

# Álgebra Linear e Aplicações - Lista 4

Entregar dia 10 de Abril

1. (6 pts) Calcula os determinantes das seguintes matrizes:

(a) 
$$\begin{bmatrix} a & b & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & d \\ a & b & c & 1 \end{bmatrix}$$

(b) 
$$\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{bmatrix}$$

2. (6 pts) Mostra que o determinante de uma matriz ortogonal é 1 ou -1.  
3. (10 pts) Mostra que se  $A$  e  $C$  são matrizes quadradas,

$$\det \left( \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & C \end{bmatrix} \right) = \det(A) \det(C)$$

Este resultado implica que, para uma matriz triangular por blocos, o determinante é o produto do determinante nos blocos da diagonal.

4. (10 pts) Mostra que para quaisquer matrizes  $A_{m \times n}$  e  $B_{n \times m}$ , temos  $\det(I_m + AB) = \det(I_n + BA)$ .  
Dica: Usa 3. e considera as matrizes

$$\begin{bmatrix} I_m & A \\ -B & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ B & I_n \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ B & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_m & A \\ -B & I_n \end{bmatrix}$$

5. (8 pts) Usa as propriedades dadas na aula para calcular o determinante

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 0 & \dots & 0 & c_0 \\ -1 & -\lambda & 0 & \dots & 0 & c_1 \\ 0 & -1 & -\lambda & \ddots & 0 & c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & c_{n-1} - \lambda \end{vmatrix}$$

6. (10 pts) Implementa uma função que calcula o determinante usando a decomposição LU e usando a fórmula recursiva. Olha o arquivo `ALA24_notebook_LU.ipynb` no site da disciplina.