

# Álgebra Linear e Aplicações - Lista 10

Entregar dia 24 de Junho

1. Considera os vetores  $x_1, y_1 \in \mathbb{R}^I$ ,  $x_2, y_2 \in \mathbb{R}^J$ ,  $x_3, y_3 \in \mathbb{R}^K$ .

(a) (10 pts) Para matrizes  $A_1 \in \mathbb{R}^{n_1 \times I}$ ,  $A_2 \in \mathbb{R}^{n_2 \times J}$ ,  $A_3 \in \mathbb{R}^{n_3 \times K}$  temos

$$(x_1 \otimes x_2 \otimes x_3) \times_1 A_1 \times_2 A_2 \times_3 A_3 = A_1 x_1 \otimes A_2 x_2 \otimes A_3 x_3$$

(b) (10 pts) Mostra que

$$\langle x_1 \otimes x_2 \otimes x_3, y_1 \otimes y_2 \otimes y_3 \rangle = (x_1^T y_1)(x_2^T y_2)(x_3^T y_3).$$

2. (15 pts) Usa 1.b) para mostrar que se duas matrizes  $A$  e  $B$  são positivas definidas, a matriz  $C$  dada pelo produto de  $A$  e  $B$  em cada entrada ( $C_{ij} = A_{ij}B_{ij}$ ) é também positiva definida (Pista: mostra que  $C = L^T L$  para alguma matriz  $L$ ).
3. (15 pts) Considera o seguinte programa linear.

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ \text{sujeito a} \quad & x_1 + x_2 = 5 \\ & x_2 + x_3 = 3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Escreve o programa dual e resolve os dois programas, confirmando que o primal e o dual têm o mesmo valor objetivo.