, "paradoxo da predição".

O uso do título "paradoxo da predição" é premeditado. Como veremos, este título já dá um sinal de como Weiss pretende resolver a questão. Weiss redefine o problema do seguinte modo: Um professor diz "é uma regra que não pode ser descumprida desta escola que haverá um exame em um dia inesperado". Os alunos argumentam que o exame não pode ser dado no último dia de aulas, pois assim ele ão será inesperado. Logo, também não pode ser dado no penúltimo dia e assim por diante. Conclusão: ou bem o professor não dá a prova ou bem o professor dá a prova em um dia esperado, o que, de qualquer forma descumpre a regra da escola.

O primeiro ponto de Weiss é buscar refutar os autores anteriores, que buscaram mostrar que o problema de alguma forma residia entre o conteúdo do anúncio e o ato do anúncio em si. Para isso ele apresenta dois exemplos: No primeiro o professor chega no último dia de aula e anuncia "Ah, havia me esquecido: existe uma regra que não pode ser descumprida desta escola que haverá um exame em um dia inesperado. E aqui está o exame."; No segundo o professor chega em qualquer dia letivo que não o último e dá exatamente o mesmo aviso; Em ambos os casos, fica claro que não há paradoxo algum, pois a regra não é descumprida, visto que 1) o exame ocorre e 2) ele é uma surpresa. O problema nestes dois exemplos é que não apenas a prova é uma surpresa, mas a própria apresentação da regra também é uma surpresa. Ademais, em ambos, há apenas um caso em que a regra pode ser aplicada, a saber, o próprio dia em que a regra é anunciada. É evidente que, se no segundo caso o professor não tivesse dado a prova ao mesmo tempo, o problema retornaria. Logo, para Weiss, temos que sair da perspectiva do aluno, e tomar a regra como dada, e olhar

3 excluo aqui livros introdutórios de filosofia, lógica ou epistemologia, que mantém o uso majoritário de "paradoxo do exame surpresa" ou "paradoxo do enforcado".

o problema de um modo mais geral. Dessa perspectiva o que é relevante é saber se é possível deduzir se haverá um exame inesperado dentro do período definido pela regra de antemão.

Para Weiss a confusão fundamental do problema é a confusão um uso “coletivo” e um uso “distributivo” do operador disjuntivo (ou). Argumenta ele que p não é dedutível de $(p \vee q)$ *mesmo* que q não seja o caso. Isto porque, quando se trata de uma *predição* e consideramos um intervalo (*range*), este se apresenta apenas como uma gama de *possibilidades,* que não podem, por elas mesmas, se dissossiarem umas das outras. Ou seja, quando consideramos o intervalo de dias em que é possível que ocorra o exame, não podemos excluir qualquer um destes a não ser por apelo à história ou à imaginação.

Tal apelo, feito pelos alunos ao argumentar a impossibilidade do exame no último dia, pressupõe supor que podemos, pelo apelo mesmo, tornar o intervalo de dias entre o primeiro e o penúltimo não mais passível de ocorrência de exame. É querer torná-los *atuais*, por mera imaginação. Nos termos de Weiss “é [querer] converter o ou coletivo no ou distributivo” o que não pode ser feito, pois isso só ocorre no próprio “vir a ser”.

> "o último dia não pode ser deslocado dos outros dias no momento em que o anúncio é feito, exceto por um tipo de antecipação teórica da história real, afastando-se de um anúncio de uma possibilidade para um estado de coisas onde possibilidades são especificadas e distinguidas uma após a outra. O anúncio nos diz que algum dia vai ser selecionado como o dia do exame. Qualquer que seja, ele será inesperado, desde que vejamos [o problema] do ponto de vista do anúncio; ele [o exame] será experado desde que tenhamos eliminado os outros [dias] e então tornado este distinto dos outros – status que este [dia] não possui *no* anúncio.” (grifo meu)

Tendo tal solução em vista, podemos pensar no problema com apenas dois dias. Para Weiss, neste caso o ponto é este: mesmo que o professor não dê o exame no primeiro dia e não seja mais surpresa que ele se dará no último, ele deixa de ser uma surpresa *neste momento*, mas não “do ponto de vista do anúncio”. Em resumo, no próprio anúncio não é possível prever o dia, sejam dois, seja todo o ano letivo. Mesmo no caso de um conjunto muito grande de dias e que tenhamos de fato chagado ao último sem que a prova tenha ocorrido, este dia foi inexperado até então.

1.5. Quine e a desconfiança no professor

Quine inicia seu artigo On a So-called Paradox afirmando conhecer o problema e estar em contenda com o mesmo há nove anos (desde 1943) e desqualificando a solução de Weiss como atitude de “extremo desespero” ao “entreter a fantasia Aristotélica de que ‘É verdade que p ou q’ é uma condição insuficiente para ‘É verdade que p ou é verdade que q’”.

Quine duvida do caráter paradoxal do problema. Sua apresentação se segue:

> “K sabe no tempo t ... que está decretado que um evento E de um determinado tipo ocorrerá unicamente e com o conhecimento de K no tempo $t + i$, para um inteiro i menor ou igual que um número n especificado e que está decretado adicionalmente que K não sabe o valor de i antes passar (digamos) do tempo $t + i - ½$.”

Seguindo a apresentação usual dos autores anteriores, neste momento t, K argumenta que:

> “$i \leq n - 1$; pois, se i for n, K saberia imediatamente após $t + n - 1$ que i era n. Então, pelo mesmo arrazoado com ‘$n - 1$’ para ‘n’ ele argumenta que $i \leq n - 2$; e assim por diante finalmente concluindo após n passos que $i \leq 0$ e portanto que o evento não ocorrerá de modo algum.”

O erro no argumento de K consiste em considerar apenas dois cenários no tempo t ao pensar sobre o estado de coisas em $t + n - 1$ (o penúltimo dia):

C1) E já vai ter ocorrido em algum dia que não $t + n$;

C2) E vai ocorrer em $t + n$ (o que manteria o decreto); Neste caso K vai saber em imediatamente após $t + n - 1$ que o evento vai ocorrer em $t + n$ (o que violaria o decreto);

Como C2 viola o decreto, K opta por rejeitar este cenário, argumentando, como vimos, que E não pode ocorrer em $t + n$. Quine acredita que K está errado em considerar apenas estes dois cenários, devendo incluir mais dois:

C3) E vai não vai ocorrer em t + n (o que violaria o decreto);

C4) E vai ocorrer em t + n (o que manteria o decreto) e o aluno não vai saber disso (o que manteria o decreto também);

Para Quine, como é possível que E não ocorra em t + n (mesmo não tendo ocorrido antes), o que violaria o decreto, K não tem razões suficientes em t + n - 1 para estar seguro de que ocorra em t + n. Ou seja, o argumento de Quine depende que K não pressuponha que o decreto seja satisfeito por definição, pois depende que K considere a possibilidade E não ocorra em t + n mesmo imaginando-se em t + n - 1. Sendo assim o erro de K está em associar seu argumento com um *reductio ad absurdum*, sem poder fazê-lo: em um *reductio* correto a proposição a ser refutada deve ser tomada como verdadeira. Como K não tem este direito, dado que C3 é possível, K há de considerar C4 como possível também, o que implica que seu argumento indutivo não se segue, e que, sendo assim, C1 também é um cenário que pode ocorrer.

Supor o cumprimento do decreto, e a eliminação de C4, é, como Quine apresenta, confundir duas coisas:

i) uma hipótese, de K em t, que o decreto vai ser cumprido;

ii) uma hipótese, de K em t, que K saberá em t + n - 1 que o decreto será cumprido;

Por fim, Quine retorna ao exemplo do enforcado para mostrar como seu argumento se aplica a um cenário de um dia só. Se um juiz disser "você será enforcado amanhã, mas não sabe disso antes que ocorra" e K argumentar que o juiz está se contradizendo, logo K não deverá acreditar que será enforcado no outro dia, sendo então, o seu enforcamento uma surpresa. Tal raciocínio de K, que fique claro, é considerado errado por Quine. Se K se der conta que a conclusão de contradição leva à certeza do enforcamento, entramos em um regresso *ad infinitum* - veremos mais adiante como esse regresso de fato ocorre para outros autores e porque rejeitam a solução Quineana.

O correto seria K se dar conta dos 4 cenários possíveis apresentados acima, e, é claro, sem poder saber de antemão que cenário será o caso, torcer - e com toda a reza possível! - pelo cenário em que o enforcamento simplesmente não ocorre.

1.6. Shaw e a autorreferência

Cinco anos após o artigo de Quine, - o que representa um grande silêncio, afinal todos os artigos que vimos acima estão no período de 48 e 53, silêncio cujos motivos podemos apenas conjecturar: seria a autoridade de Quine que afugentou réplicas ou a força mesma de seu argumento? - R. Shaw defende em seu artigo que o problema é de ordem lógica, ou seja, que trata-se, em essência de um paradoxo de autorreferência.

Segue a formulação de Shaw: Um professor anuncia a seus pupilos que há uma regra inquebrável da da escola de que, até o final do período letivo haverá um exame em um dia inesperado (não é possível *saber* que a prova ocorrerá no próximo dia). Os alunos argumentam que o exame não pode ser dado no último dia do período letivo, pois se este não tiver sido dado até então eles saberiam na noite anterior que ele ocorreria, não sendo mais inesperado. Do mesmo modo, não poderia ser dado no penúltimo dia e assim por diante. Assim, a regra inquebrável da escola parece ser auto-contraditória, no entanto a ocorrência *efetiva* de um exame, digamos, antes da última semana satisfaz a regra.

Para Shaw, *saber* que a prova ocorrerá no próximo dia neste contexto significa "ser *capaz de prever*, *dado que as regras da escola não sejam quebradas*". Neste ponto Shaw se distancia de Quine, pois ele quer resolver o problema do paradoxo deixando claro que *temos* que pressupor que a regra em questão tem de ser levada à sério. A saída de Quine – tomar saber como uma noção "vaga do senso comum" (Shaw:1958, 382, ¶4) – significa se evadir do problema e não resolvê-lo. Temos que entender "inesperado" deste modo: não deduzível de certas regras especificadas da escola. Assim temos uma definição do problema "puramente lógica", com as regras servindo com axiomas e, assim, temos que qualquer problema derivado desta definição só pode ser um problema lógico e não um problema de outra natureza como queriam alguns autores anteriores à Shaw: Alexander, Scriven, Weiss e Quine.

O primeiro conjunto de regras formulado por Shaw é o seguinte:

Regra 1: Um exame ocorrerá em algum dia do período letivo;

Regra 2: O exame será inesperado, no sentido em que ele ocorrerá em um dia em que na noite anterior não será possível para os alunos deduzir que o exame ocorreria no dia posterior *a partir da regra 1*.

De acordo com Shaw, esta formulação proíbe a ocorrência no último dia, afinal os alunos podem deduzir a ocorrência da prova neste dia, caso ela não tenha sido dada, *a partir da regra 1*. No entanto, Shaw não crê que eles possam seguir o mesmo raciocínio para os outros dias – o argumento para isto não é perfeitamente claro no texto, mas podemos supor com certa confiança que se trata disso: barrar o penúltimo envolveria *violar a regra 2* – logo, não há paradoxo. Shaw supõe então uma variação do problea com uma terceira regra:

Regra 3: O exame ocorrerá em um dia em que na noite anterior não será possível para os alunos deduzir que o exame ocorreria no dia posterior *a partir das regras 1 e 2*.

Neste caso poderíamos barra o penúltimo dia, pois tal raciocínio envolveria utilizar a regra 1 e 2. No entanto, novamente, nenhum outro dia poderia ser descartado, pois isso violaria a regra 3 – e continuaríamos sem paradoxo. Entretanto, no caso de um período de apenas dois dias teríamos um cenário diferente. Neste, as regras da escola seriam simplesmente auto-contraditórias e não paradoxais, pois, diz Weiss, "nenhum exame pode *de fato* ser realizado e satisfazer as regras da escola".

Tal argumento pode generalizar o problema e vale para qualquer período de n dias, com r + 1 regras (seguindo a lógica das regras 2 e 3, é claro). Se r < n, os últimos r dias poderão ser proibidos pelo arrazoado dos alunos, porém restarnao n - r dias onde o exame será possível. Se r = n, então as regras são simplesmente auto-contraditórias, pois o aluno poderá dizer que a ocorrência do exame no dia s que este viola a regra s + 1. Em todo caso, diz Weiss, não temos paradoxo. Considerems, por fim, uma última regra, e consideremos apenas esta regra somada à regra 1:

Regra 2*: O exame ocorrerá em um dia em que na noite anterior não será possível para os alunos deduzir que o exame ocorreria no dia posterior *a partir das regras 1 e 2**.

Neste caso, diz Shaw, fica "claro" que a origem do paradoxo é a natureza auto-referente da regra 2*.

Três coisas podem – e devem – ser ditas neste ponto.

Primeiro, que não é claro em que sentido, no caso de r = n, um aluno possa afirmar no dia anterior – dia s – que *sabe* que haverá uma prova no outro dia – dia s + 1 – com base na regra s + 1, pois, no início do período, ou mesmo em qualquer outro dia deste, como ele poderia distinguir um dia específico? Este argumento apenas poderia ser feito *após* a ocorrência do exame, onde o aluno diria que era *possível* saber da ocorrência do exame a partir das regras, porém, esta lógica também é valida para *todos os dias*.

Segundo, que a conclusão de Shaw é atroz: se a natureza paradoxal do problema está na natureza da regra 2*, porque então ele não definiu já o problema *em termos de 2** e tendou dar-lhe uma solução? Ele realmente crê que *há* um paradoxo nesta definição? Parece que sim.

E, por fim, mas não menos importante, que Shaw parece afirmar que o paradoxo envolvido em 2* se engendra *meramente* "pela natureza auto-referencial" da regra. Pois auto-referência não é condição – nem necessária, nem suficiente – para engendrar um paradoxo. Há autores[4] que argumentam que auto-referência não é necessária nem mesmo para definir o paradoxo do mentiroso. E proposições como "esta proposição é composta por palavras" é um exemplo evidente de uma auto-referência não paradoxal.

---

4 Como Tennant 1995 e Yablo 1993. Priest 1997 busca refutar tal posição. Sorensen 1998 responde a Priest, que, por sua vez é respondido por Beall (2001). Tal resumo da ópera está em Levy 2009, p. 154, nota 25.

1.7. Lyon e o livre arbítrio

Provavelmente o autor que tirou conclusões mais surpreendes em relação ao problema em questão foi Ardon Lyon.

Em desenvolvimento.

1.8. Kaplan e Montague e a formalização do problema

Os primeiros autores a formalizarem o problema foram David Kaplan e Richard Montague. Sua solução para o problema começa com um assentimento com o pressuposto de Shaw – de que devemos *tomar* o anúncio do professor como verdadeiro, ao contrário da solução de Quine, e que devemos procurar encontrar a formulação mais forte e que seja genuinamente paradoxal –, cuja intenção é colocar o paradoxo *ao lado* dos paradoxos do mentiroso e o de Richard.

Porém, Kaplan e Montague afirmam ter demonstrado que a solução de Shaw não é paradoxal, ao contrário do que afirma o autor. No entanto, eles também afirmam terem encontrado variações do problema *genuinamente* paradoxais.

Vejamos a formalização proposta[5], apresentada nos termos do problema do enforcado com três dias:

K é o prisioneiro;

S é a proposição "K é enforcado na segunda";

T é a proposição "K é enforcado na terça";

Q é a proposição "K é enforcado na quarta";

$K_d(\ \varphi\ )$ é a proposição "K sabe no domingo de noite que a proposição φ é verdadeira";

$K_s(\ \varphi\ )$ é a proposição "K sabe na segunda de noite que a proposição φ é verdadeira";

$K_t(\ \varphi\ )$ é a proposição "K sabe na terça de noite que a proposição φ é verdadeira";

As fórmulas $\underline{S}$, $\underline{T}$ e $\underline{Q}$ são usadas substituindo φ para referenciar o resultado da colocação de S, T e Q entre parenteses. Por exemplo, $K_d(\ \underline{S}\ )$ deve ser interpretado como "K sabe no domingo de noite que a proposição 'K é enforcado na segunda' é verdadeira";

5 Tentei manter a estrutura geral da formalização apresentada no artigo, no entanto modifiquei a sintaxe utilizada pelos autores pela sintaxe padrão que adotei para os operadores lógicos ao longo deste trabalho (e.g. & virou $\wedge$, ~ virou $\neg$, e assim por diante). Além disso, resolví traduzir as letras sentenciais quando achei apropriado (e.g. W, de wednesday, virou Q, de quarta). Também por motivos de consistência, optei por usar apenas parênteses para escopo e não os colchetes que os autores adotaram. Os colchetes uso à direita das expressões para informar a partir de qual expressão os autores derivam o resultado, ao contrário do modo que os autores o fazem, que é textual.

D_1 é a afirmação do juiz de que uma das três condições será satisfeita:

- K é enforcado na segunda, mas não na terça, nem na quarta, e K não tem como saber disso no domingo de noite. Formalmente: $S \wedge \neg T \wedge \neg Q \wedge \neg K_d(\underline{S})$

- K é enforcado na terça, mas não na segunda, nem na quarta, e K não tem como saber disso na segunda de noite. Formalmente: $\neg S \wedge T \wedge \neg Q \wedge \neg K_s(\underline{T})$

- K é enforcado na quarta, mas não na segunda, nem na terça, e K não tem como saber disso na terça de noite. Formalmente: $\neg S \wedge \neg T \wedge Q \wedge \neg K_t(\underline{Q})$

Um outro detalhe relevante da notação de Kaplan e Montague é a substituição da notação usual de *implicação* $\varphi \vdash \omega$ pelo a função $I(\varphi, \omega)$.

Assim, D_1 pode ser formalizada completamente como:

$$(S \wedge \neg T \wedge \neg Q \wedge \neg K_d(\underline{S})) \wedge (\neg S \wedge T \wedge \neg Q \wedge \neg K_s(\underline{T})) \wedge (\neg S \wedge \neg T \wedge Q \wedge \neg K_t(\underline{Q}))$$

Deste modo, K argumenta que D_1 não pode ser cumprido: assumamos que ele seja; O enforcamento não pode ocorrer na quarta, pois se ocorresse, os dois primeiros adjuntos de D_1 seriam falsos (clarificando: o primeiro porque S seria falso, o segundo porquê T seria falso) e o terceiro se manteria. O problema se resumiria a $(Q \wedge \neg K_t(\underline{Q}))$. Mas, não ocorrendo nem na segunda, nem na terça, o exame ocorrerá na quarta (lembremos, estamos pressupondo o cumprimento de D_1), ou seja $I(\underline{\neg S \wedge \neg T}, \underline{Q})$. Assim, K saberia, na terça de noite, que quarta ocorreria o enforcamento, ou seja $K_t(\underline{Q})$, o que contradiz obviamente $\neg K_t(\underline{Q})$. Logo $\neg Q$.

As duas assunções implícitas, porém plausíveis, de K para construir esta refutação são:

A_1: $(\neg S \wedge \neg T) \rightarrow K_t(\underline{\neg S \wedge \neg T})$

A_2: $(I(\underline{\neg S \wedge \neg T}, \underline{Q}) \wedge K_t(\underline{\neg S \wedge \neg T})) \rightarrow K_t(\underline{Q})$

A_1 é um caso do conhecimento por *memória*. Em bom português, se a prova não foi dada nem na segunda nem na terça, então K sabe, na terça de noite, que ela não foi dada na segunda nem na terça. A_2 é um caso do princípio de fechamento (conhecido comumente como *epistemic closure principle*) do conhecimento: Se p implica q e eu sei que p, então eu sei que q, ou, em outras palavras, tudo que é implicado pelo meu conhecimento também é meu conhecimento. Apesar deste princípio não ser um concenso, Kaplan e Montague consideram apropriado considerar que K está em uma situação específica em que podemos tomar A_2 como certo.

Podemos assumir, também, que K sabe A_1 e A_2 desde o início do período (domingo):

A_3: $K_d(\underline{A_1 \wedge A_2})$

Se ele sabe disto desde o início, podemos aplicar isto neste momento e como A_1 e A_2 implicam $\neg Q$, podemos concluir que::

A_4: $(I(\underline{A_1 \wedge A_2}, \underline{\neg Q}) \wedge K_d(\underline{A_1 \wedge A_2})) \rightarrow K_d(\underline{\neg Q})$

Usando o mesmo princípio de fechamento apresentado acima, concluímos que K não apenas que não pode ser enforcado na quarta feira – $\neg Q$ – mas que ele *sabe* disso *já no domingo* – $K_d(\underline{\neg Q})$.

E se $K_d(\underline{\neg Q})$, pelo princípio da retenção do conhecimento temporal (memória) $K_s(\underline{\neg Q})$, $K_t(\underline{\neg Q})$ também serão verdadeiros.

Para mostrar a impossibilidade da terça, ainda assumindo D_1, o segundo disjunto de D_1 tem de ser o caso. Porém, como $\neg S$ e $\neg Q$ implicam T, K sabe que T na segunda – $K_s(\underline{T})$ – , o que contradiz $\neg K_s(\underline{T})$ (do disjunto). Assim, concluímos que $\neg T$. Novamente, a base para este argumento se assemelha à forma usada acima:

A_5: $\neg S \rightarrow K_s(\underline{\neg S})$

A_6: $(I(\underline{\neg S \wedge \neg Q}, \underline{T}) \wedge K_s(\underline{\neg S}) \wedge K_s(\underline{\neg Q})) \rightarrow K_s(\underline{T})$

Por fim, basta excluir a segunda. Como $\neg T$ e $\neg Q$, temos que S. K sabe S, já no domingo, o que, por sua vez, contradiz $\neg K_d(\underline{S})$. Logo, $\neg S$. Com os argumentos somados até aqui, mostramos que D_1 é impossível.

No entanto, para mostrar que D_1 é possível, suponhamos T (e, logo, $\neg S$ e $\neg Q$). Neste caso, a sentença T, dizem os autores, não é *analítica*. Apelando a "princípios epistêmicos intuitivos" – cuja formulação os autores omitem do texto – observamos que não é possível conhecer sentenças não-analíticas sobre o futuro. K não pode saber que T na segunda de noite, ou seja, $\neg K_s(\underline{T})$. Assim, D_1 é perfeitamente possível. Temos portanto, uma contradição – $D_1 \wedge \neg D_1$.

Os autores notam que Quine acredita que o erro de K é aplicar A_2. Esta aplicação requer que $\neg S \wedge \neg T$ implique Q. É evidente que esta implicação é falsa, a menos que, novamente, como fizemos. consideremos $\neg S \wedge \neg T$ junto com D_1. Mas para isso, precisaríamos trocar A_2 pelo seguinte análogo:

$$A_{2'}: (I(\underline{\neg S \wedge \neg T \wedge D_1}, \underline{Q}) \wedge K_t(\underline{\neg S \wedge \neg T}) \wedge K_t(\underline{D_1})) \rightarrow K_t(\underline{Q})$$

Além da seguinte assunção:

$$A_{2''}: K_t(\underline{D_1})$$

No entanto não é razoável pressupor que K *saiba* que D_1 será cumprido, até porque ele está tentanto *refutar* D_1! Para Shaw o toque paradoxal do problema nasce de um elemento auto-referencial no anúncio que não está incorporado na formulação de Quine. Shaw propõe uma formulação que deixe isto explícito: Ou (1) K é enforcado na segunda e não na terça, nem na quarta, e no domingo de noite não sabe com base *neste anúncio* que 'K é enforcado na segunda' é verdadeiro, ou (2) K é enforcado na terça e não na segunda, nem na quarta, e no domingo de noite não sabe com base *neste anúncio* que 'K é enforcado na terça' é verdadeiro, ou (3) K é enforcado na quarta e não na segunda, nem na terça, e no domingo de noite não sabe com base *neste anúncio* que 'K é enforcado na quarta' é verdadeiro.

A formalização da versão de Shaw, notam Kaplan e Montague, depende da possibilidade de representar auto-referência. O mecanismo utilizado é o apresentado por Göedel e segue o que os autores já estavam adotando: ao falar *sobre* uma proposição, usa-se o "nome padrão" (*standard name*) da proposição adicionando uma sobrelinha à letra sentencial. Assim os autores apresentam a seguinte fórmula D_2:

$$(S \wedge \neg T \wedge \neg Q \wedge \neg K_d(\underline{D_2 \rightarrow S})) \vee$$
$$(\neg S \wedge T \wedge \neg Q \wedge \neg K_s(\underline{D_2 \rightarrow T})) \vee$$
$$(\neg S \wedge \neg T \wedge Q \wedge \neg K_t(\underline{D_2 \rightarrow Q}))$$

Porém os autores consideram que uma versão de apenas dois dias preserva as mesmas propriedades desta versão, portanto preferem adotar consequentemente a seguinte formulação, também auto-referente, D_3:

$$(1) \vdash D_3 \equiv (S \wedge \neg T \wedge \neg K_d(\underline{D_3 \rightarrow S})) \vee (\neg S \wedge T \wedge \neg K_s(\underline{D_3 \rightarrow T}))$$

K é capaz agora de mostrar que D_3 não pode ser cumprido usando um argumento análogo à A1 - A4:

B_1: $\neg S \rightarrow K_s(\underline{\neg S})$

B_2: $(I(\underline{\neg S}, \underline{D_3 \rightarrow T}) \wedge K_s(\underline{\neg S})) \rightarrow K_s(\underline{D_3 \rightarrow T})$

B_3: $K_d(\underline{B_1 \wedge B_2})$

B_4: $(I(\underline{B_1 \wedge B_2}, \underline{D_3 \rightarrow S}) \wedge K_d(\underline{B_1 \wedge B_2})) \rightarrow K_d(\underline{D_3 \rightarrow S})$

O argumento pode ser explicitado deste modo:

(2): $\neg S \vdash (D_3 \rightarrow T)$

(3): $\vdash (D_3 \rightarrow T) \rightarrow \neg K_s(D_3 \rightarrow T)$

(4): $\vdash (D_3 \rightarrow T) \rightarrow \neg S$

(5): $B1 \vdash (D_3 \rightarrow T) \rightarrow K_s(\neg S)$ [(4)]

(6): $\vdash I(\neg S, D_3 \rightarrow T)$ [(2)]

(7): $B_2 \vdash K_s(\neg S) \rightarrow K_s(D_3 \rightarrow T)$

$(8): B_1 \wedge B_2 \vdash D_3 \rightarrow \neg T$ [(3), (5), (7)]

$(9): \vdash (D_3 \rightarrow \neg T) \rightarrow S$ [(1)]

$(10): \vdash (D_3 \rightarrow (K_d(\underline{D_3 \rightarrow S}))) \rightarrow \neg S$

Por (8) e (9):

$B_1 \wedge B_2 \vdash D_3 \rightarrow S$

Assim, pelo princípio usado para obter (6):

$\vdash I(\underline{B_1 \wedge B_2}, \underline{D_3 \rightarrow S})$

$B_4 \vdash K_d(\underline{B_1 \wedge B_2}) \rightarrow K_d(\underline{D_3 \rightarrow S})$

$B_3 \wedge B_4 \vdash D_3 \rightarrow \neg S$

Apenas para facilitar, vou usar, daqui em diante, a convenção $P_{1..n}$ para denotar a conjunção $P_1 \wedge ... \wedge P_n$. Então, por (8):

$(11): B_{1..4} \vdash D_3 \rightarrow (\neg S \wedge \neg T)$

$\vdash D_3 \rightarrow (S \vee T)$ [(1)]

$(12): B_{1..4} \vdash \neg D_3$ [(11)]

Assim, mostramos que, pelas assunções B_1 - B_4, chegamos à conclusão (12), a saber, que o decreto não pode ser cumprido. Shaw considera o anúncio paradoxal, e não meramente impossível de ser cumprido. Para os autores, no entanto, não há boas razões para crer nisso. Suponhamos, como fizemos antes, que K seja enforcado na terça. Neste estado de coisas temos T e ¬S. Temos então que estabelecer $\neg K_s(\underline{D_3 \rightarrow T})$. Para aplicar a mesma linha de raciocínio, precisamos mostrar que $D_3 \rightarrow T$, considerada no início do período é uma sentença não-analítica a respeito do futuro. Mas $D_3 \rightarrow T$ é analítica, pois vimos que $\neg D_3$ se segue logicamente de princípios epistemológicos gerais, e então também $D_3 \rightarrow T$.

Para salvar a paradoxalidade pretendida por Shaw, propõe os autores, devemos adicionar à formulação original "a não ser que K saiba no domingo que esta afirmação é falsa", cuja formalização seria:

$(1) \vdash D_4 \equiv K_d(\underline{\neg D_4}) \wedge (S \wedge \neg T \wedge \neg K_d(\underline{D_4 \rightarrow S})) \vee (\neg S \wedge T \wedge \neg K_s(\underline{D_4 \rightarrow T}))$

Usaremos as assunções a seguir, onde C_1 é o princípio de que tudo que é sabido é verdade e C_2 - C_8 análogos de B_1 - B_6:

C_1: $K_d(\neg D_4) \rightarrow \neg D_4$

C_2: $\neg S \rightarrow K_s(\neg S)$

C_3: $Kd(C_1)$

C_4: $(I(C_1 \wedge \neg S, D4 \rightarrow T) \wedge K_s(C_1) \wedge K_s(\neg Q)) \rightarrow K_s(D_4 \rightarrow T)$

C_5: $Kd(C_{1..4})$

C_6: $I(C_{1..4}, D4 \rightarrow M) \wedge Kd(C1..4) \rightarrow K_d(D_4 \rightarrow Q)$

C_7: $Kd(C_{1..6})$

C_8: $I(C_{1..4}, \neg D_4) \wedge Ks(C_{1..4}) \rightarrow K_d(\neg D_4)$

(2): $C_1 \vdash D_4 \rightarrow Ks(\neg D_4)$	[(1)]
(3): $C_1 \wedge S \vdash D_4 \rightarrow T$	[(1), (2)]
(4): $C_1 \vdash (D_4 \wedge T) \rightarrow \neg K_s(D_4 \rightarrow T)$	
(5): $C_1 \vdash (D_4 \wedge T) \rightarrow \neg Q$	
(6): $C_1 \wedge C_2 \vdash (D_4 \wedge T) \rightarrow K_s(\neg Q)$	[(5)]
(7): $\vdash I(\underline{C_1 \wedge S}, \underline{D_4 \rightarrow T})$	[(3)]

Então:

$C4 \vdash (K_s(\underline{C_1}) \wedge K_s(\underline{\neg M})) \rightarrow K_s(\underline{D_4 \rightarrow T})$

Por (6):

$C_{1..4} \vdash (D_4 \wedge T) \rightarrow Ks(\underline{D_4 \rightarrow T})$

Por (4):

$C_{1..4} \vdash (D_4 \wedge T) \rightarrow Ks(\underline{D_4 \rightarrow T}) \wedge \neg Ks(\underline{D_4 \rightarrow T})$

Logo:

(8): $C_{1..4} \vdash D_4 \rightarrow \neg T$

(9): $C_1 \vdash (D_4 \wedge \neg T) \rightarrow S$ [(1), (2)]

(10): $C_1 \vdash (D_4 \wedge K_d(\underline{D_4 \rightarrow S})) \rightarrow \neg S$

Por (8) e (9):

$C_{1..4} \vdash D_4 \rightarrow S$

E, pelo princípio invocado em conexão com (7):

$\vdash I(\underline{C_{1..4}}, \underline{D_4 \rightarrow S})$

Logo:

$C_6 \vdash K_d(\underline{C_{1..4}}) \rightarrow K_d(\underline{D_4 \rightarrow S})$

$C_5 \wedge C_6 \vdash K_d(\underline{D_4 \rightarrow S})$

$C_1 \wedge C_5 \wedge C_6 \vdash D_4 \rightarrow \neg S$ [2]

(11): $C_{1..6} \vdash D_4 \rightarrow (\neg K_d(\underline{\neg D_4}) \wedge \neg S \wedge \neg T)$ [(2), (8)]

$\vdash D_4 \rightarrow (K_d(\underline{\neg D_4}) \vee S \vee T)$ [(1)]

(12): $C_{1..6} \vdash \neg D_4$ [(11)]

Isso mostra que, com estas assunções D_4 não pode ser cumprido. Porém, usando (12), e o princípio usado para obter (7), temos:

$\vdash I(\underline{C_{1..6}}, \underline{\neg D_4})$

Então:

$C_8 \vdash K_d(\underline{C_{1..6}}) \rightarrow K_d(\underline{\neg D_4})$

(13): $C_7 \wedge C_8 \vdash K_d(\underline{\neg D_4})$

$\vdash K_d(\underline{\neg D_4}) \rightarrow D_4$ [(1)]

(14): $C_7 \wedge C_8 \vdash D_4$ [(13)]

Com essas assunções, então, o anúncio é satisfeito.

O que os autores esperam ter mostrado é que C_1 - C_8 é incompatível com a sintaxe elementar[6], e o interesse do problema está aí. As consequências filosóficas do problema ficarão mais claras ao considerar uma versão do paradoxo com um dia só: "A menos que K saiba no domingo de noite que este anúncio é falso, as condições a seguir serão satisfeitas: K será enforcado na segunda, mas ele não irá saber, com base neste anúncio, que ele irá ser enforcado na segunda" – $\vdash D_5 \equiv K_d(\,\underline{\neg D_5}\,) \wedge (S \wedge \neg K_d(\,\underline{D_6 \rightarrow S}\,))$. Mais do que isso, dizem eles, é possível reduzir o problema a uma versão com 0 dias! Assim: "K sabe no domingo que este anúncio é falso".

$$(1) \vdash D_6 \equiv K_d(\,\underline{\neg D_6}\,)$$

O paradoxo, neste caso, é mostrado em três princípios análogos a C_1, C_3 e C_4:

E_1: $K_d(\,\underline{\neg D_6}\,) \rightarrow \neg D_6$

E_2: $K_s(\,\underline{E_1}\,)$

E_3: $(I(\,\underline{E_1}, \underline{\neg D_6}\,) \wedge K_s(\,\underline{E_1}\,)\,) \rightarrow K_s(\,\underline{\neg D_6}\,)$

$\vdash \neg D_6 \rightarrow K_d(\,\underline{\neg D_6}\,)$	[(1)]
$E_1 \vdash D_6 \rightarrow \neg D_6$	
(2) $E_1 \vdash \neg D_6$	
$\vdash I(\,\underline{E_1}, \underline{\neg D_6}\,)$	[(2)]
$E_3 \vdash K_s(\,\underline{E_1}\,) \rightarrow K_s(\,\underline{\neg D_5}\,)$	
$E_2 \wedge E_3 \vdash K_s(\,\underline{\neg D_6}\,)$	
(3) $E_2 \wedge E_3 \vdash D_6$	[(1)]

Os autores mostram, assim, em (2) e (3), que as assunções E_1 - E_3 são incompatíveis com os princípios da sintaxe elementar. Mas E_1 - E_3 são ainda mais plausíveis que C_1 - C_8 e ainda não contém o princípio de conhecimento por memória. Pela semelhança ao paradoxo

6 Por sintaxe elementar os autores compreendem a teoria de primeira ordem contendo, em adição às fórmulas especiais K_s, K_m, K_t, S, T e Q, todos os "nomes padrão" (de expressões), meio para expressar relações e operações sintáticas entre expressões e os axiomas apropriados envolvendo estas noções. A convenção adotada para atribuição dos nomes padrão pode ser tanto, dizem eles, a teoria P de Tarski, Mostowski, Robinson em *Undecidable Theories* (neste caso a sintaxe elementar pode ser identificada com a aritmética de Peano) ou mesmo a teoria mais fraca Q (do mesmo trabalho).

do mentiroso [*Liar*], os autores decidem *batizar* este este paradoxo – D_6 – de paradoxo do conhecedor [*Knower*].

Os autores resolvem então analisar as consequências epistemológicas do paradoxo do conhecedor. Uma série de restrições podem ser impostas em uma teoria formalizada do conhecimento para evitar tais contradições. Uma primeira sugestão seria dinstinguir uma "linguagem de objetos" e uma "metalinguagem": o termo "conhecer" ocorreria *apenas* na metalinguagem e se aplicaria apenas a sentenças da linguagem de objeto. Assim "K sabe que 'K sabe que a neve é branca'" seria sem muito sentido. Um recurso menos restritivo seria uma sequência de metalinguagens onde o termo "conhecer" só se aplicaria à metalinguagem "anterior" à esta na sequência. E, a mais drástica, seria negar alguma coisa que usamos na sintaxe elementar, como a auto-referência, por exemplo.

As assunções usadas no paradoxo do conhecedor – E_1 - E_3 – são instâncias dos seguintes esquemas:

S_1: $K_d(\underline{\phi}) \rightarrow \phi$

S_2: $K_d(\underline{K_d(\phi) \rightarrow \phi})$

S_3: $(I(\underline{\phi}, \underline{\psi}) \wedge K_d(\underline{\phi})) \rightarrow K_d(\underline{\psi})$

Usando o "conhecedor", os autores podem mostrar que qualquer sistema formal contendo os aparatos da sintaxe elementar e incluindo S_1 - S_3 é inconsistente. Tal resultado seria análogo ao uso do mentiroso por Alfred Tarski. A relação precisa entre o resultado de Tarski e o resultado de Kaplan e Montague não é explicitada no texto, porém, sugerem eles, parece constituir um interessante campo de estudo.

1.9. Ayer e as sete cartas

Alfred Jules Ayer inicia seu brevíssimo artigo prometendo uma solução muito simples ao problema. Primeiro, Ayer critica a solução de Quine de que o enforcado tem de levar em consideração a possibilidade de que o anúncio seja falso.

Tal solução – a de Quine – é "válida *ad hominem*" porém "não chega à raiz do problema". Isto porque poderíamos, diz Ayer, adicionar a seguinte condição: entender surpresa somente no caso de haver de fato uma execução (como vimos, isto é o mesmo argumento apresentado nas cláusulas $A_{2'}$ e $A_{2''}$ de Kaplan e Montague). Assim o problema persiste.

Ayer desenvolve uma outra elaboração do problema que, ele pretende, irá mostrar que a resposta de Quine é insuficiente, ao mesmo tempo levando à solução do problema.

Suponhamos que um conjunto de sete cartas em sequência, incluindo o às de espadas [*Ace of Spades*] seja colocado na cela do prisioneiro em algum lugar sem a possibilidade de adulteração. Todo dia o guarda vem e saca uma carta. No dia em que ele sacar o às de espadas o prisioneiro será enforcado, desde que ele não saiba que o às será sacado naquele dia. O prisioneiro argumenta que o às de espadas não pode ser a última carta na sequência, pois, neste caso, ele saberia que o às seria sacado, e assim, também não poderia ser a sexta, pois com a eliminação da sétima a sequência é reduzida a seis e assim por diante.

Ayer nota que, neste caso, é irrelevante se o prisioneiro é ou não enforcado após o guarda sacar o às ou mesmo se o guarda se lembra ou não de sacar as cartas. O que *importa* no argumento e o que é de fato a sua essência é mostrar que não pode haver um evento no qual é verdadeiro tanto que "é membro de uma dada sequência" e que "sua posição na sequência é incerta", no sentido em que, quando alguém percorre a sequência (no caso, vai sacando as cartas), este alguém não sabe em que etapa o evento (no caso, sacar o às de espadas) irá acontecer.

A última afirmação – sua posição na sequência é incerta – é ambígua e Ayer afirma que isto é deliberado, pois ele crê que essa ambiguidade é que engendra o *puzzle*. A ambiguidade está entre ser incapaz de prever que o evento vai ocorrer *antes que a sequência é percorrida*, e ser incapaz de prever que o evento vai ocorrer *no decorrer do percorrimento, não importa quão longo seja*. No primeiro caso *há* incerteza, mas no segundo *pode* não haver.

Assim, se alguém é apresentado com tal jogo de um baralho de cartas (51 cartas) e é solicitado a adivinhar onde está o ás de espadas, este tem 1/51 chances de acertar (a menos que, diz Ayer, ironicamente, este tenha "percepção extra-sensorial"). Por outro lado, se alguém puder ir apostando *a medida* em que as cartas vão sendo sacadas poderá chegar um ponto em que ele irá apostar com toda a certeza – quando sobrar uma carta e o às não tiver sido sacado.

Para "ver como isso resolve o *puzzle*", Ayer volta ao problema com dois dias. Se a condição para o prisioneiro escapar é que ele *saiba* o dia do enforcamento, ele *não tem como* escapar, dado que ele *não sabe*, mas apenas pode adivinhar, com 50% de chances o dia. Mas se a condição for tal que haja *um certo momento* em que ele saiba o dia do enforcamento, é possível que ele escape caso não haja o enforcamento no primeiro dia. Uma falácia ocorre quando o segundo caso é projetado sobre o primeiro e é argumentado que "existem casos em que toda incerteza é removida", não há incerteza no início. Conclui Ayer, é só pela não distinção dos dois casos que a *aparência* de uma antinomia se apresenta.

A forma como Ayer apresenta o seu argumento – por meio das cartas –, sem dúvidas é mais claro que as formulações alternativas. No entanto, este deve mesmo ser o maior mérito do artigo.

Ayer simplesmente ignora a possibilidade do problema apresentado com um dia só, ou melho, um conjunto de cartas consistindo apenas de um às. Neste caso, o prisioneiro pode *saber* que o às será sacado, assim ele *não pode ser* enforcado.

Não há, é claro, contradição alguma desta conclusão em relação à formulação de Ayer, no entanto, parece evidente que não é bem isso que ele esperaria como resultado.

1.11. Wright e Sudbury

Para Wright e Sudbury uma solução para o paradoxo deve satisfazer as seguintes condições intuitivas:

(B) A explicação do conteúdo do anúncio deve deixar claro que ele é satisfazível, dado que um exame surpresa é, palpavelmente, uma possibilidade lógica.

(C) A explicação deve deixar claro que o professor pode cumprir o anúncio mesmo *depois* que ele o anunciou, dado que, palpavelmente, ele pode.

(D) A explicação deve fazer justiça ao significado intuitivo do anúncio. Uma proporção extraordinária de comentadores escolheram discutir interpretações "não naturais" do anúncio.

(E) A explicação deve fazer justiça a plausibilidade intuitiva do arrazoado do aluno astuto.

(F) A explicação deve tornar possível que os alunos sejam *informados* pelo anúncio.

(G) A explicação deve explicar o papel, no engendramento do problema, do anúncio ser feito *aos* alunos. Não há dificuldade se o professor realiza o anúncio para outra pessoa, ou guarda para si mesmo. A maior parte das interpretações que identificam o problema com alguma forma de autorreferência *falha* em endereçar esta questão.

Para eles, nenhuma das soluções anteriores endereçou os seis critérios, e esta é a tarefa que eles pretendem cumprir. Para isso, é necessária a formalização do problema, pois alguns pressupostos precisam ser bem explicitados. Por exemplo, a assunção que Quine joga fora, de que se deve crer no anúncio do professor, mas que é resgatada pela apresentação do baralho de cartas de Ayer que "virtualmente elimina as dúvidas" em relação à ocorrência do evento – no caso o saque do às de espadas.

Como é necessário um operador epistêmico para representar o raciocínio dos alunos formalmente, os autores adotam a seguinte convenção: $D^x_t p$, entendida como "a proposição p está à disposição do sujeito x no tempo t". O uso do termo "disposição" é usado, dizem os autores, para evitar qualquer julgamento apressado sobre quais “noções epistêmicas” podem estar envolvidas.

Além disso, E_m expressa “o exame ocorrerá no dia m”, e A_m a disjunção exclusiva de E_l até E_m[7]. Assim, A_n faz parte do anúncio do professor, sendo n o número de dias.

O primeiro pressuposto dos alunos, segundo os autores, é que aquilo que é dito aos alunos, está à disposição. O segundo é o princípio do fechamento epistêmico (já apontado no trabalho de Kaplan e Montague), a saber, que as consequências daquilo que está à disposição também está à disposição. A terceira é que, proposições que venham a ser verificadas também ficam à disposição, e, a quarta, que proposições que estão à disposição *continuam* à disposição (chamamos isso anteriormente de princípio da retenção, ou da memória). A formalização desses quatro pressupostos – ou princípios – é feita da seguinte forma:

d(i): se x é informado que p em t, então Dxtp;

d(ii): se um conjunto de proposições {q1, ..., qm} implica p, e, para cada qi no conjunto, Dxtqi, então Dxtp;

d(iii): se a experiência de x em t constitui a verificação de p, então Dxtp

d(iv): se Dxt0p, então Dxt1p, desde que t1 > t0

Observemos que, já que “disposição” não é tomado como termo epistemológico Dxtp não implica p, ou seja, ter uma proposição a disposição não implica na verdade da proposição.

O conceito de surpresa é então o seguinte: nenhum conjunto de proposições que impliquem Em estará disponível ao aluno antes de m.

TODO

---

7 Uma forma de representar a disjunção exclusiva (*xor*) em questão poderia ser $\{El \oplus ... \oplus Em\}$. Porém os autores não utilizam, nem eu utilizarei o operador não ortodoxo ⊕.

1.12. Olin e o paradoxo da loteria

Doris Olin inicia seu artigo "The Prediction Paradox Resolved" dizendo que as soluções anteriores não resolveram o problema e que a sua solução envolve uma aproximação com o paradoxo da loteria.

O caminho para dissolução do problema, segundo ela, não é demonstrar que a prova é possível, pois isto é evidente. Assim, há que "diagnosticar e isolar" os erros do argumento do aluno astuto.

Olin observa que, a solução mais comumente aceita até então é a que procura construir o problema em termos puramente lógicos, onde o aluno interpreta o anúncio em termos de "dedutibilidade". O aluno entende incorretamente o anúncio deste modo:

(T) Haverá exatamente um exame na próxima semana e ele ocorrerá no dia D de modo que *esta proposição* e o fato que o exame não aconteceu antes do dia D não impliquem conjuntamente que o exame ocorrerá em D.

A proposição (T), nota Olim, além de ser uma forma muito pouco natural de interpretar o anúncio, de fato implica em contradição (lógica). Os defensores de tal interpretação então apelam a versões revisadas de (T) para contornar a contradição. Porém Olin não crê que esta construção seja o caso.

O primeiro elemento para compreender o problema, nota ela, é que o [ato do] anúncio é crucial para problema. Não sabendo do anúncio, nenhum paradoxo. É vital que seja plausível supor que aluno possui boas razões para crer na ocorrência de um exame surpresa. E o único motivo para isso é que o aluno pode acreditar no professor, que é geralmente confiável [reliable], disse que tal exame ocorreria. Para Olin, estes conceitos epistêmicos são fundamentais para compreender o problema.

Para Olin, o que devemos entender por surpresa é que o aluno não estará *justificado* em crer, antes do dia do exame, que o exame vai ocorrer naquele dia.

A especificação do problema é dada com o seguinte anúncio S:

> Um exame vai ocorrer exatamente em um dos dias de segunda até sexta; E se um exame ocorrer no dia D, você [o aluno] não estará justificado a crêr nisto antes do dia D;

E, se não vamos responder à argumentação do aluno com objeções "triviais" – como a memória ou capacidade de raciocínio do aluno – temos que supor as seguintes coisas:

(P1) O aluno é um lógico experiente; Isto significa que se ele está justificado a crer em p1, ..., pn que conjuntamente implica – ou "confimam fortemente" – q, então o aluno é capaz de vê-lo;

(P2) O aluno lembra o anúncio durante toda a semana e lembra que o professor é confiável;

(P3) O aluno sabem sempre em que dia está e lembra se já houve ou não um exame;

Além destes pressupostos em relação às capacidades do aluno, Olin apresenta alguns pressupostos epistemológicos que devemos levar em conta:

(P4) Se A está justificado em crêr em p1, ..., pn, e p1, ..., pn implica em q e A é capaz de vê-lo, então A está justificado em crêr em p;

(P5) Se A está justificado em crêr em p1, ..., pn, e p1, ..., pn "confirma fortemente" q, A é capaz de vê-lo e não possui outra evidência relevante em relação a q, então A está justificado em crêr em p;

A argumentação do aluno ocorre pelo primeiro passo:

(1) Se o único exame ocorresse na sexta, então, na quinta de noite o aluno estaria justificado em crêr que um exame ocorreria na sexta;

Tal conclusão é problemática, diz Olin, porque depende que ignoremos as evidências disponíveis ao aluno. O aluno ainda deve recordar, na quinta, que:

(B) Um exame vai ocorrer exatamente em um dos dias de segunda até sexta.

É de acordo com a afirmação (A) que o aluno esperava uma prova na sexta. Assim parece não razoável que ele suponha que não haverá prova na sexta, por (1). Porém, este raciocínio esquecemos de outra parte das evidências de S, a saber:

(B) Se um exame ocorrer no dia D, você [o aluno] não estará justificado a crêr nisto antes do dia D.

Olin considera então que o aluno *não* estaria justificado em crêr em (A) na quinta de noite. Suponhamos que ele esteja: Neste caso, ele apenas estaria justificado a crêr em (A) se também estiver em crêr em (B), pois "não há diferença epistêmicamente relevante" entre as duas proposições. Entretanto, se S *estivesse* justificado em crer em (A) e (B), então, se dando conta da situação de quinta (nenhuma prova dada até então), ele *também* estaria justificado a crêr em:

(C) Haverá um exame na sexta e eu *não* estou justificado (agora) a crêr que haverá um exame na sexta.

Diz Olin que tal situação é impossível. Não é *razoável* acreditar em uma proposição com a forma 'p e eu não estou justificado em crêr em p'. Isto pois se alguém possui justificação de uma dada proposição, este não pode ser "culpado" epistemológicamente de crêr em nesta proposição. No entanto, se alguém sabe que *não* possui justificação em crer nesta proposição então este estaria em "falta" ao crêr.

O "desfecho", concli Olin, é que o aluno não estaria justificado em em aceitar ambas (A) e (B) – pois isso implicaria acreditar em (C) o que estaria em uma relação "epistemologicamente problemática" com (1). E como não há motivos maiores para rejeitar uma ou outra, S não pode estar no direito de optar por aceitar apenas (A). Isto implica, diz Olin, que devemos rejeitar a premissa (P5), pois o aluno possui boas evidências que (A) é o caso, porém elas não o justificam a crêr em (A).

A solução passa pelo fato de que, novamente, a *única* evidência para crêr em (A) é o [ato do] anúncio. Assim, pensemos na seguinte mudança na apresentação do problema: Imaginemos que, além do anúncio do exame surpresa, o aluno possui fortes evidências independentes de que haverá um exame naquele período – como um processo automático e irreversível que foi colocado em curso por um supercomputador. Neste caso, o argumento acima não funcionaria (suponho que pelo fato de termos mais evidências de (A) do que de (B), o que problematizarei ao final da exposição). Ainda assim, poderíamos, nesta versão, "parar" o argumento do aluno no segundo estágio:

(2) Se o único exame ocorresse na quinta, então, estando na quarta de noite o aluno justificado em crêr em (1), ele também estaria justificado em crêr que um exame ocorreria na quinta;

Mesmo supondo que S esteja mesmo justificado em crêr em (1) não podemos aceitar o resultado de (2), a saber, que seria impossível tal prova na quinta. Para estar justificado da ocorrência da prova na quinta o aluno deveria estar justificado em crêr tanto em (A) como em (B), pois ele pode excluir a sexta apenas com base em (B) ????. Mas o aluno não pode estar justificado em crêr tanto em (A) como em (B), dado que isto resultaria em crêr também em:

(D) Haverá um exame na quinta e eu *não* estou justificado (agora) a crêr que haverá um exame na sexta.

Assim, nessas condições um exame poderia ocorrer em qualquer dos dias menos o último. Em suma, em todo estágio podemos usar o fato de que o aluno está justificado a crêr em (A) para predizer a data do exame, mas, em algum ponto, para mostrar a impossibilidade de algum dos dias, temos de apelar também à crença jutificada em (B). Ocorre que a crença *conjunta* em (A) e (B) sempre leva à crenças em proposições com a problemática semelhante ao paradoxo de Moore.

Por fim, Olin considera a versão "mais forte" de definição do paradoxo, a de um dia: "Haverá um exame surpresa amanhã". Neste caso também chegaremos à proposição problemática:

(E) Haverá um exame amanhã e eu *não* estou justificado (agora) a crêr que haverá um exame amanhã.

Como o estudante não pode crer em tal proposição ele não tem motivos para crer em (E), do mesmo modo que não tinha para crer em (C), e também, do mesmo modo, não tem razões para preferir (A) ou (B). No entanto, se pensamos no caso revisado, onde a evidência externa para (A) é mais forte (no caso do supercomputador) temos um resultado diferente: o aluno estará justificado em crêr em (A) e não em (B), ou seja, que haverá um exame, porém que, evidentemente, este não será uma surpresa.

Em resumo o paradoxo é um paradoxo que deve ser entendido em termos epistêmicos e, ademais, a "utilidade" dele é mostrar que a premissa (P5) é problemática. Tal conclusão, aponta Olin, é análoga à conclusão de uma das maiores "escolas de pensamento" sucitada pelo *paradoxo da loteria*.

Em um jogo de loteria um bilhete é sorteado em um número de 1000 bilhetes. Digamos que bi é a proposição "o bilhete i não vai ser sorteado". Cada uma dessas proposições é altamente provável, ou seja, é razoável supor que cada uma delas, tomada *em separado*, é verdadeira. Assim, a conjunção das conclusões – b1 não vai ser sorteado e b2 não vai ser sorteado e ... e b1000 não vai ser sorteado – é "Nenhum bilhete será sorteado". No entanto, a definição do problema nos diz que "Algum bilhete será sorteado": as duas conclusões são contraditórias.

A relação do paradoxo da loteria com o do exame surpresa é então este: Mesmo que soe plausível *prima facie* estarmos justificados a crêr em algo com base em um forte suporte por todas as evidências disponíveis, isto não confere o "direito" a crêr.

Enfim, o resultado é a rejeição de (P5). E, se a visão de Olin está correta existe esta semelhança com o paradoxo da loteria. Ambos ensinam essencialmente a mesma lição: boas evidências não são suficientes para a crença justificada.

A análise do problema e a rejeição de (P5), assentam em duas assunções adicionais:

(I) É impossível estar justificado em crêr no par de proposições da forma "p e eu não estou justificado a crêr em p";

(II) Se é impossível estar justificado em cada uma das proposições que são membros do conjunto p1, ..., pn, e não há nenhum subconjunto de p1, ..., pn em que isso seja verdadeiro, e você tem igualmente boas razões para crêr em cada proposição, então você não está justificado em crêr em qualquer uma das proposições.

A conclusão, nota Olin, é que "enquanto o anúncio pode ser verdadeiro, ele não pode ser aceito". Neste sentido, é a mesma conclusão que o argumento de Wright e Sudbury. No entanto, estes, segundo ela, se utilizam de uma fundação filosófica diferente.

1.12 Chihara e a rejeição do princípio de reflexividade

Em andamento

1.13. Sorensen e os *blindspots* condicionais

Em seu artigo de 1982, *Recalcitrant variations of the prediction paradox,* Roy Sorensen nos diz que, como o approach não formal para a solução do problema não deu resultados (suponho que no período das décadas de 40, 50 e 60) a maior parte dos artigos sobre o tema voltou-se para a tentativa de soluciona-lo por meio da formalização (principalmente nas décadas 60 e 70). O objetivo da formalização é encontrar os pressupostos fundamentais que geram o paradoxo, e, subsequentemente, refutar ao menos um destes pressupostos problemáticos. O problema desse caminho, diz Sorensen, é falhar em 1) provêr uma representação fiel que abarque *todas* as versões do paradoxo e 2) dar uma solução compreensiva o suficiente que resolva esta representação. As versões que apelam a uma interpretação autorreferente (iniciando por Shaw) falham específicamente no item 1. Sorensen pretende apresentar três variações do problema e, com estas, mostrar a verdadeira estrutura, antes não formulada, de uma versão generalizada do problema.

Wright e Sudbury, afirma Sorensen, buscaram rejeitar o princípio de retenção temporal do conhecimento (ou princípio da memória). Tal princípio já havia sido invocado por autores que comentam que alunos "da vida real" podem esquecer, ficar loucos, morrer... Enquanto outros autores buscaram estipular a não ocorrência de tais calamidades, para assim ter uma versão "ideal" do problema envolvendo pensadores ideais. No entanto, os autores não baseiam sua recusa nestas possibilidades não ideais. Eles defendem que o anúnio se parece com uma afirmação Mooreana p & -Bap, que, dizem, o agente a pode crêr consistentemente que *foi* o caso, que *será* o caso, porém não que *é* o caso. Já o agente b pode crêr a qualquer momento. Os autores crêem que o anúncio faz com que os alunos sejam informados de uma afirmação Mooreana, caso a prova não seja dada até o penúltimo dia.

Apesar de acitar a rejeição do princípio de retenção temporal, Sorensen não concorda que apenas isso resolva o dilema. Para isso, vejamos sua primeira variação recalcitrante, o "paradoxo do aluno designado":

Um exame será dado para um dos alunos: Art, Bob, Carl, Don e Eric. Estes ficam posicionados, um uma fila, de modo que o último, Eric, consegue ver as costas de todos (menos a sua), Don consegue ver as costas de todos menos Eric (e a sua) e assim por diante. O professor coloca uma estrela nas costas de cada aluno, sendo quatro estrelas prateadas e uma dourada. O professor anuncia que a estrela dourada estará nas costas do aluno designado. Este terá de fazer a prova. Além disso, o professor diz que a prova será surpresa, no sentido em que o aluno designado não sabe que ele o é enquanto a formação original seja mantida. Um dos alunos, digamos, Art, objeta que tal exame é impossível: "Todos sabem que Eric não pode ser o aluno designado, pois, sendo, ele veria quatro estrelas prateadas e saberia que ele é o aluno designado, mas, pelo anúncio, o exame será uma surpresa, então, o aluno designado não pode saber que o é. Dado que Eric não pode ser o aluno designado, sobram Art, Bob, Carl e Don. Mas Don também não pode ser o aluno designado, por saber, baseado no argumento acime que Eric não pode ser e pelos mesmos motivos que excluem Eric. Do mesmo modo podemos eliminar Carl, Bob e Art, precisamente nesta ordem. Logo, o exame é impossível.". Em seguida, o professor sorrí e quebra a formação inicial. Carl então descobre que ele estava com a estrela dourada, sendo assim o aluno designado e, mais do que isso, sendo isto uma surpresa para ele, que tinha "comprado" o argumento.

Nesta variação o conhecimento é acumulado perceptualmente (visualmente) em vez de por memória. Poderia ser objetado que o aluno precisa reter o conteúdo do anúncio ao menos enquanto realiza sua dedução. O problema aqui é que se Eric tivesse a estrela dourada ele já saberia disso *antes* do anúncio, posto que ele vê quatro estrelas prateadas em sua frente. O anúncio, quando feito, informa Eric que a pessoa com a estrela dourada, ou seja, ele, é o aluno designado e, ao mesmo tempo, que não sabe que é o aluno designado. E como um pensador ideal não pode ser informado deste modo e se manter consistente, segue-se que um pensador ideal *não pode* ser informado deste modo. Assim, diz Sorensen, Wright e Sudbury não podem manter sua condição de informatividade.

Tal variação recalcitrante também revela errôneo o argumento de Chihara (e também J. McLelland e Craig Harrison). Estes mostram que o paradoxo só existe pelo princípio da reflexividade do conhecimento, ou "axioma KK", ou seja, que se eu sei que p, eu sei que sei que p:

$$K_i\varphi \rightarrow K_iK_i\varphi$$

A rejeição se baseia no fato de que o princípio é controverso e que, dos princípios adotados ao derivar o paradoxo, este parece ser o mais descartável. No entanto o paradoxo reformulado não depende do princípio. A formalização de Sorensen do anúncio feito nesse caso variante é a seguinte:

$$
\begin{aligned}
(1) \qquad & (p1 \rightarrow \neg Kap1) \wedge \\
& (p2 \rightarrow (\neg Kbp2 \wedge Kb\neg(p1))) \wedge \\
& (p3 \rightarrow (\neg Kcp3 \wedge Kc\neg(p1 \vee p2))) \wedge \\
& (p4 \rightarrow (\neg Kdp4 \wedge Kd\neg(p1 \vee p2 \vee p3))) \wedge \\
& (p5 \rightarrow (\neg Kep5 \wedge Ke\neg(p1 \vee p2 \vee p3 \vee p4))) \wedge \\
& (p1 \vee p2 \vee p3 \vee p4 \vee p5)
\end{aligned}
$$

Interpretamos do seguinte modo: p1 é 'Art é o estudante designado', p2 é 'Bob é o estudante designado' e assim por diante. Kax significa que 'Art sabe que x', Kbx que 'Bob sabe que x' e assim por diante.

Os dinjuntos devem ser entendidos do seguinte modo.

1_1: Se for o caso que Art é o estudante designado então Art não sabe Art é o estudante designado;

1_2: Se for o caso que Bob é o estudante designado então Bob não sabe que Bob é o estudante designado e Bob sabe que não é o caso que Art é o estudante designado;

1_3: Se for o caso que Carl é o estudante designado então Carl não sabe que Carl é o estudante designado e Carl sabe que não é o caso que Art ou Bob sejam o estudante designado;

1_4: Se for o caso que Don é o estudante designado então Don não sabe que Don é o estudante designado e Don sabe que não é o caso que Art, Bob ou Carl sejam o estudante designado;

1_5: Se for o caso que Eric é o estudante designado então Eric não sabe que Eric é o estudante designado e Eric sabe que não é o caso que Art, Bob, Carl ou Don sejam o estudante designado;

E, por fim:

1_6: Um dos alunos, Art, Bob, Carl, Don ou Eric é o aluno designado;

Para satisfazer o critério de informatividade, diz Sorensen, ficamos tentados a adicionar a cada um dos disjuntos de (1) a fórmula (x)Kx, onde x referencia cada um dos alunos. No entanto (x)Kx(1) corresponde à uma variação do problema onde o anúncio do professor é feito de modo *privado* à cada um dos alunos. Neste caso, todo mundo sabe que (1), porém ninguém sabe que os *outros* sabem que (1): Don, por exemplo, não sabe que Eric sabe que (1), pois Don não sabe se o anúncio foi feito para Eric. Neste caso o anúncio, do ponto de vista de Don, parece perfeitamente plausível, se Eric for o designado.

Mas o anúncio é feito de modo *público*, assim a forma correta de representar isto é (x) Kx(y)Ky(a). Uma forma abreviada, com dois alunos apresenta a contradição em questão:

(2) $(p1 \rightarrow \neg Kap1) \wedge (p2 \rightarrow (\neg Kbp2 \wedge Kb\neg(p1))) \wedge (p1 \vee p2)$

Deve ser possível então mostrar que é incosistente que KaKb(2), ou seja, que Art saiba que Bob saiba da proposição (2). Sorensen se utiliza, além das regras de inferência sentenciais padrão, das seguintes regras [8]:

Regras de distribuição do conhecimento (RD) :

$K(A \wedge B)$ - $KA \wedge KB$

$K(A \rightarrow B)$ - $KA \rightarrow KB$

Regra de inferência (RI):

$\vdash A$ - KA

Regra da veracidade do conhecimento (RV):

KA - A

Regra de fechamento (RF):

KA, KB - KC, quando for o caso em que $A \wedge B \vdash C$

Com estas, podemos realizar a seguinte derivação:

8 Utilizo o caracter "-" para significar inferência. O *standard* é colocar as fórmulas com uma linha entre elas.

1.	$Kb(2)$	Assunção
2.	$p2$	Assunção
3.	$Kb(p1 \vee p2)$	1, RD
4.	(2)	1, RV
5.	$\neg Kbp2 \land Kb\neg(p1))$	2, 4
6.	$Kbp2$	3, 5, RF
7.	$\neg Kbp2$	5
8.	$\neg p2$	2, 6, 7, *reductio*
9.	$Kb(2) \rightarrow \neg p2$	1, 8, condicionalização
10.	$Ka(Kb(2) \rightarrow \neg p2)$	9, RI
11.	$Ka(Kb(2)) \rightarrow Ka(\neg p2)$	10, RD
12.	$Ka(Kb(2))$	Assunção
13.	$Ka(\neg p2)$	11, 12
14.	$Kb(2) \rightarrow (2)$	1, 3, condicionalização
15.	$Ka(Kb(2) \rightarrow (2))$	14, RI
16.	$Ka(Kb(2)) \rightarrow Ka(2)$	15, RD
17.	$Ka(2)$	12, 16
18.	$Ka(p1 \vee p2)$	17, RD
19.	$Kap1$	13, 18, RF
20.	$p1 \rightarrow \neg Kp1$	17, RV
21.	$p1$	19, RV
22.	$Kap1 \land \neg Kap1$	19, 20, 21

Assim, com a contradição, a proposição $KaKb(2) \land KbKa(2)$ não pode ser um anúncio público e informativo para *ambos* os alunos.

Tanto o paradoxo da predição como o paradoxo do aluno designado envolvem uma única e rígida ordem de eliminação. O mesmo não pode ser dito da próxima versão recalcitrante, o paradoxo da posição indescobrível. Este paradoxo envolve um jogo com as seguintes posições:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

O objetivo é descobrir onde o jogador foi inicialmente colocado. O jogador pode se mover nas quatro direções (para *C*ima, para *B*aixo, para a *E*squerda e para a *D*ireita), uma célula por por vez. Se o jogador se deparar com uma "parede", seu movimento é sublinhado (e.g. se ele se moveu para cima e bateu na parede o movimento é $\underline{\text{C}}$). Estas "batidas" ajudam o jogador a descobrir sua posição inicial. Digamos que o jogador tenha feito os movimentos C, C, $\underline{\text{E}}$. Neste caso, fica claro que a posição inicial era 7, pois, fosse 1, 2 ou 3, os dois Cs seriam sublinhados, porém não o E no caso de 2 e 3; fosse 4, 5, ou 6 o segundo C seria sublinhado, porém não o E no caso de 5 e 6; fosse 8 ou 9, o E não seria sublinhado. Estes três movimentos, enfim, permitem a dedução de que apenas 7 é compatível com tal estado de coisas.

Se ao jogador é dado apenas dois movimentos, é possível coloca-lo numa situação em que a posição inicial seja indescobrível. Se ele é colocado inicialmente, digamos, na posição 4, para toda sequência possível de movimentos existe uma outra posição compatível (C, $\underline{\text{C}}$ e B, $\underline{\text{B}}$ são compatíveis com 5 e 6; é. $\underline{\text{E}}$, $\underline{\text{E}}$ e D, D são compatíveis com 1 e 7; C, $\underline{\text{E}}$ é compatível com 7; C, D é compatível com 5,7 e 8; B, $\underline{\text{E}}$ é compatível com 1 e B, D é compatível com 1, 2 e 5). Agora suponha que você proponha este jogo para um jogador e diga a este "Você foi colocado em uma posição indescobrível". Ele devolve então o seguinte argumento:

"Suponhamos então que eu esteja em uma posição indescobrível. Segue-se que eu não posso estar em nenhuma das quinas – 1, 3, 7 e 9 –, dado que cada uma delas possui um movimento perfeitamente não ambíguo; Se estou em 3, por exemplo, $\underline{\text{C}}$, $\underline{\text{D}}$ é um movimento que identifica perfeitamente esta célula. Tendo eliminado as quinas, podemos eliminar também as outras posições nos cantos – 2, 4, 6 e 8 –, pois estas podem ser eliminadas se o primeiro movimento "bater" em uma parede. Se estou em 2, por exemplo, o primeiro movimento C já indicaria isto. Dado que sobra apenas a posição 5, eu descobrí minha posição."

E o problema é ainda mais complicado:

"O absurdo da suposição é tornado ainda mais manifestamente absurdo pela existência de outros oito argumentos, com outras oito conclusões em relação à conclusão inicial. Por exemplo, posso concluir que estou em 6, eliminando primeiro as quinas, depois 2, 4 e 8, e sobrando 5 e 6, eliminando 5 (as sequências E, E e D, D, eliminariam 5). E se um argumento é individuado por ter uma ordem distinta de eliminação, haveriam ainda mais de 9 argumentos, pois o 6 poderia ser eliminado nesta ordem: 7, 4 (C, E), 8, 1, 2, 5, 9 e 3. Então, eu não posso ser colocado em uma posição indescobrível."

Por fim, a última versão recalcitrante é "paradoxo da virgem sacrificial" que serve para mostrar que o sujeito não precisa saber quantas alternativas existem. A cada cinquenta anos os habitantes de um paraíso tropical sacrificam uma virgem para o vulcão local em uma cerimônia elaborada. Todas as virgens são trazidas com os olhos vendados para a entrada do vulcão, dão as mãos e podem apenas comunicar uma sentença: "Ninguém à sua direita é a virgem sacrificial". Esta comunicação se dá pelo aperto forte da mão da virgem à esquerda. As virgens são confiáveis [reliable] e ligadas fortemente ao dever de comunicar isto se, e apenas se elas sabem que tal informação é verdadeira. Além de tudo isso, elas sabem que uma condição para ser a virgem sacrificial é que esta permanece ignorante desta "honra" até que esta é arremessada ao vulcão. O chefe deve iniciar pela virgem mais à esquerda, e, se considerar a oferta aceitável, empurra-la e dizer para as outras virgens irem para casa. Se for inaceitável ele manda esta virgem para casa e repete o procedimento com a nova virgem mais à esquerda. Este processo continua até que uma virgem é sacrificada, então é sabido que uma será sacrificada. Após ouvir o anúncio de que uma virgem será sacrificada, alguém objeta que tal cerimônia não pode ocorrer:

"A virgem mais à direita sabe que é a mais a direita, pois sua mão não está dada. Ela sabe que se ele for 'oferecida', então nenhuma das virgens à sua esquerda foram sacrificadas. Então, se ela é a virgem sacrificial então ela sabe que é a virgem sacrificial. Como a virgem sacrificial não pode saber do seu *status* antes de ser empurrada, a virgem mais à direita não pode ser a virgem sacrificial. Este conhecimento a obriga a apertar a mão da virgem à sua esquerda, sinalizando 'Ninguém à sua direita é a virgem sacrificial'. Esta outra virgem, por sua vez, ou é a mais da esquerda ou está no meio. Se ela é do meio, ela pensará que, se ela for a virgem sacrificial ela saberá que nenhuma à sua esquerda foi, e, como ela sabe que nenhuma à direita será, ela pode deduzir que ela será a virgem sacrificial. Mas como esta não pode saber de sua condição, ela pode apertar a mão da virgem à sua esquerda. E podemos seguir este raciocínio para todas as virgens do meio até chegar à virgem mais da esquerda. Esta saberá que nenhuma outra virgem será a sacrificada, então ela será, porém ao deduzir isso, ela não pode ser. Logo, tal cerimônia é impossível."

As virgens das pontas sabem que existem pelo menos duas. As virgens do meio sabem que existem ao menos três. Nas versões anteriores é fundamental que o sujeito saiba quais as alternativas em questão. No exame surpresa, os alunos precisam saber que o exame ocorrerá em algum dos dias do período. No da virgem sacrificial os participantes não tem nem mesmo uma estimativa aproximada do número de virgens em linha. As do meio apenas sabem que estão no meio de uma linha de tamanho arbitrário. Assim, *não é essencial* que o sujeito saiba a ordem em que os membros da série estejam arranjados. Ao contrário do paradoxo do aluno designado, as virgens do meio *repetem exatamente a mesma indução*, mas não replicam as deduções das outras. Nenhuma possui mais conhecimento que as outras. No caso dos alunos designados, Don só pode eliminar a si mesmo replicando o raciocínio de Eric, Carl só pode eliminar a si mesmo replicando o raciocínio de Don, e assim por diante.

Em resumo, estas três variações do paradoxo da predição mostram que o princípio da retenção temporal, o princípio KK (reflexividade), a ordem de eliminação e o número de alternativas a serem eliminadas são todos não essenciais para o paradoxo da predição. Como as soluções passadas assumem estes como essenciais, diz Sorensen, ainda não temos uma formulação da estrutura do paradoxo da predição.

Pontos cegos

Já em 1984, Sorensen, em seu artigo, *Conditional Blindspots And The Knowledge Squeeze: A Solution To The Prediction Paradox*, busca dar uma solução ao paradoxo do exame surpresa, e também às versões recalcitrantes por ele elencadas.

Recalcitrâncias domadas

Olin, em seu artigo *The Prediction Paradox: Resolving Recalcitrant Variations*, de junho de 1986, procura mostrar que o seu argumento continua válido para as versões arredias de Sorensen.

No caso do paradoxo do aluno designado, Doris argumenta do seguinte modo: Consideremos (A1) a parte do anúncio do professor que diz que "a estrela dourada determina o aluno designado para o exame" enquanto a proposição (B1) diz que "o aluno designado não pode saber que ele é o aluno designado antes da formação ser quebrada". Para Olin, o argumento que os alunos utilizam para demonstrar a impossibilidade dessa designação é parado no mesmo passo em que a versão original do paradoxo da predição, a saber:

(1) Se Eric fosse o aluno designado, então ele estaria justificado em crêr nisto antes de quebrar a formação (pois ele veria os outros quatro com a estrela prateada, como vimos acima).

Porém, ele forma a crença (1) com base em (A1). Porém, (A1) e (B1) possuem o mesmo peso epistêmico para ele, ou seja, não há motivo para preferir (A1) a (B1) e cada um deles só pode ser mesmo tomado como verdadeiro, caso o disjunto de ambos seja, (A1) e (B1). Mas, neste caso, ele também estaria justificado em crêr em:

(2) Eu sou o aluno designado e eu não estou justificado em crêr que eu sou o aluno designado.

Sendo isto impossível para Eric crêr, Eric não pode crêr no anúncio [completo] do professor, *se* ele for o aluno com a estrela dourada! Assim, diz Olin, o paradoxo se resolve. Veremos adiante que tal conclusão não resolve o problema, engendrando um novo paradoxo, ao examinarmos o trabalho de Ken Levy.

De modo análogo, Olin, responde ao paradoxo da posição indescobrível. No primeiro passo do argumento, o argumento diz:

(1) Se o jogador estivesse em alguma das quinas – 1, 3, 7 ou 9 –, então ele estaria em uma posição descobrível.

Sendo (A2) as regras do jogo e (B2) a informação "Você está em uma posição indescobrível", suponhamos que o jogador está na posição 3 e realiza a jogada C, D. Por (A2) e (B2) temos o problema análogo:

(2) A posição inicial é 3 e eu não estou justificado em crêr que a posição inicial é 3.

Como é impossível que algum jogador creia em tal proposição, e o jogador tem de aceitar (A2) e (B2), ele não pode aceitar ambas. Neste ponto Olin faz uma observação em relação à uma *suposta* diferença desta variação do paradoxo: de acordo com ela o anúncio se torna incrível *apenas* quando o jogador está em alguma das quinas e *realizou* certos os movimentos. Em qualquer outro caso, diz ela, não há razão para crêr que (A2) e (B2) sejam incríveis. Mas, o relevante é que mesmo estando em 3 e fazendo os movimentos certos (C, D) o jogador *não poderia* inferir sua posição inicial. Assim, os cantos não podem ser eliminados e o paradoxo também.

E, por fim, o paradoxo da virgem sacrificial também coloca a virgem sacrificial nesta mesma posição:

TODO: Sorensen response to Olin;

1.14. Weinstraub e a solução prática

Ruth Weinstraub inicia seu artigo Practical Solutions to the Surprise Examination Paradox, apresentando algumas saídas já apresentadas ao problema, como a de Quine – o aluno não pode estar seguro que ocorrerá um exame apenas pelo anúncio, logo um exame no último dia ainda seria surpreendente – , a possibilidade de que o aluno esqueça o anúncio – tornando-o verdadeiro –, ou a *reductio* mais complexa, que mostra que, como o anúncio é falsificado, a ocorrência do exame não pode ser *esperada*, e, não sendo esperada, pode se tornar verdadeira. Porém, nota Weinstraub, montando seu argumento, nenhuma dessas possibilidades torna o anúncio *digno de crédito* [*credible*]. E na credibilidade é que depende a *melhor* explicação para o problema: nós atribuímos um *papel comunicativo* à promessa. O anúncio tem como objetivo passar uma informação aos alunos, que consideram o professor confiável e o professor, sabendo ser confiável, realiza o anúncio com um certo objetivo.

Weinstraub considera que o objetivo do professor é fazer com que os alunos estudem diariamente, pois sabe que é mais provável que um aluno estudo caso acredite que uma prova será dada no próximo dia. Para que funcione a promessa *tem que ser* digna de crédito: qualquer análise do SEP deve permitir aos alunos saber que haverá um exame surpresa. O *insight* aqui é que devemos adotar uma posição *prática* em relação ao paradoxo; ver a promessa como um pronunciamento da *vida real* cujo *papel* – que *funciona* – uma solução deve refletir – assim como, analogamente, Weinstraub apresenta o paradoxo de Zenão: o lógico pode usar sua dedução para provar a impossibilidade do movimento, porém o movimento *funciona*. Isso não significa que o paradoxo apresenta um *problema prático*, mas que a solução deste problema teórico deve incorporar uma explicação de uma certa prática.

Nesta concepção as respostas de Quine e de Olin não solucionam o paradoxo, apenas o reforçam, pois não consideram que o aluno deva acreditar na promessa. Também a solução de McLelland e Chihara – que *depende* de rejeitar a reflexividade do conhecimento, a ideia de que $Kp \rightarrow KKp$ – é considerada errada com base no argumento de Sorensen com a versão dos alunos alinhados: uma solução deve servir para *todas* as variações. A não ser que vejamos o problema de modo *prático*. Sorensen está errado nesta perspectiva.

A consideração prática pode também atacar a solução de Wright e Sudbury: a indução reversa só pode se manter com a suposição que a promessa vai continuar sendo acreditada no penúltimo dia mesmo que o exame não tenha sido dado – a premissa da "retenção temporal do conhecimento". Sem esta premissa o último dia *não pode* ser descartado. O exame irá surpreender os alunos pois eles não irão mais *acreditar* na promessa – um *blindspot*, nas palavras de Sorensen: uma proposição consistente mas que não pode ser acreditada.

Weinstraub: que motivo alunos *ordinários* tem para desacreditar na promessa? O argumento só se segue se estes acreditarem que a promessa *irá* perder sua credibilidade.

A primeira solução: Tomar a promessa *não literalmente*. Ou seja, interpretar "surpresa" apenas como dizendo que o exame será dado em "alguma data da próxima semana". Esta interpretação remove tanto a carga epistêmica como a carga psicológica da suspresa. Neste caso o professor a probabilidade de 1 para 5 de fazer uma prova não esperada caso escolha o dia aleatoriamente. Esta interpretação, apesar de enfraquecer o conceito de surpresa, captura a *real* intenção do professor. Não importa se o exame não for mais uma surpresa no último dia. A intenção do professor de manter os alunos estudando que é a real motivação – e assim o "significado secreto" – para o seu proferimento.

No entando, argumenta Weinstraub quando consideramos afirmações como "ocorrerá um terremoto surpresa na Califórnia nos próximos 50 anos" a interpretação não literal não funciona: parece intuitivo crer que o autor de tal frase está mais interessado em garantir a *surpresa* do terremoto do que sua ocorrência no período em questão – ele provavelmente considera apenas "muito provável" que ele ocorra neste período.

Ok, uma proposição só pode ser acreditada se não for paradoxal. No entanto, uma série de proposições soam *sutilmente* paradoxais. Sendo assim, se o ouvinte a confundir como não paradoxal ela ainda pode ser razoável em sua crença, pois, diz ela, "oniciência lógica não é uma condição necessária para a racionalidade". É perfeitamente razoável que estudantes ordinários acreditaem na promessa *mesmo que* o paradoxo seja provado por um argumento impecável. Indução reversa não é um raciocínio que "vem" naturalmente. Olin responde a objeção de que os alunos podem não ser logicamente perfeitos como "trivial", porém esta idealização nos remove de uma situação da vida real.

A solução prática que apela para a distinção entre paradoxo *atual* e *percebido* permite que expliquemos um aspecto importante do fenômeno da vida real: a diferença intuitiva entre a versão com 1 dia e a versão com 5 (ou mais) dias. Enquanto a primeira soa claramente paradoxal, mesmo para o estudante ordinário, a segunda não.

Mesmo concedendo como alunos ordinários agirão em relação ao anúncio, ainda precisamos entender como o anúncio afeta o aluno *sofisticado*.

Dois casos: Se o professor é ingênuo, os alunos devem responder como um aluno ingênuo. O professor irá se dar conta do paradoxo no penúltimo dia, sendo impossível prever o que ele fará no último. No entanto tal situação não faz parte do *conteúdo* da promessa original; Se o paradoxo é conhecimento comum [common knowledge] – todos sabem que todos sabem do paradoxo – como entender o anúncio? Pode ser meramente uma piada ou os aluno devem interpretar o anúncio de acordo com a solução preferida do professor.

Em todo caso, deve-se entender a *intenção* do proferente. Se o professor crê piamente que está falando algo auto-contraditório, devemos ignorá-lo. Se ele acha que o que diz é informativo, devemos estudar.

O argumento de Weinstraub, no entanto, não precisa nem mesmo ser atacado por suas premissas metodológicas. A própria conclusão é um problema, e, sobre isso o artigo silencia: como então deveria um aluno da própria professora Weinstraub – ou de qualquer professor que concorde com ela – interpretar um anúncio dela? De acordo com a "solução prática", "devemos interpretar o anúncio de acordo com a solução preferida do professor". No caso, devemos pensar: qual a solução preferida por Weinstraub ao paradoxo do exame surpresa? Bom, a solução preferida ou, ao menos o que é mais razoável supor, posto que ela *escreveu* um artigo sobre o tema, é que "devemos interpretar o anúncio de acordo com a solução preferida do professor". E, novamente, *ad infinitum*, qual a solução preferida do professor?

1.15. O triatlon de Levy

Ken Levy, em seu artigo *The Solution to the Surprise Exam Paradox* busca refutar uma das premissas fundamentais do paradoxo, a saber, o passo inicial da negação do último dia como sendo impossível de ocorrer o exame, argumentando que a solução depende da conjunção de três argumentos já apresentados, o argumento do "Anúncio Improjecionável", o argumento de "Wright e Sudbury" e o argumento dos "*Blindspots* Epistêmicos".

O projeto de Levy então é este: apresentar como é que mesmo um anúncio feito para apenas um dia ainda será uma surpresa. Apenas esta exposição irá realmente *resolver* o problema.

Duas intuições: o aluno não pode se surpreender com um exame que ele *esperava* na noite anterrior; o aluno não pode se surpreender com um exame que ele estava *certo,* na noite anterior, que ocorreria no dia seguinte; Dadas estas duas intuições, mais o fato de que um *ex hipothesi* professor confiável *prometeu* um exame até o final do período letivo, o fato de que o exame ainda não foi dado e o fato de que estamos há um dia do final do período letivo parece indisputável que o estudante não irá se surpreender com um exame no último dia.

O primeiro passo para a refutação é compreender que *surpresa*, no contexto do SEP significa isto: ausência de *conhecimento*, ou seja, ausência de uma crença verdadeira e justificada na noite anterior de que o exame ocorreria no dia posterior. E, importante, nem expectativa nem certeza (psicológica) são suficientes para *conhecimento*.

O segundo é mostrar que a conclusão de que um exame no último dia não irá surpreender o aluno é *falsa*. Há, para Levy, três argumentos – já citados acima – que estabelecem esta mesma conclusão. Porém, só o alinhamento dos três é que irá definir a questão.

Anúncio Improjecionável. O argumento do último dia começa com uma assunção errônea: que o aluno pode, sem mais problemas, projetar o anúncio do professor para o penúltimo dia. O que ocorre é que ele precisa, para fazer isso mudar a interpretação da regra apresentada pelo professor de "Haverá um exame surpresa até o final do período letivo" para "Haverá um exame surpresa *amanhã*". O aluno não está, no momento do anúncio, "epistemológicamente autorizado" a supor que o anúncio é aplicável do mesmo modo no penúltimo dia como é no momento em que é feito.

Wright e Sudbury. O aluno começa o termo com o conhecimento de que um exame surpresa ocorrerá no período, porém ele *perde* esse conhecimento no penúltimo dia (se o exame não tiver sido dado). Em todo caso, o exame no último dia será uma surpresa. No entanto, este argumento não pode ser a última palavra: sua conclusão é vulnerável a um *reductio* (que Levy chama de "argumento da não-sexta renovado"). No entanto, este *reductio* também não pode ser o fim da história também, pois a conclusão dele também é vulnerável ao *reducti*o *oposto*, ou seja, o próprio argumento de Wright e Sudbury. O resultado desse ciclo é um paradoxo lógico. *Este* ciclo é o "coração" do problema do SEP.

Blindspot epistêmico. O resultado circular do argumento de Wright e Sudbury é sucintamente capturado pelo conceito de Roy Sorensen de "*blindspot* epistêmico". O "curto circuito" que resulta do círculo vicioso faz com que o aluno *não* tenha boas razões para se decidir em relação à ocorrência ou não do exame, segue-se, ele não está *justificado* em crer na sua ocorrência. E não tendo justificativa, não há conhecimento. Por fim, o exame no último dia *será* surpreendente.

Levy está interessado na versão mais forte do SEP, e estas são as assunções que ele toma como definidoras dessa versão:

- O aluno astuto deve ser considerado *máximamente* racional. Por máximamente racional Levy entende isto: um mestre da lógica, ele evita contradições, conhece todas as verdades lógicas e crê em todas as consequências lógicas daquilo que ele crê;
- O professor realiza o anúncio (A) numa terça-feira de que haverá um exame surpresa na quarta, quinta ou sexta. Para dividir as duas promessas $(A)_E$ é a afirmação "haverá um exame quarta, quinta ou sexta" e $(A)_S$ é a afirmação "o exame será uma surpresa";
- Após (A) ser feito o aluno astuto apresenta o argumento "da impossibilidade" que consistem em dois subargumentos: o da "não sexta-feira" e o do "*backtracking*".

- Não sexta-feira: *Se* o exame não for dado até a quinta-feira a promessa de que o exame será uma surpresa – $(A)_S$ – será violada. Dado (A), sexta não pode ser um dia para o exame;
- Backtracking: Dado o argumento da não sexta-feira, que exclui a sexta como um dia para a ocorrência do exame, se o professor não tiver dado a prova até quarta, do mesmo modo, ele não poderá ser feito na quinta, pois isso violaria $(A)_S$. Ele só poderá ser feito na quarta, o que também violaria $(A)_S$. Conclusão: O exame é impossível – $(A)_E$ não pode ocorrer

- A intuição:
    - A conclusão do argumento da impossibilidade não pode ser o fim da história. Se considerarmos o argumento que se move adiante de quarta até sexta, a prova surpresa parece possível novamente. Nossa "intuição" é que uma prova na quarta ou na quinta irá ser uma surpresa para o aluno. Então algo *deve* estar errado. Ou obem argumento da impossibilidade ou a intuição estão errados. O desafio é determinar qual e porquê.

Máximamente racional: A assunção de que o aluno astuto deve ser máximamente racional é justificada pelo fato de que devemos resolver o problema em sua versão *mais forte*. Soluções para versões em que o aluno não é maximamente racional não resolvem esta versão. Devemos desconsiderar soluções em que o aluno possa esquecer o anúncio, não entender plenamente (A) ou que faça inferências equivocadas.

Distinguir "racionalidade máxima" de "infalibilidade": Afinal o argumento aqui mostra que o argumento "da impossibilidade" *falha*. No entanto, não poderá ser dito que o argumento falha por ser *inválido*. Se fosse, *teríamos* que concluir que o aluno *não é* máximamente racional. O argumento deve ser considerado válido, porém deve ser argumentado que o aluno parte de premissas que lhe *parecem* perfeitamente plausíveis, porém não são. Neste cenário o aluno poderá continuar sendo considerado máximamente racional. Ser máximamente racional só protege o aluno astuto de erros tolos e inferências errôneas, porém não o impede de iniciar com premissas falsas porém inicialmente plausíveis.

Conhecimento e surpresa: (A) em termos de *conhecer*; O exame será surpresa se e somente se ele ocorre em um dia que segue uma noite em que o aluno não pode *saber* que o exame ocorrerá no dia seguinte. Conhecimento em termos de crença verdadeira e justificada (não apenas crença justificada). Levy concorda com Hall (1999) que não faz diferença formular o problema em termos de crença justificada ou crença verdadeira e justificada. Do mesmo modo, não há necessidade de considerar a questão de Gettier (Levy baseia-se em Williams 2007). (A) equivale a:

(b) Haverá um exame na sexta e astuto não estará justificado em crêr nisto na quinta de noite.
(c) Haverá um exame na quinta e astuto não estará justificado em crêr nisto na quarta de noite.
(d) Haverá um exame na quarta e astuto não estará justificado em crêr nisto na terça de noite.

Não há que se preocupar com a possibilidade de astuto estar justificado *falsamente*: Ele só se surpreende com a ocorrência do exame e não com a não ocorrência.

Um argumento falho porém instrutivo contra o argumento do *backtraking*: Dizer que a quinta é um dia impossível para o exame é claramente falso. Independentemente do que prova o argumento da não-sexta ainda é *fisicamente* possível que o professor dê o exame na sexta. Ocorre apenas que se ele o der ele não vai estar cumprindo a sua promessa de dar um exame *surpresa*. Sexta não é um dia *impossível* de ocorrer o exame do mesmo modo que sábado o é. A melhor forma de apresentar a conclusão do argumento da não-sexta é: Sexta não é um dia possível para o exame *se* o professor vai cumprir (A). Assim, não podemos seguir o backtrack – seguir a mesma lógica para quinta e quarta – pois astuto não pode assumir que o antecedente – o professor vai cumprir (A) – é verdadeiro. Resposta: Ok, pode ser *fisicamente* possível dar o exame na sexta, ou em qualquer outro dia. Porém, não é *lógicamente* (nem fisicamente) possível dar o exame na sexta *e ainda* cumprir (A). Astuto deve *pressupor* o cumprimento de (A) se o professor *puder*. Assim ele *pode* concluir que sexta é um dia impossível para o exame.

Porque pressupor que o professor vai cumprir (A) se puder (ou “contra Quine”): Primeiro porque o argumento da impossibilidade depende desta premissa; Segundo, porque rejeitar esta premissa é não atacar a versão mais forte do SEP. A versão em que astuto assume o cumprimento de (A) (se possível) é mais forte que uma versão que ele não assume isto. Nesta versão teríamos o seguinte argumento:

(2) Assuma que o professor *não* irá necessariamente cumprir (A) se ele puder;

(3) ∴ Astuto não está justificado em acreditar em (A). [(1)]

(4) A única base para astuto acreditar em $(A)_E$ e $(A)_S$ é (A) mesmo.

(5) ∴ Se astuto não está justificado em acreditar em (A), então ele não está justificado em acreditar em qualquer parte de (A) – (A)E e (A)S. [(3)]

(6) ∴ Astuto não está justificado em acreditar em (A)E. [(2), (4)]

(7) ∴ Astuto não está justificado em acreditar em qualquer noite que haverá um exame no próximo dia – mesmo que nenhum exame tenha sido dado até quinta. [(5)]

(8) ∴ Um exame em qualquer dia – mesmo sexta – será uma suspresa. [(6)]

Para Levy este raciocínio de fato *resolve* uma versão do SEP – a versão em que (1) é o caso. Mas ele não resolve a versão em que (1) não é o caso. Assim, assumir (1) não resolve o problema. Podemos, por exemplo, assumir que o professor é um computador infalível.

O argumento (1)-(7) é estranho: assumindo que o professor não necessariamente vai cumprir (A) concluímos que ele irá cumprir (A) desde que dê a prova.
O argumento da impossibilidade não pode estar correto: Se o argumento da impossibilidade está correto então um exame surpresa não pode ser dado em qualquer dos dias. E isto é o mesmo que dizer:

(b) na terça de noite astuto está justificado em crêr que haverá um exame na quarta;

(c) se quarta passar sem exame, na quarta de noite astuto está justificado em crêr que haverá um exame na quinta;

(d) se quinta passar sem exame, na quinta de noite astuto está justificado em crêr que haverá um exame na sexta (Austin 1969);

Intuição expandida: Imaginemos um período de 300 dias e uma prova ocorrendo no dia 155. Astuto deve estar justificado em crêr que o exame irá ocorrer no dia 155 na noito do dia 154. Como astuto teve a mesma crença nos 153 dias anteriores *não há motivo* para crêr que ele está justificado neste dia mais do que [não] estava nos outros. Ele não estava justificado. (Cargile, 67; Gardner, 63; Halpern e Moses 1986; Williamson 92). Não há diferença fundamental entre o problema com 3 ou 300 dias.

O argumento das intuições enganosas: O argumento da não sexta é muito poderoso. Sua força vem de duas intuições que nos enganam. Suponha que é quinta de noite e o exame não foi dado. Nossa primeira intuição é que ele será dado na sexta – dado (A) e a premissa de que o professor manterá (A) – logo, o exame não será surpresa para astuto. O que esta versão deixa passar é que é necessário *mais* do que esta mera expectativa. Esta expectativa tem de ser justificada. Ainda assim o argumento seduz: Nossa segunda intuição é que astuto não meramente *espera* que o exame seja dado na sexta, mas sim que ele pode estar *quase certo* disso. Mas mesmo a certeza é não suficiente para a crença justificada, visto que *certeza* é um aspecto psicológico de crenças e justificação uma propriedade normativa de crenças (Klein 98). Desse modo é muito importante notar isto: Pode ser o caso que astuto esteja *certo* de que o exame ocorrerá na sexta mas não esteja *justificado*. Se ele de fato ocorrer na sexta, temos que entender isso *como uma surpresa*.

Três argumentos contra a não sexta-feira. O argumento não projecionalidade do anúncio: O argumento da não-sexta repousa sobre a premissa implícita de que (A) pode ser aplicado diretamente na quinta de noite. Porém, esta aplicação representa uma mudança de "Haverá um exame surpresa até o final do período" – (A) – para "Haverá um exame surpresa *amanhã*". – (A*). $(A*)_E$ e $(A*)_S$ juntos parecem colocar astuto em uma situação epistemológica insustentável. $(A*)_E$ justifica astuto a crer que o exame será dado na sexta enquanto $(A*)_S$ afirma que astuto não está justificado a crer que o exame será dado na sexta, o que parece uma contradição.

Tal afirmação é semelhante ao paradoxo de Moore: "Está chovendo e eu não acredito nisto". Porém, envolve o conceito de justificação e não meramente de crença: "Haverá um exame amanhã e eu não estou justificado a crer nisso" (A*), instanciando a forma mais geral "p e eu não creio justificadamente em p" (ou "p e eu creio justificadamente em ¬p").

Levy busca alento no trabalho de Claudio de Almeida. Para ele, tanto o paradoxo de Moore, envolvendo o conceito de crença, como (A*) envolvendo o de crença justificada, não proposições "*Moore-absurd*". Uma proposição Moore-absurd não é, de fato, auto-contraditória, porém é *irracional* que se creia nela. Notemos que "Haverá um exame amanhã e eu não estou justificado a crer nisso", como já argumentaram os primeiros autores a escrever sobre o problema, é possível que seja verdadeiro. Para ser, basta que tal "pensamento" esteja na cabeça do meu professor, que ele nunca tenha me dito tal coisa e que ele vá mesmo dar a prova no próximo dia. O que torna a proposição problemática é quanto *eu* a considero como uma de minhas crenças – e, no caso, justificadas.

Por distribuição lógica, eu devo considerar que "eu creio que p *e* eu creio que eu não estou justificado a crer em p". Neste caso, Almeida afirma que eu crer que eu não estou justificado a crer em p constitui uma razão para *remover* p do meu conjunto de crenças. No entanto eu creio que p. E se eu tenho motivos para não crer em parte da conjunção, isso me dá motivos para desacreditar a conjunção inteira, que é a fonte primária desta "cadeia de crenças". Para Almeida, isto é possuir uma crença epistemológicamente "*self-defeating*".

TODO falar da 2a posição de Almeida.

Se aceitamos a apresentação das proposições Moore-absurd de Almeida não devemos considerar (A*) como auto-contraditória, mas como fortemente insistente. Sendo assim, é irracional acreditar em (A*). A preocupação com esta irracionalidade é que motivou, segundo Levy, as "soluções pragmáticas", como a de Ruth Weinstraub ao SEP. Em resumo, esta posição defende que (A), ao ser interpretada na quinta de noite, não se torna (A*), porém se torna algo como "Haverá um exame amanhã porém ele não será uma surpresa – como eu havia prometido". Apesar de não cumprida, espera-se que (A)$_S$ sirva seu *propósito real*. Levy concede que a interpretação pragmática dá mais sentido a (A) na quinta de noite do que (A*), no entanto, há um alto preço a ser pago: o argumento não responde a questão do argumento da não-sexta pois este *depende* de entendermos (A) como (A*) neste dia.

Três argumentos contra a não sexta-feira. O argumento de Wright e Sudbury: Este argumento é um *reductio ad absurdum* do argumento da não-sexta:

(12) Assuma que o argumento da não-sexta está correto: Um exame na sexta não seria surpresa;

(13) ∴ Se o exame não foi dado até quinta, então o professor não tem como cumprir (A)$_S$. [(12)]

(14) ∴ Astuto não está justificado a crer am (A)$_S$. [(13)]

(15) (A)$_S$ é uma parte essencial de (A): Se alguém não está justificado a crer em (A)$_S$ então não está a crer (A).

(16) ∴ Astuto não está justificado a crer em (A). [(14), (15)]

(17) Se alguém não está justificado a crer em (A), ele não está justificado em crer em qualquer parte de (A), como (A)$_E$.

(18) ∴ Astuto não está justificado a crer em (A)$_E$. [(16), (17)]

(19) ∴ Astuto não está justificado a crer, na quinta, que haverá um exame na sexta. [(18)]

(20) ∴ Um exame na sexta seria uma surpresa. [(pro definição, 19)]

(21) ⊥ [(12), (20)]

(22) ∴ (12) é falso: Um exame na sexta será uma surpresa [(12), (21)]

A não-sexta renovada: O argumento de Wright e Sudbury não é o fim do problema. Sua conclusão também é sujeita à um *reductio*:

(23) Suponha que um exame na sexta será uma surpresa (o argumento de Wright e Sudbury está correto).

(24) O professor irá cumprir (A) se puder.

(25) ∴ Astuto está justificado, na quinta, em crer que haverá uma prova na sexta. [(23), (24)]

(26) ∴ Um exame na sexta não será uma surpresa. [(por definição 25)]

(27) ⊥ [(23), (26)]

(28) ∴ (23) é falso: Um exame na sexta *não* será uma surpresa [(23), (27)]

Como a conclusão de cada argumento servo como *input* para o outro não podemos tomar nenhum deles como decisivo. Ficamos oscilando entre duas conclusões contraditórias. Neste aspecto o problema é análogo à uma das versões do paradoxo do mentiroso, a afirmação "Esta afirmação é falsa". No entanto, não podemos, meramente pela semelhança em relação ao círculo infinito que a) que um se reduz ao outro b) que ambos são sucetíveis ao mesmo tipo de solução. Um bom argumento acerca da diferença da natureza dos problemas é o fato de que o do mentiroso emerge de um problema auto-referencial enquanto o do exame surpresa não. Outra diferença é que, independemente da solução preferida para o paradoxo do mentiroso – a do autor é a de Eugene Mills, a saber, de que a proposição é *simplesmente* falsa – o fato é que a intuição demonstra que a solução apropriada para o paradoxo do exame surpresa só pode ser uma que torne a proposição informativa – possivelmente verdadeira.

Três argumentos contra a não sexta-feira. O argumento de Sorensen: Sorensen defende que para elucidarmos o problema precisamos do conceito de um *blindspot* epistêmico. Isto significa que:

(30) Astuto está justificado em acreditar em (A) se e somente se (A) é falso.

Considerando que astuto é maximamente racional ele está ciente de que se encontra em tal *blindspot*. Mas o mero fato desta ciência não dissolve o problema. Nem resolveria considerar astuto não maximamente racional, pois ele seria suscetível ao *blindspot* do mesmo modo. A verdade de (A) é *incompatível* com ele crer justificadamente que (A). E o mesmo é verdade para o contrário: se ele *não* crê justificadamente que (A), então será o caso que (A) (haverá um exame e será surpresa).

Em resumo, astuto *não tem* como sair de tal círculo. Ele não tem boas razões para crer, portanto, não pode crer justificadamente que (A). Como ele não pode crer em (A), ele não pode crer que haverá um exame na sexta-feira – $(A)_E$. Assim, o argumento da não-sexta *falha*.

Conclusão: O argumento da não-sexta-feira depende que reformulemos o problema de (A) para (A*). Além disso, não basta estar seguro – psicológicamente – é necessário estar justificado que o exame ocorra na sexta-feira. O argumento de Wright e Sudbury e a renovação da não-sexta feira, em conjunto, nos mostram que na situação (A*) o aluno astuto se encontra em um *blindspot* epistêmico. Assim, astuto, sendo maximamente racional, deve se manter *neutro* entre acreditar em (A*) ou não. E como astuto está neutro em relação à

(A*), logo, em relação à $(A^*)_E$ – ele não pode ter crenças em relação a ocorrência ou não do exame na sexta. Assim, o argumento da não-sexta *falha*, e falhando o resto do argumento da impossibilidade falha: como nossa intuição previa, um exame surpresa *pode* ser dado em qualquer dia da semana, incluindo a sexta feira.

2. STATUS QUO DO PARADOXO

2.1. O status

Em desenvolvimento.

2.2. Conclusão

Me parece claro que ao olhar para os cinquenta e poucos história do desenvolvimento do problema do exame surpresa vemos uma clara evolução senão à direção de uma resposta precisa, ao menos a um mapeamento claro das intuições envolvidas, na *explicação* de tais intuições – que creio, fazem parte de uma solução adequada: não basta apens resolver o problema, também há que se explicar porque entramos nos caminhos errados e tortuosos do labirinto – e nos caminhos mais prováveis de uma resposta adequada.

Tal evolução se deu em cada autor – ou conjunto de opiniões – que buscou endereçar o problema, ora pelo mapeamento de uma outra alternativa de solução ora pela clarificação de algum ponto ou intuição relevante.

Dos primeiros autores a intuição de que, em algum sentido, o problema depende do ponto de vista do próprio aluno astuto: a proposição "haverá uma prova amanhã e o aluno astuto não está justificado a crer nisso" não é problemática na "cabeça" do professor, nem de outro aluno. Ela só é um problema quando o próprio aluno astuto *toma conhecimento* tal proposição. Neste caso, como vimos em Levy e outros, a proposição se torna "eu creio que haverá uma prova amanhã e eu eu não estou justificado a crer nisso".

De Quine vemos a primeira tentativa de resolver o problema apelando a *não* nos basearmos na premissa de que o aluno deve tomar o anúncio do professor como infalível. O que esta tradição que se estendeu por diversos autores, que vimos na sua manifestação mais recente já bem diferente no artigo de Weistraub, tem em comum é a de tentar ver o anúncio do professor de modo não idealizado, mas como algo que ocorre "no mundo real", que objetivos que *não necessariamente estão contidos no significado do anúncio*, e assim, devem ser explicitados e que isto é tudo o que precisamos, talvez não para resolver o problema, mas para entendê-lo.

Weiss, por sua vez, tem como mérito a ideia contrária: o problema *deve* ser atacado em sua forma mais forte. E esta forma *depende* de tormamos – do aluno astuto tomar – o professor, ou as regras da escola, como *infalíveis*. Isto, não porque a solução pragmática esteja errada: ela pode explicar como *de fato* as pessoas *agem* – ou melhor, como *deveriam* agir – quando confrontadas com o problema, porém isto não parece ser de muita relevância para a filosofia, muito menos para a lógica. O que Weiss, e os autores que compraram este pressuposto – de tomar as regras como infalíveis – querem é resolver o problema que surge quando refletimos detidamente no *esquema lógico relevante* do problema.

Desenvolver mais aqui...

Como vimos na tentativa de solução mais recente, a de Levy, praticamente todas as intuições e possibilidades apresentadas acima são levadas em consideração, mencionadas e mesmo as que o autor considera problemáticas, são endereçadas por seu complexo argumento. Sem dúvida, apesar de não possuir grandes novidades ténicas, esta é a principal virtude do artigo de Levy: buscar conciliar todas as intuições, justificando as corretas, refutando e, mais do que isso, mostrando porque damos certo crédito às incorretas, em uma explicação unificada do problema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

2. ALEXANDER, Peter. Pragmatic Paradoxes. *Mind*, vol. LIX, nº. 236, 1950, p. 536-8.
3. AUSTIN, A. K. On The Unexpected Examination. *Mind*, vol. LXXVIII, nº. 309, 1969, p. 137.
4. AYER, A. J. *On a Supposed Antinomy. Mind* , vol. LXXXII, nº. 325, 1973, p. 125-6.
5. BAR-HILLEL, Maya e MARGALIT, Avishai. *Expecting the unexpected. Philosophia*, vol. 13, nº. 3, 1983, p. 263-88.
6. BURGE, Tyler. *Epistemic Paradox. The Journal of Philosophy*, Vol. LXXXI, nº. 1, 1984, pp. 5-29.
7. CHIHARA Charles S.- *Olin, Quine, and the Surprise Examination. Philosophical Studies* , vol. 47, nº. 2, 1985, p. 191-9.
8. CHOW, Timothy Y. *The surprise examination or unexpected hanging paradox. American Mathematical Monthly*, nº. 105, 1998, p. 41–51.
9. COHEN, L. Jonathan. *Mr. O'Connors Pragmatic Paradox. Mind*, vol. LIX, nº. 233, 1950, p. 85-7.
10. DALLAGNOL, Darlei. *Crer e Saber. Dissertatio,* nº 26, verão de 2007, p. 9–26.
11. FRANCESCHI, Paul. *A Dichotomic Analysis of the Surprise Examination Paradox. Cogprints*, 2002.
12. GOOD, I. J. e MELTZER, B. *Two Forms of the Prediction Paradox. British Journal for The Philosophy of Science* , vol. XVI, nº. 61, 1965, p. 50-1.
13. HALPERN, Joseph Y. e MOSES, Yoram. *Taken by surprise: The paradox of the surprise test revisited. Journal of Philosophical Logic*, vol. 15, nº. 3, 1986, p. 281-304.

14. JANAWAY Christopher- *Knowing about Surprises: A Supposed Antinomy Revisited. Mind*, nº. 391, 1989.
15. JONGELIN, Tjeerd B. e KOETSIER, Teun. *Blindspots, self-reference and the prediction paradox. Philosophia*, vol. 29, nº. 1, 2002, p. 377-91.
16. KAPLAN, David e MONTAGUE, Richard. *A Paradox Regained. Notre Dame Journal of Formal Logic*, 1960, p. 79-90.
17. KIRKHAM, Richard L. *The two paradoxes of the unexpected examination. Philosophical Studies* , vol. 49, nº. 1, 1986, p. 19-26.
18. ______ *On paradoxes and a surprise exam. Philosophia*, vol. 21, nº. 1, 1991, p. 31-51.
19. KRIPKE, Saul. *Philosophical Troubles.* Oxford University Press, 2010, p. 27-51.
20. LEVY, Ken. *The Solution to the Surprise Exam Paradox. Southern Journal of Philosophy* , vol. 47, nº. 2, 2009, p. 131-58
21. LYON, Ardon. *The Prediction Paradox. Mind*, vol. LXVIII, nº. 272, 1959, p. 510-7.
22. O'CONNOR, D. J. *Pragmatic paradoxes. Mind*, vol. LVII, 1948, p. 358-9.
23. ______ *Pragmatic paradoxes and Fugitive Propositions. Mind*, vol. LX, nº. 240, 1951, p. 536-8.
24. OLIN, Doris. *The prediction paradox resolved. Philosophical Studies*, vol. 44, nº. 2, 1983, p. 225-33.
25. ______ *The prediction paradox: Resolving recalcitrant variations. Australasian Journal of Philosophy*, vol. 64, nº. 2, 1986, p. 181-9.
26. QUINE, W. V. O. *On a So-Called Paradox. Mind* , vol. LXII, nº. 245, 1953, p. 65-7.
27. SCRIVEN, Michael. *Paradoxical Announcements. Mind*, vol. LX, 1951, p. 403-7.
28. SHARPE, R. A. *The Unexpected Examination. Mind*, vol. LXXIV, nº. 294, 1965, p. 255.
29. SHAW, R. *The paradox of the unexpected examination. Australasian Journal of Philosophy*, vol. 55, nº. 1, 1977, p. 41-58.
30. SORENSEN, Roy. *Conditional blindspots and the knowledge squeeze: A solution to the prediction paradox. Australasian Journal of Philosophy*, vol. 62, nº. 2, 1984, p. 126-35.
31. ______ *Recalcitrant variations of the prediction paradox. Australasian Journal of Philosophy*, vol. 60, nº. 4, 1982, p. 355-62.
32. SUDBURY, Aidan e WRIGHT, Crispin. *The paradox of the unexpected examination. Australasian Journal of Philosophy*, vol. 55, nº. 1, 1977, p. 41-58.

33. WEINSTRAUB, Ruth. *Practical Solutions to the Surprise Examination Paradox. Ratio* (8), 1995, p. 161-9.
34. WEISS, Paul. *The Prediction Paradox. Mind*, vol. LXI, nº. 242, 1952, p. 265–9.
35. WILLIAMS, John N. *The Surprise Exam Paradox: Disentangling Two Reductions. Journal of Philosophicl Research*, vol. 32, 2007, p. 67-94.
36. WILLIAMS, Timothy. *Knowledge and Its Limits.* Oxford University Press, 2002, p. 135-46.