

# Álgebra Linear e Aplicações - Lista 7

Entregar dia 23 de Maio

1. Qual é a decomposição de valores singulares de:
  - (a) (2 pts) Uma matriz simétrica positiva definida com decomposição de valores próprios  $A = Q\Lambda Q^T$ ;
  - (b) (3 pts) Uma matriz simétrica qualquer (com a mesma decomposição);
  - (c) (5 pts) Uma matriz ortogonal;
2. Supõe que  $A = U\Sigma V^T$  é a decomposição de valores singulares de  $A$ :
  - (a) (2 pts) Qual é a decomposição de valores singulares de  $A^T$ ?
  - (b) (2 pts) Qual é a decomposição de valores singulares de  $A^{-1}$ ?
  - (c) (6 pts) Qual é a decomposição de valores próprios de  $(I + AA^T)^{-1}$ ;
3. Considera a norma de matrizes
$$\|A\|_{op} = \max_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|}{\|x\|}$$
Mostra que
  - (a) (5 pts)  $\|Ax\| \leq \|A\|_{op}\|x\|$
  - (b) (8 pts)  $\|AB\|_{op} \leq \|A\|_{op}\|B\|_{op}$
  - (c) (7 pts) Se  $Q$  é ortogonal,  $\|AQ\|_{op} = \|QA\|_{op} = \|A\|_{op}$
4. (10 pts) Neste exercício verá como a decomposição de valores singulares pode ser usada para compressão de imagens. Olha o arquivo `ALA24_notebook_FFT.ipynb` no site da disciplina.