Fundamentos Teóricos da Computação

CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Prof. Dr. João Paulo Aramuni

UNIVERSIDADE FUMEC

Projeto de AFDs

* **Projeto de AFDs**

Propriedades dos AFDs
Complemento da Linguagem

* Seja $M_1 = (E_1, \Sigma, \delta_1, i_1, F_1)$

* Se $L(M'_1) = \overline{L(M_1)}$ então $M'_1 = (E_1, \Sigma, \delta_1, i_1, E_1 — F_1)$

    * O complemento da linguagem $L(M_1)$ pode ser obtido fazendo finais todos os estados de M_1 que não são finais.

Propriedades dos AFDs
Interseção de Linguagens

- Sejam $M_1 = (E_1, \Sigma, \delta_1, i_1, F_1)$ e $M_2 = (E_2, \Sigma, \delta_2, i_2, F_2)$
- Se $L(M_3) = L(M_1) \cap L(M_2)$ então $M_3 = (E_1 \text{ x } E_2, \Sigma, \delta_3, [i_1, i_2], F_3)$.
- Serão colocados como estados de M_3 pares de estados de $E_1 \text{ x } E_2$, e a função de transição δ_3 será tal que, para todo $e_1 \in E_1$ e $e_2 \in E_2$ e $a \in \Sigma$.
- $\delta_3([e_1, e_2], a) = [\delta_1(e_1, a), \delta_2(e_2, a)]$
- $F_3 = F_1 \text{ x } F_2$

Propriedades dos AFDs
Interseção de Linguagens

* Exemplo:

* $L_1 = \{0w0 \mid w \in \{0, 1\}^*\}$;
* $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|$ é divisível por $3\}$;

* $L_1 \cap L_2$ = *Conjunto de todas as palavras que começam e terminam com* 0 *e ao mesmo tempo sejam divisíveis por 3.*
* *Exemplos:* 000, 010, 000000, 011110...

* A prática é bem mais simples do que a definição teórica...

Propriedades dos AFDs
União de Linguagens

* Sejam $M_1 = (E_1, \Sigma, \delta_1, i_1, F_1)$ e $M_2 = (E_2, \Sigma, \delta_2, i_2, F_2)$

* Se $L(M_3) = L(M_1) \cup L(M_2)$ então $M_3 = (E_1 \text{ x } E_2, \Sigma, \delta_3, [i_1, i_2], F_3)$.

* Serão colocados como estados de M_3 pares de estados de $E_1 \text{ x } E_2$, e a função de transição δ_3 será tal que, para todo $e_1 \in E_1$ e $e_2 \in E_2$ e $a \in \Sigma$.

* $\delta_3([e_1, e_2], a) = [\delta_1(e_1, a), \delta_2(e_2, a)]$

* $F_3 = (F_1 \text{ x } E_2) \cup (E_1 \text{ x } F_2)$

Propriedades dos AFDs
União de Linguagens

- Exemplo:

- $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|$ é divisível por $3\}$;
- $L_2 = \{0w0 \mid w \in \{0, 1\}^*\}$;

- $L_1 \cup L_2$ = *Conjunto de todas as palavras que sejam divisíveis por 3 ou começam e terminam com* 0.
- *Exemplos:* 00, 000, 010, 100, 111, 000000, 011110, 111111…

- A prática é bem mais simples do que a definição teórica...

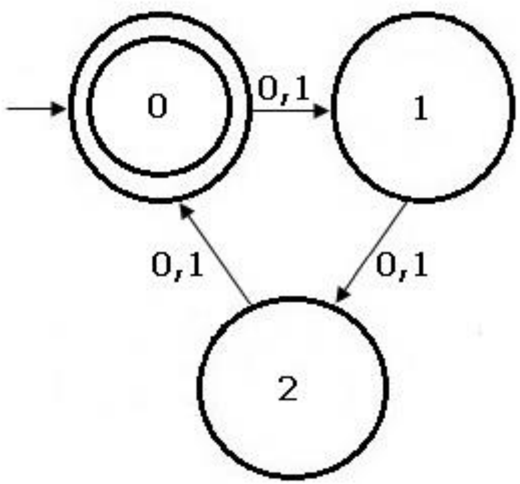
Exemplo

- Sejam
  - $L(M_1) = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ é divisível por 3}\};$
  - $L(M_2) = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ é divisível por 2}\};$

- Construir autômatos que reconheçam as seguintes linguagens:
  - $\overline{L(M_1)}$
  - $L(M_1) \cap L(M_2)$
  - $L(M_1) \cup L(M_2)$

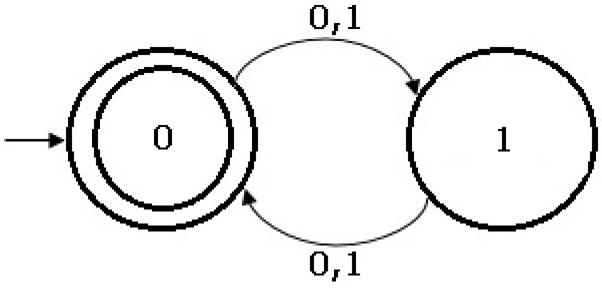
Resposta

* Para melhor entendimento, vamos aos AFD's primeiro:
  * $L(M_1) = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ é divisível por } 3\}$;



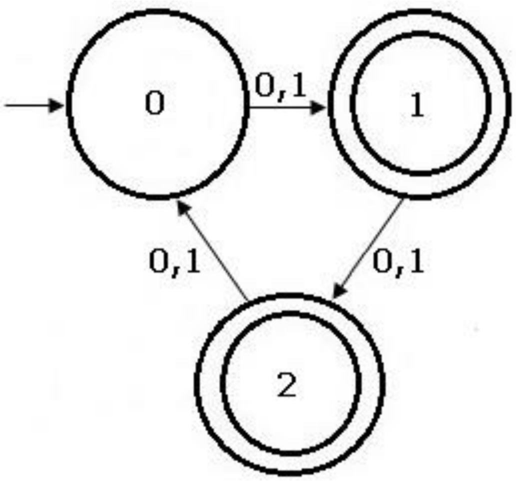
Resposta

* Para melhor entendimento, vamos aos AFD's primeiro:
  * $L(M_2) = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ é divisível por } 2\}$;



Resposta

- $\overline{L(M_1)}$



- Todas as palavras que não forem divisíveis por 3
- Exemplos: 0, 1, 00, 11, 0000, 1111, 0101...

Resposta

* $L(M_1) \cap L(M_2)$

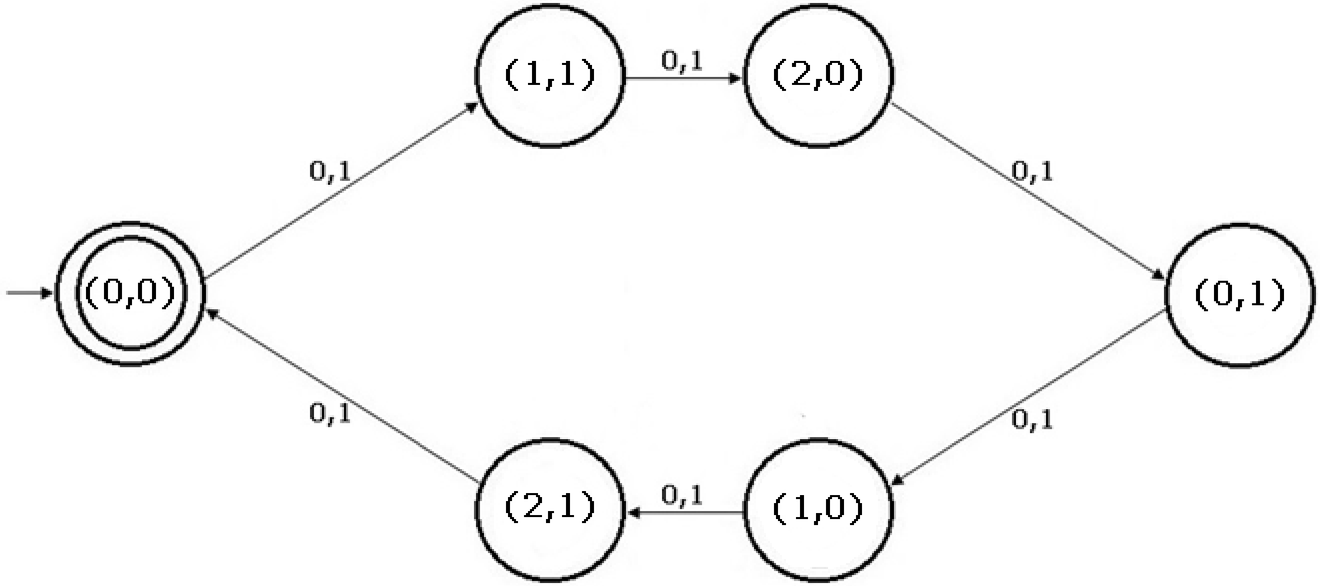
* $i = (0,0)$
* $F = \{(0,0)\}$

δ	0	1
(0,0)	(1,1)	(1,1)
(1,1)	(2,0)	(2,0)
(2,0)	(0,1)	(0,1)
(0,1)	(1,0)	(1,0)
(1,0)	(2,1)	(2,1)
(2,1)	(0,0)	(0,0)

* Todas as palavras que forem divisíveis por 3 e por 2 <u>ao mesmo tempo</u>
* Exemplos: 000000, 111111, 010000, 100000...

Resposta

* $L(M_1) \cap L(M_2)$



* Todas as palavras que forem divisíveis por 3 e por 2 ao mesmo tempo
* Exemplos: 000000, 111111, 010000, 100000...

Resposta

- $L(M_1)$ U $L(M_2)$

- $i = (0,0)$
- $F = \{(0,0), (0,1), (1,0), (2,0)\}$

- Todas as palavras que forem divisíveis por 3 ou por 2
- Exemplos: 00, 11, 000, 111, 0000, 1111, 000111, 111000...

Resposta

* $L(M_1) \cup L(M_2)$

* $i = (0,0)$
* $F = \{(0,0), (0,1), (1,0), (2,0)\}$

* Por que na união (1,1) não é estado final?
* Por que na união (2,1) não é estado final?

* Todas as palavras que forem divisíveis por 3 ou por 2
* Exemplos: 00, 11, 000, 111, 0000, 1111, 000111, 111000...

Resposta

* $L(M_1) \cup L(M_2)$
* Por que na união (1,1) não é estado final?
* Porque se não as palavras:
* 0, 1, 0000000, 1111111...
* Seriam reconhecidas, sendo que não são divisíveis nem por 2 e nem por 3

Resposta

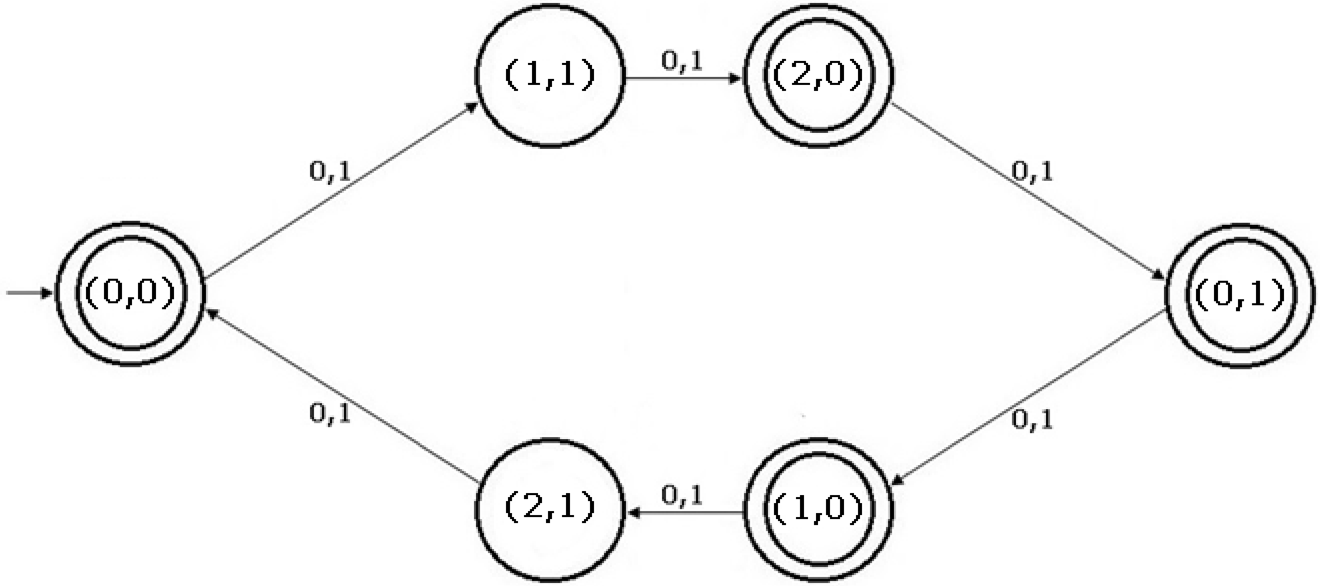
* $L(M_1) \cup L(M_2)$

* Por que na união (2,1) não é estado final?

* Porque se não as palavras:
* 00000, 11111, 10000...
* Seriam reconhecidas, sendo que não são divisíveis nem por 2 e nem por 3

Resposta

* $L(M_1) \cup L(M_2)$



* Todas as palavras que forem divisíveis por 3 ou por 2
* Exemplos: 00, 11, 000, 111, 0000, 1111, 000111, 111000...

Propriedades dos AFDs
Linguagens Finitas

* Sempre existe um AFD que reconhece uma linguagem finita

  * Dentre os AFDs possíveis para reconhecer linguagens finitas, existem aqueles cujo diagrama de estados simplificado não contém ciclos (são árvores) em que o nó inicial é a raiz

Propriedades dos AFDs
Linguagens Finitas e Infinitas

* Assim, tem-se que: uma linguagem é finita se, e somente se, existe algum AFD que a reconhece cujo diagrama de estados simplificado não tem ciclos. Dizer isso é equivalente a dizer que uma linguagem L é infinita se, e somente se:

* a) não existe AFD que reconhece L; ou
* b) o diagrama de estados simplificado de qualquer AFD que a reconhece tem ciclo.

Propriedades dos AFDs
Linguagens Infinitas

* Existem linguagens infinitas para as quais:

  * É possível construir um AFD:

$$L_1 = \{a^n | n \geq 0\}$$

  * É impossível construir um AFD:

$$L_2 = \{a^n b^n | n \geq 0\}$$

Propriedades dos AFDs
Linguagens Infinitas

* Por que impossível?
  * A existência de ciclo implicaria o reconhecimento de palavras que não pertencem a L.

Obrigado.

joaopauloaramuni@gmail.com
joaopauloaramuni@fumec.br

UNIVERSIDADE FUMEC