

Exercícios de Aplicação 2

SME 301 - Métodos Numéricos para Engenharia I

1 Introdução

Neste exercício de aplicação, utilizaremos o método de Newton para posicionar um braço robótico de 3 graus de liberdade (GDL). Levaremos em consideração apenas a geometria do braço. A questão a ser respondida é a seguinte:

Dada uma posição desejada da garra do robô, qual comando deve ser enviado aos acionadores?

2 Modelo

Vamos modelar um robô com três braços (barras) de tamanho fixo e uma garra na ponta do terceiro braço. A garra não rotaciona em relação ao terceiro braço. Nosso objetivo é posicionar a garra no plano.

Sabemos que um corpo possui 3 GDL no plano (dois graus de liberdade de translação e um de rotação) e o braço robótico também possui 3 GDL. Portanto, podemos controlar 3 variáveis de posição da garra.

O desenho esquemático do braço robótico está representado na Figura 1. Os ângulos θ_1, θ_2 e θ_3 são os ângulos dos motores, que devem estar sempre dentro do intervalo de $[-135, 135]^\circ$, devido às restrições construtivas - estes são valores usuais em robôs reais. Os ângulos α, β e γ são ângulos imaginários definidos como os ângulos que partem de uma reta horizontal paralela ao chão até a reta que passa por cada braço.

Faremos todos os cálculos usando os ângulos α, β e γ , mas é preciso verificar se a solução é válida segundo as restrições dos motores.

A partir daqui, quando falarmos em "configuração do robô", estaremos nos referindo ao vetor (α, β, γ) , cuja notação é \mathbf{Z} - a unidade é $^\circ$ para nós, mas ele deverá ser convertido para *rad* na implementação no MATLAB.

Quando falarmos em "posição da garra", estaremos nos referindo ao vetor (x, y, γ) , cuja notação é \mathbf{r} , onde x e y são as coordenadas da posição da garra no plano (em metro) e sua orientação, dada pelo ângulo γ (em $^\circ$, mas que será convertido para *rad* na implementação no MATLAB).

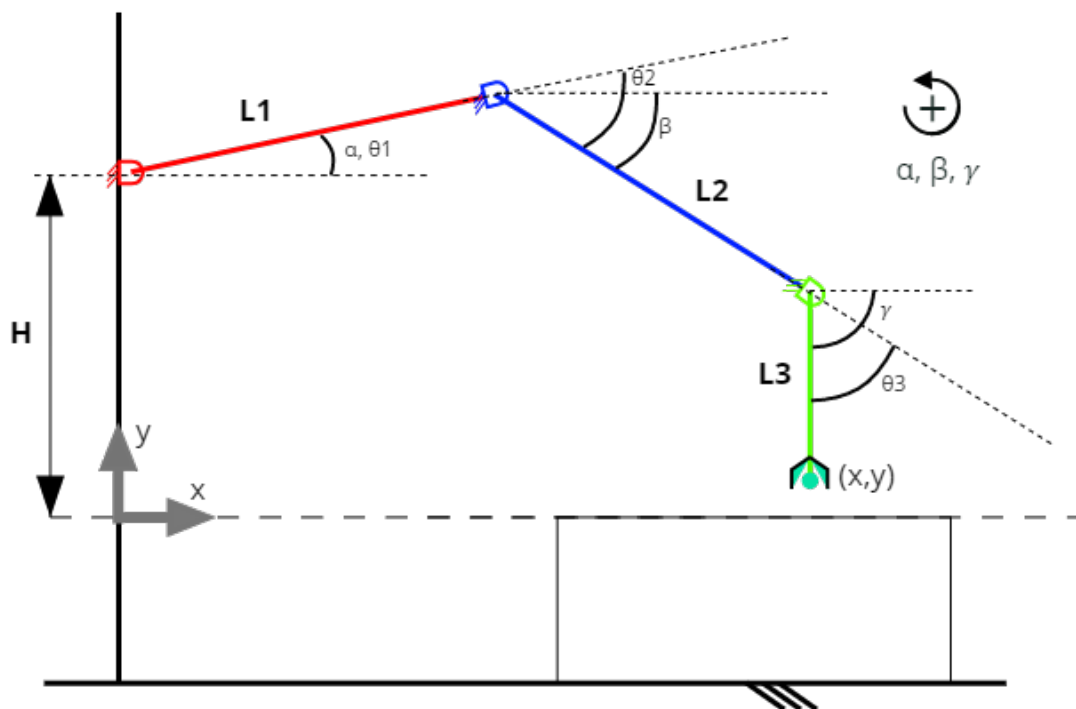


Figura 1: Desenho esquemático da geometria do robô.

3 Mão na massa!

Você deverá equacionar o vetor posição da garra em função da configuração do robô, transformar isso em um problema de zero de função (no \mathbb{R}^3), encontrar a matriz Jacobiana e o vetor H e preencher o código do método de Newton, que está pré-pronto.

Os valores numéricos dos tamanhos do robô e da posição objetivo são:

- Altura $H = 1.00m$
- $L1 = 1.00m$
- $L2 = 1.00m$
- $L3 = 0.50m$
- $\mathbf{r}_o = (1.80m, 0.10m, -90^\circ)$

Exercício 1 Encontre a expressão da posição da garra em função da configuração do robô. Ou seja, encontre a função $\mathbf{r}(\mathbf{Z})$.

Dica: as coordenadas x e y são apenas uma soma vetorial no \mathbb{R}^2 .

Exercício 2 Dada uma posição \mathbf{r}_o objetivo, use a função encontrada no Exercício 1 para formular um problema de zero de função equivalente ao problema $\mathbf{r}(\mathbf{Z}) = \mathbf{r}_o$. Repare que, neste caso, trata-se de um zero no \mathbb{R}^3 , ou seja, $(0, 0, 0)$.

Dica: repare que, se quisermos encontrar um x tal que $f(x) = K$, onde K é uma

constante, podemos definir uma função $F(x) = f(x) - K$, cuja solução para x tal que $F(x) = 0$ ocorre para o mesmo valor de x da equação anterior.

Exercício 3 Tendo formulado o problema de encontrar zero de função, equacione o método de Newton para resolver o problema. Mostre as expressões algébricas e numéricas da matriz Jacobiana e do vetor \mathbf{H} .

Exercício 4 Agora que o método numérico já está formulado, vá para a implementação (código). Ela já está pré-pronta. Acesse o código do MATLAB [aqui](#). Baixe o arquivo, descompacte-o e abra-o no MATLAB. Preencha o código onde há lacunas e responda em um arquivo .txt ou no papel.

Envie as respostas para joao.bertoldo@usp.br com cópia para efcosta@icmc.usp.br com o assunto "Exercício Adicional 2 - xx" onde "xx" é o seu nome.

Atenção: o código não vale nota extra, mas será corrigido se você enviar as respostas.

Boa sorte!