Fundamentos Teóricos da Computação

CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Prof. Dr. João Paulo Aramuni

UNIVERSIDADE FUMEC

Sumário

* Autômatos Finitos Não Determinísticos
  * Exemplo de AFN
  * Definição
  * Equivalência entre AFNs e AFDs

UNIVERSIDADE FUMEC
DE MINAS GERAIS PARA O MUNDO

Autômatos Finitos Não Determinísticos

* **Autômatos Finitos Não Determinísticos**

UNIVERSIDADE FUMEC
DE MINAS GERAIS PARA O MUNDO

Autômatos Finitos Não Determinísticos

- Como vimos anteriormente, o fato de que, para cada par (estado, símbolo) há transição para um único estado, confere um caráter determinístico às computações do autômato.

- Se essa restrição for eliminada, ou seja, se para algum par (estado, símbolo) houver transições para dois ou mais estados, tem-se o que se denomina autômato finito não determinístico (AFN).

Autômatos Finitos Não Determinísticos

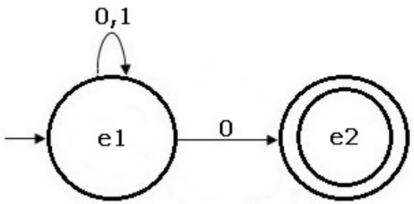
* O que é autômato finito não determinístico?

* Os componentes de um AFN são basicamente os de um AFD, exceto que um AFN pode ter mais de um estado inicial e que a função de transição dá, para cada par (estado, símbolo), um <u>conjunto</u> de estados.

Exemplo de AFN

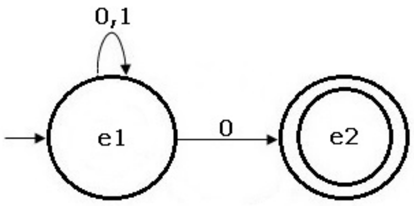
* **Exemplo de AFN**

Exemplo de AFN



* O não determinismo é devido à indecisão associada ao estado $e1$.
  * Sob o símbolo 0 pode-se permanecer no próprio estado $e1$ ou ir para o estado $e2$.
    * Exemplo: Existem 3 computações possíveis para a palavra "1010", uma que a consome e termina em estado final, uma que a consome e não termina em estado final e uma que não a consome.

Exemplo de AFN



* Como se determina se um AFN reconhece uma palavra?
  * se a palavra termina em “1”, não existe computação que a consome e termina em um estado final; e
  * se a palavra termina em “0”, existe computação que a consome e termina em um estado final, embora existam outras computações que não a consomem ou não terminam em estado final.

Critério de reconhecimento para AFNs

* O critério de reconhecimento para AFNs é justamente:

  * "*uma palavra é reconhecida se, e somente se, existe uma computação que a consome e termina em estado final*".

  * Dessa forma, o exemplo anterior reconhece o conjunto das palavras de $\{0,1\}^*$ que terminam em 0.

Definição

* **Definição**

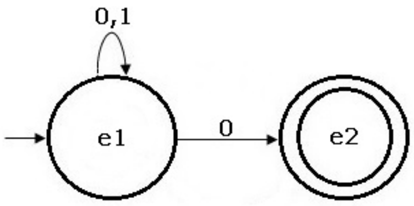
UNIVERSIDADE FUMEC
DE MINAS GERAIS PARA O MUNDO

Definição de AFN's

- Um AFN é uma quíntupla: $(E, \Sigma, \delta, I, F)$ em que:
  - E é um conjunto finito de um ou mais estados;
  - Σ é um alfabeto;
  - δ : E x Σ -> $P(E)$ é a função de transição, uma função total;
  - I, um subconjunto de E, é o conjunto não vazio dos estados iniciais;
  - F, um subconjunto de E, é o conjunto dos estados finais.

  - Neste caso, a função de transição especifica o <u>conjunto</u> de estados para os quais há transição de e sob a

Exemplo de AFN



* $M = (\{e1, e2\}, \{0,1\}, \delta, \{e1\}, \{e2\})$

δ	0	1
$e1$	$\{e1, e2\}$	$\{e1\}$
$e2$	$\emptyset$	$\emptyset$

* $\emptyset$: como se houvesse uma transição para um estado de erro (Não existe diagrama de estados simplificado para AFNs)

Função de Transição Estendida

* Seja um AFN $M = (E, \Sigma, \delta, I, F)$. A função de transição estendida para M, $\hat{\delta} : E \times \Sigma^* \rightarrow P(E)$, é definida recursivamente como:

* $\hat{\delta}(\emptyset, w) = \emptyset$, para todo $w \in \Sigma^*$;
* $\hat{\delta}(A, \lambda) = A$, para todo $A \subseteq E$;
* $\hat{\delta}(A, ay) = \hat{\delta}(\cup_{e \in A}\delta(e, a), y)$, para $A \subseteq E, a \in \Sigma$ e $y \in \Sigma^*$.

Exemplo 1
Função de Transição Estendida

- Processar a palavra 1010 a partir do estado inicial para a tabela da função de transição do AFN anterior

$$
\begin{aligned}
\hat{\delta}(\{e_1\}, 1010) &= \hat{\delta}(\delta(e_1, 1), 010) \text{ pela definição} \\
&= \hat{\delta}(\{e_1\}, 010) \text{ por } \delta \\
&= \hat{\delta}(\delta(e_1, 0), 10) \text{ pela definição} \\
&= \hat{\delta}(\{e_1, e_2\}, 10) \text{ por } \delta \\
&= \hat{\delta}(\delta(e_1, 1) \cup \delta(e_2, 1), 0) \text{ pela definição} \\
&= \hat{\delta}(\{e_1\} \cup \emptyset, 0) \text{ por } \delta \\
&= \hat{\delta}(\{e_1\}, 0) \\
&= \hat{\delta}(\delta(e_1, 0), \lambda) \text{ pela definição} \\
&= \hat{\delta}(\{e_1, e_2\}, \lambda) \text{ por } \delta \\
&= \{e_1, e_2\} \text{ pela definição}
\end{aligned}
$$

δ	0	1
e_1	$\{e_1, e_2\}$	$\{e_1\}$
e_2	$\emptyset$	$\emptyset$

Linguagem Reconhecida

- Utilizando-se $\hat{\delta}$, pode-se definir a linguagem reconhecida por um AFN

  - *A linguagem reconhecida por um AFN M = (E, Σ, δ, I, F) é o conjunto* $L(M) = \{ w \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(I, w) \cap F \neq \emptyset \}$. *Uma determinada palavra* $w \in \Sigma^*$ *é dita ser reconhecida, ou aceita por M se, e somente se* $\hat{\delta}(I, w) \cap F \neq \emptyset$.

  - *Uma palavra é reconhecida se o conjunto de estados alcançados por ela contém, ao menos, um estado final*

Equivalência entre AFNs e AFDs
Por que AFNs?

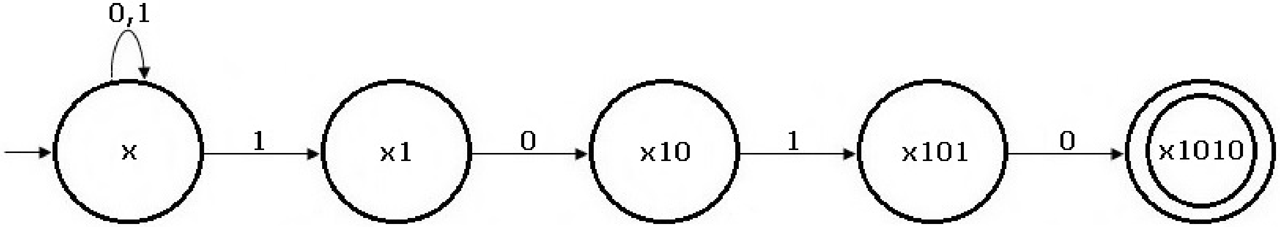
* AFNs não são tão facilmente implementáveis computacionalmente como os AFDs
* Para todo AFN existe um AFD equivalente

* Então, por que usar AFNs??
  * AFNs podem ser mais facilmente construídos do que AFDs em certos casos
  * AFNs podem ser mais simples do que AFDs

- Exemplo 2
- AFN e AFD para reconhecer a linguagem $L = \{0,1\}^*\{1010\}$

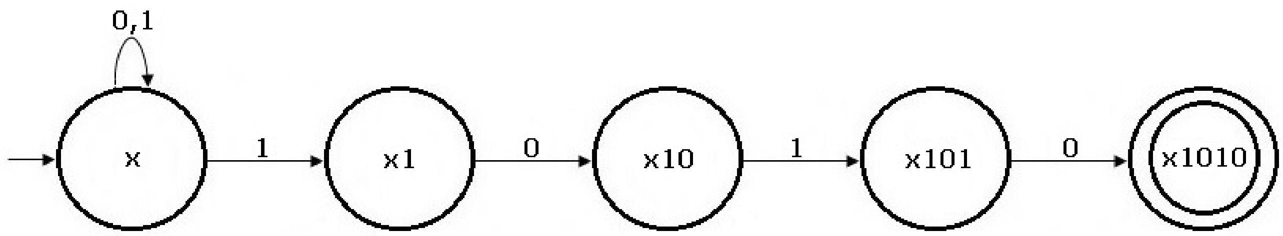
* Exemplo 2
* AFN e AFD para reconhecer a linguagem $L = \{0,1\}^*\{1010\}$

AFN

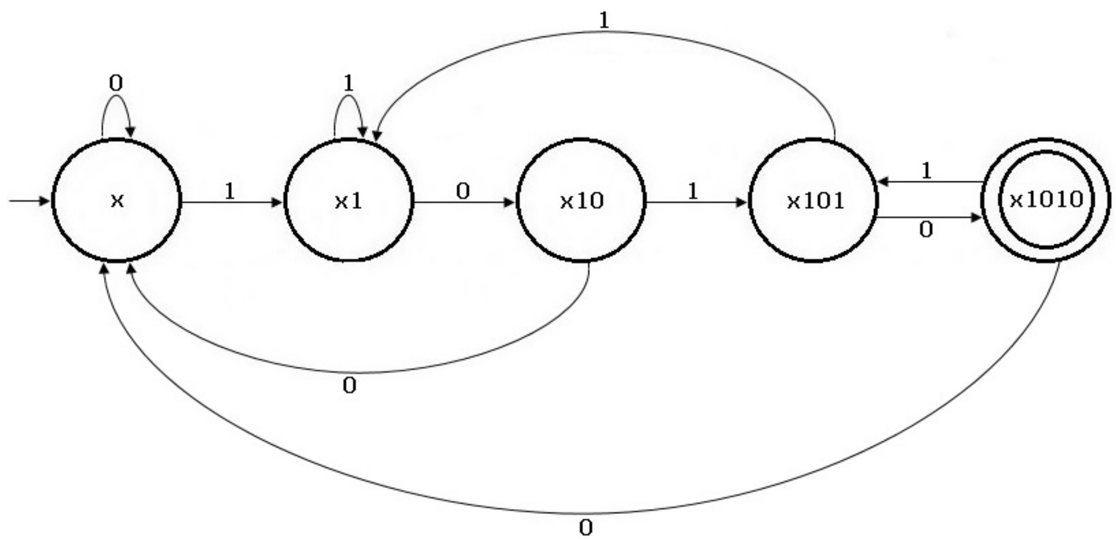


* Exemplo 2
* AFN e AFD para reconhecer a linguagem $L = \{0,1\}^*\{1010\}$

AFN



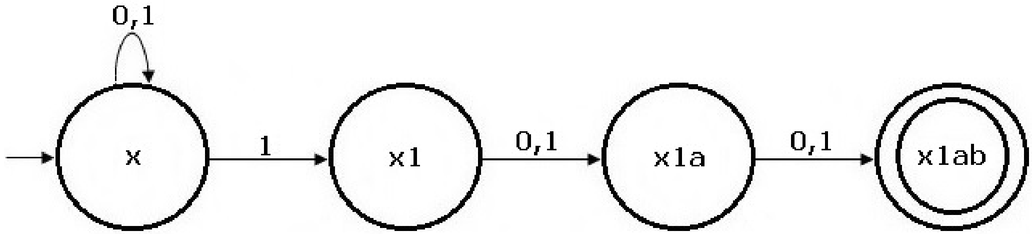
AFD



* Exemplo 3
* AFN e AFD para reconhecer a linguagem $L = \{0,1\}^*\{1\}\{0,1\}\{0,1\}$

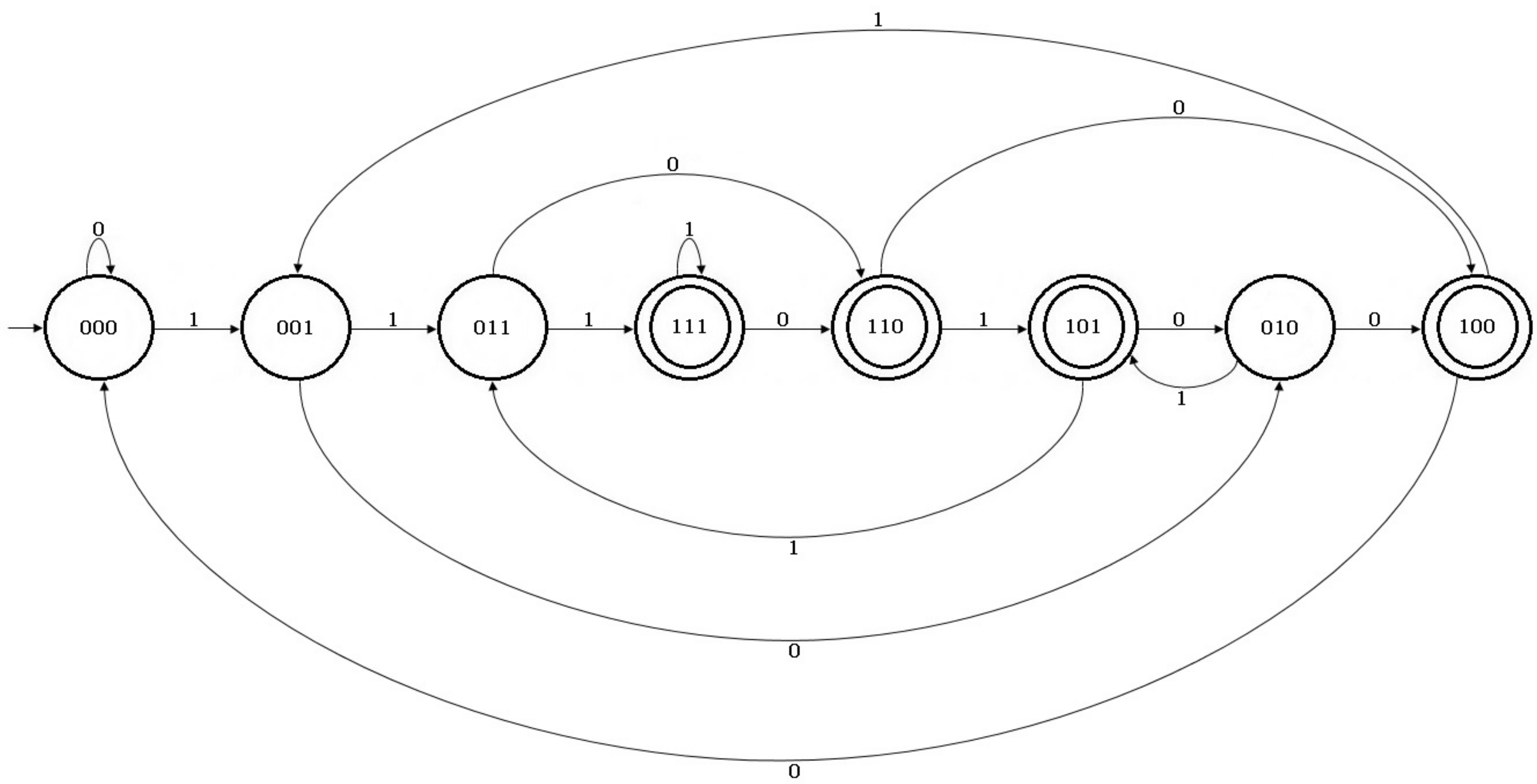
* Exemplo 3
* AFN e AFD para reconhecer a linguagem $L = \{0,1\}^*\{1\}\{0,1\}\{0,1\}$

AFN



* Exemplo 3
* AFN e AFD para reconhecer a linguagem $L = \{0,1\}^*\{1\}\{0,1\}\{0,1\}$

AFD



Exemplos de AFNs

* Construa AFNs para as seguintes linguagens sobre {0,1}:

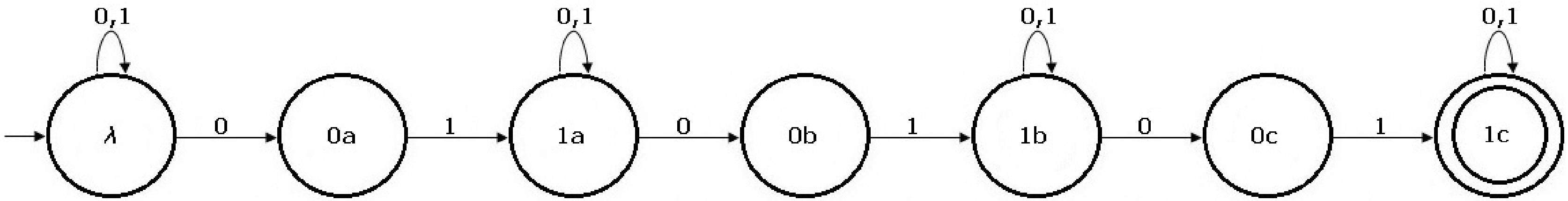
1) o conjunto das palavras com, no mínimo, três ocorrências de "01" ;

2) o conjunto das palavras com sufixo "01" ou "10" ;

3) o conjunto das palavras em que o último símbolo seja idêntico ao primeiro.

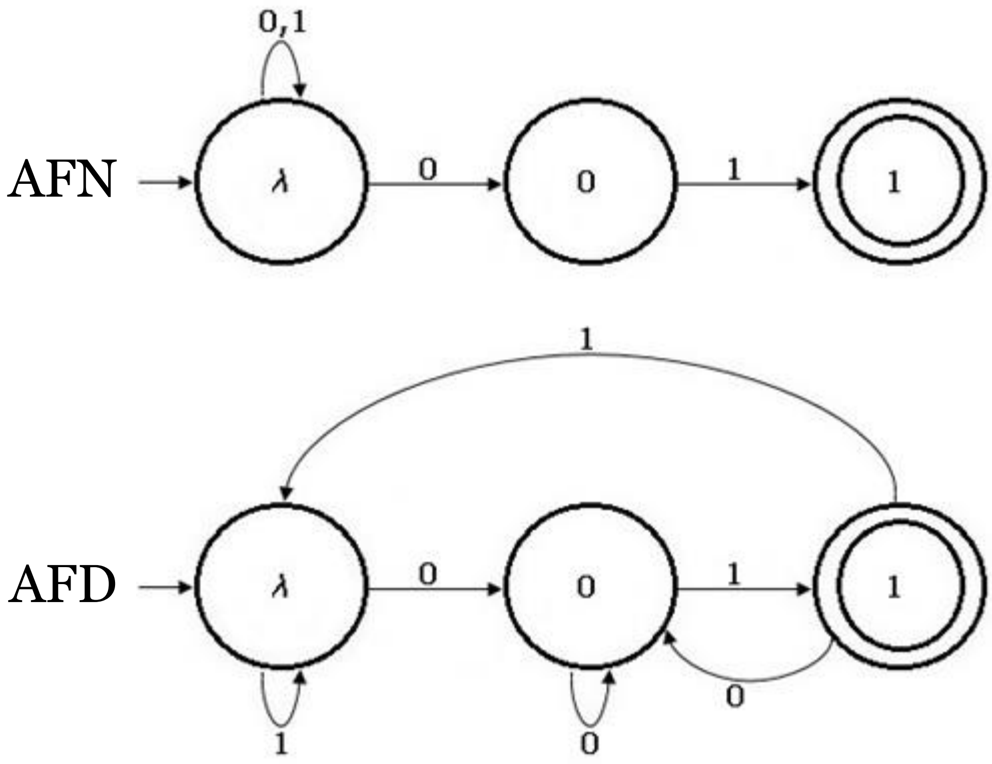
Exemplos de AFNs

- 1) $L = \{0,1\}^*\{01\}\{0,1\}^*\{01\}\{0,1\}^*\{01\}\{0,1\}^*$



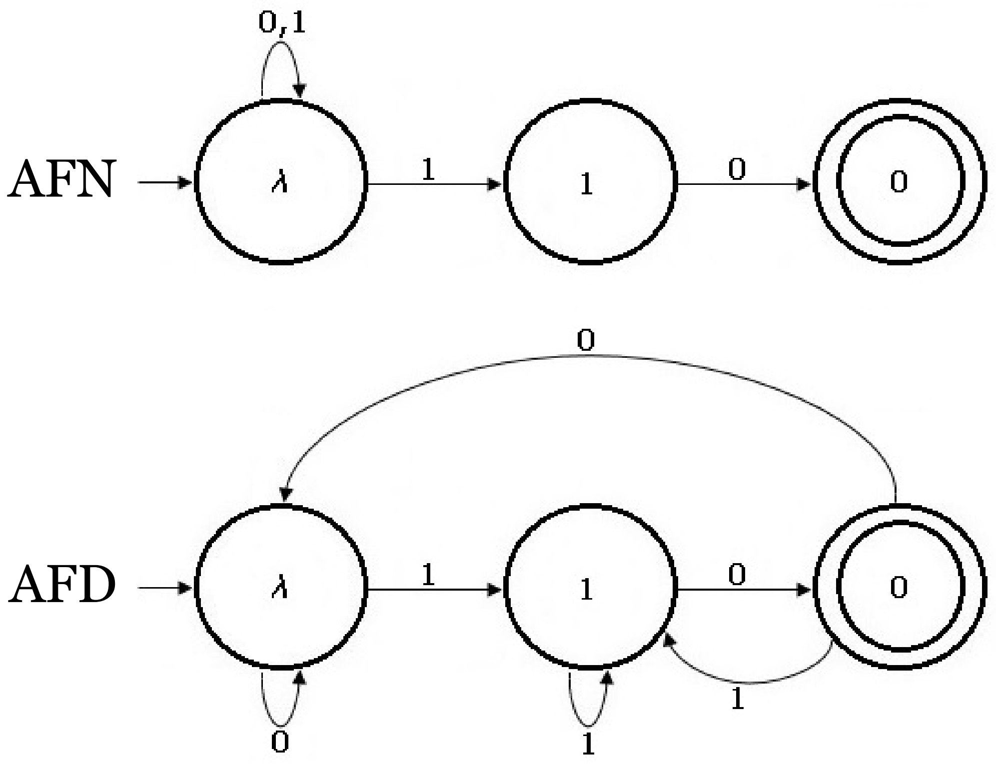
Exemplos de AFNs

* 2) $L_1 = \{0,1\}^*\{01\}$



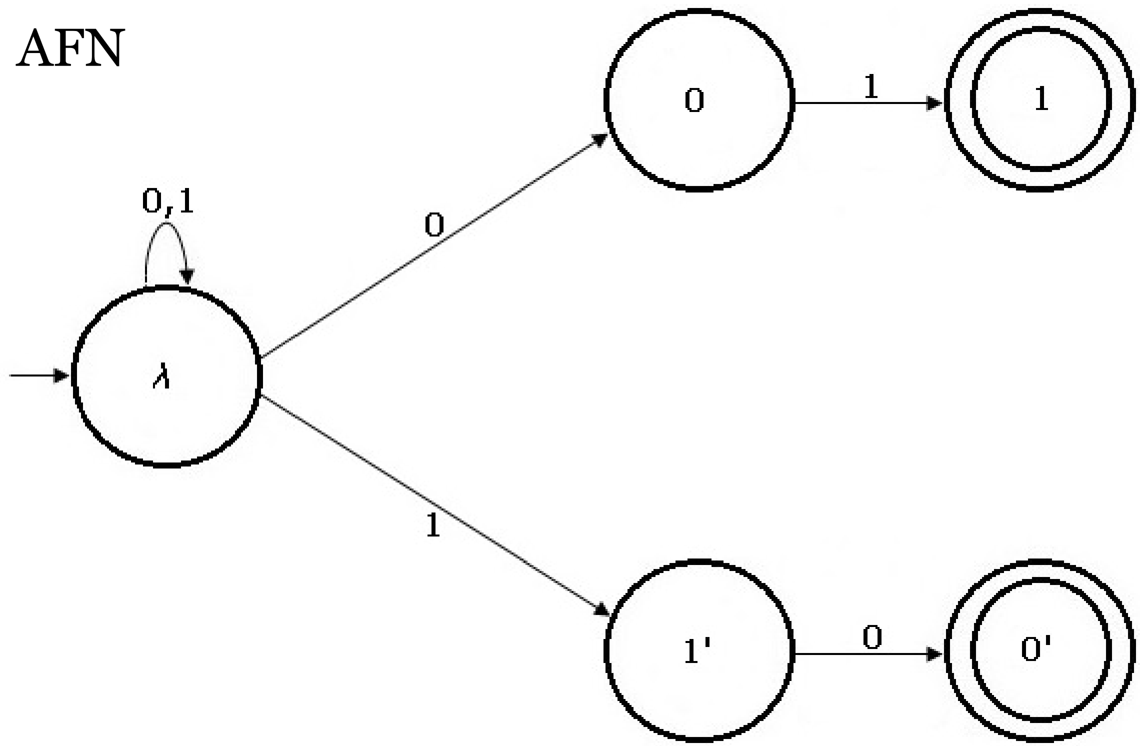
Exemplos de AFNs

* 2) $L_2 = \{0,1\}^*\{10\}$



Exemplos de AFNs

- 2) $L_1 \cup L_2$

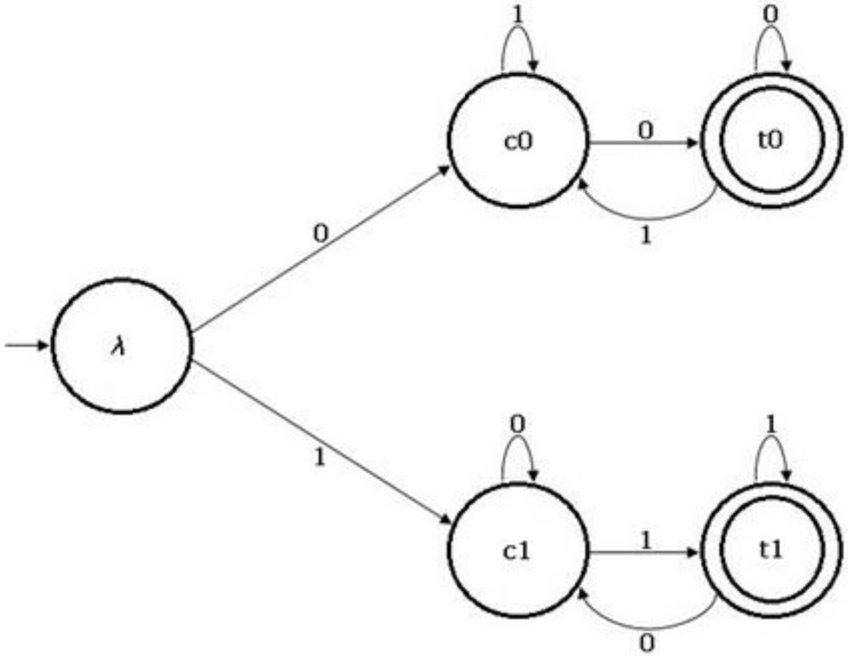


- Outra forma: L = {0,1}*{01,10}

Exemplos de AFNs

* 3) $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w| >= 2$
  e w começa e termina com o mesmo símbolo$\}$

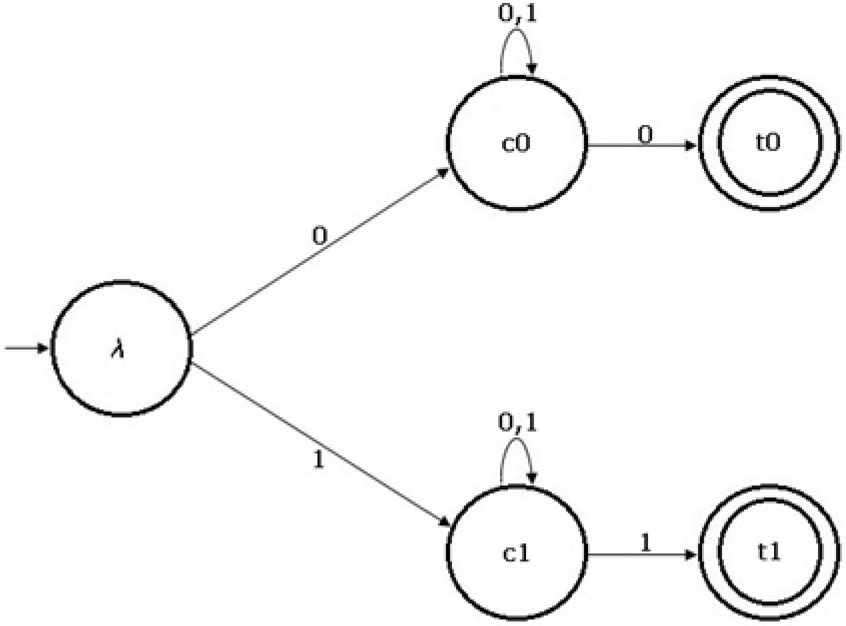
AFD



Exemplos de AFNs

- 3) $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w| >= 2$
  e w começa e termina com o mesmo símbolo$\}$

AFN



Obrigado.

joaopauloaramuni@gmail.com
joaopauloaramuni@fumec.br

UNIVERSIDADE FUMEC