

# Exercícios de Aplicação 2

SME 301 - Métodos Numéricos para Engenharia I

## 1 Introdução

Neste exercício de aplicação, utilizaremos o método de Newton para posicionar um braço robótico de 3 GDL. Levaremos em consideração apenas a geometria do braço. A questão a ser respondida é a seguinte:

**Dada uma posição desejada da garra do robô, qual comando deve ser enviado aos acionadores?**

## 2 Modelo

Vamos modelar um robô com três braços (barras) de tamanho fixo e uma garra na ponta do terceiro braço. A garra não rotaciona em relação ao terceiro braço. Nosso objetivo é posicionar a garra no plano.

Sabemos que um corpo possui 3 GDL no plano (dois graus de liberdade de translação e um de rotação) e o braço robótico possui também 3 GDL. Portanto, podemos controlar 3 variáveis de posição da garra.

O desenho esquemático do braço robótico está representado na Figura 1. Os ângulos  $\theta_1, \theta_2$  e  $\theta_3$  são os ângulos dos motores, que devem estar sempre dentro do intervalo de  $[-135, 135]^\circ$ , devido às restrições construtivas - estes são valores usuais em robôs reais. Os ângulos  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  são ângulos imaginários definidos como os ângulos que partem de uma reta horizontal paralela ao chão até a reta que passa por cada braço.

Faremos todos os cálculos usando os ângulos  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$ , mas é preciso verificar se a solução é válida segundo as restrições dos motores.

A partir daqui, quando falarmos em "configuração do robô", estaremos nos referindo ao vetor  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , cuja notação é  $\mathbf{Z}$  - a unidade é  $^\circ$  para nós, mas ele deverá ser convertido para *rad* na implementação no MATLAB.

Quando falarmos em "posição da garra", estaremos nos referindo ao vetor  $(x, y, \gamma)$ , cuja notação é  $\mathbf{r}$ , onde  $x$  e  $y$  são as coordenadas da posição da garra no plano (em metro) e sua orientação, dada pelo ângulo  $\gamma$  (em  $^\circ$ , mas que será convertido para *rad* na implementação no MATLAB).

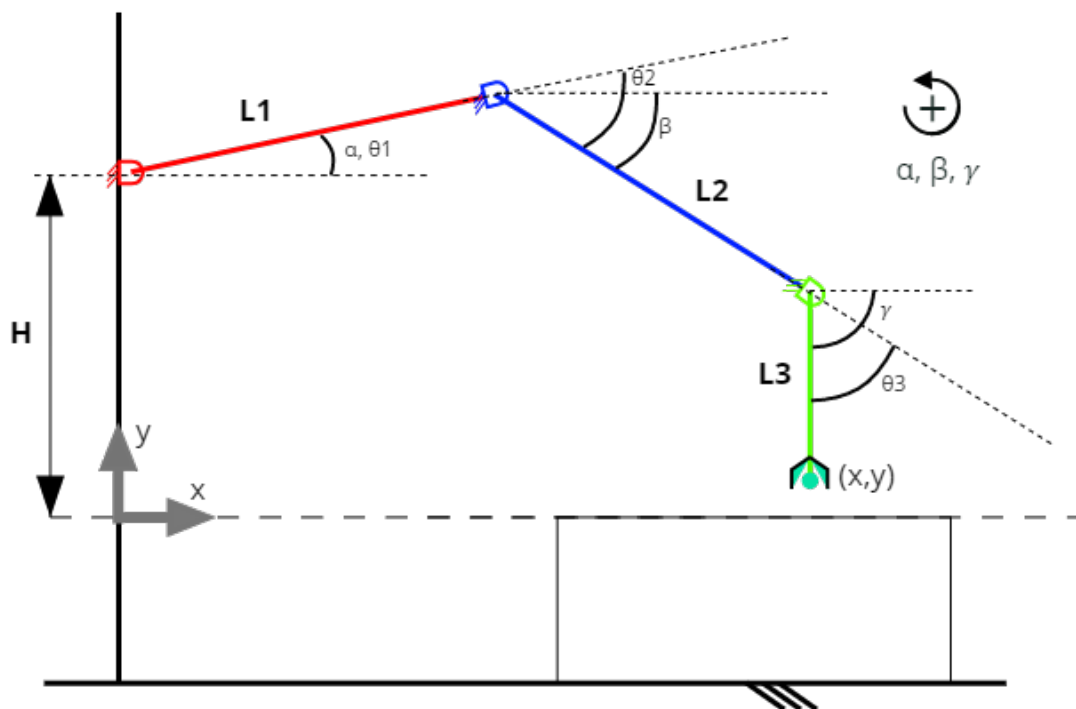


Figure 1: Desenho esquemático da geometria do robô.

### 3 Mão na massa!

Você deverá equacionar o vetor posição da garra em função da configuração do robô, transformar isso em um problema de zero de função (no  $\mathbb{R}^3$ ), encontrar a matriz Jacobiana e o vetor  $H$  e preencher o código do método de Newton, que está pré-pronto.

Os valores numéricos dos tamanhos do robô e da posição objetivo são:

- Altura  $H = 1.00m$
- $L1 = 1.00m$
- $L2 = 1.00m$
- $L3 = 0.50m$
- $\mathbf{r}_o = (1.80m, 0.10m, -90^\circ)$

**Exercício 1** Encontre a expressão da posição da garra em função da configuração do robô. Ou seja,  $\mathbf{r}(\mathbf{Z})$ .

*Dica:* as coordenadas  $x$  e  $y$  são apenas uma soma vetorial no  $\mathbb{R}^2$ .

**Exercício 2** Dada uma posição  $\mathbf{r}_o$  objetivo, use a função encontrada no Exercício 1 para formular um problema de zero de função - neste caso, trata-se de um zero no  $\mathbb{R}^3$ , ou seja,  $(0, 0, 0)$ .

*Dica:* repare que, se quisermos encontrar um  $x$  tal que  $f(x) = K$ , onde  $K$  é uma constante, podemos definir uma função  $F(x) = f(x) - K$ , cuja solução para  $x$  tal que  $F(x) = 0$  ocorre para o mesmo valor de  $x$  da equação anterior.

**Exercício 3** Tendo formulado o problema de encontrar zero de função, equacione o método de Newton para resolver o problema. Mostre as expressões algébricas e numéricas da matriz Jacobiana e do vetor  $\mathbf{H}$ .

**Exercício 4** Agora que o método numérico já está formulado, vá para a implementação (código). Ela já está pré-pronta. Acesse o código do MATLAB [aqui](#). Baixe o arquivo, descompacte-o e abra-o no MATLAB. Preencha o código onde há lacunas e responda em um arquivo .txt ou no papel.

Envie as respostas para [joao.bertoldo@usp.br](mailto:joao.bertoldo@usp.br) com cópia para [efcosta@icmc.usp.br](mailto:efcosta@icmc.usp.br).

Atenção: o código não vale nota extra, mas será corrigido se você enviar as respostas.

Boa sorte!